

*М.А. Голуб, Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский,
И.Н. Сисакян, В.А. Сойфер, С.И. Харитонов*

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ С ФОКУСАТОРОМ ГАУССОВА ПУЧКА В ПРЯМОУГОЛЬНИК С ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ

Введение

Фокальное распределение интенсивности от обычной линзы близко к точечному. Однако в задачах технологии лазерного поверхностного упрочнения, легирования материала, а также при создании генераторов изображений с прямоугольным растровым пятном возникает проблема фокусировки в фокальную область прямоугольной формы. Эффективные методы решения представляет компьютерная оптика [1]. Частная задача фокусировки в узкий прямоугольник (отрезок прямой) рассматривалась в [2, 3]. Данная работа посвящена исследованию фокусировки в прямоугольник произвольного размера методами вычислительного эксперимента.

Ввиду сложности обратной задачи фокусировки расчет фокусаторов лазерного излучения обычно производится в рамках геометрической оптики. Расчет фокусатора на ЭВМ и сложный технологический процесс изготовления приводят к дискретизации и квантованию фазовой функции фокусатора. Исследование работы фокусатора средствами вычислительного эксперимента позволяет оценить дифракционные эффекты, связанные с технологией расчета и изготовления фокусатора. В [4] решалась задача создания прямоугольного распределения интенсивности в дифракционном приближении, однако в ней не рассматривалось влияние дискретизации и квантования на качество фокусировки. Кроме того, особый интерес представляет исследование ограничений налагаемых геометрооптическим расчетом фокусатора. Рассматриваемый ниже дифракционный расчет поля от фокусатора гауссова пучка в прямоугольник с постоянной интенсивностью позволяет выявить ограничения на физические параметры, требования к дискретизации и квантованию фазовой функции фокусатора, при которых возможна фокусировка.

1. Постановка задачи

Пусть гауссовский пучок с комплексной амплитудой $w_0(\vec{u}) = c_0 \exp(-\frac{\vec{u}^2}{2\sigma^2})$ падает на квадратный фокусатор со стороной $2b$, расположенный в плоскости $\vec{u}=(u, v)$ при $z=0$ (рис. 1), который преобразует падающее излучение в поле $w(\vec{u}, 0) = w_0(\vec{u}) \exp(i\varphi(\vec{u}))$, где $\varphi(\vec{u})$ - фазовая функция фокусатора. Задача состоит в отыскании фазовой функции фокусатора $\varphi(\vec{u})$, обеспечивающей в фокальной плоскости $z=f_0$ формирование светового поля с интенсивностью

$$I_1(\vec{x}, f_0) = \begin{cases} c^2, & |x| < d, |y| < d_1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

соответствующей равномерно засвеченному прямоугольнику размера $2d \times 2d_1$, где $\vec{x}=(x, y)$ - декартовы координаты в фокальной области.

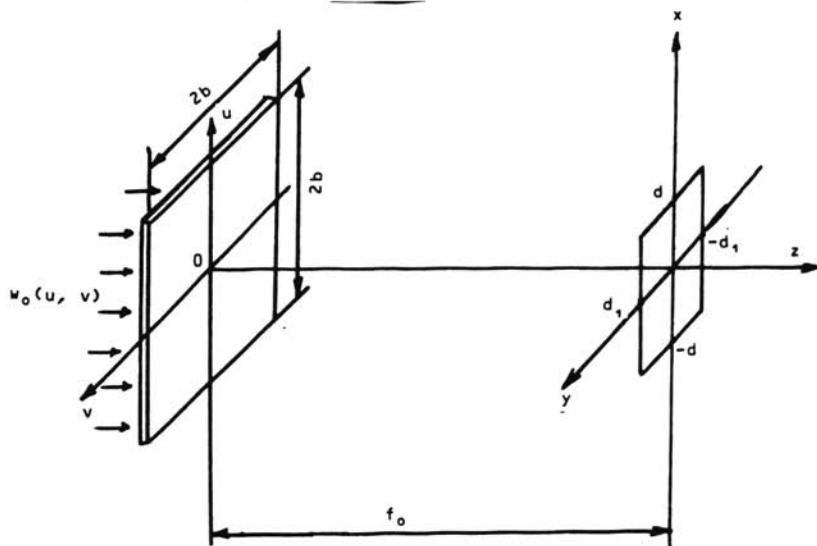


Рис. 1. Постановка задачи фокусировки гауссова пучка в прямоугольник с постоянной интенсивностью

Геометрооптическую фазовую функцию фокусатора гауссова пучка в прямоугольник в параксиальном приближении можно представить в виде

$$\varphi(\vec{u}) = \varphi(u; d) + \varphi(u; d_1), \quad (1)$$

где $\varphi(u; d)$ - фазовая функция цилиндрического (линейного) фокусатора, преобразующего одномерный гауссовский пучок в отрезок с постоянной интенсивностью длины $2d$.

Вследствие (1) интеграл Кирхгофа, записанный в приближении Френеля, допускает представление в виде произведения интегралов, каждый из которых описывает фокусировку одномерного гауссовского пучка в отрезок и, следовательно,

$$I(\vec{x}; f_0) = I(x; f_0, d) I(y; f_0, d_1), \quad (2)$$

$$\text{где } I(x; f_0, d) = \begin{cases} c, & |x| < d \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Фазовая функция $\varphi(u; d)$ находится в приближении геометрической оптики решением обратной задачи фокусировки одномерного гауссовского пучка в отрезок с постоянной интенсивностью из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{I_0(u)}{I_1(x; f_0, d)} = \frac{dx}{du} \\ x = u + \frac{d\psi(u; d)}{du} f_0 \end{cases}$$

где $I_0(u) = c_0 \exp(-\frac{u^2}{\sigma^2})$;

$$\psi(u; d) = \frac{\varphi(u; d)}{k},$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \lambda - \text{длина волны.}$$

В разделе 2 исследуются эффекты, связанные с геометрическим расчетом фокусатора, дискретизацией и квантованием его фазовой функции, дифракцией на апертуре фокусатора.

2. Метод дифракционного расчета

Фокусатор не позволяет получить прямоугольник с четкими границами вследствие явления дифракции. Для оценки дифракционных эффектов и погрешностей, обусловленных дискретизацией и квантованием фазовой функции, будем использовать интеграл Кирхгофа, записанный в приближении Френеля. Вследствие (2) расчет интенсивности поля $I(\vec{x}, f_0)$ от фокусатора гауссова пучка в прямоугольник сводится к расчету поля от цилиндрического фокусатора одномерного гауссовского пучка в отрезок. При проведении вычислительного эксперимента с цилиндрическими фокусаторами возникает задача вычисления дифракционного интеграла

$$w(x, z) = \sqrt{\frac{1}{i\lambda z}} \int_{-b}^b A(u) \exp(i\varphi(u)) \exp(ik(x-u)^2/2z) du, \quad (3)$$

где $A(u)$ - амплитуда падающего пучка;

$\varphi(u)$ - фаза пучка за фокусатором.

Численный расчет интеграла (3) предполагает [6] кусочно-постоянную аппроксимацию функций $A(u)$, $\varphi(u)$ на сетке u_n , $n=0, N$

$$w(x, z) = \sqrt{\frac{1}{i\lambda z}} \sum_{n=0}^N A(\tilde{u}_n) \exp(i\varphi(\tilde{u}_n)) \int_{u_{n-1}}^{u_n} \exp(\frac{ik}{2z}(x-u)^2) du; \quad (4)$$

$$\tilde{u}_n = \frac{u_{n-1} + u_n}{2}; u_0 = -b, u_N = b.$$

Интеграл $I(x; u_{n-1}, u_n) = \int_{u_{n-1}}^{u_n} \exp[\frac{ik}{2z}(x-u)^2] du$ вычисляется на основе метода

локальной линейной аппроксимации фазовой функции $f = \frac{ik}{2z}(x-u)^2$ на сетке

$$u_{nj}; j=1, k; u_{n1}=u_{n-1}, u_{nk}=u_n.$$

Реализация этого метода выглядит следующим образом:

$$I(x; u_{n-1}, u_n) = \sum_{j=1}^k (u_{nj} - u_{n,j-1}) \operatorname{sinc} \left[\frac{\pi(u_{nj} - x) \cdot (u_{nj} - u_{n,j-1})}{\lambda z} \right] \times$$

$$\times \exp \left[\frac{i\pi(u_{n,j-1} - x) \cdot (u_{n,j-1} - u_{n,j-1})}{\lambda z} \right]$$

где $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$.

Рассматривая фокусатор как дополнение к линзе с фокусом, формулы для расчета поля при $z=f_0$ можно несколько упростить. Пусть $\varphi(u) = \varphi'(u) - \frac{ku^2}{2f_0}$, тогда

$$w(x; f_0) = \sqrt{\frac{1}{i\lambda f_0}} \exp\left[\frac{ikx^2}{2f_0}\right] \cdot \sum_{n=1}^N (A(\tilde{u}_n) \exp[i\varphi'(\tilde{u}_n)] \times (u_n - u_{n-1}) \cdot \text{sinc}\left[\frac{x\pi}{\lambda f_0}(u_n - u_{n-1})\right] \times \exp\left[\frac{ix\pi}{\lambda f_0}(u_n - u_{n-1})\right]) \quad (5)$$

Алгоритмы расчета $I(\vec{x}; f_0)$ базируются на формулах (2), (4) и (5). Кусочно-постоянная аппроксимация фазовой функции фокусатора и использование квантованных значений фазы в расчетных формулах (4) и (5) позволяют оценить влияние эффектов квантования и дискретизации на качество фокусировки.

3. Характеристики качества фокусировки в прямоугольник

Для характеристики качества фокального изображения используются следующие величины: значение дифракционной эффективности D и среднеквадратичного отклонения δ . Величина $D = \frac{\iint I(\vec{x}, f_0) d^2\vec{x}}{\iint I_0(\vec{u}) d^2\vec{u}}$ характеризует долю энергии пучка, попавшую в

область фокусировки, где $P = [-d, d] \times [-d_1, d_1]$ - область фокусировки, $G = [-b, b] \times [-b, b]$ - область расположения фокусатора.

Величина $\delta = \frac{\sqrt{\frac{1}{\|P\|} \iint [I(\vec{x}; f_0) - \bar{I}]^2 d^2\vec{x}}}{\bar{I}}$ характеризует близость распределения интенсивности $I(\vec{x}, f_0)$ к постоянной величине, где $\|P\| = 4d \cdot d_1$ - площадь области P , $\bar{I} = \frac{1}{\|P\|} \iint I(\vec{x}; f_0) d^2\vec{x}$ - среднее значение

интенсивности в области фокусировки.

$$\delta = \frac{\sqrt{\frac{1}{\|P\|} \iint [I(\vec{x}; f_0) - \bar{I}]^2 d^2\vec{x}}}{\bar{I}}$$

характеризует близость распределения интенсивности $I(\vec{x}, f_0)$ к постоянной величине, где $\|P\| = 4d \cdot d_1$ - площадь области P , $\bar{I} = \frac{1}{\|P\|} \iint I(\vec{x}; f_0) d^2\vec{x}$ - среднее значение интенсивности в области фокусировки.

4. Результаты вычислительного эксперимента

Анализ данных вычислительного эксперимента (табл. 1, рис. 1-3) позволил сделать ряд выводов. Дифракция ограничивает размеры области фокусировки, а именно в вычислительном эксперименте с геометрической фазовой функцией была показана возможность фокусировки в прямоугольник, если размеры его сторон удовлетворяют следующим соотношениям:

$$2d > 7\eta, \quad 2d_1 > 7\eta,$$

где η - размер дифракционного пятна;

$$\eta = \frac{\lambda f_0}{6\sigma}, \quad \sigma - \text{параметр пучка.}$$

Таблица 1

$2d$, мкм	D , %	δ , %
50	71.5	36.8
100	84.0	27.8
200	91.3	19.1
500	95.1	11.0
2000	98.9	1.6

При фокусировке в прямоугольник, длины сторон которого меньше, чем 7η , наблюдаются резкое падение дифракционной эффективности и ухудшение качества профиля интенсивности. При изменении размеров прямоугольника фокусировки до величины менее 2η фокусатор начинает работать как собирающая линза с фокусом f_0 .

В табл. 1 приведена зависимость дифракционной эффективности и среднеквадратичного отклонения от длины стороны квадрата фокусирующей. Расчет производился по формулам (4)–(5) при следующих параметрах $\lambda=0,6328$ мкм, $f_0=100$ мм, $\sigma=0,659$ мм. Данные табл. 1 наглядно показывают улучшение качества фокусирующей при увеличении стороны квадрата относительно величины $7\eta \approx 100$ мкм.

На рис. 2 представлено распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в квадрат при следующих параметрах $\lambda=0,6328$ мкм, $f_0=100$ мм, $\sigma=0,659$ мм, $2d=200$ мкм.

Рисунок 3а, б, в, г иллюстрируют распределение нормированной интенсивности в сечении фокальной плоскости по оси x для значений длин сторон квадратов фокусирующей равняющихся соответственно 50 мкм, 100, 200 и 500 мкм.

Существенное влияние на качество фокусирующей оказывает дискретизация фазовой функции фокусатора. Кусочнопостоянная аппроксимация фазовой функции, используемая в формулах (4) и (5), является допустимой, если шаг дискретизации может отразить осцилляции функции $\exp[i\varphi(u)]$. Второй вывод вычислительного эксперимента (см. табл. 2): при фокусирующей в прямоугольник шаг дискретизации фазовой функции фокусатора должен удовлетворять следующим соотношениям:

$$\Delta u \leq \frac{1}{2} \Delta u, \quad \Delta v \leq \frac{1}{2} \Delta v \quad (6)$$

где $\Delta u, \Delta v$ – минимальные размеры зон микрорельефа для цилиндрических фокусаторов гауссова пучка в отрезки с длинами $2d$ и $2d_1$ соответственно.

Полученные авторами формулы фазовой функции позволяют оценить размеры зон $\Delta u, \Delta v$. Для фокусатора, рассматриваемого как дополнение к линзе, $\Delta u = \frac{\lambda f_0}{d}$, $\Delta v = \frac{\lambda f_0}{d_1}$, а для фокусатора плоского гауссовского пучка при $\frac{3\sigma}{f_0} \ll 1$ $\Delta u = \Delta v = \frac{\lambda f_0}{3\sigma}$.

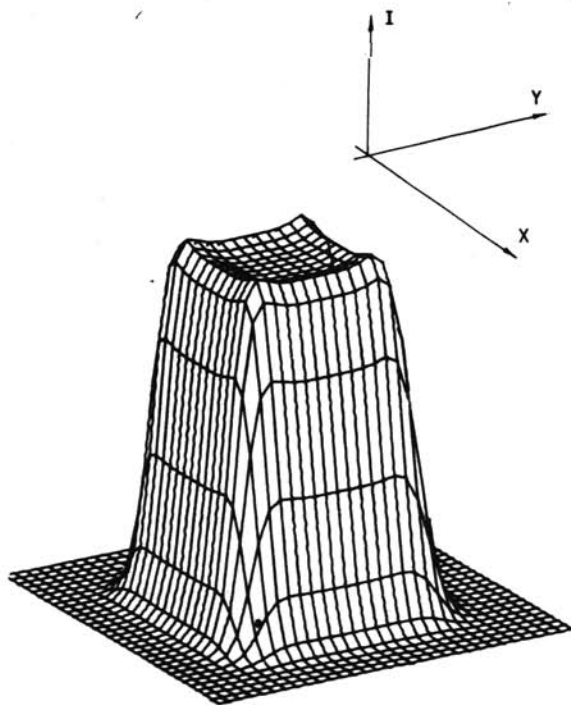


Рис. 2. Распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в квадрат; $2d=200$ мкм

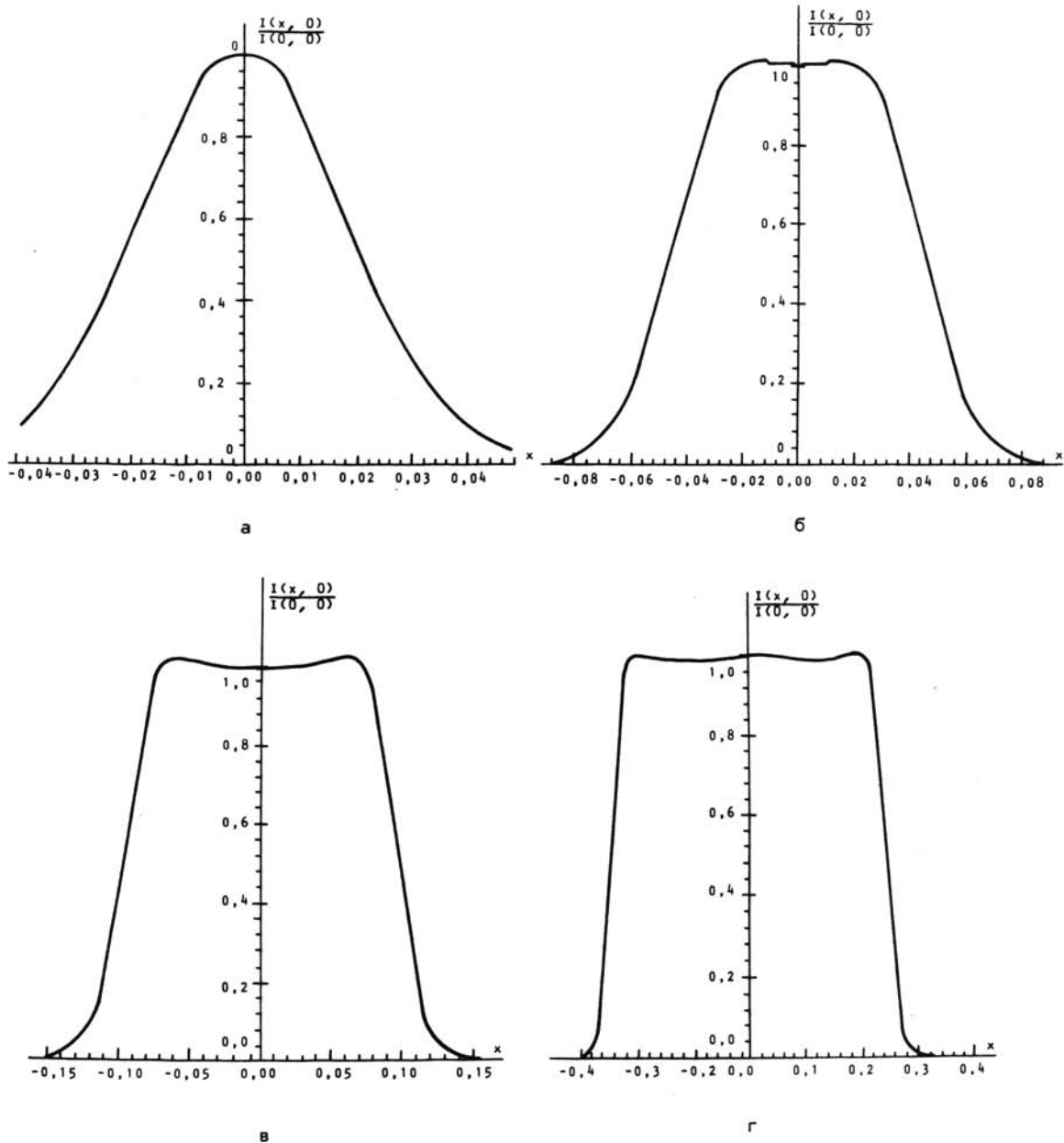


Рис. 3. Фокусировка в квадрат: а - распределение нормированной интенсивности в сечении фокальной плоскости по оси X ($2d=50$ мкм); б - распределение нормированной интенсивности в сечении фокальной плоскости по оси X ($2d=100$ мкм); в - распределение нормированной интенсивности в сечении фокальной плоскости по оси X ($2d=200$ мкм); г - распределение нормированной интенсивности в сечении фокальной плоскости по оси X ($2d=500$ мкм)

В табл. 2 приведены значения дифракционной эффективности и среднеквадратичного отклонения при фокусировке в квадрат в зависимости от величины $N = \frac{\Delta u}{\Delta v}$, характеризующей величину шага дискретизации $\Delta u = \Delta v$ фазовой функции относительно значения $\Delta u = \Delta v$. Расчет производился для $\lambda = 0.6328$ мкм, $f_0 = 100$ мм, $\sigma = 0.659$ мм, $d = d_1 = 1$ мм. Фокусатор рассматривался как дополнение к линзе.

При $\Delta u < 0.1 \Delta u_0$, $\Delta v < 0.1 \Delta v_0$ дискретизация не влияет на качество фокусировки.

Рассмотрим влияние эффектов квантования фазовой функции фокусатора. Вычислительный эксперимент также показал, что качество фокального изображения существенно ухудшается при числе уровней квантования фазы $M < 16$; увеличение числа градаций фазы свыше 64 практически не улучшает фокального изображения (см. табл. 3). В табл. 3 приведены значения дифракционной эффективности и средне-квадратичного отклонения при фокусировке в квадрат в зависимости от числа уровней квантования фазы. Расчет производился для $\lambda = 0.6328$ мкм, $d = d_1 = 1$ мм, $f_0 = 100$ мм, $\sigma = 0,659$ мм.

Таблица 2

N	D, %	δ, %
1	Фокусировка отсутствует	
2	65,0	31,0
3	79,2	15,5
4	87,6	8,8
5	91,8	5,7
6	94,2	4,0
10	97,8	1,7
15	98,9	1,6

Таблица 3

M	D, %	δ, %
	98,9	1,6
64	97,8	3,0
32	97,2	5,9
16	95,8	10,0
8	90,5	20,4
6	86,0	30,6
4	75,2	53,8
2	Фокусировка отсутствует	

Выводы

Проведение вычислительного эксперимента с фокусатором гауссова пучка в прямоугольник позволило выявить ограничения на физические параметры фокусировки, требования к дискретизации квантованию фазовой функции фокусатора, при которых возможна фокусировка. Численное исследование показывает, что с энергетической эффективностью $D=85\%$ и неравномерностью $\delta=25\%$ невозможно сфокусировать излучение в прямоугольник с длинами сторон меньше $7 \frac{\lambda f_0}{6\sigma}$. Для обеспечения работоспособности фокусатора на размере минимальной зоны микрорельефа следует брать по крайней мере два шага дискретизации, а число уровней квантования фазы должно быть не менее 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. С и с а к я н И.Н., С о й ф е р В.А. Компьютерная оптика, достижения и проблемы // Компьютерная оптика: Сборник / МЦНТИ, М., 1987, № 1, С. 5-19.
2. Г о л у б М.А., К а з а н с к и й Н.Л., С и с а к я н И.Н., С о й ф е р В.А. Вычислительный эксперимент с элементами плоской оптики // Автометрия, 1988, № 1, С. 70-82.
3. Г о л у б М.А., Х а р и т о н о в С.И. Дифракционный анализ поля вблизи фокальной линии // Оптическая запись и обработка информации. Куйбышев: КуАИ, 1986, С. 19-25.
4. В о р о н ц о в Е.А., М а т в е е в А.Н., С и в о к о н ь В.П. К расчету фокусаторов лазерного излучения в дифракционном приближении // Компьютерная оптика: Сборник / МЦНТИ, М., 1987, № 1, С. 74-78.

5. S t a m n e s J.J., S p j e k a v i k B., P e d e r s e n H.M.
Evalyation of diffraction integrals using local phase and amplitude
approximations // Optica Acta, 1983, Vol. 30, N 2, P. 207-222.
