Н.И. Петров, И.Н. Сисакян, А.Б. Шварцбург

НЕЛИНЕЙНО-ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В КАНАЛЕ МОЛНИИ

Введение

Исследования молниевых разрядов показывают, что процессы в молниевом канале, определяющие возвратный удар, обладают волновыми свойствами. Известно [1], что при возвратном ударе формируются импульсы тока и напряжения, пространственные масштабы которых при длине канала молнии несколько километров составляют лишь несколько десятков метров. Возвратный удар моделируется обычно длинной линией с распределенными параметрами (см., например, [2,3]). При этом малыми нелинейными добавками в уравнениях длиной линии пренебрегают.

В рамках модели длинной линии влияние нелинейной погонной индуктивности впервые рассмотрел в 1941 г. Р. Лундхольм [4]. Позднее появились работы, где в качестве нелинейных параметров рассматривались активное сопротивление и емкость канала [5,6]. Эффектами нелинейности объясняется при этом многообразие экспериментальных данных, получаемых из измерений электромагнитного излучения в оптическом и радиочастотном диапазонах. Однако модель длинной линии описывает лишь одномерные процессы, когда все величины зависят только от одной продольной координаты и времени. В реальном же молниевом канале физические процессы зависят также от поперечных координат.

В настоящей работе рассматриваются дисперсионные и нелинейные эффекты в канале молниевого разряда, приводящие к модуляции волн. При этом проявляется ряд качественно новых нелинейных явлений, в частности самофокусировка и самосжатие волновых пакетов в канале молнии.

Постановка задачи

Процессы в канале молнии описываются системой уравнений Максвелла. Однако, если учесть, что канал молнии представляет собой предварительно ионизованную проводящую среду, диаметр d которой намного меньше ее длины L ($\frac{d}{L} << 1$), и распределение заряда облака вне проводящего канала не успевает измениться за время распространения возвратного удара τ (τ ~50–100 мкс), то изменения потенциала и тока в канале могут быть описаны уравнениями закона Ома и непрерывности тока [7]:

$$\frac{\partial U(z,t)}{\partial z} = \frac{j}{\sigma} + L\cdot s\,\frac{\partial j}{\partial t}\,; \tag{1}$$

$$s\,\frac{\partial j}{\partial z} = \frac{\partial Q}{\partial t}, \tag{2}$$

где

U – потенциал; j – плотность тока; Q – заряд; σ – проводимость канала; L – индуктивность; s – площадь поперечного сечения канала.

Потенциал в сечении z можно записать в виде

$$U(z,t) = \frac{Q}{C} + R_1\,\frac{\partial Q}{\partial t} + L_1\,\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}\,, \tag{3}$$

где первый член соответствует потенциалу, создаваемому всеми зарядами, распределенными по каналу молнии, второй и третий члены обусловлены нелокальной связью заряда с потенциалом.

Уравнения (1) и (2) справедливы, если поперечные размеры канала удовлетворяют неравенствам [7]:

$$\frac{1}{\sigma}\sqrt{\frac{\omega}{\sigma\mu}} \ll \frac{r}{c} \ll \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{\sigma}{\omega\mu}}\,, \tag{4}$$

где

μ – магнитная проницаемость среды;

ω – частота.

Из системы уравнений (1)-(3) с учетом лишь первого члена в правой части (3) нетрудно получить выражения для постоянной распространения $\beta = k - i\varkappa$:

$k^2 - s^2 = \omega^2 L_п C_п$, $2ks = \omega R_п C_п$.

Отсюда для фазовой скорости волны получаем

$$v_ф = \frac{\omega}{k} = \frac{2s}{RC} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\,\{1 - \frac{1}{8}(\frac{1}{\omega L\cdot s\sigma})^2\}. \tag{5}$$

Из (5) видно, что скорость волны зависит от проводимости канала, то есть из измерений скорости волны можно определить проводимость канала или концентрацию зарядов.

В частности, при $v_ф \simeq 50$ м/мкс, $L \simeq 10^{-6}$ Гн, $\omega \simeq 10^6$ Гц, $s \simeq 1$ см² проводимость канала равна $\sigma \simeq 4\cdot 10^{-1}$ Ом$^{-1}\cdot$см$^{-1}$.

Известно [2], что плотность тока j составляет 20-25 кА/см². Сопротивление канала при этом равно $R_п \simeq 2{,}5$ Ом/см.

Если считать, что проводимость обусловлена, в основном, электронами, то концентрация электронов будет равна

$$n_e = \frac{\sigma}{eb_e} = \frac{4\cdot 10^{-1}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10^2} \simeq 10^{16}\ \text{см}^{-3}\,.$$

Здесь b_e – подвижность электронов в канале молнии, соответствующая напряженности электрического поля $E \simeq 1$ кВ/см [8]. Отметим, что стримерная корона также влияет на скорость распространения волны возвратного удара.

Для проверки справедливости используемых уравнений подставим значение σ в неравенства (4):

$$\frac{1}{4\cdot 10^{-1}\cdot 10^{12}}\sqrt{\frac{10^6}{4\cdot 10^{-1}\cdot 10^{12}}} \ll \frac{1}{3}\cdot 10^{-10} \ll \frac{1}{10^6}\sqrt{\frac{4\cdot 10^{-1}\cdot 10^{12}}{10^6}}\,.$$

Таким образом, уравнения (1)-(2) для рассматриваемой задачи справедливы.

При отсутствии нелинейностей уравнений (1)-(3) описывают лишь дисперсионное расплывание волнового пакета. Закон дисперсии при этом имеет вид

$$\omega = v_0 k - \gamma k^3, \tag{6}$$

где $v_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

Длительность импульса растет по мере распространения.

Групповая скорость на частоте ω_0 равна

$$v_{гр} = \frac{\partial\omega}{\partial k} = v_0 - 3\gamma k^2. \tag{7}$$

При учете нелинейностей физическая картина распространения волны существенно изменяется. Нелинейность начинает конкурировать с дисперсией, приводя к различным эффектам.

Ударные волны и солитоны

Нелинейной зависимостью в рассматриваемой задаче связаны заряд Q с напряжением U или сопротивление канала R с током i. Известно, что нелинейная зависимость заряда Q от потенциала U, обусловленная стримерной короной, имеет вид [7]

$$Q = Q_0 + Q_{нл}(U) = (C_0 + C_{нл}(U)U; \qquad C_{нл}(U) = C_0 - \alpha U + \ldots \tag{8}$$

Когда нелинейные и дисперсионные добавки одного порядка и малы по сравнению с линейными членами, из системы уравнений (1)-(3) для потенциала U получаем

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = g(U)\frac{\partial U}{\partial \tau} + \gamma\frac{\partial^3 U}{\partial \tau^3} + \nu\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \eta U, \tag{9}$$

где

$$\xi = \frac{z}{2v_0},\ \tau = t - \frac{z}{v_0},\ v_0 = (LC_0')^{-\frac{1}{2}},\ \gamma = \omega_k^{-2} = L'C''.$$

$$C(U) = C_0(1 - g(U)),\ \nu = C_0'/G',\ \eta = R'C_0'.$$

При отсутствии потерь ($\nu = 0$, $\eta = 0$) и дисперсии ($\gamma = 0$) происходит непрерывное увеличение крутизны профиля волны и образование разрыва - области бесконечно быстрого изменения физических величин во времени и пространстве [10].

Разрыв сохраняется в процессе распространения волны, если присутствует диссипация энергии на разрыве. На ширину разрыва влияет также дисперсия, то есть различие скоростей гармоник. Влияние дисперсии сводится к тому, что деформируемая в результате действия нелинейности синусоидальная волна в процессе распространения восстанавливается.

Отметим, что при определенных соотношениях между амплитудами и фазами взаимодействующих гармоник обмен энергией между ними отсутствует. Этому случаю соответствует волна, профиль которой не меняется в процессе распространения, то есть стационарная волна.

При $\nu = 0$ и $\eta = 0$ уравнение (9) принимает вид

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = g(U)\frac{\partial U}{\partial \tau} + \gamma\frac{\partial^3 U}{\partial \tau^3}. \tag{10}$$

Существуют различные классы решений уравнения КдВ (10).

При малых амплитудах, соответствующих фазовым траекториям вблизи состояния равновесия, возможны решения типа квазисинусоидальных колебаний.

$$U = U_0 \sin(kz - \omega t), \quad \omega = kv_0 - \gamma k^3. \tag{11}$$

Вблизи сепаратрисы возможны решения в виде кноидальных волн:

$$U(z,t) = U\,\mathrm{cn}^2\left[\frac{1}{2}\sqrt{U_0}(z-vt)\right]. \tag{12}$$

Самой сепаратрисе соответствует локализованное в пространстве решение в виде уединенной волны - солитона:

$$U(z,t) = U_0 \mathrm{ch}^{-2}\{\tfrac{1}{\Delta}(z-v_c t)\}. \tag{13}$$

Скорость такого импульса равна $v_c = v_0(1 + \frac{\alpha U_0}{3C_0})$, ширина $\Delta = \sqrt{\frac{3C_0 - 2\alpha U_0}{6\alpha U_0}}$, длительность $T_c \simeq 1{,}76\sqrt{C_0/2\alpha v_0^2 U_0}$.

Таким образом, ширина, скорость и амплитуда солитона уравнения КдВ (10) однозначно связаны.

Оценим параметры солитона (13), распространяющегося в канале молнии. Для параметров лидерного канала молнии $C_0 \simeq 50\cdot10^{-12}$ Ф/м, $v_0 = 50\cdot10^6$ м/с, $\alpha = 0{,}25\cdot10^{-18}$ Ф/В·м, $U_0 \simeq 10^7$ В, известных из экспериментов [11], длительность $T_c \simeq 0{,}1$ мкс, скорость $v_c \simeq 50\cdot(1 + \frac{1}{60})$ м/мкс. Такой длительности импульса будет соответствовать светящееся образование длиной около 5 м. Величина заряда, переносимого солитоном, равна $Q_1 \simeq 10^{-2}$ Кл.

Известно, что импульс тока возвратного удара, как правило, состоит из двух частей [11]. Длительность первой части импульса с амплитудой тока сотни килоампер составляет несколько микросекунд, вторая же часть импульса с амплитудой порядка нескольких десятков килоампер длится около 100 мкс. Заряд, переносимый второй составляющей импульса, можно связать с зарядом чехла короны. Величина этого заряда равна Q_2=0,5 Кл. При длине канала молнии L_m=10 км для погонного заряда канала-лидера получаем $Q_п \simeq \frac{Q_2}{L} \simeq \frac{0{,}5\ \text{Кл}}{10^4\ \text{м}} \simeq 50$ мкКл/м, что согласуется с экспериментальными измерениями [11]. Известно также, что полный заряд, переносимый из облака на землю при разряде молнии, составляет порядка 10-100 Кл. Следовательно, заряд, переносимый при возвратном ударе, существенно меньше полного заряда, переносимого из облака в землю.

При нелинейности вида $g(U) = \alpha' U^2 > 0$ решение (10) выражается в виде

$$U(z,t) = \pm U_0 \mathrm{ch}^{-1}\left[\left(\frac{\alpha' U^2}{24\gamma}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{\frac{z}{v_0}\left(1 - \frac{\alpha' U^2}{12}\right) - t\right\}\right].$$

В случае $g(U) = \alpha' U^2 < 0$

$$U(z,t) = \pm U_0 \mathrm{th}\left[\left(-\frac{\alpha' U^2}{6\gamma}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{\frac{z}{v_0}\left(1 - \frac{\alpha' U^2}{12}\right) - t\right\}\right].$$

Рассмотрим теперь вопрос о временной эволюции импульса, сформированного в начале канала. Если начальное возмущение по форме совпадает с солитоном, то оно распространяется как уединенная волна. Если же длительность входного импульса меньше уединенного, соответствующего той же амплитуде, то в канале он будет расширяться. При длительности входного импульса, существенно превосходящего длительность уединенного импульса соответствующей амплитуды, происходит дробление на группу уединенных импульсов, причем число импульсов, образующихся после дробления, равно

$$\delta = t_{\text{ивх}}/t_c.$$

Если $\delta < 1$, то наряду с формированием уединенного импульса в канале возникнут квазигармонические колебания, отстающие от импульса. Характер распространения импульса существенно зависит от наличия потерь, неоднородностей и полярности. Так, амплитуда солитона (13) следующим образом зависит от величины потерь [10]:

$$U(t) = U_o \exp\left(-\frac{2R}{3L_o}t\right)\left\{1 + \frac{8r\alpha v_o}{5RC_o}\left[1 - \exp\left(-\frac{2R}{3L_o}t\right)\right]\right\}^{-1}.$$

Следует отметить, что солитоны могут образоваться только при отрицательной полярности начального импульса в канале с положительной дисперсией. Если начальное возмущение имеет положительную амплитуду, то оно трансформируется в нелинейный осциллирующий "хвост", описываемый функцией Эйри.

Уравнение (10) имеет точное N-солитонное решение, описывающее взаимодействие N-уединенных волн.

С физической точки зрения представляют также интерес N-солитонные решения, называемые мультисолитонами и представляющие собой стационарные связанные состояния, составленные из одиночных солитонов, двигающихся как единое целое [12]. Такие решения возникают, если в уравнении (10) присутствуют производные пятого порядка. В рассматриваемой задаче такой член возникает из-за нелокальной связи переменных; в частности, ток i в данной точке зависит также от величины тока на других участках канала:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{j}{\sigma} + L\frac{\partial i}{\partial t} - L\frac{C''}{C'}\frac{\partial^2 i}{\partial z^2}.$$

Отметим, что такая нелокальная связь переменных, приводящая к дисперсии, аналогична длинной линии с индуктивной связью между ячейками. Таким образом, в канале молнии возможны стационарные решения в виде связанных многосолитонных импульсов. В частности, при формировании в начале канала двугорбого импульса возможно его распространение в канале без искажений.

Проанализируем решения уравнения (9) в случае, когда $\gamma \ll \nu$, $q(U) \ll \eta$. Тогда уравнение (9) имеет вид

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = \nu\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + \eta U. \qquad (14)$$

Как видно из (14), диссипация приводит к расплыванию импульса. Это расплывание может быть скомпенсировано за счет притока энергии из стримерной зоны или же нелинейной зависимости сопротивления от напряжения.

Эффекты самовоздействия

Выше мы ограничивались одномерным случаем. Обобщением уравнения КдВ на двумерные среды является уравнение Кадомцева-Петвиашвили. Волновой вектор к при наличии зависимости от поперечной координаты y будет равен

$$\kappa = \sqrt{\kappa_z^2 + \kappa_y^2}.$$

В нашем случае $\kappa_y \ll \kappa_z$, то есть можно положить

$$\kappa \simeq \kappa \quad + \frac{1}{2}\frac{\kappa_y^2}{\kappa_z}.$$

Тогда дисперсионное уравнение $\omega = v_o\kappa - \dfrac{v_o\kappa^3}{2\kappa_o^2}$ будет иметь вид

$$\omega\kappa_z - v_o\kappa_z^2 + \frac{1}{2}\kappa_o\kappa_y^2 - \frac{v_o\kappa_z^3}{2\kappa_o^2}\kappa_z = 0.$$

Отсюда нетрудно получить двумерное уравнение для слабо нелинейной, слабодиспергирующей среды с отрицательной дисперсией

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{v_o}{2\kappa_o^2}\frac{\partial^3 U}{\partial z^3}\right) = \frac{1}{2} v_o \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}. \tag{15}$$

Для среды с положительной дисперсией знак в правой части должен быть изменен на противоположный. В этом случае уравнение (15) имеет локализованные как по z, так и по y решения, которые представляют собой двумерные солитоны. Поскольку у групповой скорости волны имеется составляющая в поперечном направлении, то при существовании равновесия между дисперсией и нелинейным опрокидыванием проявляется эффект самофокусировки волны.

Сжатие волнового пакета может происходить не только в поперечном, но и в продольном направлении. Самосжатие обусловлено зависимостью фазовой скорости или частоты от амплитуды волны. При определенных условиях волна оказывается неустойчивой по отношению к разбиению на отдельные волновые пакеты.

Модулированные волны описываются нелинейным параболическим уравнением или нелинейным уравнением Шредингера:

$$\left(\frac{\partial a}{\partial t} + v\frac{\partial a}{\partial z}\right) - \frac{i}{2}\frac{d^2\omega}{d\kappa^2}\frac{\partial^2 a}{\partial z^2} - \frac{i}{2\kappa_o}\frac{d\omega}{d\kappa}\Delta_\perp a = \frac{i\alpha'\omega_o}{2v_o}|a|^2 a, \tag{16}$$

где

a - комплексная амплитуда волны;

κ - волновое число;

$\Delta_\perp$ - поперечный лапласиан.

Уравнение (16) можно получить, если решение КдВ (10) искать в виде медленно модулированного цуга волн

$$U(z,t) = U_o(t) + \mathrm{Re}\sum_i a_i(z,t)\exp\{i(\omega t - \kappa z)\}. \tag{17}$$

Для более простого случая плоских волн уравнение (16) имеет вид

$$\left(\frac{\partial a}{\partial t} + v\frac{\partial a}{\partial z}\right) - \frac{i}{2}\frac{d^2\omega}{d\kappa^2}\frac{\partial^2 a}{\partial z^2} + \frac{i\alpha'\omega_o}{2v_o}|a|^2 a = 0. \tag{18}$$

Это уравнение описывает модуляционную неустойчивость, существование стационарных волн огибающей, в том числе солитонов, и периодически повторяющийся возврат слабомодулированной волны к исходному - слабомодулированному состоянию.

Самосжатие имеет место при $\alpha'\frac{\partial^2\omega}{\partial\kappa^2} < 0$, а нелинейное расплывание при $\alpha'\frac{\partial^2\omega}{\partial\kappa^2} > 0$. Если мощность импульса существенно превышает мощность уединенного импульса, то волновой пакет испытывает самосжатие на длине

$$z \simeq R_{ил} = T\sqrt{\frac{2v_o^2}{3\omega^2\alpha'|a_o|^2\gamma'}}. \tag{19}$$

Таким образом происходит периодическая модуляция параметров канала молнии по высоте, причем период модуляции составляет порядка 50-100 м.

В среде с $\alpha'\frac{\partial^2\omega}{\partial\kappa^2} < 0$ волновой пакет неустойчив: он разбивается на отдельные сгустки - солитоны.

Стационарный солитон $a = \exp(i\Gamma z)A_c(\tau)$ имеет вид

$$A_c = \sqrt{2}\, a_o \mathrm{ch}^{-1}(\tau/T_c), \tag{20}$$

где параметры связаны следующим образом:

$$\Gamma = \frac{-\partial^2\omega/\partial k^2}{2T_c} = \frac{\alpha' a_o^2}{2}.$$

Существует также решение в виде уединенного провала - волна затемнения. Отметим, что в отличие от обычного солитона КдВ скорость и амплитуда солитона огибающей (20) являются независимыми параметрами.

Обсуждение

Выше мы рассмотрели влияние нелинейной емкости канала молнии на распространение импульса тока обратного удара. В реальных же условиях необходимо учитывать нелинейности как емкости, так и сопротивления канала. Во многих случаях из-за различного времени установления нелинейности $\tau_{нл}$ возможно рассмотрение нелинейной емкости или сопротивления по отдельности.

Рассмотрим модель обратного удара с учетом нелинейности сопротивления канала. Изменение сопротивления канала будем описывать по аналогии с моделью Теплера для искры [13]:

$$R = \frac{\kappa d}{\int_o^t i dt},$$

где

κ - постоянная Теплера;

d - длина промежутка.

Падение напряжения в канале равно сумме падений напряжений на индуктивном и активном сопротивлениях. Оценим величину электродвижущей силы самоиндукции (эдс), которая дает вклад в изменение потенциала на участке канала. При длительности фронта импульса тока $\tau_ф$ ~0,1 мкс получаем

$$L \cdot s \frac{\partial j}{\partial t} = L \frac{\partial i}{\partial t} \sim 10^{-8} \frac{Гн}{см} \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} \sim 10^{-8} \frac{10^5}{10^{-7}} \sim 10^4 \frac{В}{см}.$$

Изменение потенциала на активном сопротивлении канала равно

$$\frac{j}{\sigma} \sim 10^3 \text{ В/см}.$$

Отсюда получаем, что при изменении тока ~10^{12} А/с индуктивное сопротивление преобладает над активным. Поэтому для анализа распространения фронта импульса тока обратного удара систему уравнений (1)-(2) можно переписать в виде

$$\frac{\partial U}{\partial z} = L_o \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\lambda}{i} \frac{\partial i}{\partial t}, \tag{21}$$

$$\frac{\partial i}{\partial z} = C_o \frac{\partial U}{\partial t} - \alpha U \frac{\partial U}{\partial t}. \tag{22}$$

Система (21)-(22) также имеет солитонное решение.

При $\alpha = 0$ система (21)-(22) переходит в уравнения, рассмотренные в [4]. Зависимость скорости движения волны тока от ее амплитуды при этом имеет вид [4]:

$$v = c/\sqrt{1 + \frac{\lambda c}{30 i_o}},$$

то есть чем больше амплитуда тока, тем больше скорость распространения.

При отсутствии нелинейной части емкости систему (21)-(22) можно свести к известным нелинейным уравнениям. Так, нелинейную индуктивность можно представить в виде разложения в ряд

$$L = L_o - \mu i + \ldots$$

Тогда из системы (21)-(22) нетрудно получить уравнение КдВ, решения которого хорошо известны в литературе. Без учета дисперсии уравнение для тока имеет вид

$$\frac{\partial i}{\partial \xi} + \tilde{\mu} i \frac{\partial i}{\partial \tau} = \eta i. \qquad (23)$$

Выше предполагалось, что длительность импульса тока гораздо больше времени установления нелинейности $\tau_{нл}$. Однако возможны случаи, когда длительность импульса сравнима с $\tau_{нл}$. Так, время установления нелинейной емкости, обусловленной стримерной короной, определяется скоростью распространения стримеров $v_{стр}$ и составляет от долей до нескольких микросекунд. Такую же длительность имеет обычно начальная часть импульса тока возвратного удара. Поэтому при анализе процессов необходимо рассматривать также динамическое уравнение для нелинейной добавки:

$$\tau_{нл} \frac{\partial C_{нл}}{\partial t} + C_{нл} = \alpha U. \qquad (24)$$

На временах $t \ll \tau_{нл}$ нелинейный отклик не успевает установиться, поэтому фронт импульса распространяется так же, как в линейной среде. Напротив, хвост импульса может сильно исказиться за счет нелинейного самовоздействия.

Заключение

Таким образом, нелинейности приводят к ряду качественных эффектов в канале молнии. Нелинейными процессами обусловлены такие эффекты, как зависимость формы импульса возвратного удара от полярности, появление осцилляций в импульсе и другие.

Однако такие эффекты, как зависимость скорости волны от амплитуды, связь с шириной импульса, следующие из солитонных решений, могут быть объяснены также в рамках линейной теории. Дело в том, что начальные параметры импульса возвратного удара тесно связаны с параметрами канала лидера и формирование начальных условий зависит от процессов в лидерной стадии развития молнии.

В рамках рассмотренной нелинейной модели можно объяснить и четочные молнии. Четочные молнии, по [1], обусловлены бо́льшим временем свечения участков канала молнии вследствие модуляции радиуса канала с высотой.

В [1] предполагается, что изменение параметров канала с высотой возникает случайно. В настоящей работе показано, что периодичность возникает вследствие эффектов самофокусировки и самосжатия, а не является просто игрой случая. Отметим, что четочная структура должна возникать при больших перенапряжениях. Этим, по-видимому, объясняется редкий характер их наблюдения. Присутствием периодической неоднородности, возникающей вследствие нелинейных эффектов, могут быть объяснены также стохастические осцилляции импульса возвратного удара. Известно, что периодическое воздействие на нелинейную систему приводит к стохастическому поведению динамических параметров.

В заключение отметим, что рассмотренные эффекты могут иметь место также в искровых каналах лабораторных высоковольтных установок в наносекундном [14,15] и микросекундном диапазонах.

Литература

1. Юман М.А. Молния. М.: Мир, 1972, 327 с.

2. Костенко М.В. Динамическое сопротивление молнии // Тр. расш. заседания IV секции Науч. Совета АН СССР по теорет. и электрофиз пробл. молнии и молниезащиты. Баку, 1983.

3. Горин Б.Н. Электричество, 1985, № 6.

4. Lundholm R. Teknisk Tid. Electr.. 1941, v. 71, p. 1-5.

5. Александров А.И., Граковский А.В. Деп. ВИНИТИ, 1987, № 6812-1387.

6. Горин Б.Н. Главная стадия молнии // Тр. расш. заседания IV секции Науч. Совета АН СССР по теорет. и электрофиз. проблемам молнии и молниезащиты. Баку, 1983.

7. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1976, 616 с.

8. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987, 592 с.

9. Бочковский Б.Б. Электричество, 1966, № 7.

10. Scott A.C., Chu F.Y.F., McLaughlin D.W. Proc. IEEE, 1973, v. 61, N 10, p. 1443-1483.

11. Uman M.A., Krider E.P. IEEE Trans. Electr. Compat., 1982, v. 24, p. 79-111.

12. Gorskov K.A., Ostrovsky L.A., Papko V.V., Pikovsky A.S. Phys. Lett. A., 1979, v. 74, N 3/4, p. 177-179.

13. Toepler M. Electrotechnische Zeitshrift. 1924, v. 45, p. 1045.

14. Лагарьков А.Н., Руткевич И.М. ДАН СССР, 1979, т. 249, № 3, с. 593.

15. Синкевич О.А., Трофимов Ю.В. ДАН СССР, 1979. т. 249, № 3, с. 597.