

# ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ ПОЛЕЙ НАПРАВЛЕНИЙ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Н.Ю. Ильасова, А.В. Устинов, А.Г. Храмов\*

Институт систем обработки изображений РАН,

\*) Самарский государственный аэрокосмический университет

## Аннотация

Описываются новые численные методы построения поля направления, приводится полная классификационная схема методов и алгоритмов построения поля направлений, описание ее классов. Дается сравнительный анализ алгоритмов по точности и быстродействию в отдельных классах, а также между классами указанной схемы. Приводятся примеры практических задач анализа изображений, решаемых с использованием поля направлений (анализ дактилограмм, кристаллограмм биологических сред).

### 1. Введение

Представителями изображений, характеризующихся наличием квазипериодических структур, являются интерферограммы, дактилограммы, кристаллограммы слезной жидкости, кристаллограммы

красной плазмы и многие другие изображения естественного и искусственного происхождения (рис.1). Квазипериодические структуры определяются наличием многоконтурной упорядоченной текстуры с выраженной ориентацией.

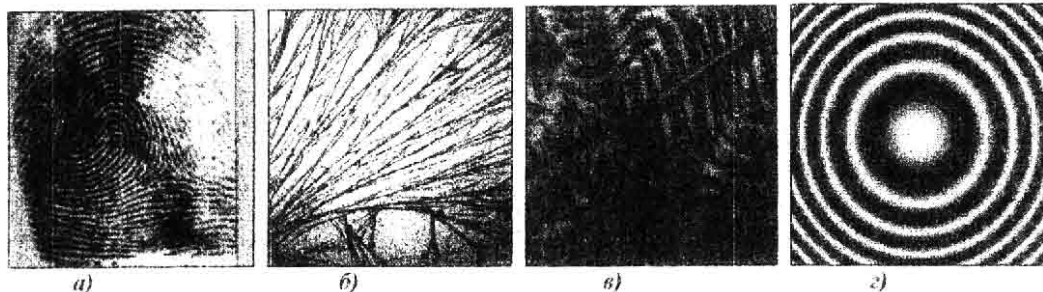


Рис.1. Иллюстрация различных квазипериодических структур: а) дактилограмма, б) кристаллограмма слезной жидкости, в) кристаллограмма плазмы крови, г) интерферограмма.

В каждой малой области квазипериодической структуры функция яркости является периодической вдоль определенного направления и визуально выражается в системе параллельных полос. Основными параметрами таких изображений являются преимущественное направление полос и их густота в каждой точке изображения. Кроме того, на изображениях выделяются особые точки и линии (сингулярности), в которых нарушается периодическая структура. Поле направлений является удобным носителем информации для решения задач интерпретации, распознавания и диагностики изображений с квазипериодической структурой. Для формирования признаков данного класса изображений предлагается использовать подход, основанный на вычислении поля направлений.

### 2. Метод поля направлений

Впервые идея метода поля направлений для интерпретации и анализа диагностических изображений была предложена в работе [1] применительно к анализу дактилограмм. В работах [2, 3] метод использовался для диагностики кристаллограмм слезной жидкости [4]. Несколько позднее в работе [5] были впервые представлены теоретические аспекты метода поля направлений и определены некоторые

подходы к построению алгоритмов его расчета (оптический метод и др.).

Под полем направлений будем понимать поле углов преимущественного направления полос в локальной окрестности точки изображения. Угол направления полосы  $\psi(x,y)$  в данной точке равен по определению углу касательной к линии уровня функции яркости (рис.2).

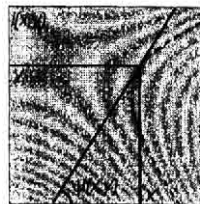


Рис.2. Описание поля направлений.

Традиционные методы обработки изображений (линейная обработка окном, нелинейная фильтрация, и т.п.) не могут быть непосредственно применены к полям направлений. Это связано с особенностями арифметики направлений, которая является периодической по значениям, причем период равен  $\pi$ , а не  $2\pi$ , как в векторной геометрии. В [5] показано, как можно решить некоторые проблемы арифметики направлений, позволяющие применять традиционные методы обработки для полей направлений.

Комплексное поле направлений определяется как:

$$\psi(x,y) = w(x,y) \exp(i2\psi(x,y)). \quad (1)$$

Весовая функция  $w(x,y)$  в (1) имеет физический смысл достоверности (выраженности, надежности определения) поля направлений в данной точке. Очевидно, она должна иметь верхнее граничное значение, равное 1, на участках изображения с отчетливо выраженным направлением периодической структуры. Такими участками являются области с резкими перепадами яркости (контуры). Минимального значения, равного нулю, весовая функция должна достигать на участках с постоянной яркостью. На рис.3 приведены примеры нескольких видов стандартных конфигураций полей направлений (шаблонов), используемых в задачах диагностики. Поле направлений изображено градиациями серого, причем нулевым значениям соответствует черный цвет, а значению  $\pi$  - белый цвет.

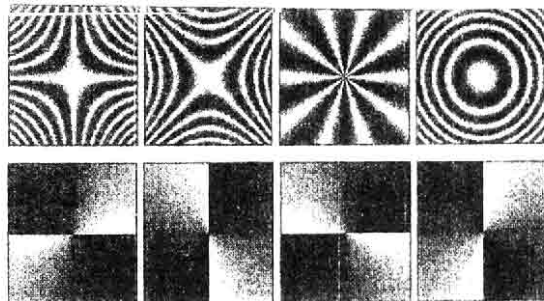


Рис.3. Стандартные конфигурации полос и соответствующие им поля направлений.

### 3. Классификация методов построения поля направлений

Непосредственное использование численного дифференцирования для цифрового построения поля направлений возможно лишь для "гладких" изображений при условии полного отсутствия шумов наблюдения. На практике необходимо использовать помехоустойчивые методы построения поля направлений, основанные на аппроксимации и усреднении. В статье представлены различные подходы к построению алгоритмов расчета поля направления, проведена их систематизация и сравнительное исследование их точности и быстродействия.

Используя различные модели представления поля направлений, выделим пять обширных классов методов его построения: методы параметрической аппроксимации и локальных градиентов, проекционно-дисперсионные, дифференциальные и спектральные методы. На рис.4 представлена классификационная схема методов построения полей направлений, разработанная в ходе экспериментальных исследований. Целью классификации является выбор наилучших методов для конкретных приложений.

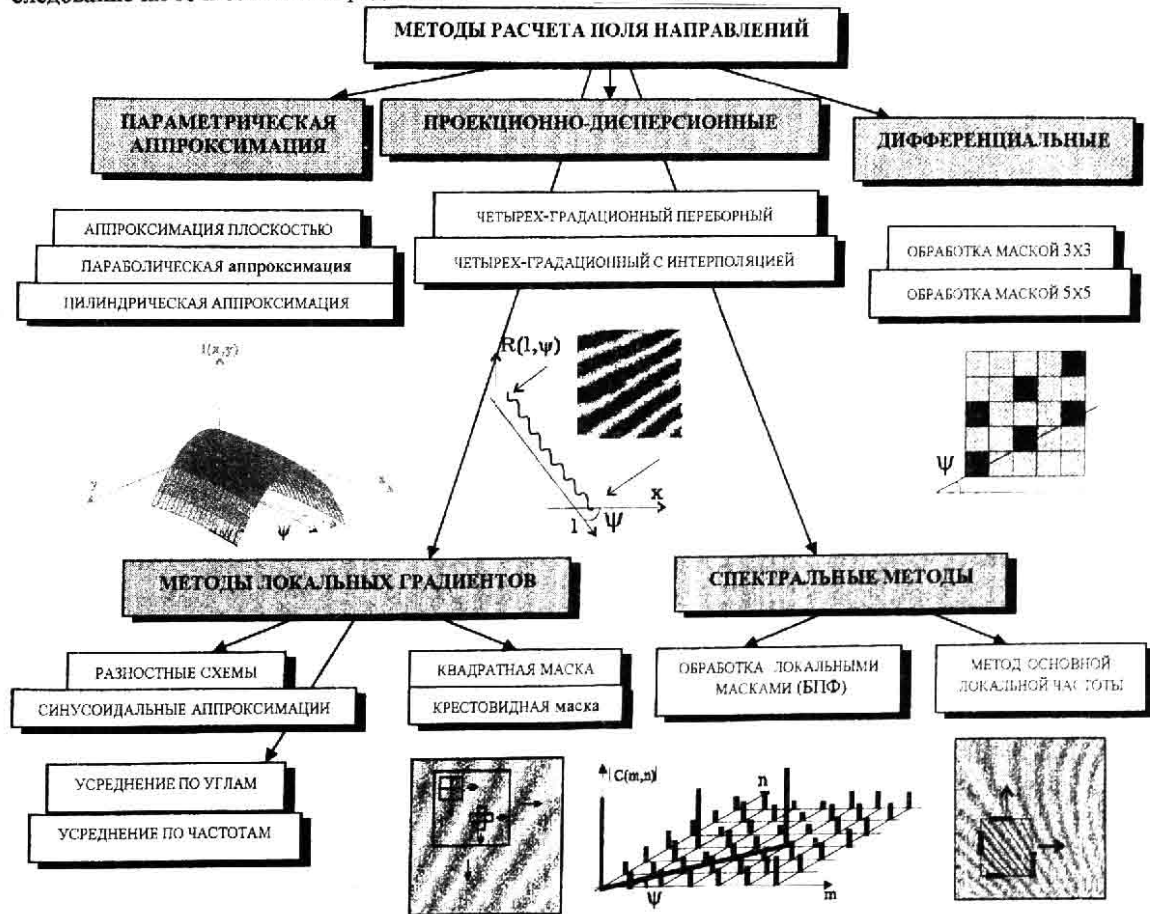


Рис.4. Классификационная схема методов построения поля направлений.

### 3.1. Методы параметрической аппроксимации

Класс методов параметрической аппроксимации основан на аналитическом представлении функции яркости в симметричном прямоугольном скользящем окне. Пусть  $I(x,y)$  - функция яркости изображения в точке  $(x,y) \in G$ , где  $G$  некоторая область изображения. Аппроксимация изображения  $I(x,y)$  в симметричном прямоугольном окне  $W = \{(u,v) : -M \leq u \leq M, -M \leq v \leq M\}$  представляет собой двумерный полином степени  $P$ :

$$\hat{I}(x-u, y-v) = \sum_{(i,j) \in \Omega} a_{i,j}(x,y) u^i v^j, (x,y) \in G, (u,v) \in W,$$

где  $\Omega = \{(i,j) : 0 \leq i \leq P, 0 \leq j \leq P, 0 \leq i+j \leq P\}$  множество показателей степеней. Коэффициенты полинома  $a_{i,j}(x,y)$  являются функциями положения центра окна  $(x,y)$ .

Рассматриваемая локальная аппроксимация функции яркости позволяет сгладить изображение для вычисления производных и получить некий геометрический инвариант в виде поверхности первого или второго порядка. В качестве аппроксимирующей функции используем следующие поверхности:

плоскость:  $\hat{I}(u,v) = au + bv + c$ ;

квадратичную поверхность:

$$\hat{I}(u,v) = au^2 + bv^2 + cuv + du + ev + f$$

цилиндрическую поверхность:

$$\hat{I}(u,v) = a(v + ku)^2 + b(v + ku) + c.$$

Коэффициенты аппроксимирующих полиномов определим по методу наименьших квадратов из условия минимума функционала, представляющего собой среднеквадратичную ошибку аппроксимации:

$$J = \iint_{(u,v) \in W} [I(x-u, y-v) - \hat{I}(u,v)]^2 du dv \rightarrow \min_{a,b,c,\dots}$$

В дискретном виде функционал имеет следующее выражение:

$$J = \sum_{(u,v) \in W} [I(x-u, y-v) - \hat{I}(u,v)]^2 \rightarrow \min_{a,b,c,\dots}$$

Приравняв к нулю частые производные функционала по полиномиальным коэффициентам, получим систему линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов:

аппроксимация плоскостью:

$$a \sum u^2 = \mu_{10}, \quad b \sum v^2 = \mu_{01}, \quad c \sum 1 = \mu_{00} \quad (2)$$

где  $\mu_{pq}(x,y)$  - локальные степенные моменты изображения в окне обработки:

$$\mu_{pq}(x,y) = \sum_{(u,v) \in W} u^p v^q I(x-u, y-v), \quad (3)$$

быстрые алгоритмы рекурсивного вычисления моментов приведены в [6];

аппроксимация квадратичной поверхностью:

$$\begin{cases} a \sum u^4 + b \sum u^2 v^2 + f \sum u^2 = \mu_{20}, \\ c \sum u^2 v^2 = \mu_{11}, d \sum u^2 = \mu_{10}, e \sum v^2 = \mu_{01}, \\ a \sum u^2 + b \sum v^2 + f \sum 1 = \mu_{00}; \end{cases} \quad (4)$$

аппроксимация цилиндрической поверхностью:

$$\begin{cases} a \sum v^4 + 6ak \sum u^2 v^2 + ak^4 \sum u^4 + c \sum v^2 + ck^2 \sum u^2 = \mu_{02} + 2k\mu_{11} + k^2 \mu_{20}, \\ b \sum v^2 + bk^2 \sum u^2 = \mu_{01} + k\mu_{10}, \\ a \sum v^2 + ak^2 \sum u^2 + c \sum 1 = \mu_{00}, \\ 6a^2 k \sum u^2 v^2 + 2a^2 k^3 \sum u^4 + 2ack \sum u^2 + b^2 k \sum u^2 = 2a\mu_{11} + 2ak\mu_{20} + b\mu_{10}. \end{cases} \quad (5)$$

*Аппроксимация плоскостью.* В системе координат, связанной с положением скользящего окна  $W$ , зададим одномерный полином  $\hat{I}(x,y)$ , аппроксимирующий изображение  $I(x,y)$  в виде плоскости:  $\hat{I}(x,y) = ax + by + c, (x,y) \in W$ , коэффициенты которого имеют следующий вид:

$$a = \frac{6\mu_{10}}{M(M+1)(2M+1)}, \quad b = \frac{6\mu_{01}}{M(M+1)(2M+1)}$$

Используя определение поля направлений и систему (2) получим для его определения следующее выражение:

$$\text{tg} \psi(x,y) = -\mu_{10} / \mu_{01}$$

*Квадратичная аппроксимация.* Метод локальной квадратичной аппроксимации основан на аппроксимации функции  $I(x,y)$  в пределах окна  $W$  квадратичной поверхностью:

$$\hat{I}(x,y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f, (x,y) \in W \quad (6)$$

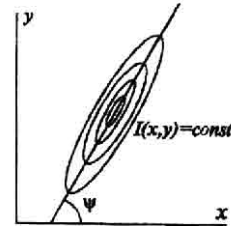


Рис.5. Линии уровня квадратичной поверхности

За значение поля направления в точке  $(x,y)$  принимается направление главной оси параболоида (6) (рис.5), когда центр окна  $W$  находится в точке  $(x,y)$ . Численное решение данной задачи приведено в [6], где предложен эффективный алгоритм вычисления коэффициентов с использованием рекурсивного метода вычисления моментов (3). Для определения направления главной оси параболоида перейдем к каноническому виду уравнения поверхности [7]:

$$I(x',y') = dx'^2 + b'y'^2 + f'$$

Для этого используем следующие аффинные преобразования координат:

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha + x_0, \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha + y_0, \end{cases} \quad \text{где} \quad \begin{cases} x_0 = \frac{ce - 2bd}{4ab - c^2}, \\ y_0 = \frac{cd - 2ae}{4ab - c^2} \end{cases} \quad (7)$$

являются координатами вершины аппроксимирующего параболоида, а угол  $\alpha$  определяется из следующего уравнения:  $\operatorname{tg} 2\alpha = c/(a-b)$ .

В результате решения данного уравнения получим два взаимно перпендикулярных направления  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , соответствующие главным осям квадратичной поверхности (6). Выбор направления, соответствующего большей полуоси, осуществляется следующим образом:  $\alpha = \arg \min_{\{\alpha_1, \alpha_2\}} |a'|$ , где

$$a' = a \cos^2 \alpha + b \sin^2 \alpha + c \sin \alpha \cos \alpha.$$

Данное выражение получено при переходе к каноническому виду уравнения поверхности с помощью аффинного преобразования координат (7). Вектор параметров аппроксимирующего полинома найдем из системы (4):

$$\begin{aligned} a &= \frac{45\mu_{20}}{M(M+1)(2M+1)^2(4M^2+4M-3)} - \frac{15\mu_{00}}{(2M+1)^2(4M^2+4M-3)}, \\ b &= \frac{45\mu_{02}}{M(M+1)(2M+1)^2(4M^2+4M-3)} - \frac{15\mu_{00}}{(2M+1)^2(4M^2+4M-3)}, \\ c &= \frac{9\mu_{11}}{M^2(M+1)^2(2M+1)^2}, \\ d &= \frac{3\mu_{10}}{M(M+1)(2M+1)^2}, \\ e &= \frac{3\mu_{01}}{M(M+1)(2M+1)^2}, \\ f &= \frac{\mu_{00}(14M^2+14M-3) - 15(\mu_{20} + \mu_{02})}{(2M+1)^2(4M^2+4M-3)}. \end{aligned}$$

**Цилиндрическая аппроксимация.** Общая идея метода предложена в [8]. Мы рассмотрим построение системы нелинейных уравнений в явном виде. В системе координат скользящего окна рассмотрим полином второго порядка одной переменной, который повернут на плоскости изображения на некоторый угол  $\psi$ , аппроксимирующий изображение  $I(x, y)$  в виде цилиндра  $\tilde{I}(x, y) = a(y+kx)^2 + b(y+kx) + c$ , где  $k = -\operatorname{tg} \psi$ . За направление в центре окна  $(x, y)$  принимаем направление, вдоль которого повернут цилиндр, а именно, угол  $\psi$ . Параметры  $a, b, c, k$  аппроксимирующего полинома определим из системы (5):

$$\begin{cases} a = \frac{s_0(\mu_{02} + 2k\mu_{11} + k^2\mu_{20}) - \mu_{00}(s_2 + k^2s_2)}{s_0(s_4 + 6ks_{22} + k^4s_4) - (s_2 + k^2s_2)^2}, \\ b = \frac{3(\mu_{01} + k\mu_{10})}{M(M+1)(2M+1)^2(I+k^2)}, \\ c = \frac{\mu_{00} - as_2(I+k^2)}{s_0}, \end{cases} \quad (8)$$

$$+ 2acks_2 + b^2ks_2 = 2a\mu_{11} + 2ak\mu_{20} + b\mu_{10},$$

$$\text{где } s_{pq} = \sum_{(x,y) \in W} x^p y^q,$$

$$s_{11} = s_{00} = (2M+1)^2,$$

$$s_{12} = s_{20} = s_{02} = \frac{M(M+1)(2M+1)^2}{3},$$

$$s_{22} = \frac{M^2(M+1)^2(2M+1)^2}{9},$$

$$s_{14} = s_{40} = s_{04} = \frac{M(M+1)(2M+1)^2(3M^2+3M-1)}{15}.$$

В отличие от аппроксимации плоскостью и квадратичной поверхностью система (5) является нелинейной, что требует использования для ее решения соответствующих численных методов.

**Метод комбинированной аппроксимации.** При проведении исследований рассмотренных методов было замечено, что при аппроксимации изображения плоскостью возникает большая погрешность в точках экстремума функции яркости, а при аппроксимации квадратичной поверхностью - в точках перегиба. Из рис.6 видно, что в точках экстремума функции (участок 1) погрешность можно уменьшить, используя параболическую аппроксимацию, в точках перегиба (участок 2) - аппроксимацию прямой (для двумерного случая - плоскостью). Таким образом, воспользуемся методом комбинированной аппроксимации. Определим две величины, характеризующие соответственно параметр крутизны и кривизны аппроксимируемой функции:

$$|\nabla \tilde{I}(x, y)|^2 = \left( \frac{\partial \tilde{I}(x, y)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \tilde{I}(x, y)}{\partial y} \right)^2, \quad (9)$$

$$\tilde{\Delta} \tilde{I}(x, y) = \left[ \left( \frac{\partial^2 \tilde{I}(x, y)}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \tilde{I}(x, y)}{\partial y^2} \right)^2 \right] \cdot |W|. \quad (10)$$

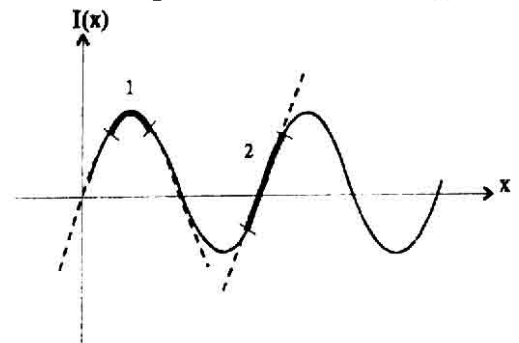


Рис.6. Метод комбинированной аппроксимации

Величина (9) достигает высоких значений в точках перегиба, а величина (10) в точках экстремума. Согласно (6) данные характеристики будут иметь следующие выражения:  $|\nabla \hat{I}(x, y)|^2 = d^2 + e^2$ ,  $\tilde{\Delta} \hat{I}(x, y) = 4(a^2 + b^2)(2M + 1)^2$ . Использование

конкретного способа аппроксимации определяется следующими условиями: аппроксимация

$$\text{плоскостью: } |\nabla \hat{I}(x, y)|^2 > \tilde{\Delta} \hat{I}(x, y),$$

$$\text{параболическая: } |\nabla \hat{I}(x, y)|^2 < \tilde{\Delta} \hat{I}(x, y).$$

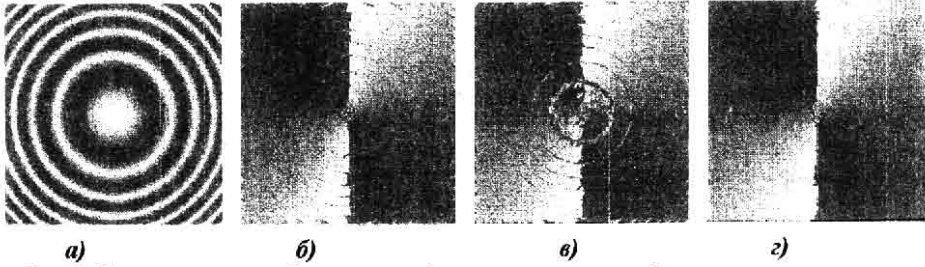


Рис. 7. Иллюстрация работы методов параметрической аппроксимации:

а) изображение интерферограммы; поле направлений, полученное методом: б) аппроксимации плоскостью, в) параболической аппроксимации, г) комбинированным.

Экспериментальные исследования. Класс методов локальной параметрической аппроксимации обладает высокой устойчивостью к шумам, так как метод наименьших квадратов имеет шумоподавляющее свойство. Недостатком же является необходимость адаптивного выбора размеров окна обработки  $W$  (размер окна должен быть меньше расстояния между соседними полосами).

Проведем исследование рассмотренных выше методов на тестовых изображениях. Из-за специфики значений отсчетов поля направлений невозможно использовать понятие среднеквадратической ошибки в обычном смысле. Воспользуемся представлением поля направления в комплексной форме (1) с единичной весовой функцией. В данном случае под среднеквадратичной ошибкой будем понимать следующую величину:

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{|D|} \iint_D |\hat{\psi}(x, y) - \psi(x, y)|^2 dx dy,$$

где  $D$  - область изображения,  $\psi(x, y)$  - истинное значение поля направления,  $\hat{\psi}(x, y)$  - его оценка. Используя (1), получим:

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon^2} &= \frac{1}{|D|} \iint_{(x, y) \in D} |e^{i2\hat{\psi}(x, y)} - e^{i2\psi(x, y)}|^2 \\ &= \frac{4}{|D|} \iint_{(x, y) \in D} \sin^2(\hat{\psi}(x, y) - \psi(x, y)). \end{aligned} \quad (11)$$

Значение среднеквадратичной погрешности находится в диапазоне от нуля до четырех. При этом нулевое значение соответствует совпадению полей направлений, а максимальное - расхождению на  $90^\circ$ . В качестве значения погрешности будем использовать угловую среднеквадратическую по-

грешность:  $\delta_\alpha^\circ = \arcsin \sqrt{\overline{\varepsilon^2}} / 4$ . Исследование точности проводилось на серии тестовых изображений, отличающихся наличием шума, равномерностью и видом квазипериодической структуры (рис. 8). Рассматривалась зависимость точности оценивания от отношения шум/сигнал  $h^2 = \sigma_v^2 / \sigma_I^2$ , где  $\sigma_I^2$  - дисперсия функции яркости:

$$\sigma_I^2 = \frac{1}{|D|} \iint_D (I(x, y) - \bar{I})^2 dx dy.$$

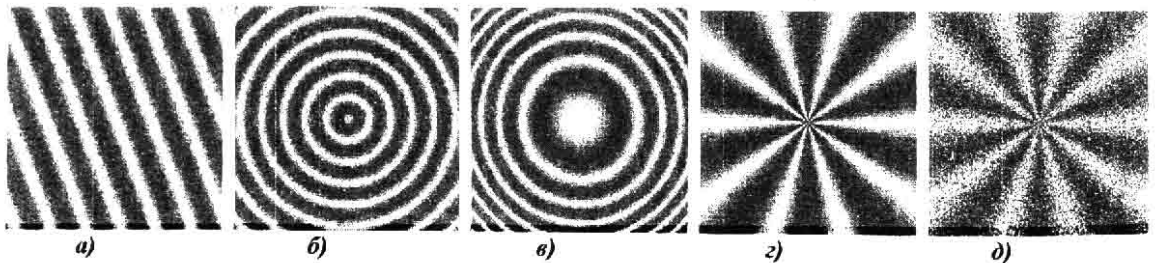


Рис. 8. Тестовые изображения квазипериодических структур: а) с постоянным полем направления; б)-г) различные виды полос; д) с шумом 50%.

Полученная ошибка зависит от уровня шума, от пространственной частоты (рад/пиксел) (или от периода анализируемой структуры  $d = 2\pi/\omega$  (пиксел/период)) и от метода построения поля направлений. Для полноты экспериментальных исследований данного класса методов проведем также тести-

рование переборного метода цилиндрической полиномиальной аппроксимации [8]. Сравнивая между собой методы параболической аппроксимации и аппроксимации плоскостью (рис. 9, 10), можно сделать вывод, что метод аппроксимации плоскостью,

обладая наименьшей вычислительной сложностью, обеспечивает наилучшую оценку поля направления.

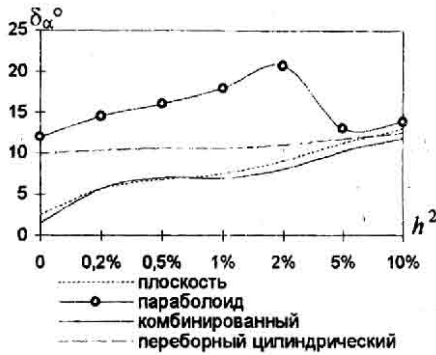


Рис.9. Зависимость точности оценивания поля направлений аппроксимационными методами от интенсивности шума (маска 11x11,  $\omega=0.07\pi$ ).

Это объясняется тем, что на тестовом изображении площадь участков, соответствующих перепаду функции яркости (рис.6) больше, чем участков, соответствующих точкам экстремума. Можно заметить также существенное уменьшение погрешности оценки поля направлений при использовании комбинированной аппроксимации.



Рис.10. Зависимость погрешности оценивания поля направлений аппроксимационными методами от пространственной частоты квазипериодической структуры (маска 9x9).

### 3.2. Методы локальных градиентов

Рассматриваемый класс методов основан на том факте, что градиент функции в любой точке перпендикулярен касательной к линии уровня в этой точке. Методы локальных градиентов основаны на вычислении градиента функции яркости при различных положениях локальной маски внутри сканируемого по изображению симметричного прямоугольного внешнего окна  $W$  размером  $M \times N$  (локальный градиент):  $(f_x^{k,l}, f_y^{k,l})$ , где  $1 \leq k \leq N, 1 \leq l \leq M$ .

Использовались два типа локальной маски (рис.11). За направление полос в точке сканирования принимаем угол  $\psi$ , вычисленный на основе найденных локальных градиентов:

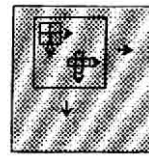


Рис.11.

$$tg \hat{\psi}(x, y) = -f_x / f_y, 0 \leq \hat{\psi}(x, y) < \pi,$$

где  $(f_x, f_y) = (\frac{\partial I(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial I(x, y)}{\partial y})$ .

Рассматриваемый класс методов нахождения поля направлений можно разбить на два подкласса, характеризуемые различным способом использования локальных градиентов в общей схеме расчета поля направлений: методы усреднения проекций градиента и методы усреднения локальных углов направления. Метод усреднения проекций градиентов основан на использовании локальных градиентов  $(f_x^{k,l}, f_y^{k,l})$ , соответствующих положению  $(k, l)$  локальной маски, в расчете градиента функции яркости в центре внешнего окна  $W$ :

$$(f_x, f_y) = \frac{1}{NM} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M (f_x^{k,l}, f_y^{k,l}).$$

Метод усреднения локальных углов направления использует локальные градиенты  $(f_x^{k,l}, f_y^{k,l})$  для расчета локальных углов:

$$\Psi_{k,l} = -\arctg(f_x^{k,l} / f_y^{k,l}). \quad (12)$$

Тогда направление полосы в центре внешнего окна  $W$  можно вычислить усредняя поле локальных углов:

$$\hat{\psi} = \frac{1}{2} \arg \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M \exp(i 2\Psi_{k,l}). \quad (13)$$

Значение весовой функции поля направлений соответственно будет иметь следующее выражение:

$$\hat{w} = \left| \frac{1}{MN} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M \exp(i 2\Psi_{k,l}) \right|.$$

Фактически метод состоит из двух этапов: 1) определение градиента, либо направления (на основе градиента) в каждой точке локальной маски (2x2, крест); 2) сглаживание поля градиентов или поля направления в окне. Процесс классификации методов градиентов можно продолжить, базируясь на различных способах нахождения локальных градиентов: использование разностных схем и локальной аппроксимации гармоническими функциями. Общая классификационная схема для класса методов локальных градиентов представлена на рис.12.

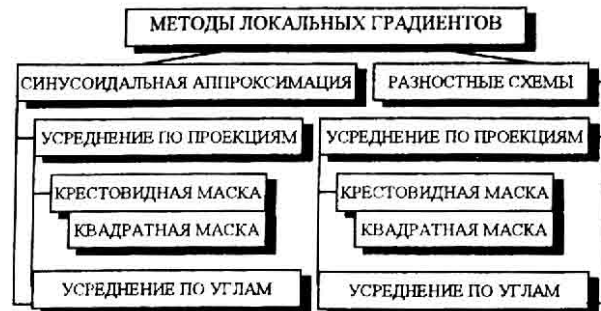


Рис.12. Классификация методов локальных градиентов.

Градиентный метод с использованием разностных схем. В этом методе для нахождения градиента используется его определение. При вычислении частных производных применяется разностный метод со сканированием локальной маской двух видов: квадратная размером  $2 \times 2$  и крестообразная. Эти методы, как и все градиентные, позволяют получить непрерывные значения угла направлений, что обеспечивает повышение точности оценивания по сравнению с переборными алгоритмами. Быстродействие методов существенно зависит от размера внешнего окна сканирования  $W$ . Недостатком метода является повышенная чувствительность к шумам.

Методы локальной синусоидальной аппроксимации. Методы описываемого подкласса градиентных методов основаны на аппроксимации в пределах локального окна функции яркости синусоидальной функцией двух переменных:  $F(x, y) = A \sin(\omega_x x + \omega_y y + \varphi)$ . Значение локальных проекций градиента в центре окна (при  $x=y=0$ ):

$$f_x^{k,l} = A^{k,l} \omega_x^{k,l} \cos(\varphi^{k,l}), \quad f_y^{k,l} = A^{k,l} \omega_y^{k,l} \cos(\varphi^{k,l}).$$

Параметры  $A$ ,  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\varphi$ , можно определить методом наименьших квадратов, который сводится к системе нелинейных уравнений, которую аналитически решить невозможно. Численные методы очень сложны в реализации, а в данном случае ненадежны в связи с неоднозначностью обратных тригонометрических функций. Поэтому данная задача решается без использования метода наименьших квадратов и формулируется таким образом, что допускает аналитическое решение. Величина  $A$  является константой, равной наибольшему значению функции яркости. Необходимо определить параметры  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\varphi$ . Применим метод сведения переопределенной задачи к такой, где число уравнений равно числу неизвестных. Для этого перейдем от используемого нами вида локальной маски к маскам нескольких видов. Маска первого типа соответствует наклону полосы в центре окна на  $45^\circ$  и используется при определенной конфигурации значений яркости, соответствующей условию (рис. 13):

$$[(t_1 < t_3) \wedge (t_1 < t_2)] \wedge [(t_1 > t_3) \wedge (t_1 > t_2)]. \quad (14)$$

Выберем стандартную декартову систему координат, обеспечивающую наименьшее значение фазы (что определяется неоднозначностью арксинуса при выполнении условия (14)). Для данной задачи важен лишь знак частного  $\omega_x / \omega_y$ . Поэтому частоту  $\omega_x$  считаем всегда положительной, а  $\omega_y$  с данной маской при выполнении условия (14) - отрицательной. Это всегда можно сделать выбором начала отсчета и начальной фазы. Таким образом, если условие (14) выполняется, то приходим к системе следующего вида:

$$\begin{cases} A \sin \varphi = t_1 \\ A \sin(-\omega_y + \varphi) = t_2 \\ A \sin(\omega_x + \varphi) = t_3 \end{cases}$$

решение которой:

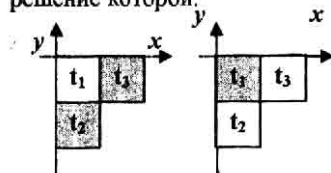


Рис. 13. Маска первого типа

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin \frac{t_1}{A} \\ \omega_x &= \left| \arcsin \frac{t_3}{A} - \varphi \right| \\ \omega_y &= \left| \varphi - \arcsin \frac{t_2}{A} \right| \end{aligned}$$

Если условие (14) не выполняется, воспользуемся маской второго типа (рис. 14), соответствующей наклону полосы в центре окна на  $135^\circ$  (14). Частоты  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  являются положительными и система уравнений будет иметь вид:

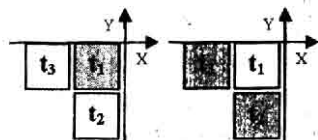


Рис. 14. Маска второго типа

$$\begin{cases} A \sin \varphi = t_1 \\ A \sin(-\omega_y + \varphi) = t_2 \\ A \sin(-\omega_x + \varphi) = t_3 \end{cases}$$

решение которой:

$$\varphi = \arcsin \frac{t_1}{A},$$

$$\omega_x = \left| \varphi - \arcsin \frac{t_3}{A} \right|, \quad \omega_y = \left| \varphi - \arcsin \frac{t_2}{A} \right|.$$

Маска третьего типа соответствует наклону полосы в центре окна на  $90^\circ$  (рис. 15), что соответствует выполнению следующего условия:

$$[(t_2 < t_1) \wedge (t_4 < t_3)] \wedge [(t_2 > t_1) \wedge (t_4 > t_3)]. \quad (15)$$

В этом случае частоты:  $\omega_x > 0$ ,  $\omega_y = 0$ , и система уравнений будет иметь следующий вид:

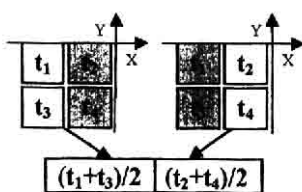


Рис. 15 Маска типа три

$$\begin{cases} A \sin \varphi = \frac{t_1 + t_3}{2} \\ A \sin(\omega_x + \varphi) = \frac{t_2 + t_4}{2} \end{cases}$$

решение которой:

$$\varphi = \arcsin \frac{t_1 + t_3}{2A},$$

$$\omega_x = \left| \arcsin \frac{t_2 + t_4}{2A} - \varphi \right|, \quad \omega_y = 0.$$

Маска четвертого типа соответствует горизонтальному расположению полос (рис. 16), что соответствует выполнению следующего условия:

$$[(t_1 < t_3) \wedge (t_2 < t_4)] \wedge [(t_1 > t_3) \wedge (t_2 > t_4)]. \quad (16)$$

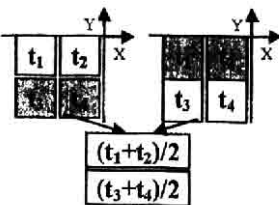


Рис. 16. Маска четвертого типа

Аналогично частоты:  $\omega_x = 0$ ,  $\omega_y > 0$ , и система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} A \sin \varphi = \frac{t_1 + t_2}{2} \\ A \sin(-\omega_y + \varphi) = \frac{t_3 + t_4}{2} \end{cases}$$

решение которой:

$$\varphi = \arcsin \frac{t_1 + t_2}{2A}, \quad \omega_y = \left| \varphi - \arcsin \frac{t_3 + t_4}{2A} \right|, \quad \omega_x = 0$$

Во внешней маске  $W$  укладывается  $(M-1) \times (N-1)$  локальных масок размером  $2 \times 2$ . Таким образом для определения частоты функции яркости, соответствующей центру глобального окна  $W$  используются усредненные по окну значения модулей локальных частот  $\omega_x^{k,l}, \omega_y^{k,l}$ :

$$\omega_x = \frac{1}{(M-1)(N-1)} \sum_{k=1}^{M-1} \sum_{l=1}^{N-1} |\omega_x^{k,l}| \quad (17)$$

$$\omega_y = \frac{1}{(M-1)(N-1)} \sum_{k=1}^{M-1} \sum_{l=1}^{N-1} |\omega_y^{k,l}|$$

При этом частотным компонентам  $\omega_x$  и  $\omega_y$  присваивается тот знак, который преобладает во множестве локальных частот. На рисунках 17 - 19 приведено исследование точности оценивания поля направления градиентными методами в зависимости от интенсивности шума и пространственной частоты квазипериодической структуры.

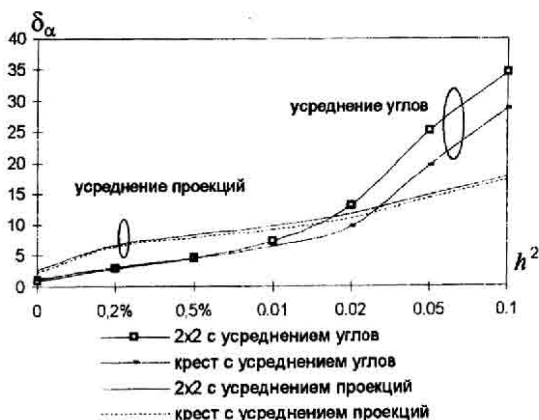


Рис. 17. Зависимость погрешности оценивания поля направления от интенсивности шума (маска  $7 \times 7$ ) для класса градиентных методов, использующих стандартные разностные схемы.

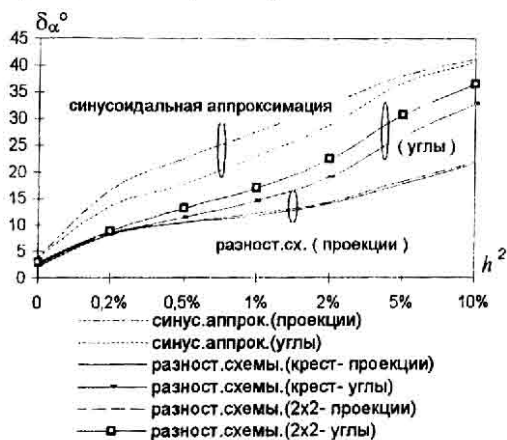


Рис. 18. Зависимость погрешности оценивания поля направления от интенсивности шума (маска  $7 \times 7$ ) для различных градиентных методов.

Синусоидальный метод является устойчивым к шуму при увеличении пространственной частоты квазипериодической структуры.

Методы, основанные на разностных схемах, использующие усреднение проекций обеспечивают более высокую помехоустойчивость при достаточно большой интенсивности шума, однако методы, использующие усреднение углов обладают тем преимуществом, что являются более точными при высоких пространственных частотах.

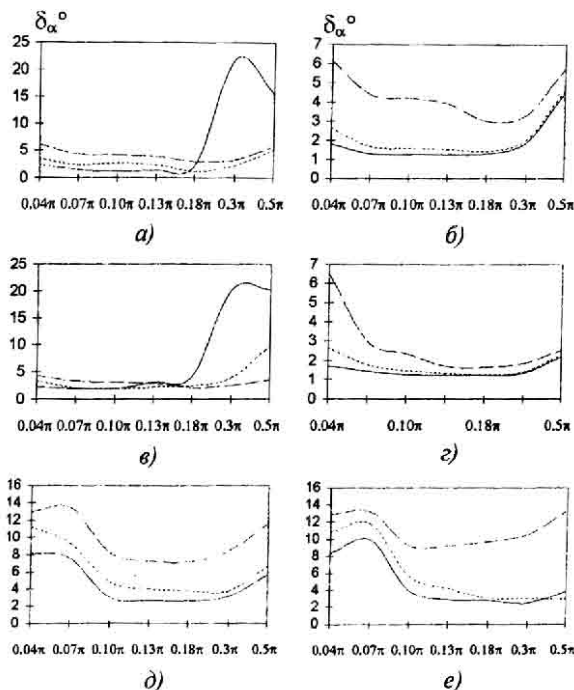


Рис. 19. Зависимость погрешности построения полей направлений от частоты полос. Разностные схемы: а) крест-проекция, б) крест-углы, в)  $2 \times 2$ -проекция, г)  $2 \times 2$ -углы. Синусоидальные методы: д) усреднение углов, е) усреднение проекций.

### 3.3. Дифференциальные методы

Дифференциальные методы основаны на том факте, что производная функции яркости по направлению, совпадающему с направлением полосы, имеет наименьшее по модулю значение среди производных по направлению в текущей точке:  $\hat{\psi} = \arg \min |f'(\varphi)|$ . При использовании дифференциального метода с маской  $3 \times 3$  по отсчетам внутри окна вычисляем производные вдоль направлений, определяемых углами  $0, 45, 90, 135^\circ$  [1]. При этом используются симметричные разностные схемы:

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}$$

При использовании маски размеров  $5 \times 5$  вычисляются производных по восьми направлениям, определяемых углами:  $0, 26 = \arctg(1/2), 45, 63 = \arctg 2, 90, 116, 135, 153^\circ$  [1].

Основным преимуществом дифференциальных методов является максимально возможное быстродействие среди всех представленных классов методов построения поля направления.



Весовую функцию определим соотношением:

$$w = (\max |f'(\varphi)| - \min |f'(\varphi)|) / \max |f'(\varphi)|.$$

Существенным недостатком дифференциальных методов является сильная чувствительность к шумам, что дает более низкое качество оценки по сравнению с другими методами. На рис.20 показана зависимость погрешности оценки поля направлений для интерферограмм от интенсивности шума.

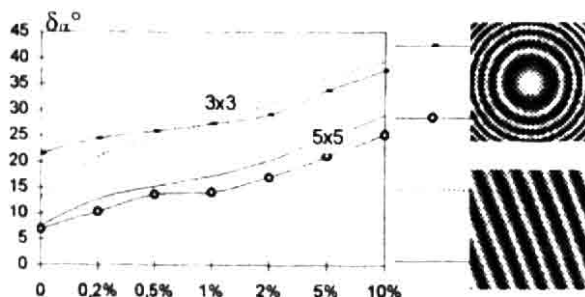


Рис.20. Зависимость погрешности построения поля направлений дифференциальными методами от интенсивности шума для двух типов квазипериодических структур.

Основным ограничением методов является принципиальная невозможность уменьшения максимальной ошибки оценивания до значений меньших чем  $90^\circ/n$ , где  $n$  - количество производных по направлению ( $n=4$  для маски  $3 \times 3$ ,  $n=8$  -  $5 \times 5$ ).

### 3.4. Проекционно-дисперсионные методы

Проекционно-дисперсионный метод построения поля направлений основан на применении преобразования Радона [9] для вычисления "томографических" проекций функции яркости изображения  $I(x,y)$  внутри скользящего окна вдоль направления, перпендикулярного направлению, задаваемому углом  $\psi$  (рис 21):

$$R(l, \psi) = \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} I(\sqrt{l^2 + z^2} \cos(\psi + \arctg \frac{z}{l}), \sqrt{l^2 + z^2} \sin(\psi + \arctg \frac{z}{l})) dz \quad (18)$$

где предполагается, что центр окна размера  $T \times T$  находится в точке  $(0,0)$ . Рассматривая функцию (18) при фиксированном значении параметра  $\psi$  и значениях аргумента  $l \in [-T/2, T/2]$ , можно измерить разброс значений относительно среднего (дисперсию):

$$D(\psi) = \int_{-T/2}^{T/2} [R(l, \psi) - \bar{R}(\psi)]^2 dl, \quad \bar{R}(\psi) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R(l, \psi) dl.$$

За оценку значения поля направлений принимается значение угла  $\psi$ , доставляющее максимум функции  $D(\psi)$ :  $\hat{\psi} = \arg \max D(\psi)$ . Весовую функцию комплексного поля направления определим из следующего соотношения:

$$w = \left( \max_{\psi} D(\psi) - \min_{\psi} D(\psi) \right) / \max_{\psi} D(\psi).$$

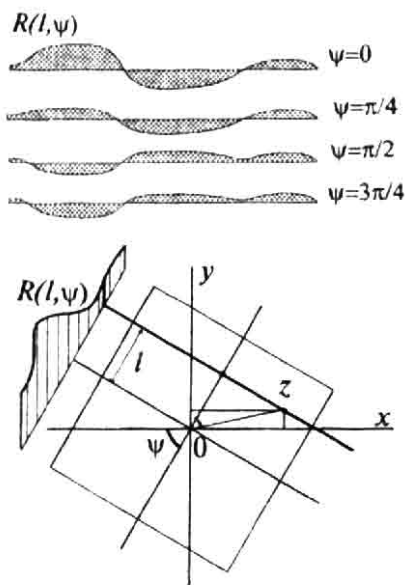


Рис.21. Проекционно-дисперсионный метод.

Непосредственное использование преобразования Радона (18) для дискретного случая вызывает трудности, связанные с невозможностью вращения окна обработки. Практическая реализация дисперсионного метода построения поля направлений сводится к вычислению функции  $D(\psi)$  для частного случая четырех (вертикального, горизонтального и диагональных) направлений на дискретном множестве отсчетов функции яркости  $I(x,y)$  внутри окна.

Произведем сканирование изображения  $I(x,y)$  квадратной  $M \times M$  маской и для каждого из ее положений сформируем четыре последовательности средних значений для отсчетов, расположенных вдоль линий, параллельных одному из четырех направлений:  $0, 45, 90, 135^\circ$ :

$$\begin{aligned} R(k, 45^\circ) &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k I(k-j+1, j), k=1, 2, \dots, 2M-1; \\ R(k, 90^\circ) &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I(i, k), k=1, 2, \dots, M; \\ R(k, 0^\circ) &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M I(k, j), k=1, 2, \dots, M; \\ R(k, 135^\circ) &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k I(M-k+j-1, j), \\ & k=1, 2, \dots, 2M-1. \end{aligned} \quad (19)$$

В результате получаем дискретный вариант:

$$\begin{aligned} D(\psi) &= \sum_k v(k, \psi) [R(k, \psi) - \bar{R}(\psi)]^2, \\ \bar{R}(\psi) &= \sum_k v(k, \psi) R(k, \psi) \end{aligned} \quad (20)$$

$$v(k, \psi) = \begin{cases} \frac{1}{M}, & k=1, 2, \dots, M, \psi=0^\circ \text{ или } \psi=90^\circ \\ \frac{1}{M} \left( 1 - \left| \frac{M-k}{M} \right| \right), & k=1, 2, \dots, 2M-1, \\ & \psi=45^\circ \text{ или } \psi=135^\circ. \end{cases}$$

Основным недостатком такой реализации [1] проекционно-дисперсионного метода является квантованность результирующих значений поля направлений ( $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ ). Можно увеличить число градаций до восьми, обобщив выше приведенные соотношения за счет рассмотрения четырех дополнительных направлений.  $26^\circ = \arctg(1/2)$ ,  $63^\circ = \arctg(2)$ ,  $116^\circ, 153^\circ$ . Однако такой метод увеличивает трудоемкость и громоздкость алгоритмов. Рассмотрим подход к увеличению точности за счет интерполяции (рис.22).

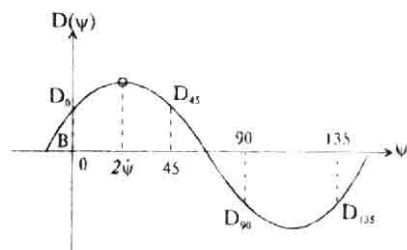


Рис.22. Иллюстрация дисперсионного метода с интерполяцией.

**Дисперсионный метод с интерполяцией.** Допустим, что функция  $D(\psi)$  имеет вид синусоиды:  $D(\psi) = A \cos(2(\psi - \hat{\psi})) + B$ . Зная значения функции  $D_0, D_{45}, D_{90}, D_{135}$  в точках  $\psi=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ , можно оценить неизвестные значения параметров  $A, \hat{\psi}, B$ :

$$\begin{cases} A \cos 2\hat{\psi} + B = D_0 \\ A \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\hat{\psi}\right) + B = D_{45} \\ D_0 + D_{45} + D_{90} + D_{135} = B \end{cases}$$

откуда получаем:

$$\operatorname{tg} 2\hat{\psi} = (D_{45} - B) / (D_0 - B) \quad (21)$$

На отрезке  $[0^\circ, 180^\circ]$  данное уравнение имеет два решения, соответствующих минимальному и максимальному значению функции  $D(\psi)$ . Для данного метода весовую функцию поля направления определим следующим образом:  $w = 2A / (A + B)$ .

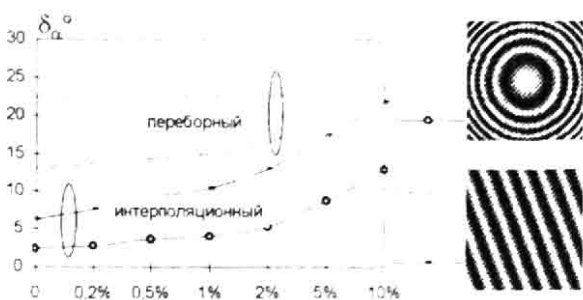


Рис.23. Зависимость погрешности построения поля направлений проекционно-дисперсионными методами от интенсивности шума для двух типов квазипериодических структур.

Исследование точности проекционно-дисперсионных методов (рис.23-25) показало, что интерполяционный метод в 2 - 12 раз увеличивает точность

оценивания поля направления по сравнению с четырехградационным переборным методом (рис.23). Интерполяционный метод проигрывает переборному только для больших значений пространственной частоты и большой интенсивности шума

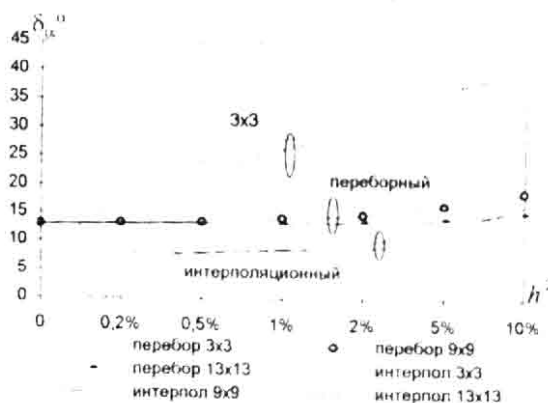


Рис.24. Зависимость погрешности оценки поля направлений проекционно-дисперсионными методами от интенсивности шума для различных масок.

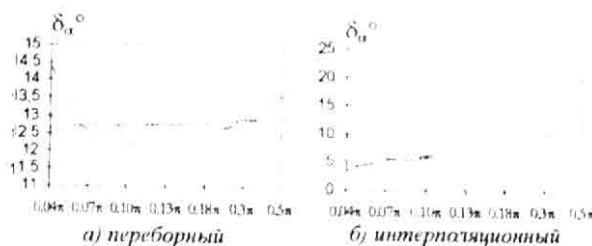


Рис.25. Зависимость погрешности оценки поля направлений проекционными методами от пространственной частоты квазипериодической структуры

### 3.5 Спектральные методы

Спектральный метод основан на модели изображения с локально-периодической функцией яркости. В соответствии с этой моделью производится спектральный анализ функции яркости изображения  $I(x, y)$  в пределах скользящего окна  $W(x_0, y_0)$ :  $W(x_0, y_0) = \{(x, y) : |x - x_0| \leq T/2, |y - y_0| \leq T/2\}$ , где  $(x_0, y_0)$  - координаты центра окна  $T \times T$ -размеры окна [5]. Рассмотрим коэффициенты ряда Фурье функции яркости в пределах окна

$$c(m, n) = \iint_{W(x_0, y_0)} I(x, y) \exp\left[\frac{2\pi i}{T}(mx + ny)\right] dx dy$$

и определим координаты максимального по модулю коэффициента

$$(m_0, n_0) = \operatorname{arg} \max_{(m, n) \in \mathbb{Z}^2} |c(m, n)|$$

Индексы  $(m_0, n_0)$  (рис.26) определяют преобладающие в данном фрагменте изображения пространственные частоты  $\omega_x(x_0, y_0), \omega_y(x_0, y_0)$  с точностью до знака и позволяют оценить значения поля направлений и поля пространственных частот в точке  $(x_0, y_0)$ .

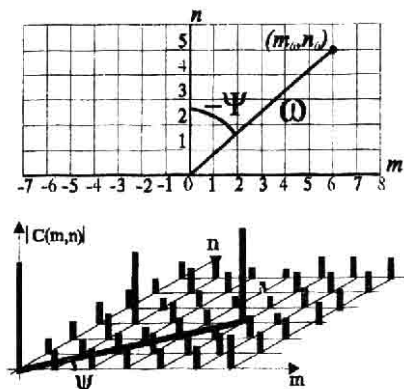


Рис.26. Иллюстрация спектрального метода.

$$\operatorname{tg} \hat{\psi}(x_0, y_0) = -\frac{m_0}{n_0}, \quad (22)$$

$$\hat{\omega}(x_0, y_0) = \frac{2\pi}{T} \sqrt{m_0^2 + n_0^2}.$$

В отличие от метода локальной квадратичной аппроксимации здесь размеры окна ограничены снизу: при каждом положении на плоскости изображения оно должно пересекаться несколькими "интерференционными" полосами. Чем больше полос попадает в окно и чем меньше искривленность полос внутри окна, тем более точными будут оценки (22). Практическая реализация спектрального метода расчета поля направлений основана использовании рекурсивных алгоритмов быстрого преобразования Фурье. Но, несмотря на это, данный метод чрезвычайно трудоемок с вычислительной точки зрения. Рассмотрим метод основной локальной частоты, основанный на непосредственном "геометрическом" способе оценивания пространственных частот.

*Метод основной локальной частоты.* Этот метод также как и представленный выше спектральный метод, основан на поиске главной гармоники. Отличие заключается в процедуре поиска. Компоненты пространственной частоты для малой области изображения квазипериодической структуры равны  $\omega_x = 2\pi/d_x$ ,  $\omega_y = 2\pi/d_y$ , где  $d_x, d_y$  - периоды функции яркости  $I(x, y)$  в вертикальной и горизонтальной развертке, задача сводится к определению периода сечений функции яркости по горизонтали и вертикали.

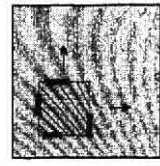


Рис.27. Иллюстрация метода основной локальной частоты.

На рис.27 отмечены по вертикали и горизонтали периоды функции яркости, равные удвоенному расстоянию между соседними экстремумами (минимумами и максимумами). В силу наличия шумов на рассматриваемых сечениях функции яркости присутствуют побочные минимумы и максимумы. Поэтому необходима процедура их отсекания. Отбросим минимумы, лежащие выше порогового значения  $\Pi_{\min}$  и

максимумы - ниже порогового значения  $\Pi_{\max}$  (на рис.28 они соответственно обозначены - ° и \*). В результате на ярких участках группируются максимумы, не разделенные минимумами, на темных - минимумы.

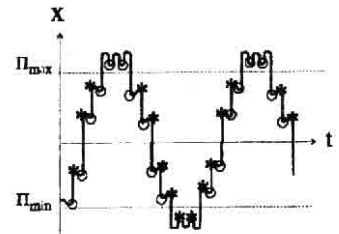


Рис.28. Удаление ложных экстремумов.

Поскольку экстремумы разных типов должны чередоваться, то воспользуемся процедурой прореживания. При этом оставим один первый максимум (минимум), остальные до ближайшего минимума (максимума) отсечем (рис.30).

Для определения пространственной частоты просканируем исходное изображение. Размер маски должен составлять приблизительно два - три периода функции яркости. При увеличении размера маски нарушается условие однородности квазипериодической структуры, при уменьшении - возрастает влияние краевых эффектов.

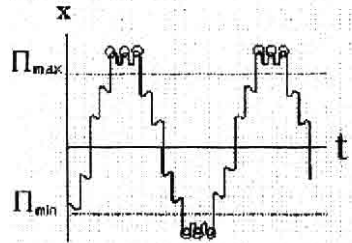


Рис.29. Удаление группы экстремумов.

Для каждой текущей точки, соответствующей центру окна, определим значения пространственных частот  $\omega_x$  и  $\omega_y$ . В соответствии с размером маски сформируем периодически обновляемый буфер из строк (столбцов) изображения. Выберем в маске первую, среднюю и последнюю строки (столбцы). В каждой строке (столбце) определим количество и номера минимумов и максимумов (отсчетов с наименьшими и наибольшими значениями яркости).

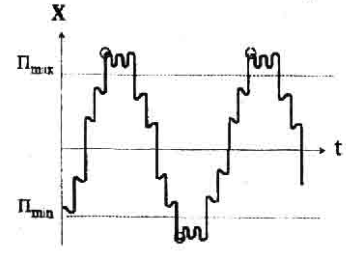


Рис.30. Удаление соседних экстремумов.

Определим среднее расстояние между пиками (максимумами) в строке (причем расстояние равно нулю, если пиков в строке (столбце) нет, и размеру маски, если пик один), и определим соответствующее значение частоты. Результирующую частоту

определим как среднее значение найденных частот по выбранным строкам (столбцам) сканируемой маски. Оценка значения поля направления равна отношению найденных компонент  $\omega_x$  и  $\omega_y$ . В отличие от спектрального или градиентных методов в данном случае возникает неоднозначность, связанная с невозможностью определения знаков компонент пространственной частоты. В данном случае мы не сможем отличить направления  $\alpha$  и  $(180 - \alpha)$ . Для определения знака частоты предлагается анализировать сдвиг экстремумов функции яркости в соседних линиях развертки изображений.

На рис.31в приведено исследование точности оценивания поля направления в зависимости от пространственной частоты квазипериодической структуры для различных размеров окна сканирования. На рис.31а,б приведена точность оценивания поля направления при различной интенсивности шума для двух сечений данного графика, соответствующих низкой и высокой частоте структуры. При увеличении пространственной частоты повышается точность оценивания поля направления. При наличии шумов погрешность достаточно высока, но не сильно увеличивается при увеличении интенсивности шума (это объясняется природой накладываемого шума (высокочастотной) и тем, что спектральные методы хорошо работают на высокочастотных квазипериодических структурах (размер окна обработки ограничен снизу и должен содержать как минимум несколько "интерференционных" полос).

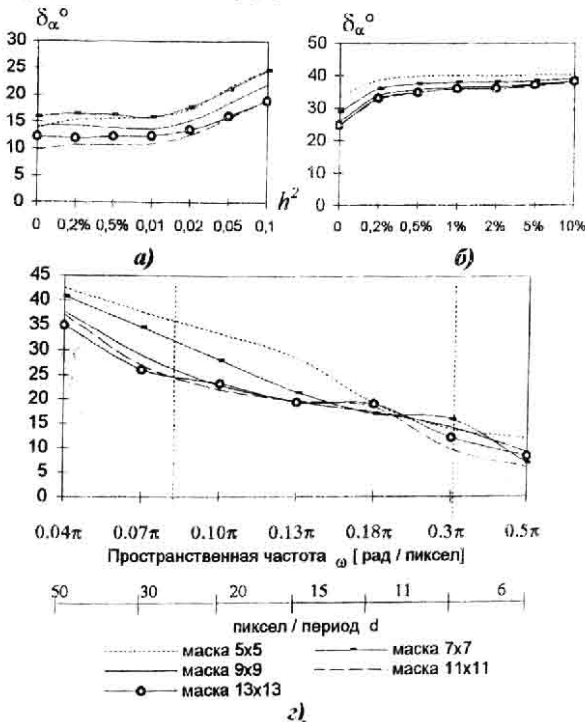


Рис.31. Зависимость погрешности построения полей направлений методом "основной локальной частоты" а),б) от интенсивности шума для различных масок и различных частот: а)  $\omega=0.3\pi$ , б)  $\omega=0.08\pi$ ; в) от пространственной частоты.

#### 4. Экспериментальные исследования методов построения поля направлений

На рис.32 приведено исследование точности оценивания поля направления различными методами в зависимости от пространственной частоты, а так же от периода анализируемой квазипериодической структуры при обработке окном 9x9 (дифференциальные методы окном 5x5) и в зависимости от интенсивности шума для высокочастотной интерферограммы рис.32в и низкочастотной рис.32б, соответствующих сечениям графика рисунка 32а.

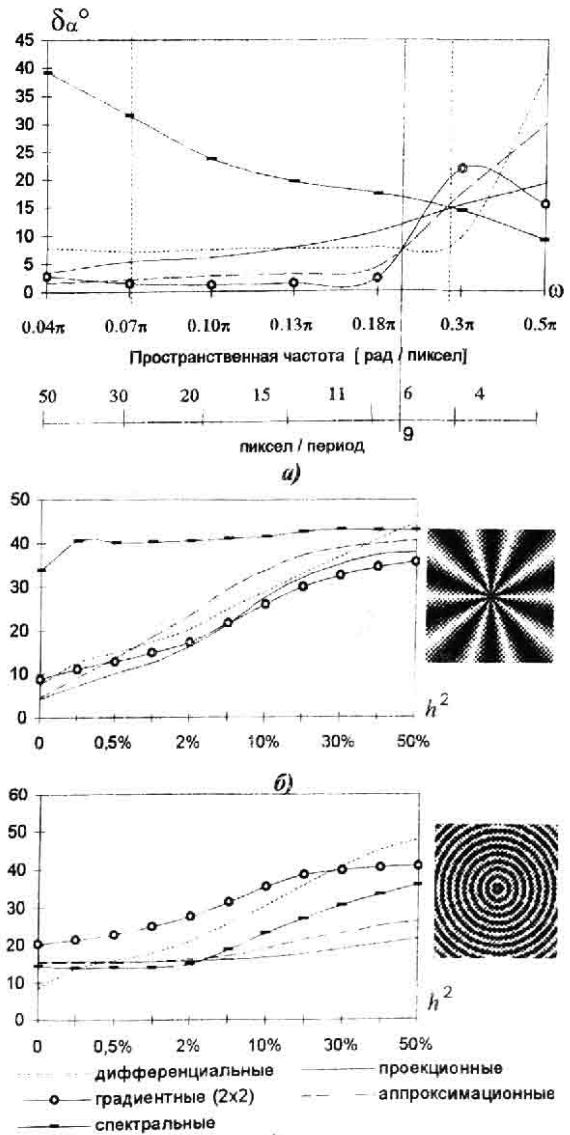
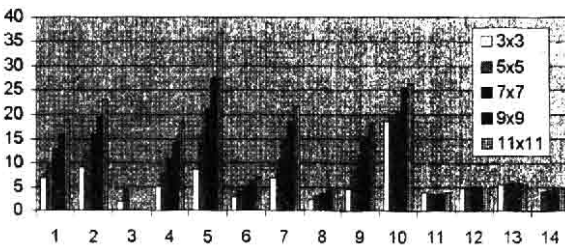


Рис.32. Зависимость погрешности оценивания поля направления разными методами (маска 9x9): а) от пространственной частоты; б), в) от интенсивности шума; б) при  $\omega \approx 0.07\pi$  рад/пиксел, изображение 256x256, в) при  $\omega=0.3\pi$ , размер изображения 128x128 пикселей.

Максимальную теоретическую точность (при отсутствии шумов) обеспечивают градиентные и аппроксимационные методы построения полей на-

правлений. При уровне шума 0.2% и выше преимуществом по точности оценивания поля направления (в диапазоне низких частот) обладают проекционно-дисперсионные методы. Для высокочастотных квазипериодических структур преимущество данных методов начинает проявляться при уровне шума 0.5% и выше, при этом в случае наличия большого шума методы являются достаточно помехоустойчивыми, и ошибка оценивания практически не зависит от уровня шума. Для высокочастотных квазипериодических структур наилучшую точность оценивания поля направления обеспечивают спектральные методы. Влияние шума начинает сказываться на работе спектральных методов в диапазоне высоких частот при отношении шум/сигнал 5%. Для дифференциальных методов наблюдается резкое возрастание ошибки оценивания при пространственных частотах квазипериодической структуры выше  $0.3\pi$  рад/пиксель, для данных методов можно также отметить сильную зависимость от шумов. Аппроксимационные методы обеспечивают хорошую точность оценивания поля направления, если окно обработки захватывает не более одной полосы квазипериодической структуры. Наибольшим быстродействием обладают аппроксимационные, дифференциальные методы, метод основной локальной частоты.



1-дисперсионный переборный; 2-дисперсион. интерпол.; 3-дифференциальный; 4-градиентный (синусоидальн. Аппрокс.) с усреднением углов; 5-градиентный (синусоидальн. аппрокс.) с усреднением проекций; 6-градиентный (разностные схемы) с усреднением проекций (2x2); 7-градиентный (разностные схемы с усреднением углов (2x2)); 8-градиентный (разностные схемы с усреднением проекций (крест)); 9-градиентный (разностные схемы с усреднением углов (крест)); 10 - цилиндрическая аппроксимация; 11-аппроксимация плоскостью; 12-аппроксимация квадратичной поверхностью; 13-комбинированная аппроксимация; 14-спектральный (основной локальной частоты).

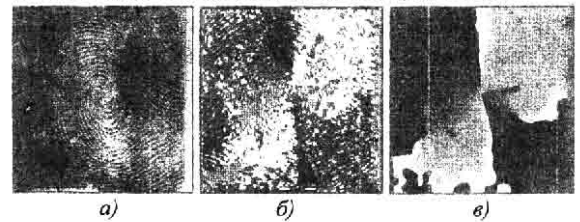
**Рис.33. Диаграмма затрат времени на обработку квазипериодической структуры размером 256x256 различными методами построения полей направлений для различных масок.**

### 5. Примеры практических задач, решаемых с использованием поля направлений

#### 5.1. Анализ дактилограмм.

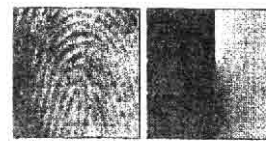
Дактилоскопические изображения широко используются в криминалистике для идентификации

личности правонарушителя, а также в некоторых типах устройств для ограничения доступа персонала. Представленная в работах [1, 10] методика кодирования изображений отпечатков пальцев основана на обнаружении глобальных и локальных особенностей и расчете их геометрических характеристик (расстояния и углы между особыми точками). К глобальным особенностям относятся тип узора ("петля", "дельта", "спираль" и т.п.). Локальные особенности - это точки разрыва, ветвления и слияния линий папиллярного узора. Метод поля направлений может быть применен для обнаружения и определения координат глобальных особенностей, для оценки их геометрических характеристик и для построения процедур поиска локальных признаков дактилограмм. Для вычисления поля направлений в данном случае возможно использование спектрального или дисперсионного методов (метод локальной квадратичной аппроксимации не применен из-за высокой густоты полос, сравнимой с частотой дискретизации дактилографического изображения). В данных исследованиях был использован проекционно-дисперсионный метод, дающий четыре градации направления, а также градиентный метод с использованием синусоидальной аппроксимации. На рис.34 приведены исходное изображение и результаты расчета и фильтрации поля направлений.

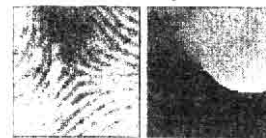


**Рис.34. Поле направлений дактилокарты а) функция яркости исходного изображения; б) четырехградационное поле направлений; в) результаты линейного сглаживания.**

Распознавание типа папиллярного узора основано на анализе конфигураций поля направлений на границе скользящего окна. При этом используется четырехградационное поле направления.



Шатер



Дельта



Спираль

**Рис.35. Глобальные особенности**

Для приведения непрерывных значений к четырем градациям воспользуемся номерами секторов (0, 1, 2, 3), определяемые следующим диапазоном углов:  $[0^\circ-22^\circ, 158^\circ-180^\circ]$ ;  $[23^\circ-67^\circ]$ ;  $[68^\circ-112^\circ]$ ;  $[113^\circ-157^\circ]$ . Центры приведенных диапазонов соответствуют углам  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ . Окрестность каждой точки дактилограммы характеризуется

Конфигурация	Тип точки
1-0-3-2-1-0-3-2	Центр спирали
0-3-2-1-0-3-2-1	
3-2-1-0-3-2-1-0	
2-1-0-3-2-1-0-3	
0-1-2-3/1-2-3-0	Дельта
2-3-0-1/3-0-1-2	
1-0-3-2/-3-2-1	Петля
3-2-1-0/-1-0-3	
2-1-0-1	дв.левая петля
3-2-3-0	дв.прав.петля
1-0-3-0	Шатер

Рис.36

определенным порядком смены значений поля направлений. Для глобальных особенностей этот порядок отличается от порядка произвольной точки отпечатка (рис.35, 36).

Оценивание геометрических параметров глобальных особенностей

производится на основе геометрии секторов поля направлений. В качестве геометрических параметров глобальных особенностей используются: угловые характеристики дельт, наклон оси спирали, характеристики закручивания спирали: степень отклонения от вертикали, размах секторов поля направлений слева и справа от центра, признак несимметричности расположения дельт (рис.37).

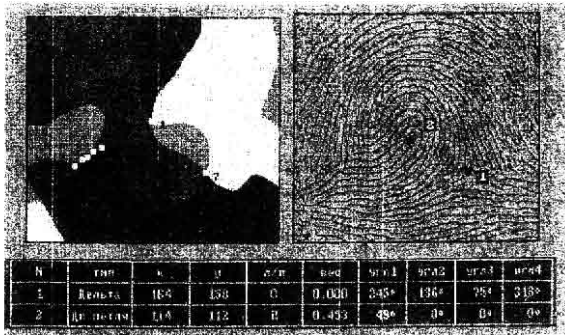


Рис.37. Геометрические характеристики глобальных особенностей.

Для поиска локальных особенностей (точек разрыва, ветвления и слияния папиллярных линий) используются традиционные методы получения бинарных препаратов изображений и дальнейшая их логическая обработка с использованием поля направлений (рис.38). Классификации подвергались точки, которые лежат на качественных областях, определяемых критериями качества, полученных на основе анализа изображения скелетизированного папиллярного рисунка и весовой функции поля направления.

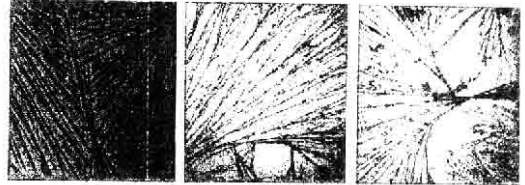


Рис.38. Анализ преклассифицированных локальных особенностей папиллярного рисунка.

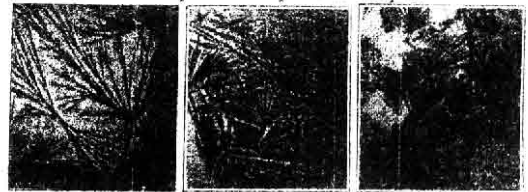
Применение поля направлений позволяет существенно упростить алгоритм распознавания и анализа глобальных и локальных особенностей.

## 5.2. Анализ кристаллограмм

В настоящее время в офтальмологии существуют методы диагностики глазных болезней по состоянию кристаллограммы слезной жидкости пациента. Основными признаками патологичности являются большое количество центров кристаллизации, большой разброс направлений и высокая плотность кристаллов [2, 3] (рис.39).



Кристаллограммы в норме



Кристаллограммы с патологией

Рис.39. Характерные изображения кристаллограмм слезной жидкости в норме и при патологических изменениях органов зрения.

Данными признаками также обладают кристаллограммы плазмы крови [11], используемые аналогично для диагностики ряда заболеваний. На рис.40 приведены образцы кристаллограмм плазмы крови и соответствующие поля направлений с основными характеристиками. Для анализа степени разброса направлений кристаллизации используется графический препарат поля направлений, на основе которого определяется коэффициент однонаправленности:

$$K_{од} = \frac{1}{|D|} \iint_D \left( \left| \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial y} \right|^2 \right) dx dy.$$

В качестве признаков классификации были выбраны также следующие характеристики кристаллограмм, построенные с использованием поля направлений: относительная площадь областей с выраженным направлением  $K_{на} = S_v / S$ , где  $S_v$  - площадь участков, выделенных на основе анализа весовой функции поля направлений,  $S$  - площадь кристаллограммы; густота лучей, определяемая на областях четких линий  $D_v$ :

$$K_z = \frac{1}{|D_v|} \iint_{D_v} (\omega_x^2 + \omega_y^2) dx dy,$$

прозрачность кристалла:  $K_{пр} = (\bar{I}_v - I_v^c) / \bar{I}_v$ , где

$$\bar{I}_v = \frac{1}{|D_v|} \iint_{(x, y) \in D_v} I(x, y) dx dy, \quad I_v^c = (I_{max} + I_{min}) / 2.$$

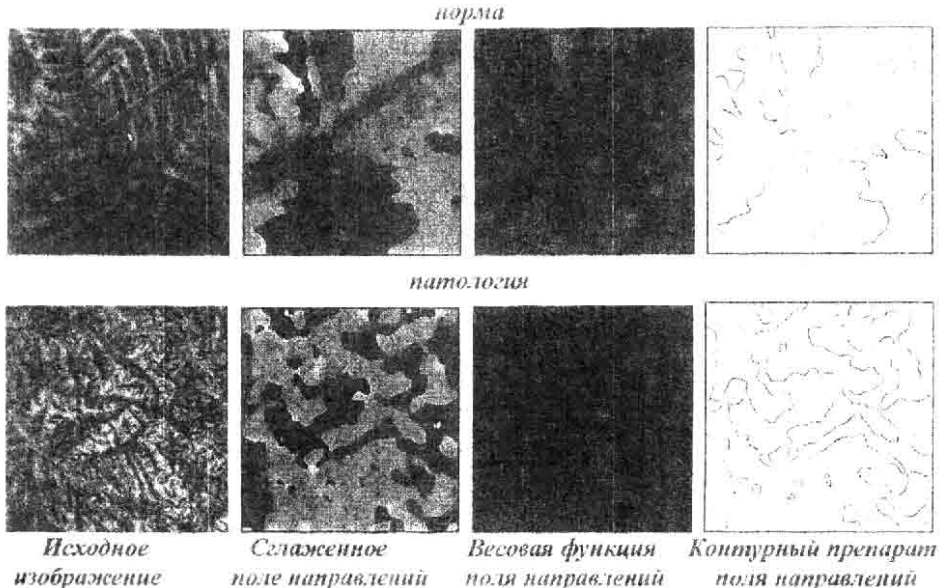


Рис.40. Анализ кристаллов плазмы крови

### 5. Заключение

Эффективным методом анализа изображений, характеризуемых наличием квазипериодических структур, является метод поля направлений. Он позволяет сократить структурную избыточность таких изображений, упрощает обработку и анализ, повышает качество распознавания. Метод поля направлений дает возможность выявить существенные признаки изображений, позволяющие провести эффективный анализ. В представленной работе предложены численные методы оценивания поля направления и сравнительное исследование их точности и быстродействия. Все методы разбиты на пять классов в зависимости от используемой модели представления поля направлений и подхода к его вычислению: методы параметрической аппроксимации, методы локальных градиентов, дифференциальные методы, проекционно-дисперсионные методы, спектральные методы. Для оценивания точности методов в качестве критерия использовалась приведенная угловая среднеквадратичная погрешность, рассчитанная с использованием комплексного представления поля направлений. Разработанная классификационная схема методов построения поля направлений позволяет осуществить выбор наилучших методов для конкретных задач обработки изображений.

### Список литературы

1. Ильясова Н. Ю., Устинов А. В., Храмов А. Г. Методы анализа дактилоскопических изображений на основе поля направлений // Научное приборостроение, т.3, с.89-101, 1993, Санкт-Петербург.
2. Ильясова Н. Ю., Устинов А. В. Компьютерный анализ изображения кристаллов слезы // Тезисы доклада на 2-ой международной конференции "Распознавание-95", Курск, 1995, с.248-250.

3. Дворянова Т.П., Ильясова Н.Ю., Устинов А.В., Храмов А.Г. Компьютерная система анализа диагностических кристаллограмм // Компьютерная оптика, вып. 16, с.90-96, 1996.
4. Ченцова О. Б., Прокофьева Г. Л. Кристаллографический метод обследования при некоторых заболеваниях глаз // Методические рекомендации. М.: 1988г.
5. Soifer V. A, Kotlyar V. V., Khonina S. N., and Khramov A. G., The Method of the Directional Field in the Interpretation and Recognition of Images with Structure Redundancy, Pattern Recognition and Image Analysis, v.6, No.4, pp.710-724 (1996)
6. Glunov N.I. Krainukov N.I. Sergeev V.V. Khramov A.G. The Fast Algorithm of Image Approximation in a Sliding Window // Pattern Recognition and Image Analysis, 1991, N 4, p.424-426
7. Бронштейн И. Н., Семендяев К.А. Справочник по математике, 1956 г.
8. Сергеев В. В., Фролова Л. Г. Разработка и применение алгоритма цилиндрической полиномиальной аппроксимации изображения в скользящем окне // Автометрия, 1, 1996, 22-30с.
9. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям: Основы реконструктивной томографии. - М.: Мир, 1983 - с352.
10. "Руководство по системе "Фрагмент"; УВД Куйбышевского горисполкома, 1976
11. Hozman J., Kubinec R., Trnka J., Varenka J. Automatic computer evaluation of blood serum crystallograms // "Biomedical Image Processing Applications", in Biomedical Engineering & Biotechnology, (A. Strejc, ed.), (Praha), Publishing House of the Czech Technical University, 1995.