М. А. Голуб, Л. Л. Досколович, Н. Л. Казанский,
И. Н. Сисакян, В. А Сойфер, С. И. Харитонов

ДИФРАКЦИОННЫЙ РАСЧЕТ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТОВОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ ФОКАЛЬНОЙ ЛИНИИ

В работе [1] были приведены геометрооптические алгоритмы расчета фазовой функции фокусаторов в гладкие кривые, а в [2, 3] проведен анализ их фокального поля с учетом дифракционных эффектов.

Составные фокальные области, сформированные из сегментов фокальных кривых, могут быть получены составными фокусаторами с кусочно непрерывной фазовой функцией. Метод расчета фокального светового поля от составного фокусатора, предложенный в данной работе, учитывает специфику дифракционного формирования каждого сегмента фокальной кривой и интерференционные эффекты в местах стыковки сегментов. При этом обобщен частично геометрооптический подход к вычислению дифракционных интегралов.

Рассмотрим задачу фокусировки пучка когерентного света с длиной волны λ и комплексной амплитудой $w_0(u,v)$ в составную фокальную область, представляющую объединение сегментов гладких кривых L_j

$$L = \bigcup_{j=1}^{n} L_j, \tag{1}$$

каждая из которых имеет длину l_j и описывается параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = x_j(\xi_j) \\ y = y_j(\xi_j) \end{cases} \qquad 0< \xi_j<l_j , \tag{2}$$

ξ_j - натуральный параметр на гладкой кривой L_j,

(x,y) - декартовые координаты в плоскости фокусировки,

(u,v) - декартовые координаты в плоскости фокусатора.

Световое отверстие G может быть реализовано в виде объединения $G=\bigcup G_j$ непересекающихся областей G_j, каждая из которых в геометрооптическом приближении обеспечивает фокусировку в гладкую кривую L_j соответственно. Поле $w(x,y)$ в фокальной плоскости составного фокусатора G формируется путем интерференции парциальных фокальных полей $w_j(x,y)$, создаваемых за счет дифракции падающего пучка $w_0(u,v)$ в областях G_j фокусатора

$$w(x,y) = \sum w_j(x,y). \tag{3}$$

Распределение интенсивности $I_j(x,y) = |w_j(x,y)|^2$, определяющее ширину каждого сегмента кривой L_j, исследовано в [2, 3]. Для исследования интерференционных эффектов, описываемых формулой (3), примем во внимание фазу парциального поля w_j, вычисляемого, например, с помощью интеграла Кирхгофа [4]

$$w_j(x,y) = \frac{k}{2\pi i f_0}\cdot \exp(ikf_0) \int_{G_j} w_0(u,v) \times$$
$$\times \exp\left[\frac{ik}{2f_0}\left((x-u)^2 + (y-v)^2\right)+ik\,\psi_j(u,v) + \psi_{0j}\right] d^2u, \tag{4}$$

где $w_0(u,v)$ - комплексная амплитуда падающего пучка;

$\frac{k}{f_0}\cdot\psi_j(u,v)$ - геометрооптическая фазовая функция фокусатора из области G_j в сегмент кривой L_j;

ψ_{0j} - начальная фаза в области G_j;

f_0 - фокусное расстояние; $k = 2\pi/\lambda$.

Расчет фокального светового поля прямым вычислением интеграла Кирхгофа обладает значительной трудоемкостью как не учитывающий специфики задачи. Для упрощения общего интеграла (4) используем частично геометрооптический характер процесса фокусировки вдоль кривой L_j. А именно, будем считать, что парциальное поле $w_j(x,y)$ во внутренней точке $(x,y)\in L_j$ формируется лишь той частью светового фокусируемого пучка, которая излучается из окрестности соответствующего слоя. Здесь аналогично [1,3] слоям, соответствующим точке $(x,y)\in L_j$, называется множество точек $(u,v)\in G_j$, лучи от которых сходятся в точку (x,y). В параксиальном приближении слои фокусатора представляют собой прямые, перпендикулярные касательной L_j в рассматриваемой точке $(x,y)\in L_j$.

Удобно ввести, как и в [3], специальную систему координат $\beta = (\alpha,\beta)$, связанную со слоями в области G_j, так чтобы ось β совпадала с соответствующим слоем, а ось α была ему перпендикулярна:

$$\begin{aligned} u &= (c(\xi)f_0 + x_0(\xi)x_0'(\xi))x_0'(\xi) + (x_0'(\xi) \times \beta), \\ v &= (c(\xi)f_0 + x_0(\xi)x_0'(\xi))y_0'(\xi) + (x_0'(\xi) \cdot \beta), \end{aligned} \tag{5}$$

$(\cdot)$ - символ скалярного произведения;

$(\times)$ - символ векторного умножения.

Вычисляя интеграл по переменной α методом стационарной фазы, получаем приближенное представление интеграла (4) в виде

$$\begin{aligned} w_j(x,y) &= \sqrt{\frac{k}{2\pi f_0}} \cdot \exp\left(i(\chi_j + \psi_{0j})\right)\int d\beta \cdot \exp\left(\frac{-ik\eta_j\beta}{f_0}\right)w(\beta); \\ \chi_j &= -\frac{k}{2f_0}(x^2+y^2) - \frac{k}{f_0}\left\{\left(c(\xi_j)f_0 + \right.\right. \\ &\left.\left. + x_0x_{0\xi_j}'\right)\left(x_{0\xi}'(\xi_j)x + y_{0\xi}'(\xi_j)y\right)\right\} + \\ &+ \frac{k}{f_0}\int_{\alpha_0}^{0} x_0\left(\tilde{\xi}_j(u(t,0))\right)\frac{dx_0(\xi_j)}{d\xi_j}dt. \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} w(\beta) &= w_0\left(u(0,\beta),\ v(0,\beta)\right)\cdot\left(\psi_{\alpha\alpha}''(0,\beta)\right)^{-1/2} \times e^{i\frac{\pi}{4}} - w_{kp}(\beta). \\ w_{kp}(\beta) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot w_0\left(u(s,\beta)\right)\sqrt{\psi_j(s,\beta)-\psi_j(0,\ \beta)} \times \\ &\times \left(\psi_{j\alpha}'(0,\beta)\right)^{-1} \cdot K_1\left(\sqrt{\frac{k}{f_0}(\psi_j(s,\beta)-\psi_j(0,\beta))}\right)\Bigg|_{s=\Gamma_1(\beta)}^{s=\Gamma_2(\beta)} \end{aligned} \tag{7}$$

$\alpha = \Gamma_1(\beta)$, $\alpha = \Gamma_2(\beta)$ - уравнения границ фокусатора в переменных α и β.

$$\psi(\alpha,\beta) = - x'_{0\xi_j} x_0 \cdot \alpha + (x_0 \times x'_{0\xi_j}) \cdot \beta +$$

$$+ \int_{\alpha_0}^{\alpha} x_0\left(\tilde{\xi}_j(u(t,0))\right) \frac{dx_0}{d\xi_j} dt - \int_0^{\beta} \left(x_0(\tilde{\xi}_j(u(\alpha,s))) \times \frac{dx_0}{d\xi_j}\right) ds. \qquad (8)$$

$$K_1(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} - \left(C(\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, x) + iS(\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, x)\right)\right),$$

где $S(x)$, $C(x)$ - интегралы Френеля;

ξ_j, η_j - локальные координаты в окрестности сегмента кривой L_j, связанные с координатами x и y фокальной области соотношениями

$$\begin{cases} y = y_{0j}(\xi_j) - x'_0(\xi_j)\eta_j \\ x = x_{0j}(\xi_j) - y'_0(\xi_j)\eta_j , \end{cases} \qquad (9)$$

в которых $x'_0(\xi_j) = \dfrac{\partial x_0(\xi_j)}{\partial \xi_j}$,

а значения x_0, y_0 при $\xi_j \notin [0, l_j]$ продолжаются линейно за пределы кривой L_j в окрестности ее граничных точек. Член, содержащий функцию $K_1(x)$, описывает эффекты, обусловленные конечностью апертуры. По сравнению с результатами [2] формула (6) наряду с интенсивностью позволяет вычислить и фазу поля в фокальной области, необходимую для исследования интерференции сегментов L_j фокальных кривых.

$$w_j(\xi_j\eta_j) = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{f_0}} \cdot \exp\left(\frac{ik\eta_j^2}{2f_0} + i\frac{\pi}{4} + i\,\psi_{\Gamma_j}\right) \times$$

$$\times \int \exp\left(\frac{-ik\eta_1\beta}{f_0}\right) \left[w_0(\alpha,\beta)\sqrt{2\pi}\left(\tilde{\xi}'_{\alpha_0}\right)^{-1/2} + \right.$$

$$+ 2\, w_0(\alpha,\beta)\sqrt{\psi_j(\alpha) - \psi_j(\alpha_0)}\left(\tilde{\xi}_j(\alpha_0) - \xi\right)^{-1} \times \qquad (10)$$

$$\times K_1\left(\sqrt{\frac{k}{f_0}(\psi_j(\alpha) - \psi_j(\alpha_0))}\right) \left.\Big|^{G_2(\beta)}_{G_1(\beta)}\right] \times$$

$$\times \mathrm{rect}\left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha_0 - G_2(\beta)}{G_1(\beta) - G_2(\beta)}\right) d\beta.$$

α_0 определяется из уравнения $\xi = \tilde{\xi}_j(\alpha_0)$, где $\tilde{\xi}_j(\alpha)$ определяет соответствие между слоями области G_j фокусатора и соответствующими точками фокального отверстия.

$$\psi_{j\Gamma}(\alpha) = - \xi\alpha + \int_0^{\alpha} \tilde{\xi}_j(u)\, du$$ - геометрооптическая фаза на отрезке.

В качестве примера применения полученных формул приведены расчеты распределения интенсивности в фокальной области фокусатора плоского пучка прямоугольного сечения размера $b \times b$ в контур квадрата размера $2a \times 2a$ с параметрами $\lambda = 0,6$ мкм, $f_0 = 300$ мм, $2a = 20$ мм, $2b = 12,8$ мм. Из рис. 1 и 2 видно, что интерференция в точках стыковки - вершинах квадрата - приводит к усилению осцилляций и уширению фокальной линии вблизи вершины.

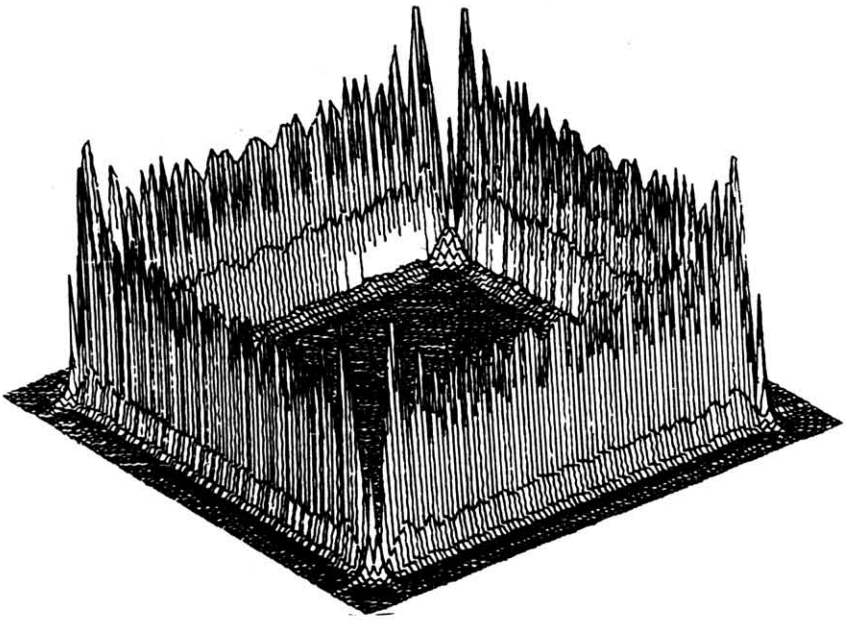

Рис. 1. Трехмерный график распределения интенсивности в фокальной области фокусатора в контур квадрата

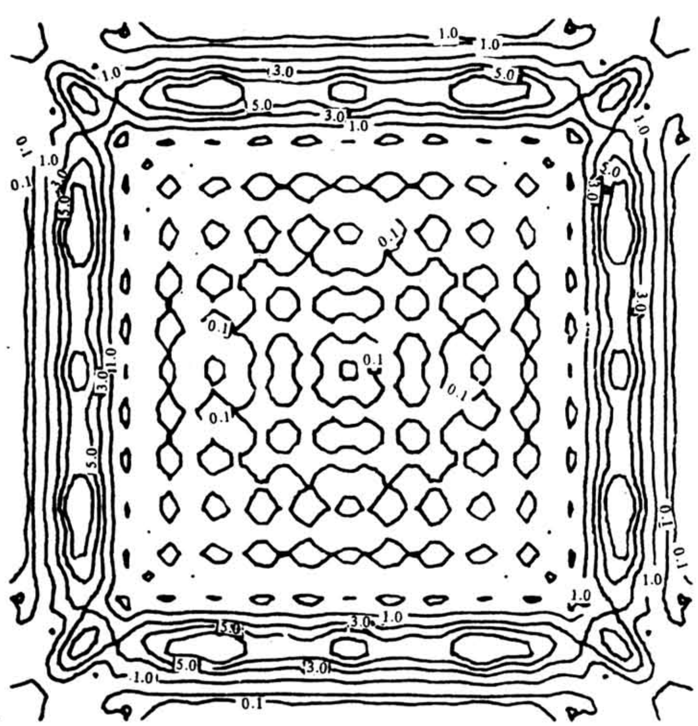

Рис. 2. Изофоты в фокальной области фокусатора в контур квадрата

Расчеты по формуле (6) позволяют найти ширину Δ фокальной линии по уровню θ.

$$I\left(x_0 - \frac{\Delta}{2},\ y\right) = I\,(x_0, y), \tag{11}$$

а также энергетическую эффективность фокусатора

$$\eta = \frac{\int_{\Delta D} I(x)\ d^2x}{E},$$

где $E = \int |w_0(u)|^2 d^2u$ - световой поток, падающий на фокусатор;

ΔD - расширение контура квадрата, т.е. множество точек (x, y), отстоящих от контура на расстоянии не более $\Delta/2$.

В таблице показана зависимость энергетической эффективности η от параметра

$$\chi = \frac{\lambda f_0}{b \cdot a},$$

где b - размер фокусатора.

Из анализа результатов, приведенных в таблице, видно, что энергетическая эффективность η падает при приближении размеров контура к дифракционному пределу.

Зависимость энергетической интенсивности от параметра *к*

к	0,2	0,1	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{200}$
η	74,7	83,2	83,5	84,5	86,8	87,9	88,7

Литература

1. *Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сагателян Д.М., Сисакян И.Н, Сойфер В.А.* Письма в ЖТФ, 1982, т. 8, N 13, с. 810 - 815.

2. *Голуб М.А., Казанский Н.Л., Сисакян И.Н., Сойфер В.А., Харитонов С.И.* Оптика и спектроскопия, 1989, т. 67, N 6, с. с. 1387-1389.

3. *Голуб М.А., Харитонов С.И.* Оптическая запись и обработка информации. Куйбышев: КуАИ, 1988, с. 19-20.

4. *Папулис А.* Теория систем и преобразований в оптике. М.: Мир, 1971.