

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АКСИКОНА МЕТОДОМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

И.Г. Пальчикова, С.В. Смирнов

Институт автоматики и электрометрии СО РАН
Новосибирский государственный университет

Аннотация

В результате рассмотрения влияния дифракции на распределение интенсивности в окрестности каустики ближней зоны дифракции конического аксикона показано, что метод стационарной фазы может быть использован лишь для ее качественного анализа.

1. Введение

Со времени появления лазеров опорная световая линия широко используется в метрологии [1], в приборах для контроля плоскостности поверхностей и прямолинейности перемещения подвижных узлов машин [2], для выставления объектов по прямой [3], а так же в приложениях, связанных с триангуляцией [4]. Для создания световой линии часто фокусировка излучения производится с помощью аксиконов. Аксиконы формируют каустику в виде фокального отрезка в ближней зоне дифракции [5,6], что позволяет использовать метод стационарной фазы для расчета аксиконов и анализа распределения интенсивности в каустике. Дифракция на выходном зрачке слабо влияет на распределение интенсивности в поперечном сечении каустики аксиконов, а проявляется в виде колебаний интенсивности на оси вдоль фокального отрезка [5,7], что и является главным отличием аксиконной фокусировки от линзовой. В ряде работ предложены способы подавления этих колебаний, такие как гауссова аподизация освещающего пучка [8] или полихроматическое и частично когерентное освещение [9]. Однако поведение распределения интенсивности в окрестности конца фокального отрезка изучено недостаточно. Такие исследования необходимы, например, для выяснения возможности применения фокального отрезка аксикона в качестве световой линейки.

В данной работе рассматривается влияние дифракции на распределение интенсивности в окрестности фокального отрезка аксикона в приближении Кирхгофа-Френеля.

2. Постановка задачи

Ход лучей через тонкий оптический элемент с фазовой функцией пропускания $f(\rho)$, расположенный в плоскости G , показан на рис. 1.

Фазовая функция пропускания аксиконов зависит от радиальной координаты ρ и содержит линейные по ρ члены:

$$f(\rho) = -\gamma_0 \rho \quad (1)$$

где γ_0 – постоянный коэффициент, зависящий от параметров аксикона.

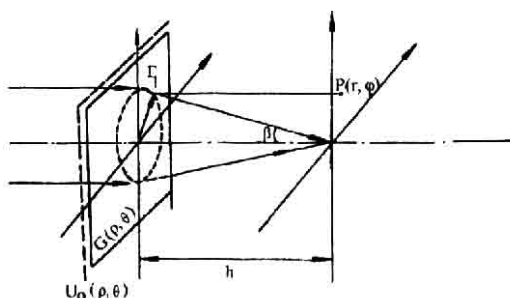


Рис. 1. Ход лучей, образующих осевую каустику в ближней зоне дифракции

Величина γ_0 , входящая в функцию пропускания, связана с углом схождения лучей (см. рис.1) $\gamma_0 = \sin \beta$. В приближении малых преломляющих углов [6,10] γ_0 принимает следующие значения:

$$\gamma_0 = \alpha(n-1) - \text{для преломляющего конуса,}$$

$$\gamma_0 = 2\alpha - \text{для отражающего конуса,}$$

$$\gamma_0 = \frac{\lambda}{T} - \text{для первого порядка дифракции кино-}$$

формного конического аксикона,

$$\gamma_0 = f'(\rho) - \text{для произвольного дифракционного аксикона,}$$

где α – угол при вершине конуса, n – показатель преломления материала, из которого изготовлен аксикон, λ – длина волны падающего пучка, T – период дифракционной структуры.

Рассмотрим дифракционный интеграл Кирхгофа-Френеля по поверхности оптического элемента, расположенного в плоскости G (см. Рис. 1) и фокусирующего волновой фронт с амплитудой $U_0(\rho, \theta)$ в отрезок прямой линии вдоль оптической

оси. В плоскости G введены полярные координаты (ρ, θ) . Амплитуда поля в произвольной точке P с цилиндрическими координатами (r, φ, h) в пространстве изображения запишется следующим образом:

$$U(\rho, \varphi) = \frac{e^{ikh}}{i\lambda h} \iint_G U_0(\rho, \theta) \cdot \exp\{ik(s + f(\rho))\} \cdot \rho \cdot d\rho \cdot d\varphi \quad (2)$$

где $\exp\{ikf(\rho)\}$ – функция пропускания оптического элемента, s – расстояние между произвольной точкой плоскости G и точкой $P(r, \varphi, z)$.

В параксиальном приближении выражение (2) для поля в области фокусировки произвольного аксикона приобретает вид:

$$U(r, h) = \frac{k}{i2\pi \cdot h} \int_0^a \int_0^{2\pi} U_0(\rho) \times \exp\left\{ik\left[h + \frac{r^2 + \rho^2}{2h} - \frac{\rho r \cos \theta'}{h} + f(\rho)\right]\right\} \times J_0\left(\frac{k\rho r}{h}\right) \rho d\rho d\theta' \quad (3)$$

где $\theta' = \theta - \varphi$, a – рабочий диаметр аксикона. Легко видеть, что основной вклад в интеграл во углу θ' дают две диаметрально противоположные критические точки, для которых $\sin \varphi = 0$ ($\varphi = 0, \varphi = \pi$). Интеграл по углу выражается через функцию Бесселя нулевого порядка J_0 :

$$U(r, h) = \frac{k}{ih} \int_0^a U_0(\rho) \times \exp\left\{ik\left[h + \frac{r^2 + \rho^2}{2h} + f(\rho)\right]\right\} \times J_0\left(\frac{k\rho r}{h}\right) \rho \cdot d\rho \quad (4)$$

Распределение интенсивности в каустике определяется как

$I = \|U(r, h)\|^2$ или эквивалентно через действительные и мнимые части функции $U(r, h)$:

$$I(r, h) = [\operatorname{Re} U(r, h)]^2 + [\operatorname{Im} U(r, h)]^2 \quad (5)$$

Для точек, расположенных на оси $r = 0$ и $J_0\left(\frac{k\rho \cdot r}{h}\right) = 1$. В первом порядке дифракции киноформного конического аксикона при равномерном освещении ($U_0(\rho) \equiv 1$) находим:

$$U(r, h) = \frac{k}{ih} \int_0^a \exp\left\{ik\left[h + \frac{\rho^2}{2h} - \frac{\lambda\rho}{T}\right]\right\} \rho \cdot d\rho \quad (6)$$

Подынтегральная функция в (4) и (5) быстро осциллирует по всей области интегрирования. Ос-

новной вклад в интеграл вносят точки, лежащие в окрестности седловой точки $\rho_s = -f'(\rho_s)h$, что и позволяет применить метод стационарной фазы (МСФ)[6]. По методу стационарной фазы легко показать, что поперечное распределение интенсивности в каустике аксикона полностью определяется функцией Бесселя нулевого порядка $|J_0(krf'(\rho_s))|^2$, имеющий максимум в точке на оси. Вдоль фокального отрезка интенсивность линейно нарастает до некоторого максимума, а затем резко спадает. Длина фокального отрезка равна $H_{МСФ} = \frac{aT}{\lambda}$. Диаметр фо-

кального отрезка равен ширине главного пика функции Бесселя и практически не изменяется на длине фокального отрезка $d = \frac{5}{k\gamma} = \frac{5T}{2\pi}$.

3. Вычислительный эксперимент

В данной работе интегралы, описывающие амплитуду поля, рассчитывались с помощью программы "Matemtica 2.2". Алгоритм расчета основан на разложении интегралов по табулированным функциям Френеля. Также использовался специально разработанный для этой цели комплекс программ на языке Borland C++, которые рассчитывали интегралы методом первого порядка с применением адаптивного шага интегрирования, используя стандартные средства языка для работы с комплексными числами двойной точности.

Характерный вид распределения интенсивности на оси вдоль фокального отрезка показан на рис. 2а, 2б. По оси абсцисс отложены значения координаты h , а по оси ординат – интенсивность, нормированная на максимум.

Вдоль всего фокального отрезка наблюдаются колебания интенсивности, увеличивающиеся по амплитуде и периоду к концу отрезка. При усреднении по этим колебаниям получается линейное нарастание интенсивности по h до некоторого максимума и резкий спад. Нарастание интенсивности по мере удаления от аксикона легко объяснить из энергетических соображений. При фиксированном периоде аксикона энергия в точке на оптической оси определяется амплитудой падающего пучка $U_0 = const$ и площадью первой зоны Френеля, которая имеет форму кольца на выходном зрачке аксикона и радиус, пропорциональный h -координате выбранной точки. Чем дальше от аксикона точка, тем больше площадь соответствующей ей зоны Френеля. Линия заканчивается в точке, где сходятся лучи от края диафрагмы. Угол наклона прямой, усредняющей колебания интенсивности, на графике рис. 2а отличается от угла наклона, определенному по МСФ, отличие составляет 3%.

Дифракционный спад интенсивности в конце фокального отрезка является плавным и зависит от диаметра элемента. Наличие колебаний и плавного спада объясняется дифракцией света на краю апер-

туры аксикона. Качественно вид полученного распределения интенсивности напоминает распределение интенсивности при дифракции света на полуплоскости, а именно: затухающие колебания в области освещенности и плавный спад без колебаний в области геометрической тени. Аналитически дифракция на полуплоскости, и дифракция на апертуре аксикона описываются интегралами Френеля. При падении света на непрозрачную полуплоскость имеет место интерференция краевой цилиндрической

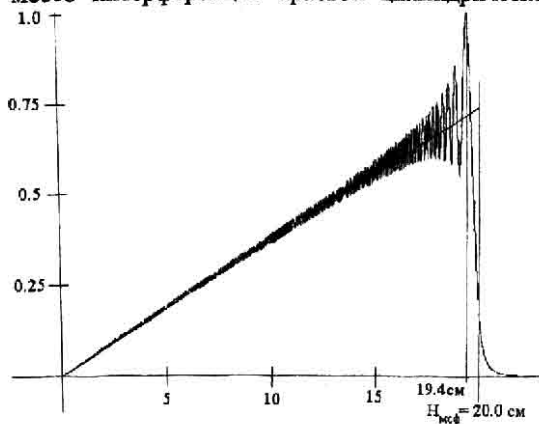


Рис. 2а. Распределение интенсивности вдоль фокального отрезка аксикона. Параметры аксикона: $H=20$ см, $R=1$ см. $H_{\text{мсф}}$ координата максимума интенсивности, рассчитанная по методу стационарной фазы

волны и освещающей плоской волны. В случае прохождения света через аксикон происходит интерференция краевой тороидальной волны и конической волны из внутренних участков апертуры. Вдоль оси по мере удаления от аксикона уменьшается угол сходимости лучей краевой и конической волн, медленнее набирается разность хода, определяющая результат интерференции. Этим и объясняется увеличение периода колебаний на краю фокального отрезка.

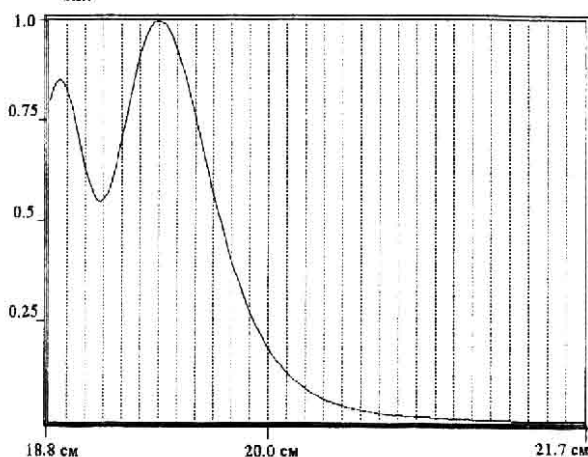


Рис. 2б. Распределение интенсивности на конце фокального отрезка аксикона

3.1. Обсуждение влияния размера рабочего диаметра аксикона на распределение интенсивности вдоль фокального отрезка

Первая серия расчетов проводилась для различных рабочих диаметров a аксикона с фиксированным периодом $T=30$ мкм и с длиной волны освещающего пучка $\lambda=0.63$ мкм.

В Таблицу 1 занесены некоторые наиболее характерные величины из полученных расчетных распределений интенсивности вдоль оптической оси. Для удобства сравнения величина интенсивности в максимуме нормировалась на таковую при $a=4.94$. За длину фокального отрезка принималась h - координата максимума. Длина спада интенсивности в конце фокального отрезка характеризовалась рас-

стоянием от главного пика до точки, где величина интенсивности уменьшалась в e^{-2} раз.

Длина фокального отрезка и максимальное значение интенсивности линейно растут с увеличением рабочего диаметра аксикона, что согласуется с аналогичными зависимостями, рассчитанными по МСФ. Расхождение в определении координаты максимума $I(h)$ по МСФ и путем прямого вычисления дифракционного интеграла совпадают с точностью до $\sim 3-8\%$ в случае малых a ($a < 1$ см), расхождение резко уменьшается с увеличением рабочего диаметра.

По мере увеличения рабочего диаметра аксикона длина спада интенсивности увеличивается по абсолютной величине, но уменьшается в процентном отношении к длине фокального отрезка.

Таблица 1.

Диаметр аксикона, мм	4	105	1050
Величина интенсивности в максимуме, отн.ед.	1	22.5	225
Длина фокального отрезка H , мм	105	2402	24350
Длина спада интенсивности, мм	25	98	430
Длина спада интенсивности в % H	23%	4.1%	1.6%
Тангенс угла наклона прямой, усредняющей колебания на графике	0.5	0.45	0.3
Расхождение длины фокального отрезка с величиной, полученной по МСФ, % H	8.8%	2.4%	2.2%
Амплитуда колебаний при $h=H/2$, отн.ед.	0.07	0.4	1.23
Амплитуда колебаний при $h=50,25$ мм	0.07	0.038	0.036
Период колебаний при $h=H/2$, мм	0.05	1.25	1.2

3.2. Распределение интенсивности в фокальном отрезке аксиконов с различными периодами

Вторая серия расчетов была направлена на исследование распределения интенсивности в фокальном отрезке при различных периодах дифракционной структуры T и фиксированном рабочем диаметре

аксикона и длине волны. Характерные графики распределения интенсивности вдоль оси фокального отрезка показаны на рис.3а, 3б. В таблице 2 представлены некоторые характеристики распределений, рассчитанных для рабочего диаметра $a = 4.94$ мм и длины волны $\lambda = 0.6328$ мкм.

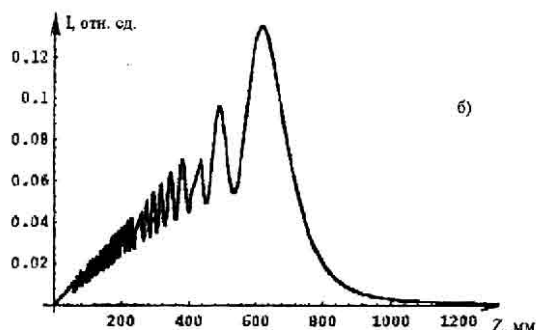
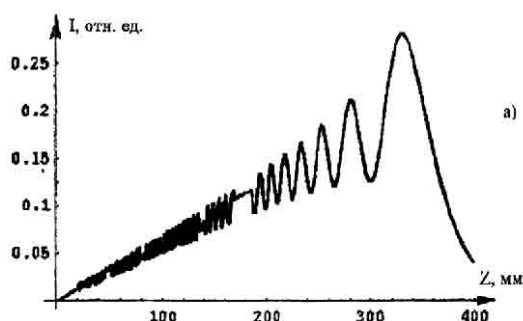


Рис. 3. Распределение интенсивности на оси фокального отрезка. Рабочий диаметр аксикона $a = 4.94$ мм, $\lambda = 0.6328$ мкм.
а) $T = 100$ мкм б) $T = 200$ мкм

Таблица 2.

Период T , мкм	30	100	200	500
Максимальное значение функции $I(h)$	1	0.27	0.128	0.05
Длина фокального отрезка H , мм	105	324	640	1400
Длина спада интенсивности, мм	25	226	460	1000
Длина спада интенсивности, в % H	23	68	71	98
Тангенс угла наклона прямой, усредняющей колебания на графике	0.5	0.72	0.72	0.72
Расхождение длины фокального отрезка с величиной $H_{МСФ}$ в % H	8.8	8.9	11.2	22.2

При фиксированном рабочем диаметре аксикона вид распределения интенсивности вдоль фокального отрезка аксикона сильно зависит от величины периода T . Мы выбрали для иллюстраций небольшую величину a , чтобы зависимости были более явными. Длина фокального отрезка возрастает с увеличением периода, но иначе, чем предсказывает МСФ. По мере увеличения периода большую часть фокального отрезка начинает занимать последний пик колебаний. Длина спада растет как по абсолютной величине, так и в процентах к длине фокального отрезка. По мере увеличения периода максимальная интенсивность уменьшается, что связано с увеличением длины фокального отрезка. Энергия света, поступившая на аксикон, распреде-

ляется по фокальному отрезку большей длины. Это и приводит к уменьшению максимального значения интенсивности.

3.3. Распределение интенсивности в фокальном отрезке при различных длинах волн исходного пучка

Третья серия теоретических исследований была проведена для сравнения распределений интенсивности в фокальном отрезке аксикона при различных длинах волн в исходном пучке. В Таблицу 3 вынесены характерные величины. Расчеты выполнены для рабочего диаметра $a = 4.94$ мм и периода аксикона $T = 30$ мкм.

Интенсивность выражена в относительных единицах.

Таблица 3.

Длина волны λ , мкм	0.6328	0.58	0.54
Величина максимума интенсивности	1	0.84	0.72
Длина фокального отрезка, мм	105	117	125
Длина спада интенсивности, мм	25	26	25
Длина спада интенсивности в % H	23%	22%	20%
Тангенс угла наклона прямой, усредняющей колебания на графике	0.5	0.47	0.38
Расхождение длины фокального отрезка с величиной $H_{МСФ}$ в % H	8.8%	6.6%	4.7%

Расчетные распределения интенсивности для различных длин волн и фиксированных периоде решетки и рабочем диаметре различаются тангенсом угла наклона прямой, усредняющей колебания, и максимальным значением интенсивности. Это согласуется с результатами, полученными по МСФ. Мы рассматривали длины волн $\lambda_1 = 0.6328$ мкм, $\lambda_2 = 0.54$ мкм, близкие к краям видимого диапазона, и $\lambda_3 = 0.58$ мкм – среднюю точку видимого диапазона. Можно утверждать, что абсолютная длина спада интенсивности и длина спада в процентах к длине фокального отрезка слабо изменяются в видимом диапазоне.

Расхождение расчетной координаты максимума с длиной фокального отрезка по МСФ уменьшается в два раза с уменьшением длины волны в видимом диапазоне. Дифракционная длина фокального отрезка обратно пропорциональна длине волны, что соответствует зависимости, полученной по МСФ $H_{МСФ} = \frac{aT}{\lambda}$ для дифракционного аксикона.

Очевидно, что угол наклона γ_0 лучей, прошедших через аксикон, зависит от его типа. Так, для преломляющего конуса $\gamma_0 = \alpha \cdot (n-1)$, где n - коэффициент

преломления, для круговой дифракционной решетки

$$\gamma_0 = \frac{\lambda}{T}. \text{ Длина фокального отрезка определяется}$$

γ_0 . Для преломляющего конуса зависимость γ_0 от λ задается зависимостью показателя преломления n от длины световой волны. При учете хроматизма $n = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2}$ и угол наклона лучей, прошедших че-

рез рефракционный аксикон, обратно пропорционален λ . Следовательно, в преломляющих аксиконах длина фокального отрезка тоже зависит от длины световой волны. Эта зависимость будет обратной той, которая наблюдается у дифракционных аксиконов, где угол дифракции прямо пропорционален длине световой волны.

На рис. 4 представлены распределения интенсивности на оси в конце фокального отрезка для трех длин волн исходного пучка, а также расчетная суммарная интенсивность вдоль фокального отрезка. На графике для суммарной интенсивности наблюдаются пики, соответствующие пикам складываемых интенсивностей.

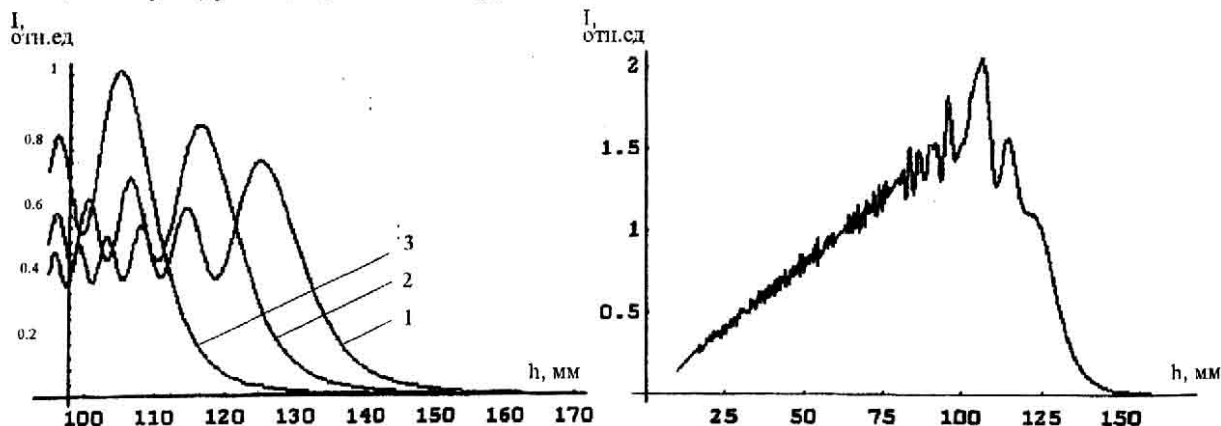


Рис. 4. Распределение интенсивности на оси для различных длин волн исходного пучка. Слева – распределение интенсивности в конце фокального отрезка, кривая 1 соответствует $\lambda_1=0.54$ мкм, кривая 2 – $\lambda_2=0.58$ мкм, и кривая 3 – $\lambda_3=0.63$ мкм. Справа – суммарная интенсивность

3.4. Распределение интенсивности вдоль фокального отрезка аксикона для Гауссова распределения интенсивности в исходном пучке

Необходимость данной серии теоретических исследований вызвана тем, что распределение интенсивности в наиболее удобном для постановки эксперимента лазерном пучке является Гауссовым. На практике параметры поперечного распределения лазерного пучка можно изменять, расширяя пучок и обрезая его края.

Дифракционный интеграл с учётом неравномерного распределения интенсивности в освещающем пучке имеет вид

$$U(r, z) = \frac{k}{iz} \int_0^a \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right) \times \exp\left\{ik\left[z + \frac{\rho^2}{2z} - \frac{\lambda\rho}{T}\right]\right\} \rho d\rho \quad (7)$$

где σ – параметр распределения Гаусса.

Графики распределения интенсивности вдоль фокального отрезка при различных параметрах σ приведены на рисунке 5

При уменьшении параметра σ локальный максимум $I(H)$ – последний пик интенсивности, соответствующий для данных расчетов $h=241.5$ мм-перестает быть глобальным максимумом распре-

ления. В то же время h -координата точки глобального максимума функции приближается к нулю, амплитуда осцилляций интенсивности уменьшается (на третьем графике они исчезают), и интенсивность плавно падает после достижения максимума. Эффект смещения координаты максимума интенсивности к нулю вызван отличием распределения энергии в освещающем пучке от равномерного. А резкое уменьшение осцилляций вызвано аподизацией и ослаблением влияния краев апертуры.

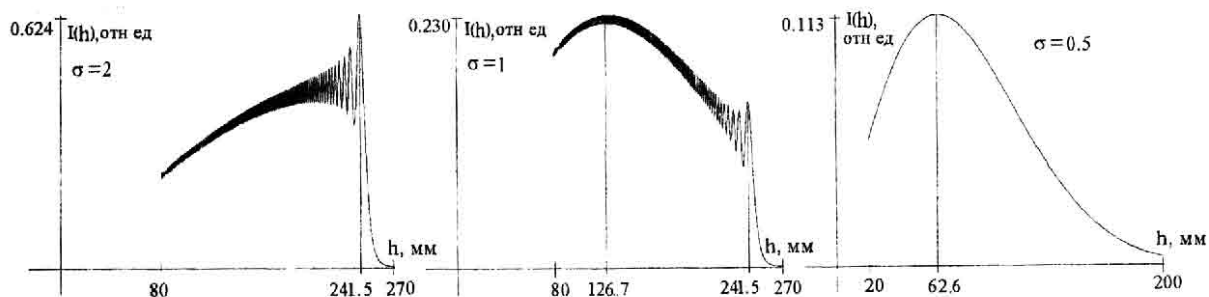


Рис. 5. Распределение интенсивности на оси аксикона при различных параметрах σ распределения Гаусса в исходном пучке. Максимум интенсивности для аксикона, освещенного равномерно, взят за единицу. Длина фокального отрезка по МСФ – 250 мм, диаметр аксикона – 20 мм. Параметр $\sigma = 2.0, 1.0, 0.5$

3.5. Распределение интенсивности в поперечных сечениях

Данная серия расчетов направлена на изучение распределения интенсивности в плоскостях, параллельных плоскости аксикона. В частности, представляет интерес вопрос о характере перераспределения энергии при наблюдающихся ее колебаниях на оси. Уменьшение интенсивности на оси фокального отрезка может привести либо к увеличению диаметра цилиндрической каустики, либо к переходу энергии в соседние пики поперечного распределения, усиливая их. Однако для исследования данного вопроса необходимо провести расчет двойного интеграла (3), что представляет довольно сложную задачу, поскольку количество шагов, требующихся для численного расчета будет составлять величину порядка квадрата количества шагов для расчета интеграла по радиусу (4), что даст увеличение времени расчета приблизительно на три порядка. Поэтому в данной работе мы ограничились рассмотрением одномерной модели, где аналогом конического аксикона служит треугольная призма.

Полученные распределения интенсивности аналогичны распределениям интенсивности на оси аксикона (рис.2). Основное отличие состоит в том, что усредненная по колебаниям интенсивность вдоль оси не нарастает линейно, как это было в случае конического аксикона, а падает. Это объясняется тем, что в формировании окрестности точки фокальной линии аксикона принимали участие лучи, пришедшие с концентрического кольца, площадь которого линейно зависит от радиуса, а для призмы это лучи, пришедшие с линейной окрестности некоторой точки (для аксикона элемент площади в интеграле был $\rho \cdot d\rho \cdot d\theta'$ или при интегрировании по $d\theta'$ – просто $2\pi\rho \cdot d\rho$, а для призмы – $d\rho$). А поскольку перед интегралом стоит величина, обратная расстоянию до элемента, то результатом будет убывающая после усреднения по колебаниям функ-

ция зависимости интенсивности от расстояния до аксикона.

Для исследования вопроса о перераспределении энергии были построены графики поперечных распределений на двух параллельных прямых. Одна прямая была выбрана таким образом, чтобы она пересекала оптическую ось в точке локального максимума интенсивности, вторая – в точке локального минимума. Графики представлены на рисунке 6.

Графики распределения интенсивности на рис.6 быстро осциллируют, но имеют четко выраженные огибающие кривые, по которым можно сделать вывод о том, что энергия света, проходящего через призму, в точках локального минимума интенсивности на оси переходит в последующие пики поперечного распределения; ширина же пиков остается практически постоянной. Это даёт основания полагать, что в случае прохождения света через аксикон энергия также будет переходить в последующие пики поперечного распределения, которые, однако, могут иметь большую ширину по сравнению с картиной одномерной дифракции.

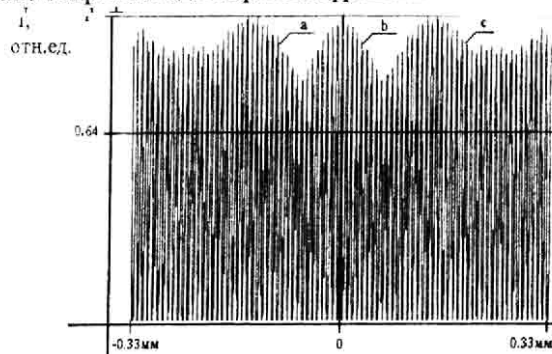


Рис. 6. Поперечное распределение интенсивности света, прошедшего через плоскую призму. (a) и (c) – участки графика распределения в точке локального минимума продольного распределения на оси, (b) – график распределения в точке локального максимума на оси

4. Заключение

В приближении Кирхгофа-Френеля рассмотрено влияние дифракции на распределение интенсивности в окрестности фокального отрезка дифракционного конического аксикона. Показано, что длина спада интенсивности в конце фокального отрезка и амплитуда ее колебаний полностью определяются дифракцией на выходном зрачке аксикона, и МСФ может быть использован лишь для качественного анализа каустики. Так, расхождение в длинах фокального отрезка, найденных по МСФ и путем точного расчета, обычно достигает 8%, что вряд ли приемлемо при конструировании точных приборов.

Литература

1. Коронкевич В.П., Михальцова И.А., Чуринов Е.Г., Юрлов Ю.И. Дифракционный элемент для обострения лазерных пучков // Автометрия. 1994. N3. С. 57.
2. Авдулов Ф.Н., Табенкин А.Н. Современные приборы для контроля прямолинейности и плоскостности в станкостроении. М.: НИИТМАШ, 1968.
3. McLeod J.H. Axicons and their uses // JOSA. 1960. 50.P.166.
4. Bickel G., Hausler G., Maul M. Triangulation with expanded range of depth // Opt.Eng. 1985. 24. P.975.
5. Пальчикова И.Г. Бездифракционные пучки и их каустики // Компьютерная оптика. 1996. 16. С. 35-39.
6. Пальчикова И.Г. Синтез фазовой структуры киноформных аксиконов. Препринт Института Автоматики и Электротехники СО РАН N328, Новосибирск, 1986.
7. Sochacki J., Bara S., Jaroszewicz Z., Kolodziejczyk A. Phase retardation of the uniform-intensity axilens // Opt. Lett. 1992. 17. P.7-9.
8. Jaroszewicz Z., Sochacki J., Kolodziejczyk A., Staronski L.R. Apodized annular-aperture logarithmic axicon: smoothness and uniformity of intensity distributions // Opt. Lett. 1993. 18. P.1893-1895.
9. Friberg A.T., Popov S.Yu. Partially coherently illuminated uniform-intensity holographic axicons // Diffractive Optics: Design, Fabrication, and Applications. 1994 Technical Digest Series. 11. P.224-227.
10. Mikhaltsova I.A., Nalivaiko V.I., Soldatenkov I.S. // Optik. 1984. 67, N3. P.267-268.