

К. В. Овчинников, В. В. Сергеев

### АППАРАТНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ДВУМЕРНОГО ПАРАЛЛЕЛЬНО-РЕКУРСИВНОГО КИХ-ФИЛЬТРА

Двумерные параллельно-рекурсивные фильтры с конечной импульсной характеристикой (далее - ПРФ) могут эффективно применяться в различных задачах обработки изображений [1, 2]. Из рассмотренных в [2] ПРФ с различными базисами наименьшей оценкой сложности при равных показателях качества обладает ПРФ с прямоугольным базисом [3]. Несмотря на значительный выигрыш в сложности по сравнению с обычными КИХ-фильтрами, реализуемыми прямой сверткой, применение ПРФ в системах обработки изображений наиболее эффективным может быть при создании соответствующих аппаратных средств. Очевидна возможность реализации ПРФ различными многопроцессорными устройствами, однако возможности микропроцессоров по набору команд являются в данном случае избыточными, а по быстродействию - недостаточными. Высокая производительность ПРФ может быть обеспечена за счет использования специализированных вычислительных устройств с жесткой логикой, ориентированных только на выполнение данного алгоритма. Рассмотрим более подробно проблемы, связанные с разработкой устройства, реализующего алгоритм ПРФ.

Далее везде будет подразумеваться устройство, реализующее ПРФ с прямоугольным базисом [2]. Соответствие между входными и выходными отсчетами в таком ПРФ задается выражением

$$Y(n_1, n_2) = \sum_{k=0}^{K-1} a_k \sum_{(m_1, m_2) \in D_k} x(n_1 - m_1, n_2 - m_2), \quad (1)$$

где  $Y(n_1, n_2)$  - отсчет выходного изображения в точке с координатами  $(n_1, n_2)$ ;

$D_k$  - прямоугольная область суммирования для  $k$ -го параллельного звена фильтра;

$K$  - число параллельных звеньев.

Рекурсивная организация суммирования по областям  $D_k$  подразумевает, что устройство должно работать как часть конвейерной вычислительной системы обработки изображений (например, такой, какая описана в [4]). Отсчеты входного изображения подаются на вход устройства последовательно, и на каждый поступивший отсчет вычисляется одно значение выходного изображения.

Реализуемый таким образом ПФ может содержать  $K$  структурно идентичных устройств, вычисляющих суммы по областям  $D_k$  (параллельные звенья), и арифметический блок, выполняющий взвешенное суммирование выходных отсчетов параллельных звеньев. Арифметический блок, в свою очередь, состоит из  $K$  умножителей на весовые коэффициенты и сумматора на  $K$  входов. Структурная схема такого ПФ изображена на рис. 1.

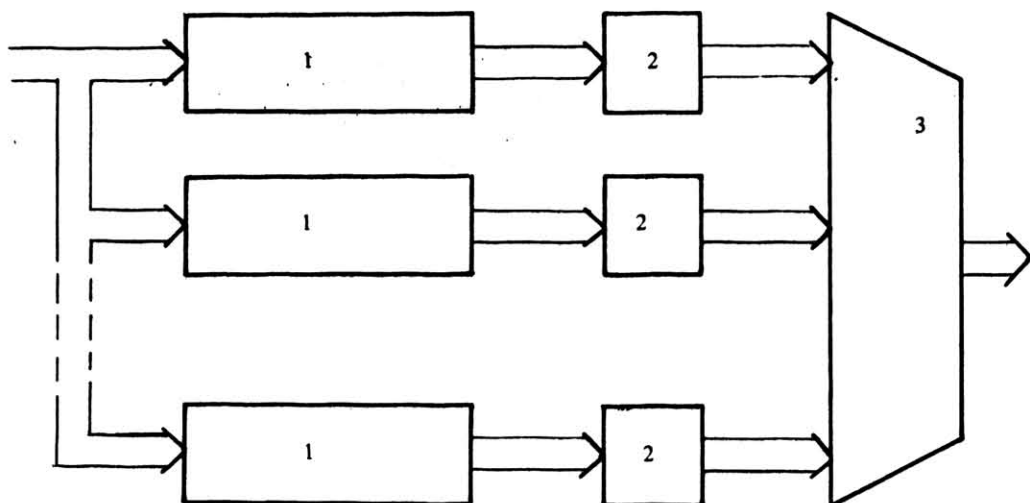


Рис. 1. Структурная схема параллельно-рекурсивного фильтра.  
Обозначения: 1 - рекурсивные звенья; 2 - умножители на коэффициенты; 3 - сумматор

Умножители на весовые коэффициенты и сумматор являются известными устройствами, описание их реализации можно найти, например, в [5, 6]. Поэтому подробно следует остановиться лишь на структуре устройств, реализующих параллельные звенья фильтра. Как показано в [2], суммирование по прямоугольным областям  $D_k$  выполняется рекурсивно, отдельно, в два этапа:

$$z_k(n_1, n_2) = z_k(n_1 - 1, n_2) + x(n_1 + i_k^{(1)}, n_2) - x(n_1 + i_k^{(3)}, n_2), \quad (2)$$

$$s_k(n_1, n_2) = s_k(n_1, n_2 - 1) + z_k(n_1, n_2 + i_k^{(2)}) - z_k(n_1, n_2 + i_k^{(4)}), \quad (3)$$

где  $z_k$  - промежуточная сумма отсчетов исходного изображения по координате  $n_1$ ;

$s_k(n_1, n_2)$  - выходной отсчет звена ПФ;

$i_k^{(1)}, i_k^{(2)}, i_k^{(3)}, i_k^{(4)}$  - координаты границ  $k$ - окна суммирования (рис. 2).

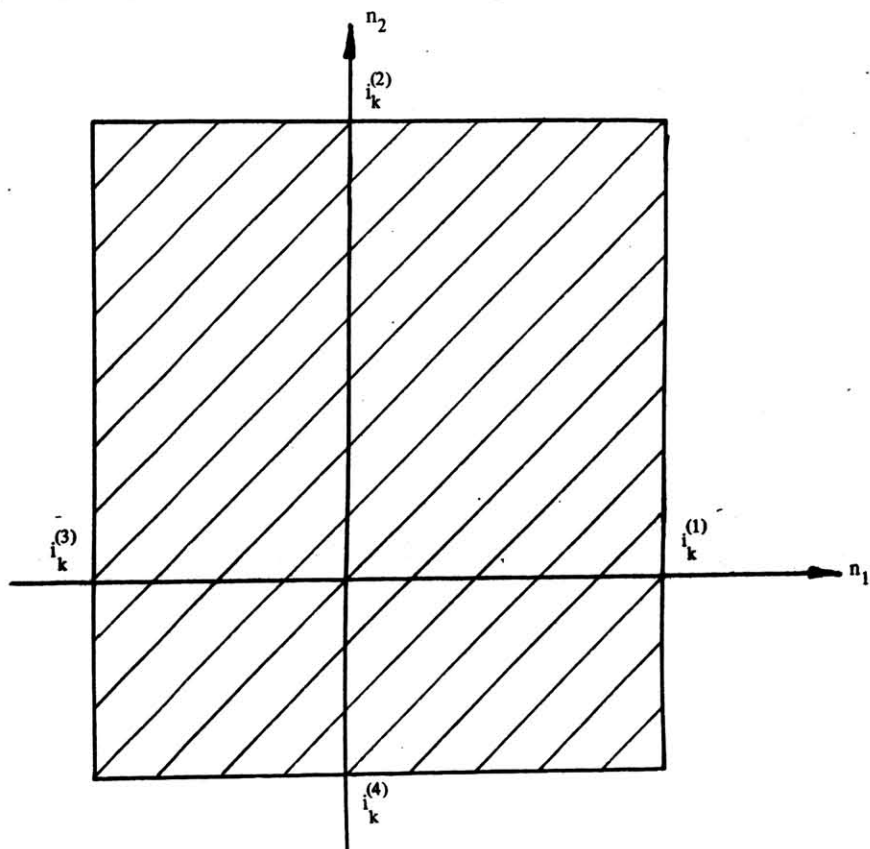


Рис. 2. Пример расположения  $k$ - окна суммирования

В конвейерной вычислительной системе на вход устройства подается одномерная последовательность отсчетов, полученная построчной разверткой исходного изображения. Пусть длина строки развертки равна  $L$  отсчетов, тогда выражения (2) и (3) принимают следующий вид:

$$z_k(n) = z_k(n - L) + x(n + i_k^{(1)} \cdot L) - x(n + i_k^{(3)} \cdot L), \quad (4)$$

$$s_k(n) = s_k(n - 1) + z_k(n + i_k^{(2)}) - z_k(n + i_k^{(4)}), \quad (5)$$

где  $z_k(n)$ ,  $s_k(n)$  - текущие значения сумм по области  $D_k$ . Выражениями (4) и (5) определяется структура вычислительного устройства, изображенная на рис. 3. Оно содержит четыре элемента задержки, два сумматора и регистр. Первым сумматором вычисляются отсчеты  $z_k$ , вторым - отсчеты  $s_k$ . Элемент задержки 4 обеспечивает подачу на вход сумматора 1 отсчетов входной последовательности с индексами, различающимися на величину  $L \cdot (i_k^{(1)} - i_k^{(3)})$ ,

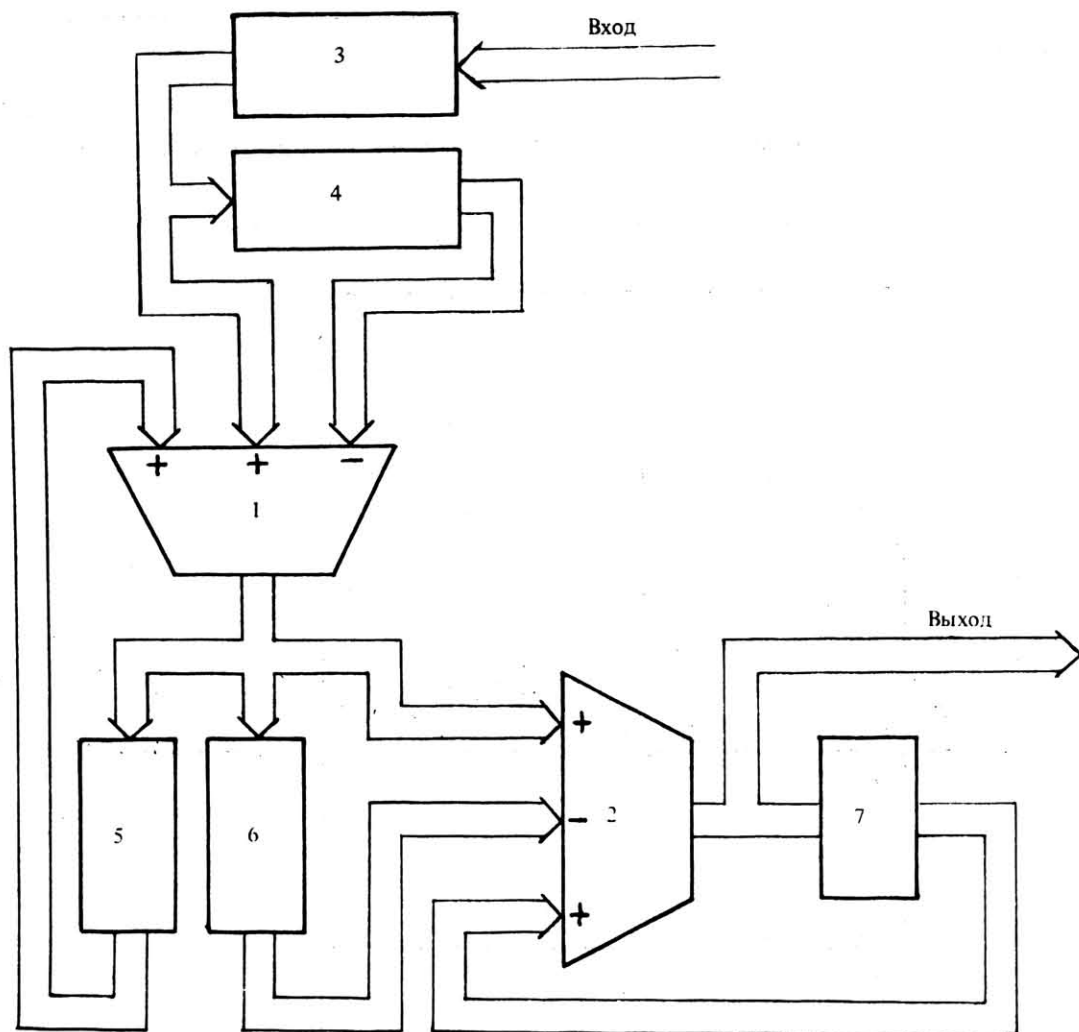


Рис. 3. Структурная схема звена ПРФ. Обозначения: 1, 2 - сумматоры; 3, 4, 5, 6 - элементы задержки; 7 - регистр

а элемент задержки 5 - отсчетов последовательности  $z_k$ , задержанных на строку. Аналогично элемент задержки 6 обеспечивает подачу на вход второго сумматора отсчетов  $z_k$  с индексами, различающимися на величину  $(i_k^{(2)} - i_k^{(4)})$ , а регистр выполняет задержку последовательности  $s_k$  на один такт. Для согласования работы звеньев во времени, т.е. для одновременного получения отсчетов  $s_k$  с одинаковыми номерами на выходах звеньев, введен элемент задержки 3, который обеспечивает запаздывание сигнала  $x(n)$  на величину

$$P = I \cdot L + J - i_k^{(1)} \cdot L - i_k^{(2)},$$

где  $I, J$  - соответственно максимальные значения величин  $i_k^{(1)}, i_k^{(2)}$  ( $k = 0, \dots, K - 1$ ).

При разработке ПРФ с изменяемыми параметрами следует предусмотреть возможность регулировки величины задержек в элементах 3, 4, 6, а также загрузку величин весовых коэффициентов  $Q_k$  в умножителе.

Элементы с изменяемой величиной задержки могут быть выполнены на основе оперативного запоминающего устройства (ОЗУ), например, с использованием интегральных микросхем статического ОЗУ. Структурная схема возможной реализации элемента задержки приведена на рис. 4.

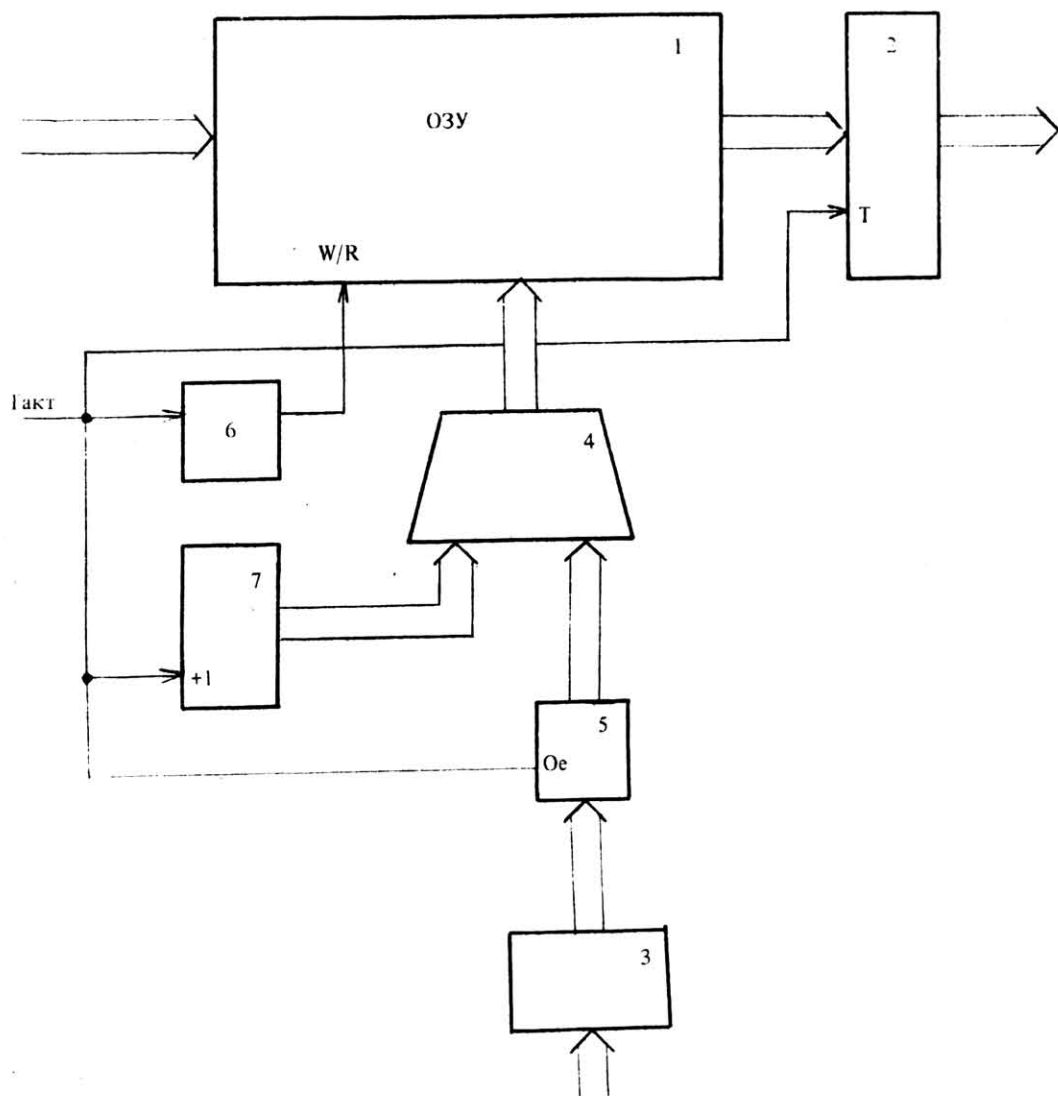


Рис. 4. Структурная схема элемента задержки. Обозначения: 1 - блок ОЗУ; 2, 3 - регистр; 4 - сумматор; 5 - ключ; 6 - одновибратор; 7 - счетчик

Важным достоинством звена ПФ с прямоугольным базисом является возможность выполнять все вычисления в формате с фиксированной точкой. При этом не требуется округлять результаты арифметических операций, и все вычисления могут быть выполнены без погрешностей. Однако при использовании формата с фиксированной точкой возникает опасность переполнения разрядной сетки сумматоров, что недопустимо из-за значительных искажений выходного сигнала. Оценим длину разрядной сетки первого и второго сумматоров, требуемую для исключения переполнения. Пусть отсчеты входного изображения

представлены  $b$ -разрядными двоичными числами, а размер окна суммирования не превышает  $M \times N$  отсчетов.

Максимальное значение входного сигнала в этом случае равно  $\delta \cdot (2^b - 1)$ , где  $\delta$  - шаг квантования. Максимальные значения сигналов  $z_k$  и  $s_k$  равны соответственно

$$\delta(2^b - 1) \cdot M \quad \text{и} \quad \delta(2^b - 1) \cdot M \cdot N.$$

Для их представления необходимо соответственно

$$b_1 = b + \langle \log_2 M \rangle \quad (6)$$

и

$$b_2 = b + \langle \log_2 M \cdot N \rangle \text{ двоичных разрядов,} \quad (7)$$

где знак  $\langle C \rangle$  означает в данном случае ближайшее целое, не меньшее  $C$ . Длина разрядного слова данных, хранимых в элементах задержки 3 и 4 (см. рис. 3), равна  $b$ , для элементов задержки 5 и 6 требуемая разрядность определяется согласно (6), а для регистра 7 - согласно (7).

Сложность аппаратной реализации звена ПРФ, при прочих равных условиях, определяется разрядностью обрабатываемых данных. Объемы ОЗУ, необходимых для реализации элементов задержки 3, 4 и 5, 6, соответственно пропорциональны величинам  $b$  и  $b_1$ . Сложность сумматоров также связана с разрядностью слагаемых. Несколько уменьшить сложность аппаратуры можно, выполняя усечение разрядной сетки в различных точках на пути прохождения данных в фильтре. Следует отметить, что в конвейерных системах обработки изображений обычно используется представление данных в одном формате на входе и выходе модулей, что также делает необходимым усечение разрядной сетки данных. В ПРФ усечение длины чисел может быть выполнено по крайней мере в четырех точках: на входе ПРФ, на выходе первого или второго сумматоров звеньев ПРФ и на выходе фильтра. Усечение разрядной сетки на выходе ПРФ не дает какой-либо экономии аппаратных средств и далее не рассматривается.

Очевидно, что любое усечение разрядной сетки данных приводит к появлению погрешности в выходном сигнале ПРФ, которую принято считать аддитивным белым шумом, вносимым в сигнал и имеющим дисперсию [7, 8]:

$$\sigma^2 = \frac{\delta^2}{12}, \quad (8)$$

где  $\delta$  - шаг квантования. Для случая, когда уже квантованный сигнал подвергается усечению разрядной сетки, дисперсия дополнительной ошибки оценивается выражением

$$\sigma_{\text{КВ}}^2 = \frac{\delta^2}{12} (2^{2q} - 1), \quad (9)$$

где  $q$  - количество усечаемых разрядов;

$\delta_1$  - шаг квантования сигнала до усечения разрядной сетки.

При квантовании данных на входе ПРФ оценка погрешности на его выходе может быть получена согласно выражению

$$\sigma_1^2 = \sigma_{\text{КВ}}^2 \cdot \sum_{(m_1, m_2) \in D} h^2(m_1, m_2), \quad (10)$$

где  $h(m_1, m_2)$  - отсчеты импульсной характеристики фильтра;

$\sigma_{\text{КВ}}^2$  - дисперсия ошибки, внесенной квантованием на входе ПРФ и оцениваемой по формуле (8).

При квантовании на входе или выходе вторых сумматоров звеньев ПРФ ошибки, вносимые в сигналы звеньев, можно считать независимыми, поэтому для оценки погрешности на выходе ПРФ воспользуемся выражениями

$$\sigma_2^2 = \frac{\delta_1^2}{12} \cdot 2^{2q_1} \cdot (2^{2q_2} - 1) \cdot \sum_{k=0}^{K-1} Q_k^2 \cdot N_k, \quad (11)$$

$$\sigma_3^2 = \frac{\delta_1^2}{12} \cdot 2^{2 \cdot (q_2 + q_1)} \cdot \left( 2^{2q_3} - 1 \right) \cdot \sum_{k=0}^{K-1} Q_k^2, \quad (12)$$

где  $\sigma_2^2$  и  $\sigma_3^2$  - дисперсии ошибок, вносимых усечением разрядной сетки соответственно на входе и выходе вторых сумматоров звеньев ПРФ;

$\delta_1$  - шаг квантования сигнала на входе ПРФ;

$q_1, q_2, q_3$  - величина усечения разрядной сетки соответственно на входе ПРФ, на входе и выходе второго сумматора звеньев;

$Q_k$  - весовые коэффициенты согласно выражению (1);

$N_k$  - размер  $k$  - окна суммирования по координате  $n_2$ .

Задаваясь допустимыми значениями  $\sigma^2$  погрешности (или отношением сигнал - шум при известных статистических характеристиках обрабатываемых изображений), из выражений (8-12) можно определить допустимое усечение разрядной сетки в различных точках ПРФ. Распределение усечений разрядной сетки в структуре ПРФ следует выполнять, исходя из требования наибольшей экономии аппаратных средств. При условии, что сумматоры, счетчики, регистры и схемы управления могут быть выполнены на основе технологии заказных и полузаказных СБИС, экономия аппаратных средств будет определяться, в основном, уменьшением числа БИС ОЗУ, необходимых для построения устройств задержки. Считая, что на каждый бит слова данных в элементах задержки приходится одна БИС ОЗУ, получим оценку сложности ПРФ:

$$V = 2 \cdot b \cdot K + 2 \cdot b_1 \cdot K, \quad (13)$$

где величины  $b$  и  $b_1$  - разрядность данных в элементах задержки 3, 4 и 5, 6 соответственно.

Рассмотрим в качестве примера ПРФ, предназначенный для восстановления изображений. Выберем из [3] модель наблюдения с импульсной характеристикой искажающей системы вида «Гаусс» и отношением дисперсий ошибки и изображения 0,01.

Реализации ПРФ с разным числом параллельных звеньев обеспечивают различные величины относительной ошибки восстановления. Выбрав в качестве точки отсчета погрешность восстановления с помощью КИХ-фильтра, реализуемого прямой сверткой, в окне размером  $9 \times 9$  отсчетов, определим необходимую разрядность данных в ПРФ, не уступающих по точности КИХ-фильтру. Оценки погрешности, приведенные в [3], получены для неквантованного представления отсчетов изображения. Применение в ПРФ арифметических устройств с конечной длиной разрядной сетки вызовет дополнительные ошибки в выходном сигнале. При расчете погрешностей воспользуемся формулами (9), (10). Дисперсию ошибки, вносимую квантованием, будем оценивать по формуле

$$\sigma_{\text{КВ}}^2 = \frac{U^2}{12 \cdot 2^{2B}}, \quad (14)$$

где  $U$  - размах квантуемого сигнала;

$B$  - число разрядов в слове данных.

Полагая, что входной сигнал имеет нормальный закон распределения, выразим размах сигнала через дисперсию изображения и получим из (14) выражение для относительной ошибки, вносимой квантованием:

$$\frac{\sigma_{\text{КВ}}^2}{\sigma_{\text{И}}^2} = \frac{3}{2^{2B}}. \quad (15)$$

В таблицу сведены рассчитанные с учетом выражений (9), (10) и (15) допустимые значения длины разрядной сетки на входе ПРФ. Величина относительной ошибки, вносимой квантованием, определялась как разность между оценками ошибки для КИХ-фильтра, реализуемого прямой сверткой в окне  $9 \times 9$  отсчетов, и оценками ошибки для ПРФ, взятыми из [3]. Оценки сложности вычислены по формуле (13) с учетом того, что максимальный размер окна суммирования не превышает  $15 \times 15$  отсчетов, и величина  $b_1$  должна быть, согласно выражению (6), больше, чем  $b$ , на 4.

Наименьшей сложностью обладает ПРФ с 5 рекурсивными звеньями, хотя теоретически достаточную точность обеспечивает ПРФ, имеющий 4 звена. Применение в ПРФ обычного для систем обработки изображений представления данных 8-разрядными словами позволяет считать погрешности, вызываемые квантованием, пренебрежимо малыми.

С целью проверки работоспособности ПРФ с разработанной структурой (см. схемы на рисунках 1, 3, 4) был изготовлен макетный образец фильтра. Рекур-



**Параметры параллельно-рекурсивного фильтра  
для восстановления изображений**

| К  | $\sigma_{\text{КВ}}^2 / \sigma_{\text{И}}^2$ | В        | V        |
|----|--|----------|----------|
| 4  | 0  | $\infty$ | $\infty$ |
| 5  | 0,0014                                       | 6        | 160      |
| 6  | 0,0018                                       | 5        | 168      |
| 7  | 0,0019                                       | 5        | 196      |
| 8  | 0,0020                                       | 5        | 224      |
| 9  | 0,0022                                       | 5        | 252      |
| 10 | 0,0022                                       | 5        | 280      |

сивное звено ПРФ при реализации на микросхемах средней степени интеграции занимает одну плату в стандарте КАМАК (около 70 микросхем). Испытания макета показали его работоспособность и высокую производительность.

**Литература**

1. Ярославский Л. П. Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии: введение в цифровую оптику. М.: Радио и связь, 1987. - 296 с.

2. Сергеев В. В. Параллельно-рекурсивные КИХ-фильтры для обработки изображений. - В наст. сборнике.

3. Мурызин С. А., Сергеев В. В., Фролова Л. Г. Исследование эффективности параллельно-рекурсивных КИХ-фильтров. - В наст. сборнике.

4. Арефьев Е. Ю., Овчинников К. В., Сергеев В. В., Соффер В. А. Магистрально-модульные средства обработки изображений. - В сб.: Пета научно-техническая конференция «Телевизионная техника-89», Резюме. НРБ, София, 19-20 октября 1989 г., с. 4-7.

5. Опубликованная заявка ЕПВ номер 0189943, 1986 г.

6. Berger R.W. VLSI structures for real-time image convolution. - «IEEE Proc. of International Conference on Cybernetics and Society, Tuscon, Ariz., Nov. 12-15, 1985», New York, 1985, p. 676-679.

7. Введение в цифровую фильтрацию / Под. ред. Р. Богнера и А. Констандиниса. М.: Мир, 1976. - 216 с.

8. Капеллини В., Констандинис А., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение. М.: Энергоатомиздат, 1983. - 360 с.