

*М. А. Голуб, Л. Л. Досколович, Н. Л. Казанский,
В. А. Сойфер, С. И. Харитонов*

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФОКУСАТОРОВ В ПРЯМОУГОЛЬНИК
МЕТОДОМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА**

1. ВВЕДЕНИЕ

В задачах технологии лазерного поверхностного упрочнения и легирования материалов актуальной является фокусировка лазерного излучения в фокальную область прямоугольной формы. Задача фокусировки в узкий прямоугольник (отрезок прямой) рассматривалась в [1, 2]. В работе [3] приведен численный метод расчета фокусаторов в произвольную плоскую область и, в частности, в область прямоугольной формы. В данной работе предлагаются новые решения задачи фокусировки пучка круглого сечения в прямоугольник с постоянной интенсивностью и проводится их анализ в рамках вычислительного эксперимента. Полученные оценки энергетической эффективности и равномерности фокальной интенсивности позволяют подобрать рациональную фазовую функцию фокусатора при различных соотношениях размера прямоугольника с дифракционным разрешением.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть лазерный пучок круглого сечения радиуса R , с комплексной амплитудой $w_0(\vec{u}) = \sqrt{I_0(\vec{u})} e^{i\varphi_0(\vec{u})}$, где $I_0(\vec{u})$ - интенсивность освещающего пучка, $\varphi_0(\vec{u})$ - фаза пучка, падает на круглый фокусатор с апертурой $G = \{(u, v) | u^2 + v^2 \leq R^2\}$, расположенный в плоскости $\vec{u} = (u, v)$ при $z = 0$ (рис. 1), который преобразует падающее излучение в поле $w(\vec{u}, 0) = w_0(\vec{u}) \exp[i\varphi(\vec{u})]$, где $\varphi(\vec{u})$ - фазовая функция фокусатора. Задача состоит в отыскании фазовой функции фокусатора $\varphi(\vec{u})$, обеспечивающей в фокальной плоскости $z = f$ формирование светового поля с интенсивностью

$$I(\vec{x}) = \begin{cases} I, & \vec{x} \in D \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

соответствующей равномерно засвеченному прямоугольнику

$D = [-d; d] \times [-d_1; d_1]$, где $\vec{x} = (x, y)$ - декартовы координаты в фокальной плоскости.

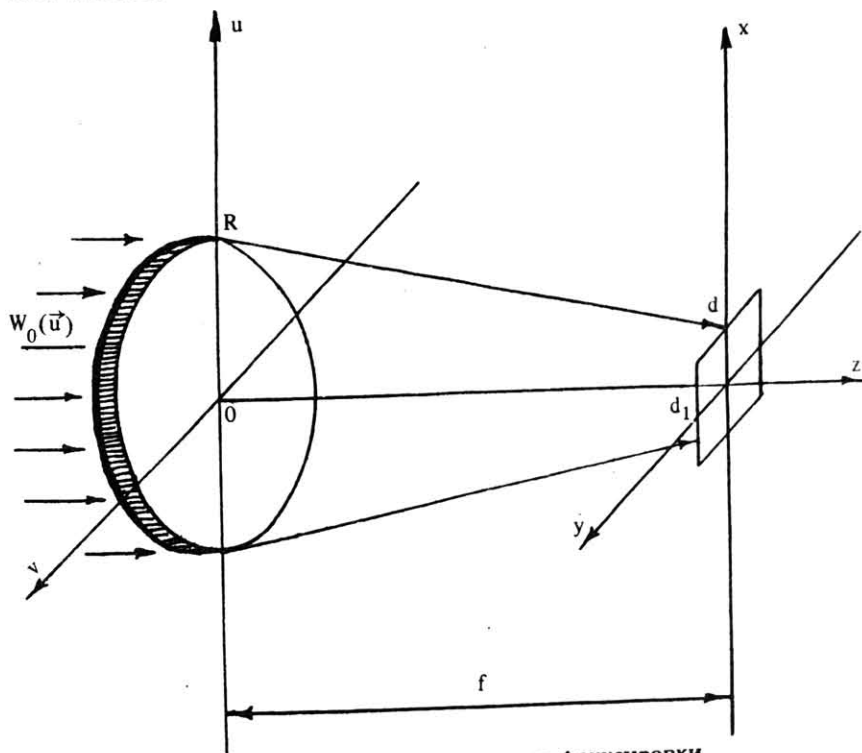


Рис. 1. Геометрия задачи фокусировки

3. РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ФОКУСИРОВКИ В ПРЯМОУГОЛЬНИК С ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ

В работе [3] рассмотрен «метод согласованных прямоугольников» для численного расчета фокусаторов в плоские области. Согласно методу [3], при расчете фокусатора пучка круглого сечения в прямоугольник с постоянной интенсивностью апертура фокусатора G приближается набором апертурных прямоугольников

$$G_i = [u_{i-1}, u_i] \times \left[-\sqrt{R^2 - u^2}, \sqrt{R^2 - u^2} \right], \quad i = 1, N,$$

$$u_0 = -R,$$

$$u_N = R,$$

прямоугольник фокусировки D представляется набором фокальных прямоугольников

$$D_i = [x_{i-1}, x_i] \times [-d_i, d_i], \quad i = 1, N, \quad x_0 = -d, \quad x_N = d,$$

причем разбиение x_i , $i = 1, N$ определяется из условия сохранения светового потока при распространении света из апертурного прямоугольника G_i в соответствующий фокальный прямоугольник D_i .

$$x_i = x_{i+1} + \frac{1}{I d_i} \int_{u_{i-1}}^{u_i} \int_{-\sqrt{R^2 - u^2}}^{\sqrt{R^2 - u^2}} I_0(u, v) du dv, \quad i = 1, N. \quad (1)$$

Фазовая функция фокусатора $\varphi(\vec{u})$ имеет вид:

$$\varphi(\vec{u}) = \sum_{i=1}^N \left[\varphi_i(u, v) \operatorname{rect} \left[\frac{2u - (u_{i-1} + u_i)}{2(u_i - u_{i-1})} \right] \operatorname{rect} \left[\frac{v}{2\sqrt{R^2 - u^2}} \right] + \varphi'_i \right] - \varphi_0(\vec{u}), \quad (2)$$

где $\varphi_i(u, v)$ - фазовая функция сегмента G_i , обеспечивающая фокусировку в соответствующий фокальный прямоугольник D_i ;

$$\operatorname{rect}(x) = \begin{cases} 1, & |x| < \frac{1}{2} \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

φ'_i - фазовая добавка, выбираемая из условия непрерывности $\varphi(\vec{u})$ вдоль оси u .

Фазовая функция $\varphi(\vec{u})$ терпит разрывы вдоль прямых $u = u_i$, $i = 1, N$.

В предельном случае $\Delta u_i \rightarrow 0$, $N \rightarrow \infty$,

из (2) несложно получается непрерывная фазовая функция следующего вида:

$$\varphi(\vec{u}) = \frac{k}{f} \left(-\frac{u^2 + v^2}{2} + \int_{-R}^u X(\xi) d\xi + \frac{1}{I_1} \int_{-\sqrt{R^2 - u^2}}^v \left[\int_{-\sqrt{R^2 - u^2}}^{\xi} I(u, \eta) d\eta \right] d\xi \right) - \varphi_0(\vec{u}), \quad (3)$$

- $\varphi_0(\vec{u})$, где $k = 2\pi/\lambda$, λ - длина волны.

$$X(\xi) = \frac{1}{2d_1 I_1} \int_{-R}^{\xi} \int_{-\sqrt{R^2 - u^2}}^{\sqrt{R^2 - u^2}} I_0(u, v) du dv.$$

Фокусатор (3) будем называть «фокусатором с непрерывной фазовой функцией». В случае гауссового освещающего пучка с комплексной амплитудой

$w_0(\vec{u}) = e^{-\frac{u^2 + v^2}{2\sigma^2}}$ из формулы (3) следует фазовая функция фокусатора в

прямоугольник, полученная в работе [4].

Анализируя геометрооптическое распределение интенсивности в фокальной области

$$I(x, y) = \frac{I_0(u, v)}{\frac{f}{k} |\varphi_{uu}'' \varphi_{vv}'' - (\varphi_{uv}'')^2|},$$

можно видеть, что фазовая функция (3) не обеспечивает строго равномерного распределения интенсивности в фокальном прямоугольнике. Поэтому важно проанализировать полученную фазовую функцию в рамках вычислительного эксперимента и сравнить полученный результат с другими способами формирования фокусатора пучка круглого сечения в прямоугольник.

Например, рассмотрим «фокусатор в прямоугольник с сегментами линз». Освещающий пучок будем считать факторизующимся,

$$w_0(u, v) = w_{01}(u) w_{02}(v), \quad I_0(u, v) = I_{01}(u) I_{02}(v).$$

Апертуру фокусатора G предполагаем состоящей из сегментов P_i , $i=1, 5$ (рис. 2). Фазовую функцию $\varphi_P(\vec{u})$ сегмента P_1 определим согласно приведенному в работе [3] решению¹ задачи фокусировки факторизуемого пучка квадратного сечения со стороной a в фокальный прямоугольник D с постоянным распределением интенсивности. Такой выбор $\varphi_P(\vec{u})$ в геометрооптическом приближении обеспечивает фокусировку в фокальную область, близкую к прямоугольнику со сглаженными углами. Поэтому фазовые функции сегментов P_2, P_3, P_4, P_5 выбираются из условия фокусировки в точки, лежащие вблизи

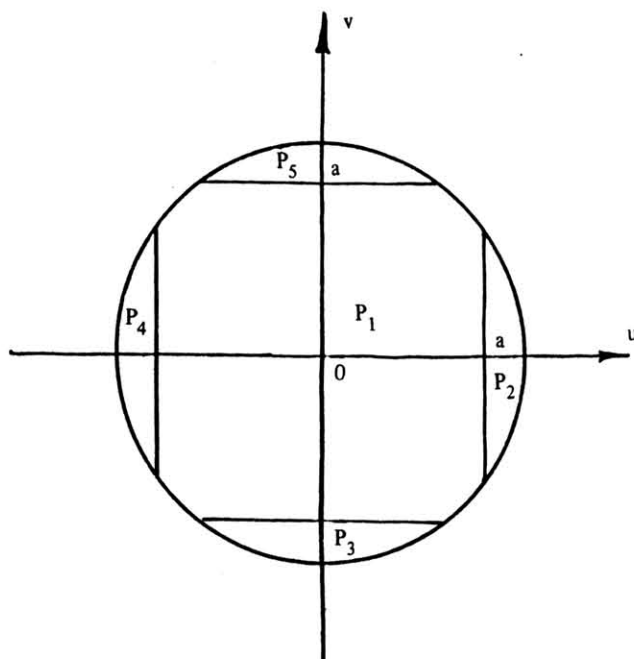


Рис. 2. Фокусатор в прямоугольник с сегментами линз

углов фокального прямоугольника D. Фазовая функция фокусатора в прямоугольник с сегментами линз имеет вид:

$$\varphi(\vec{u}) = \begin{cases} \frac{k}{f} \left[-\frac{u^2+v^2}{2} + \frac{1}{\sqrt{I_1}} \int_{-a}^u \int_{-a}^{\xi} I_{01}(\eta) d\eta d\xi + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{I_1}} \int_{-a}^v \int_{-a}^{\xi} I_{02}(\eta) d\eta d\xi \right] - \varphi_0(\vec{u}), \vec{u} \in P_1 \\ \frac{k}{f} \left[-\frac{u^2+v^2}{2} + \psi_P(\vec{u}) \right] - \varphi_0(\vec{u}), \text{ иначе,} \end{cases} \quad (4)$$

где a - характерный размер сегмента P_1 .

$$\psi_P(\vec{u}) = \begin{cases} (d-\varepsilon_x)u + (d-\varepsilon_y)v, & u \in P_2 \\ (d-\varepsilon_x)u - (d_1+\varepsilon_y)v, & \vec{u} \in P_3 \\ -(d+\varepsilon_x)u - (d+\varepsilon_y)v, & \vec{u} \in P_4 \\ -(d_1+\varepsilon_x)u + (d_1-\varepsilon_y)v, & \vec{u} \in P_5 \end{cases}$$

где $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ - смещения точек фокусировки относительно вершин фокального прямоугольника.

Конкретные значения $a, \varepsilon_x, \varepsilon_y$ могут быть определены в вычислительном эксперименте из условия лучшего качества фокального распределения интенсивности.

Другой способ формирования фокусатора - «фокусатор в прямоугольник из пересечения эллипсов». Апертуру фокусатора G предполагаем состоящей из четырех секторов круга $K_i, i = 1, 4$ (рис. 3). Фазовую функцию каждого сектора определяем из условия фокусировки в смещенную четверть эллипса, что

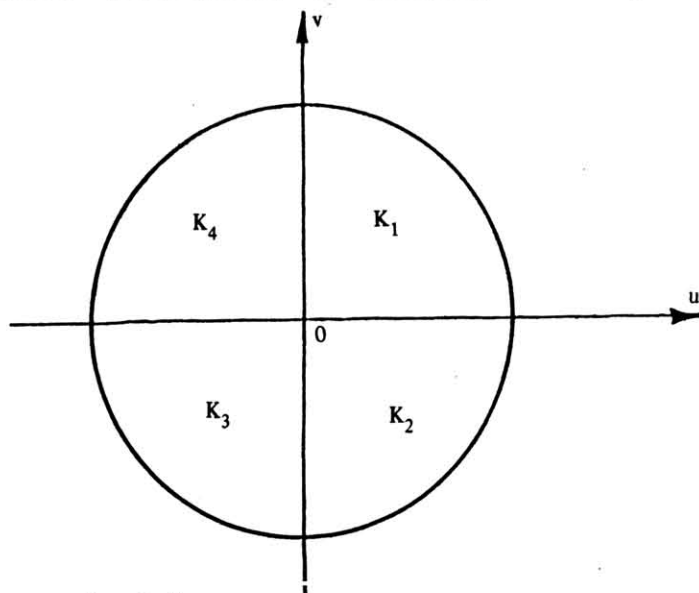


Рис. 3. Фокусатор в прямоугольник из пересечения эллипсов

обеспечивает в геометрооптическом приближении фокусировку в «прямоугольник из пересечения эллипсов» (рис. 4). Предполагается, что когда размер прямоугольника фокусировки составляет несколько дифракционных пятен, то из-за дифракционного размытия центральная часть прямоугольника фокусировки окажется заполненной и неравномерность распределения интенсивности будет не слишком велика. Фазовая функция «фокусатора в прямоугольник из пересечения эллипсов» имеет вид:

$$\varphi(\vec{u}) = \begin{cases} \hat{\varphi}(u, v) + \frac{k}{f} [-d_1 v - du], & \vec{u} \in K_1 \\ \hat{\varphi}(u, v) + \frac{k}{f} [du - d_1 v], & \vec{u} \in K_2 \\ \hat{\varphi}(u, v) + \frac{k}{f} [du + d_1 v], & \vec{u} \in K_3 \\ \hat{\varphi}(u, v) + \frac{k}{f} [-du + d_1 v], & \vec{u} \in K_4, \end{cases} \quad (5)$$

где $\hat{\varphi}(u, v) = \frac{k}{f} \left[-\frac{u^2 + v^2}{2} + \frac{d+1}{2R} u^2 + \frac{d+1}{2R} v^2 \right] - \varphi_0(\vec{u})$ - фазовая функция фо-

кусатора в эллипс с полуосями $d+1_y$ и $d+1_x$, параметры l_x и l_y определяют степень перекрытия частей эллипсов в фокальной области.

Конкретные значения l_x, l_y , обеспечивающие лучшее качество фокусировки, также определяются из результатов вычислительного эксперимента.

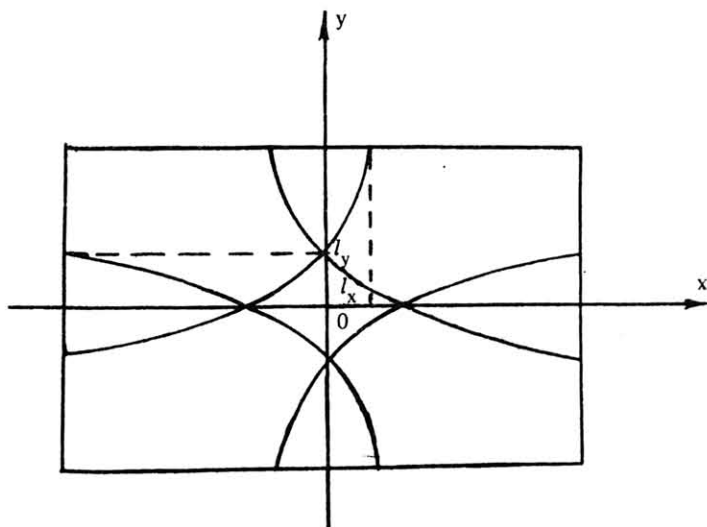


Рис. 4. Прямоугольник из пересечения эллипсов

4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для расчета поля в фокальной области использовалось параксиальное приближение интеграла Кирхгофа

$$w(\vec{x}) = \frac{ke^{ikf}}{2\pi if} \iint_G w_0(\vec{u}) \exp \left[i \varphi(\vec{u}) \right] \exp \left[\frac{ik}{2f} (\vec{x} - \vec{u}) \right] d^2 \vec{u}, \quad (6)$$

где $w(\vec{x})$ – комплексная амплитуда в плоскости фокусировки;
 $\varphi(\vec{u})$ – фазовая функция фокусатора.

Использование даже паракиального приближения интеграла Кирхгофа не позволяет произвести аналитические расчеты поля от рассмотренных фокусаторов. Поэтому для расчета интеграла (6) использовался численный метод работы [5], реализованный в рамках пакета прикладных программ [6].

Для характеристики качества фокального прямоугольника используются следующие величины: значения энергетической эффективности E и среднеквадратичного отклонения интенсивности δ .

$$\text{Величина } E = \frac{\iint_D I(\vec{x}) d^2\vec{x}}{\iint_G I_0(\vec{u}) d^2\vec{u}} \quad \text{характеризует долю энергии пучка, по-}$$

павшую в область фокусировки. Величина

$$\delta = \frac{1}{\bar{I}} \left[\frac{1}{|D|} \iint_D (I(\vec{x}) - \bar{I})^2 d^2\vec{x} \right]^{\frac{1}{2}}$$

характеризует близость распределения интенсивности $I(\vec{x})$ к постоянной величине, где $|D|$ – площадь прямоугольника фокусировки, $\bar{I} = \frac{1}{|D|} \iint_D I(\vec{x}) d^2\vec{x}$ – среднее значение интенсивности в области фокусировки. Моделирование проводилось для фокусаторов плоского пучка в прямоугольник с размерами $d = 8$ мм, $d_1 = 4$ мм при следующих параметрах: $R = 20,5$ мм, $f = 800$ мм, $\lambda = 10,6$ мкм и в квадрат $d = d_1 = 1$ мм при $R = 9$ мм, $f = 450$ мм, $\lambda = 10,6$ мкм.

При фокусировке в прямоугольник 8×4 мм вычислительный эксперимент проводился для «фокусатора с непрерывной фазовой функцией» и для «фокусатора в прямоугольник с сегментами линз». Для «фокусатора с непрерывной фазовой функцией» энергетическая эффективность фокусировки составила 85,6%, а среднеквадратичное отклонение интенсивности – 34,2%.

На рис.5 представлено трехмерное распределение интенсивности в фокальной области, а на рис.6 – изофоты трехмерного распределения интенсивности. В табл.1 для «фокусатора в прямоугольник с сегментами линз» приведены значения дифракционной эффективности E и среднеквадратичного отклонения δ в зависимости от параметров фазовой функции $a, \epsilon_x, \epsilon_y$. Для приведенных параметров наилучшее качество фокусировки $E = 82,2\%$, $\delta = 37,6\%$ достигается при $a = 17$ мм, $\epsilon_x = 0,2$ мм, $\epsilon_y = 0,4$ мм. На рис.7 представлено трехмерное распределение интенсивности от «фокусатора в прямоугольник с сегментами линз», на рис.8 – изофоты трехмерного распределения. Результаты вычислительного эксперимента подтверждают

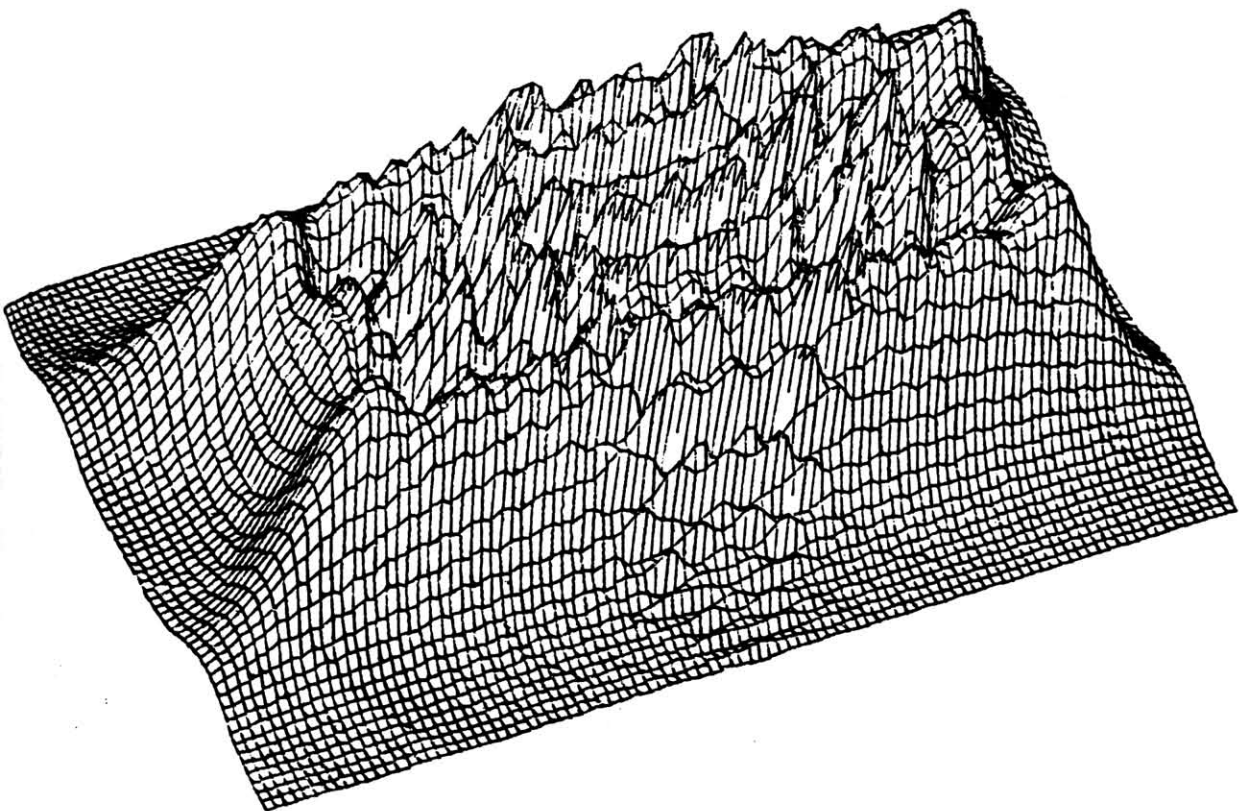


Рис. 5. Распределение интенсивности в фокальной плоскости "фокусатора с непрерывной фазовой функцией" при фокусировке в прямоугольник 8 x 4 мм

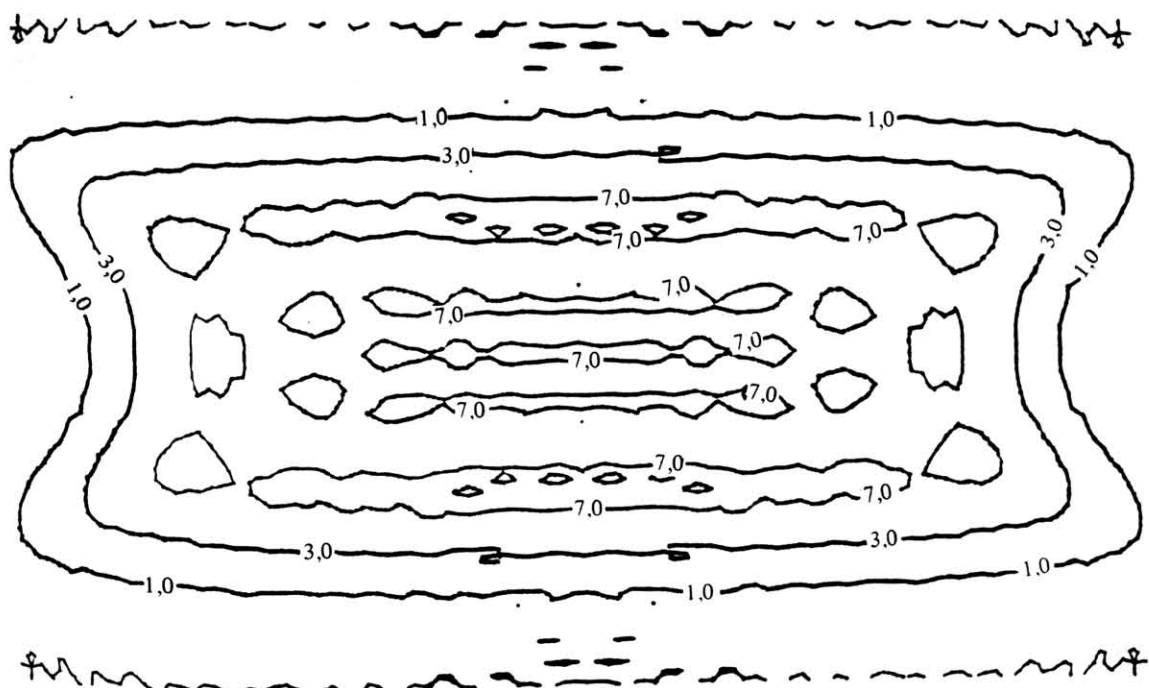


Рис. 6. Изофоты распределения интенсивности в фокальной плоскости "фокусатора с непрерывной фазовой функцией" при фокусировке в прямоугольник 8 x 4 мм

Таблица 1

$E, \%$	$\delta, \%$	$a, \text{мм}$	$\varepsilon_x, \text{мм}$	$\varepsilon_y, \text{мм}$
75	42,6	16	0,3	0,3
62	35	14	0	0
77,7	53,3	16	0,4	0,4
81,5	39,2	17	0,4	0,4
81	39	17	1,7	0,4
83	44	17	0,33	0,8
82,2	37,6	17	0,2	0,4
81	40,3	17	0,3	0,3

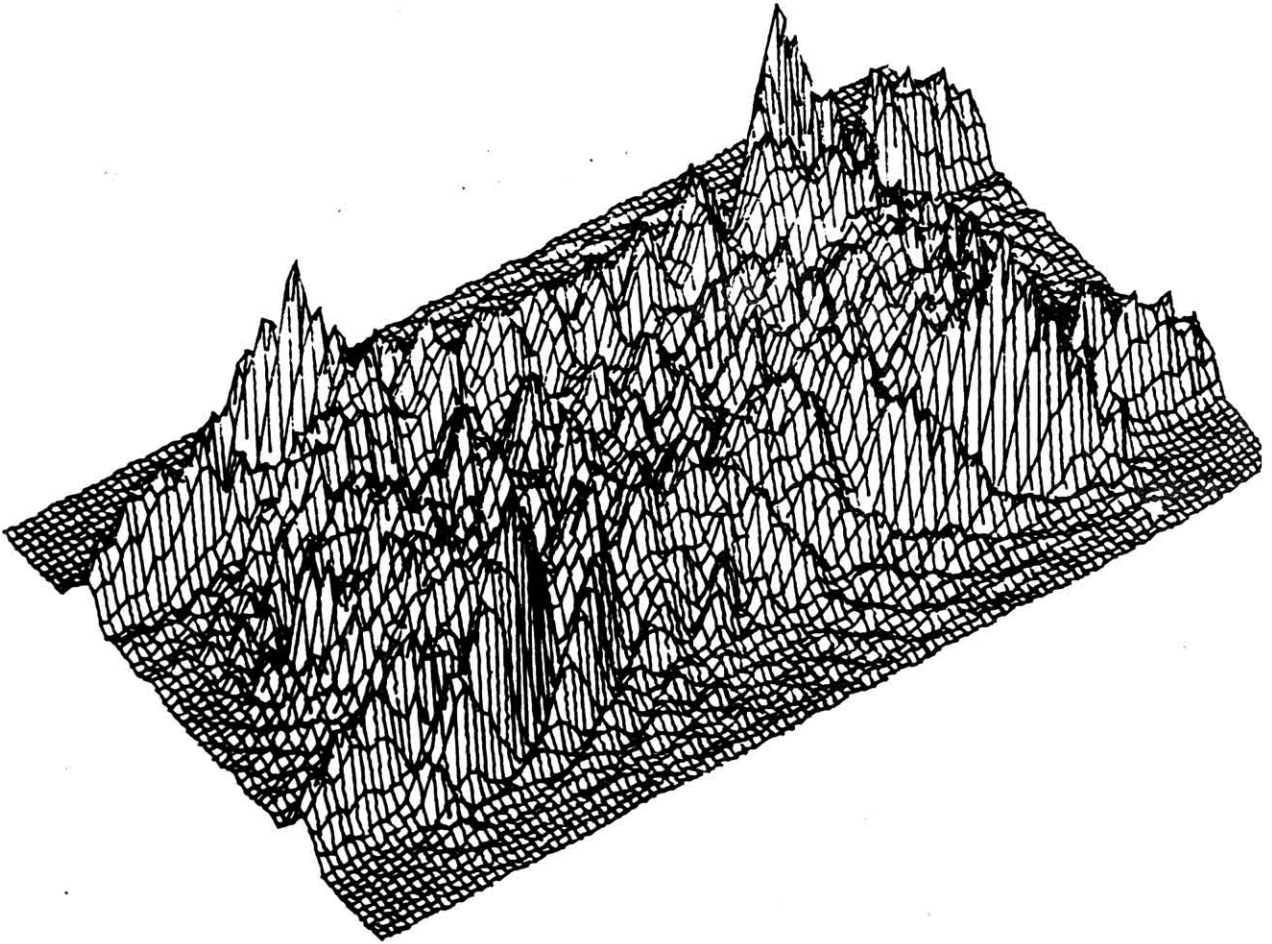


Рис. 7. Распределение интенсивности в фокальной плоскости "фокусатора в прямоугольник с сегментами линз" при фокусировке в прямоугольник 8 x 4 мм

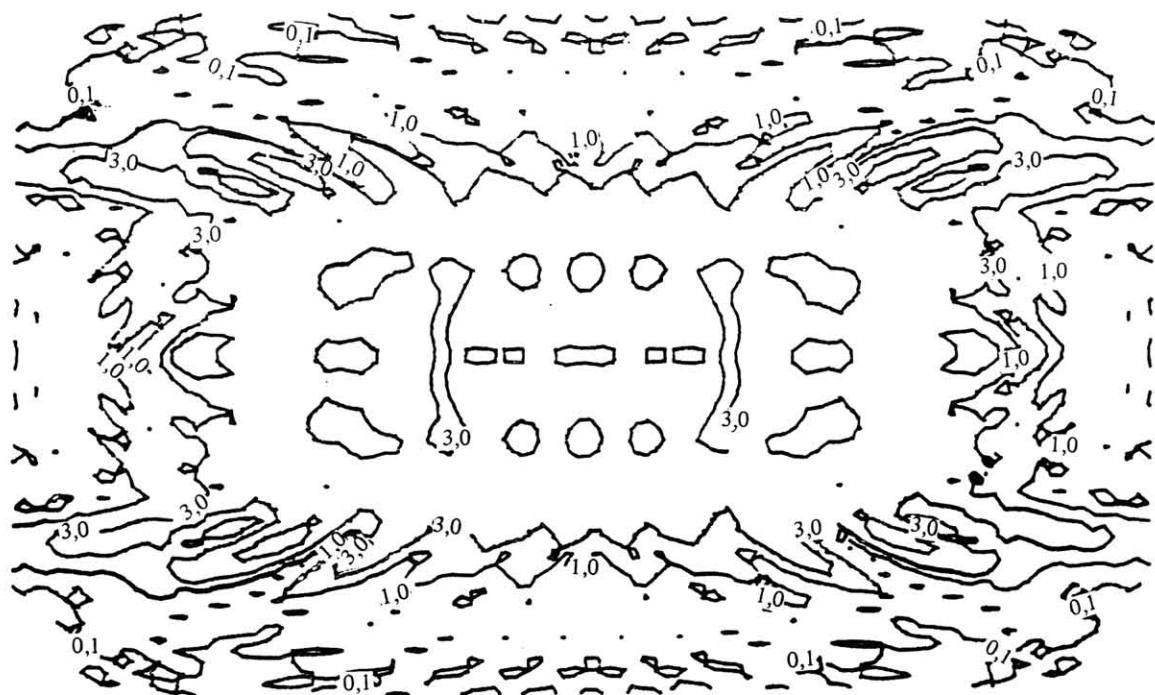


Рис. 8. Изофоты распределения интенсивности в фокальной плоскости "фокусатора в прямоугольник с сегментами линз" при фокусировке в прямоугольник 8 x 4 мм

работоспособность обоих фокусаторов, но по энергетической эффективности и равномерности предпочтительным является «фокусатор с непрерывной фазовой функцией». При фокусировке в квадрат 1 x 1 мм вычислительный эксперимент проводился для «фокусатора с непрерывной фазовой функцией» и для «фокусатора в прямоугольник из пересечения эллипсов». При указанных параметрах размер стороны квадрата фокусировки составляет всего 4η , где $\eta = \lambda f / 2R$ - размер дифракционного пятна. Для «фокусатора с непрерывной фазовой функцией» энергетическая эффективность фокусировки составила 77,2%, а среднеквадратичное отклонение интенсивности - 67,1%. На рис. 9 представлено трехмерное распределение интенсивности в фокальной области, а на рис. 10 - изофоты трехмерного распределения. В табл. 2 для «фокусатора в прямоугольник из пересечения эллипсов» приведены значения дифракционной эффективности E и среднеквадратичного отклонения δ в зависимо-

Таблица 2

$E, \%$	$\delta, \%$	$l_x, \text{мм}$
72,6	64	0,5
73,4	72	0,55
75,5	90	0,6
76,7	120	0,7

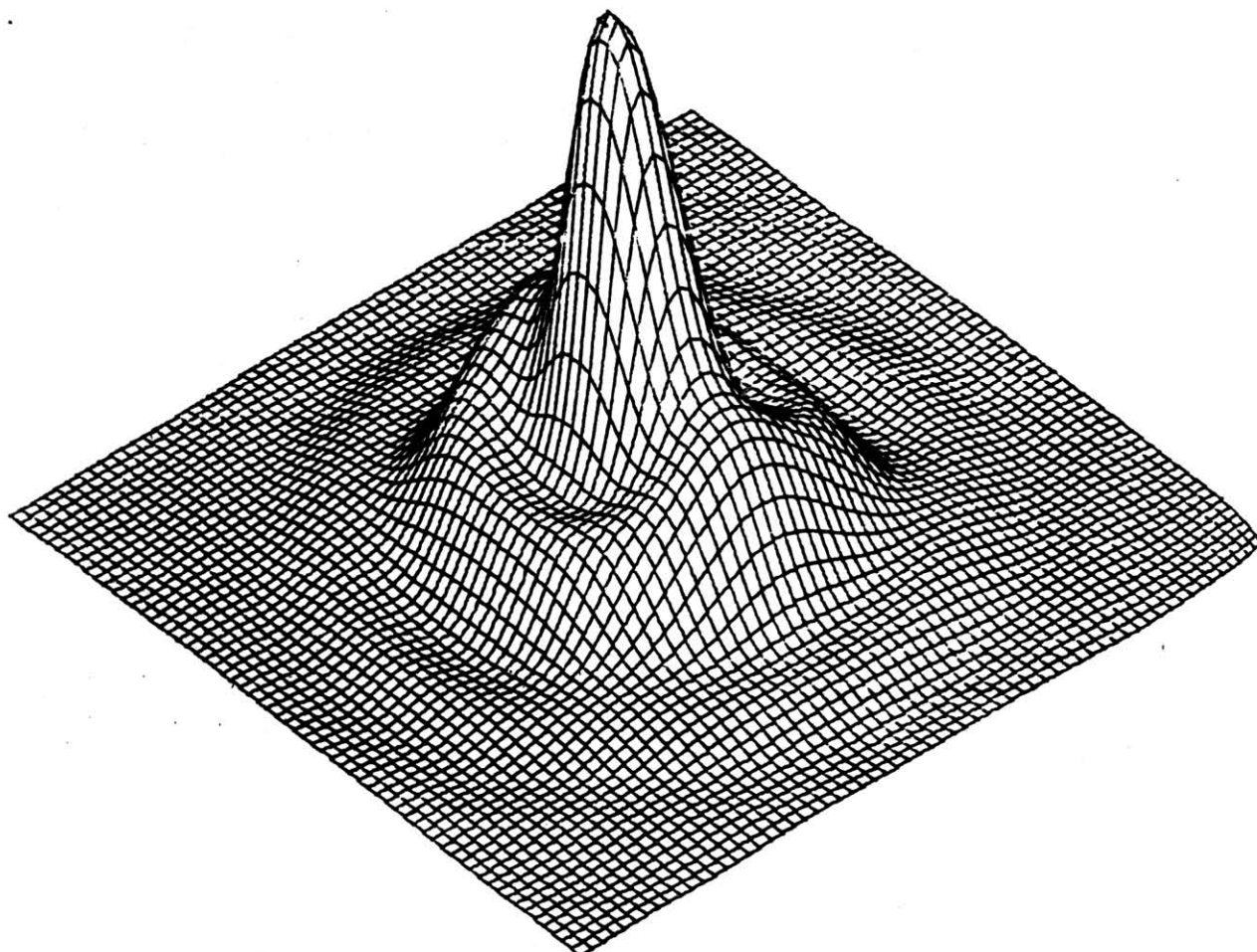


Рис. 9. Распределение интенсивности в фокальной плоскости "фокусатора с непрерывной фазовой функцией" при фокусировке в прямоугольник 1 x 1 мм

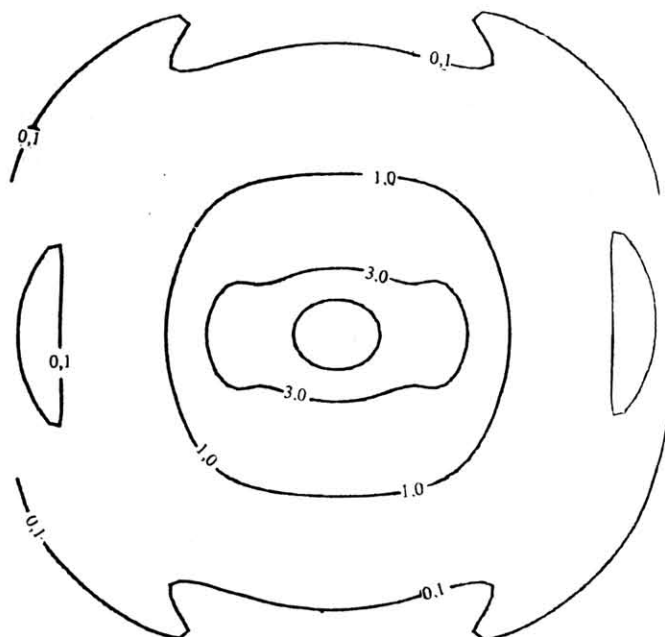


Рис. 10. Изофоты распределения интенсивности в фокальной плоскости "фокусатора с непрерывной фазовой функцией" при фокусировке в прямоугольник 1 x 1 мм

ти от параметра фазовой функции $l_x = l_y$, характеризующего степень перекрытия частей эллипсов.

Лучшее качество фокусировки $E = 72,6\%$, $\delta = 64\%$ достигается при $l_x = l_y = 0,5$ мм. На рис. 11 приведено трехмерное распределение интенсивности «фокусатора в прямоугольник из пересечения эллипсов», на рис. 12 - изофоты трехмерного распределения.

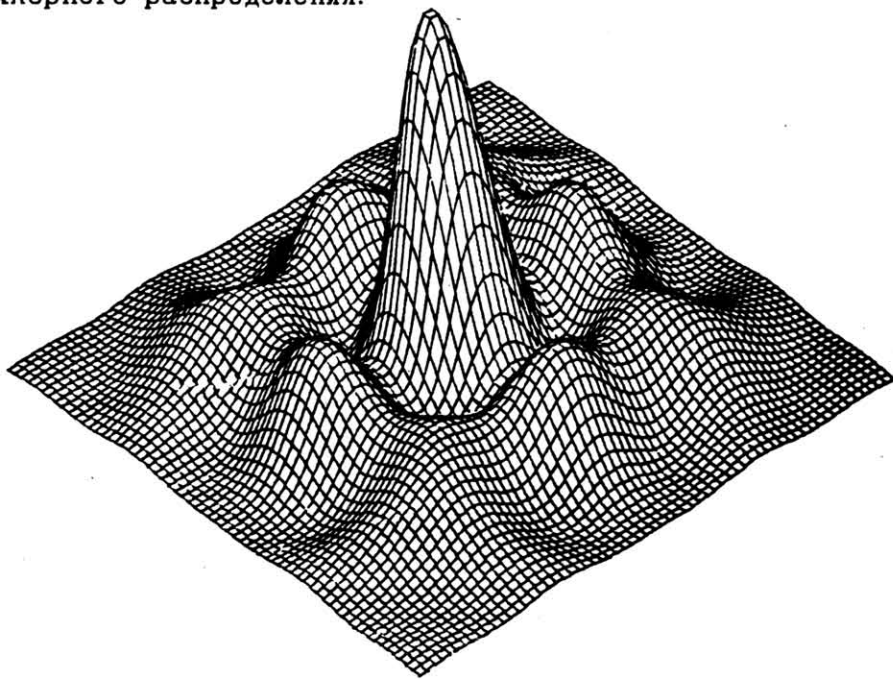


Рис. 11. Распределение интенсивности в фокальной области "фокусатора в прямоугольник из пересечения эллипсов" при фокусировке в прямоугольник 1 x 1 мм

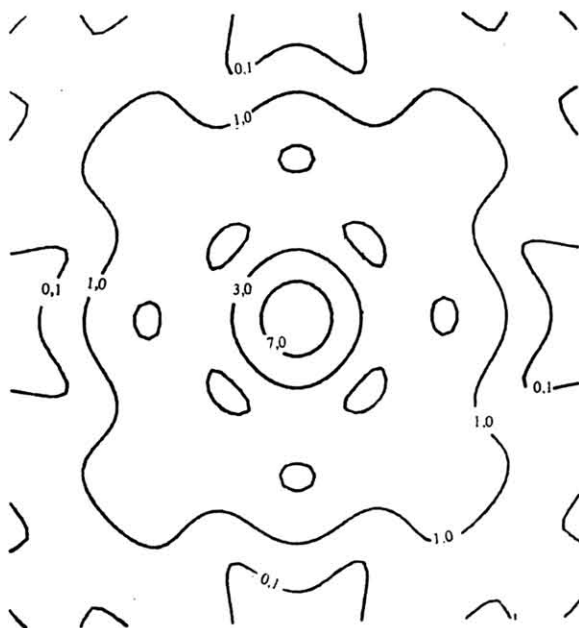


Рис. 12. Изофоты распределения интенсивности в фокальной области "фокусатора в прямоугольник из пересечения эллипсов" в прямоугольник 1 x 1 мм

Результаты вычислительного эксперимента позволяют сделать вывод, что «фокусатор с непрерывной фазовой функцией» и «фокусатор в прямоугольник из пересечения эллипсов» не позволяют с приемлемым качеством сфокусировать излучение в квадрат, размер стороны которого составляет несколько дифракционных пятен. Таким образом, для расчета фокусаторов в прямоугольник порядка дифракционного размера η требуется разработка специальных методов, учитывающих дифракционные эффекты. В то же время рассмотренные геометрические фокусаторы обеспечивают хорошую фокусировку когерентного излучения в прямоугольник с размерами, в 10 - 100 раз превышающими размер дифракционного пятна.

Литература

1. Голуб М. А., Казанский Н. Л., Сисакян У. Н., Сойфер В. А. Вычислительный эксперимент с элементами плоской оптики. // Автометрия, 1988, N 1, с. 70 - 82.
2. Голуб М. А., Казанский Н. Л., Сисакян У. Н., Сойфер В. А., Харитонов С. У. Дифракционный расчет интенсивности поля вблизи фокальной линии. // Оптика и спектроскопия, 1989, т. 67, вып. 6, с. 1387 - 1389.
3. Голуб М. А., Досколович Л. Л., Казанский Н. Л., Сисакян У. Н., Сойфер В. А., Харитонов С. У. Метод согласованных прямоугольников для расчета фокусаторов в плоскую область. // Компьютерная оптика, наст. выпуск.
4. А. С. 1314291, бюлл. изобр. и откр. N 20 от 30.05.87.
5. Казанский Н. Л. Исследование дифракционных характеристик фокусатора в кольцо методом вычислительного эксперимента. // Компьютерная оптика, наст. выпуск.
6. Голуб М. А., Карнеев С. В., Михайлов С. В., Сергеев В. В., Сойфер В. А., Тахтаров Я. Е., Храмов А. Г. // Государственный фонд алгоритмов и программ. Рег. N П004582 от 01.09.80.