

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРОДОЛЬНО-РЕГУЛЯРНЫХ СТРУКТУРАХ

Н.Л.Казанский¹, Г.А.Подлипнов², А.А.Рахаев³, М.Л.Соснин²

¹ Институт систем обработки изображений

² Самарский государственный аэрокосмический университет

³ Дирекция по техническому развитию АО "АВТОВАЗ"

Аннотация

Получены аналитические выражения, описывающие распределение электромагнитного поля в продольно-регулярных линиях передачи.

В приближении равномерного распределения тока проводимости на центральном проводнике рассчитано распределение составляющих электромагнитного поля в линии передачи.

Введение

Работы, посвященные определению электродинамических характеристик регулярных линий передачи (в том числе и распределение электромагнитного поля), можно условно разделить на несколько групп.

К первой группе следует отнести работы, в которых электродинамические параметры определяются на основе замены анализируемой структуры приближенной расчетной моделью. В большинстве работ используется либо квазистатическое или коротковолновое приближение, либо модель Олинера [1]. Эти приближенные методы анализа основаны на априорном эвристическом предположении о характере поля в модели. На основе такого подхода рассчитаны характеристики большого числа регулярных линий передачи и различных функциональных элементов [2]. Характеристики линий передач и функциональных элементов описываются достаточно простыми аналитическими выражениями в замкнутой форме, однако главный недостаток такого подхода заключается в том, что установить адекватность реальной анализируемой структуры и ее эвристической модели не представляется возможным. Оценить степень точности модели и сделанных допущений оказывается задачей более сложной и трудоемкой, чем решение самой задачи.

Ко второй группе следует отнести работы, в которых электродинамические характеристики анализируются численными методами с минимальной аналитической обработкой анализируемой структуры. К таким методам относятся метод минимальных автономных блоков [3] и метод сингулярных интегральных уравнений, основанный на интегральных представлениях электромагнитного поля для каждой кусочно-однородной области структуры [4]. Эти методы являются наиболее универсальными и позволяют анализировать наиболее сложные структуры (структуры с некоординатными границами, продольно-нерегулярные линии передачи, нелинейные структуры). Однако они не являются оптимальными для расчета характеристик продольно-регулярных линий передач, ибо получаемые численные результаты не позволяют выявить существенные особенности анализируемой структуры.

К третьей группе следует отнести работы по определению электродинамических характеристик регулярных линий передачи методом частичных областей [5] и методом сингулярных интегральных

уравнений [6]. Эти методы являются предпочтительными для расчета характеристик продольно-регулярных линий передачи и позволяют рассчитать их электродинамические характеристики с достаточной точностью. Целью работы является разработка методики расчета составляющих электромагнитного поля в продольно-регулярной линии передачи.

1. Выражения для составляющих полей в продольно-регулярной линии передачи

Поперечное сечение продольно-регулярной линии передачи (рис.1) представим в виде первой (1) и второй (2) областей, в общем случае имеющих разные абсолютные диэлектрические ϵ_{a1} , ϵ_{a2} и магнитные μ_{a1} , μ_{a2} проницаемости.

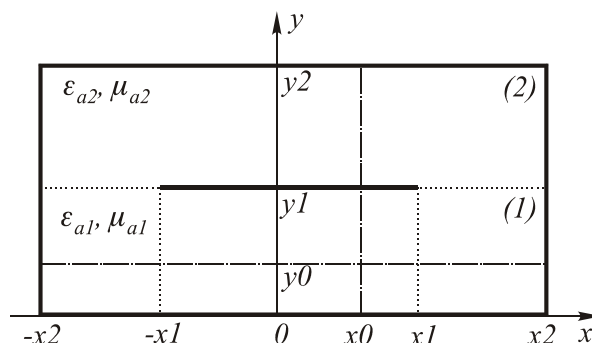


Рис.1. Поперечное сечение анализируемой структуры

Известно, что для регулярных линий передач продольная зависимость электромагнитного поля описывается множителем $e^{-i\gamma z}$. Тогда электрическое и магнитное поля в ξ -ой ($\xi=1,2$) области можно записать в виде

$$\vec{E}_\xi(x, y, z) = \vec{E}_\xi(x, y) \cdot e^{-i\gamma z},$$

$$\vec{H}_\xi(x, y, z) = \vec{H}_\xi(x, y) \cdot e^{-i\gamma z},$$

где γ - продольное волновое число.

В этом случае уравнения Максвелла, описывающие электромагнитное поле внутри анализируемой структуры, сводятся к однородным уравнениям Гельмгольца, решение которых известно. Из них нужно выбрать такие, которые удовлетворяют граничным условиям для касательных составляющих электрического \vec{E}_τ и нормальных составляющих

магнитного \vec{H}_n полей на идеально проводящей внешней поверхности S анализируемой структуры

$$\vec{E}_\tau|_S = 0, \quad \vec{H}_n|_S = 0.$$

С учетом этих граничных условий при симметричном распределении поля относительно плоскости $x=0$ продольные составляющие электрического и магнитного полей определяются соотношениями

$$E_{1z}(x, y) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} A_{1m} \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x) \cdot \sin(\gamma_{y1} \cdot y), \quad (1)$$

$$H_{1z}(x, y) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} B_{1m} \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x) \cdot \cos(\gamma_{y1} \cdot y), \quad (2)$$

$$E_{2z}(x, y) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} A_{2m} \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x) \cdot \sin(\gamma_{y2} \cdot (y2 - y)), \quad (3)$$

$$H_{2z}(x, y) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} B_{2m} \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x) \cdot \cos(\gamma_{y1} \cdot (y2 - y)), \quad (4)$$

где

$$\gamma_{y\xi}^2 = k_\xi^2 - \gamma^2 - \gamma_{xm}^2, \quad \gamma_{xm} = \frac{\pi m}{2 \cdot x2},$$

$$k_\xi = \omega \sqrt{\varepsilon_{a\xi} \mu_{a\xi}}.$$

Зная выражения для продольных составляющих электрического и магнитного полей, с помощью известных соотношений можно определить и остальные составляющие в анализируемой структуре

$$E_{x1}(x, y) = \frac{i}{k_1^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (A_{1m} \cdot \gamma \cdot \gamma_{xm} + B_{1m} \cdot \omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{y1}) \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x) \times \sin(\gamma_{y1} \cdot y), \quad (5)$$

$$E_{y1}(x, y) = \frac{i}{k_1^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-A_{1m} \cdot \gamma \cdot \gamma_{y1} + B_{1m} \cdot \omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{xm}) \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x) \times \cos(\gamma_{y1} \cdot y), \quad (6)$$

$$H_{x1}(x, y) = -\frac{i}{k_1^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (B_{1m} \cdot \gamma \cdot \gamma_{xm} - A_{1m} \cdot \omega \cdot \varepsilon_{a1} \cdot \gamma_{y1}) \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x) \times \cos(\gamma_{y1} \cdot y), \quad (7)$$

$$H_{y1}(x, y) = \frac{i}{k_1^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (B_{1m} \cdot \gamma \cdot \gamma_{y1} + A_{1m} \cdot \omega \cdot \varepsilon_{a1} \cdot \gamma_{xm}) \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x) \times \sin(\gamma_{y1} \cdot y), \quad (8)$$

$$E_{x2}(x, y) = \frac{i}{k_2^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (A_{2m} \cdot \gamma \cdot \gamma_{xm} + B_{2m} \cdot \omega \cdot \mu_{a2} \cdot \gamma_{y2}) \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x) \times \cos(\gamma_{y2} \cdot (y2 - y)), \quad (9)$$

$$E_{y2}(x, y) = \frac{i}{k_2^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-A_{2m} \cdot \gamma \cdot \gamma_{y2} + B_{2m} \cdot \omega \cdot \mu_{a2} \cdot \gamma_{xm}) \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x) \times \cos(\gamma_{y2} \cdot (y2 - y)), \quad (10)$$

$$H_{x2}(x, y) = -\frac{i}{k_2^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (B_{2m} \cdot \gamma \cdot \gamma_{xm} - A_{2m} \cdot \omega \cdot \varepsilon_{a2} \cdot \gamma_{y2}) \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x) \times \cos(\gamma_{y2} \cdot (y2 - y)), \quad (11)$$

$$H_{y2}(x, y) = \frac{i}{k_2^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (B_{2m} \cdot \gamma \cdot \gamma_{y2} + A_{2m} \cdot \omega \cdot \varepsilon_{a2} \cdot \gamma_{xm}) \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x) \times \sin(\gamma_{y2} \cdot (y2 - y)). \quad (12)$$

В этих соотношениях для составляющих полей неизвестные коэффициенты A_{1m} , B_{1m} , A_{2m} , B_{2m} и величины γ , γ_{y1} , γ_{y2} подлежат определению из граничных условий в плоскости расположения центрального проводника.

2. Расчет амплитудных коэффициентов

Для определения неизвестных коэффициентов $A_{\xi m}$, $B_{\xi m}$ и величин γ , γ_{y1} , γ_{y2} необходимо воспользоваться граничными условиями для касательных составляющих электрического и магнитного полей в плоскости расположения центрального проводника, которые сводятся к уравнениям

$$A_{1m} \cdot \sin(\gamma_{y1} \cdot y1) = A_{2m} \cdot \sin(\gamma_{y2} \cdot (y2 - y1)), \quad (13)$$

$$\frac{1}{k_1^2} (A_{1m} \cdot \gamma \cdot \gamma_{xm} + B_{1m} \cdot \omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{y1}) \times \sin(\gamma_{y1} \cdot y1) = \frac{1}{k_2^2} (A_{2m} \cdot \gamma \cdot \gamma_{xm} + B_{2m} \cdot \omega \cdot \mu_{a2} \cdot \gamma_{y2}) \cdot \sin(\gamma_{y2} \cdot (y2 - y1)). \quad (14)$$

Из этих соотношений можно выразить коэффициенты A_{2m} , B_{2m} , через A_{1m} , B_{1m} :

$$A_{2m} = A_{1m} \cdot \frac{\sin(\gamma_{y1} \cdot y1)}{\sin(\gamma_{y2} \cdot (y2 - y1))}, \quad (15)$$

$$B_{2m} = A_{1m} \cdot \frac{\sin(\gamma_{y1} \cdot y1)}{\sin(\gamma_{y2} \cdot (y2 - y1))} \times \left(\frac{k_2^2}{k_1^2} - 1 \right) \cdot \frac{\gamma \cdot \gamma_{xm}}{\omega \cdot \mu_{a2} \cdot \gamma_{y2}} + B_{1m} \cdot \frac{\sin(\gamma_{y1} \cdot y1)}{\sin(\gamma_{y2} \cdot (y2 - y1))} \cdot \frac{\mu_{a1} \cdot \gamma_{y1} \cdot k_2^2}{\mu_{a2} \cdot \gamma_{y2} \cdot k_1^2}. \quad (16)$$

Определим неизвестные постоянные коэффициенты $A_{\xi m}$, $B_{\xi m}$, ($\xi = 1, 2$) входящие в соотношения (1) - (12), через касательные составляющие электрического поля в первой области $E_{1z}(x, y)$, $E_{1x}(x, y)$ в плоскости центрального проводника при $y = y1$. Для этого левую и правую части соотношения (1)

умножим на $\cos(\gamma_{xm} \cdot x)$ и, используя условие ортогональности, получим

$$A_{1m} = \frac{2}{x^2 \cdot \sin(\gamma_{y1} \cdot y1)} \times \int_0^{x^2} E_{1z}(x, y) \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x) dx \quad (17)$$

Аналогично из соотношения (5):

$$B_{1m} = \frac{2 \cdot k_1^2}{i \cdot \omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{y1} \cdot x^2 \cdot \sin(\gamma_{y1} \cdot y1)} \times \int_0^{x^2} E_{x1}(x, y) \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x) dx - \frac{2 \cdot \gamma \cdot \gamma_{xm}}{\omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{y1} \cdot x^2 \cdot \sin(\gamma_{y1} \cdot y1)} \times \int_0^{x^2} E_{1z}(x, y) \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x) dx. \quad (18)$$

С учетом обозначений

$$e_{zm} = \frac{2}{x^2} \cdot \int_0^{x^2} E_{1z}(x, y1) \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x) dx, \quad (19)$$

$$e_{xm} = \frac{2}{x^2} \cdot \int_0^{x^2} E_{1x}(x, y1) \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x) dx, \quad (20)$$

соотношения (17), (18) запишутся в виде:

$$A_{1m} = \frac{1}{\sin(\gamma_{y1} \cdot y1)} \cdot e_{zm}, \quad (21)$$

$$B_{1m} = \frac{k_1^2}{i \cdot \omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{y1} \cdot \sin(\gamma_{y1} \cdot y1)} \cdot e_{xm} - \frac{\gamma \cdot \gamma_{xm}}{\omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{y1} \cdot \sin(\gamma_{y1} \cdot y1)} \cdot e_{zm}. \quad (22)$$

Тогда касательные составляющие магнитного поля в первой области в плоскости расположения центрального проводника при $y = y1$ можно записать в виде

$$H_{x1}(x, y1) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(Y_{11m}^{(1)} \cdot e_{zm} + Y_{12m}^{(1)} \cdot e_{xm} \right) \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x), \quad (23)$$

$$H_{z1}(x, y1) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(Y_{21m}^{(1)} \cdot e_{zm} + Y_{22m}^{(1)} \cdot e_{xm} \right) \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x), \quad (24)$$

где

$$Y_{11m}^{(1)} = \frac{i}{k_1^2} \cdot \frac{\gamma^2 \cdot \gamma_{xm}^2 + k_1^2 \cdot \gamma_{y1}^2}{\omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{y1}} \times \text{ctg}(\gamma_{y1} \cdot y1) \quad (25)$$

$$Y_{12m}^{(1)} = -\frac{\gamma \cdot \gamma_{xm}}{\omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{y1}} \cdot \text{ctg}(\gamma_{y1} \cdot y1), \quad (26)$$

$$Y_{21m}^{(1)} = -\frac{\gamma \cdot \gamma_{xm}}{\omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{y1}} \cdot \text{ctg}(\gamma_{y1} \cdot y1), \quad (27)$$

$$Y_{22m}^{(1)} = \frac{k_1^2}{i \cdot \omega \cdot \mu_{a1} \cdot \gamma_{y1}} \cdot \text{ctg}(\gamma_{y1} \cdot y1). \quad (28)$$

Для второй области при $y = y1$ получим выражения для H_{x2} , H_{z2} , аналогичные соотношениям (23), (24)

$$H_{x2}(x, y1) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(Y_{11m}^{(2)} \cdot e_{zm} + Y_{12m}^{(2)} \cdot e_{xm} \right) \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x), \quad (29)$$

$$H_{z2}(x, y1) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(Y_{21m}^{(2)} \cdot e_{zm} + Y_{22m}^{(2)} \cdot e_{xm} \right) \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x), \quad (30)$$

где

$$Y_{11m}^{(2)} = \frac{i}{k_2^2} \cdot \frac{\gamma^2 \cdot \gamma_{xm}^2 + k_2^2 \cdot \gamma_{y2}^2}{\omega \cdot \mu_{a2} \cdot \gamma_{y2}} \times \text{ctg}(\gamma_{y2}(y2 - y1)), \quad (31)$$

$$Y_{12m}^{(2)} = -\frac{\gamma \cdot \gamma_{xm}}{\omega \cdot \mu_{a2} \cdot \gamma_{y2}} \cdot \text{ctg}(\gamma_{y2}(y2 - y1)), \quad (32)$$

$$Y_{21m}^{(2)} = -\frac{\gamma \cdot \gamma_{xm}}{\omega \cdot \mu_{a2} \cdot \gamma_{y2}} \cdot \text{ctg}(\gamma_{y2}(y2 - y1)), \quad (33)$$

$$Y_{22m}^{(2)} = \frac{k_2^2}{i \cdot \omega \cdot \mu_{a2} \cdot \gamma_{y2}} \cdot \text{ctg}(\gamma_{y2}(y2 - y1)). \quad (34)$$

Ток проводимости на поверхности центрального проводника определяется касательной составляющей магнитного поля. Представим составляющие тока проводимости в виде ряда Фурье:

$$J_z^{\partial} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} j_{zm} \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x), \quad (35)$$

$$J_x^{\partial} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} j_{xm} \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x), \quad (36)$$

где

$$j_{zm} = \frac{2}{x^2} \int_0^{x^2} J_z^{\partial} \cdot \cos(\gamma_{xm} \cdot x) dx, \quad (37)$$

$$j_{xm} = \frac{2}{x^2} \int_0^{x^2} J_x^{\partial} \cdot \sin(\gamma_{xm} \cdot x) dx. \quad (38)$$

С учетом граничных условий на поверхности центрального проводника и соотношений (23), (24), (29), (30) получим:

$$\begin{cases} j_{zm} = Y_{11m} \cdot e_{zm} + Y_{12m} \cdot e_{xm}, \\ j_{xm} = Y_{21m} \cdot e_{zm} + Y_{22m} \cdot e_{xm}, \end{cases} \quad (39)$$

где

$$Y_{pqm} = Y_{pqm}^{(1)} - Y_{pqm}^{(2)}, \quad p, q = 1, 2.$$

Систему уравнений (39) можно преобразовать к виду

$$\begin{cases} e_{zm} = z_{11m} \cdot j_{zm} + z_{12m} \cdot j_{xm}, \\ e_{xm} = z_{21m} \cdot j_{zm} + z_{22m} \cdot j_{xm}, \end{cases} \quad (40)$$

где

$$z_{11m} = \frac{Y_{22m}}{Y_m}, \quad z_{12m} = -\frac{Y_{12m}}{Y_m}, \quad z_{21m} = -\frac{Y_{21m}}{Y_m},$$

$$z_{22m} = \frac{Y_{11m}}{Y_m}, \quad Y_m = Y_{11m} \cdot Y_{22m} - Y_{12m} \cdot Y_{21m}.$$

Зная распределения тока, можно по приведенным выше соотношениям рассчитать электромагнитное поле в регулярной линии передачи.

Распределение тока может быть определено после решения дисперсионного уравнения, которое может быть сведено к сингулярному интегральному уравнению [6].

3. Результаты расчета электромагнитного поля в анализируемой структуре

Рассмотренная выше методика была применена к расчету составляющих электромагнитного поля в экранированной Т-камере. В ее регулярной части отсутствует диэлектрическое заполнение, а внутреннюю поверхность и центральный проводник можно считать идеально проводящими. При этих условиях параметры первой и второй сред одинаковы $\varepsilon_{a1} = \varepsilon_{a2} = \varepsilon_0$, $\mu_{a1} = \mu_{a2} = \mu_0$. Так как центральный проводник расположен симметрично, то поперечная составляющая тока проводимости J_x обращается в ноль, а продольная составляющая тока в первом приближении распределена по центральному проводнику равномерно [6]. Эти особенности распределения тока проводимости позволяют по изложенной выше методике рассчитать структуру электрического и магнитного полей без решения дисперсионного уравнения.

На рис.2-3 в качестве иллюстрации приведены зависимости нормированных составляющих электрического и магнитного полей от нормированной поперечной координаты в заданном сечении анализируемой структуры $y = y_0$. На этих рисунках составляющие электрического поля нормировались относительно максимального значения вертикальной составляющей

$$EE_{x1} = \frac{E_{x1}(x, y_0)}{\max\{E_{y1}(x, y_0)\}}, \quad EE_{y1} = \frac{E_{y1}(x, y_0)}{\max\{E_{y1}(x, y_0)\}}$$

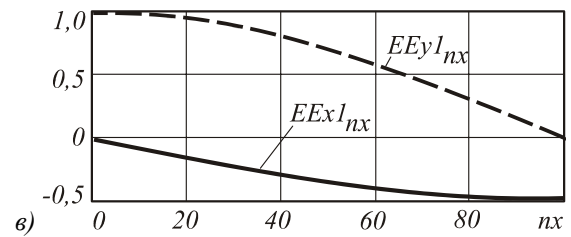
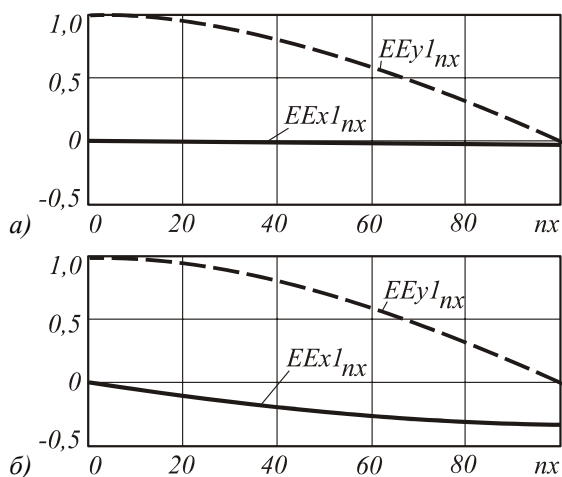


Рис. 2. Распределение составляющих электрического поля в анализируемой структуре при $y_0/y_1=0.025$ (а), $y_0/y_1=0.5$ (б), $y_0/y_1=0.75$ (в)

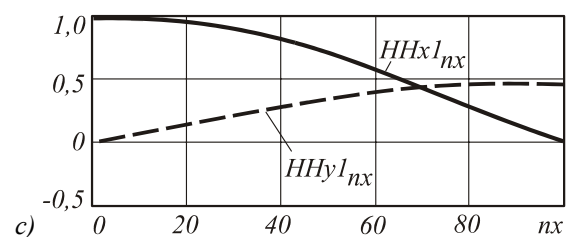
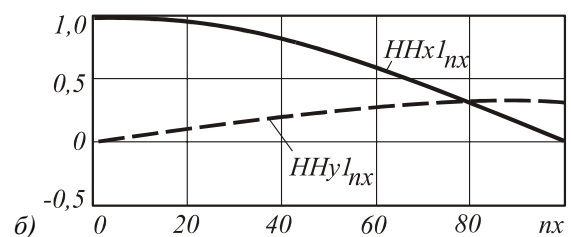
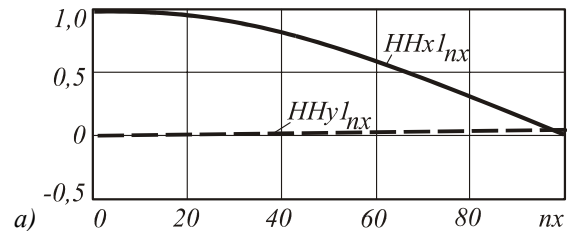


Рис.3. Распределение составляющих магнитного поля в анализируемой структуре при $y_0/y_1=0.025$ (а), $y_0/y_1=0.5$ (б), $y_0/y_1=0.75$ (в)

Составляющие магнитного поля нормировались относительно максимального значения горизонтальной составляющей

$$HH_{x1} = \frac{H_{x1}(x, y_0)}{\max\{H_{x1}(x, y_0)\}},$$

$$HH_{y1} = \frac{H_{y1}(x, y_0)}{\max\{H_{x1}(x, y_0)\}},$$

а координата x по оси абсцисс отложена в процентах $nx = \frac{x}{x_2} \cdot 100\%$.

Полученные результаты позволяют определить неравномерность поля в анализируемой структуре.

Заключение

Получены аналитические выражения для составляющих электрического и магнитного полей в регулярной линии передачи, выраженные через распределение тока проводимости на центральном проводнике. В приближении равномерного распределения продольной составляющей тока проводимости на центральном проводнике рассчитано распределение электрического и магнитного полей в анализируемой структуре.

Литература

1. Гвоздев В.И., Нефедов Е.И. Объемные интегральные схемы СВЧ.- М.: Наука, 1985.- 256 с.
2. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств. / Под ред. Вольмана В.И.- М.: Радио и связь, 1982.- 328 с.
3. Никольский В.В., Никольский Т.И. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. - М.: Наука, 1983.- 304 с.
4. Книшевская Л.В., Шугуров В.К. Анализ микрополосковых линий. - Вильнюс: Мокслас, 1985.- 166 с.
5. Веселов Г.И. Метод частичных областей для электродинамических задач с некоординатными границами (продольно-регулярные системы). Докторская диссертация. - М.: МВТУ им. Баумана, 1971.
6. Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П. Современные методы проектирования линий передачи и резонаторов сверх- и крайневых частот. - М.: Педагогика-Пресс, 1998.- 328 с.

Computation of the electromagnetic field in longitudinally regular structures

N.L. Kazanskiy¹, G.A. Podlipnov², A.A. Rakhaev³, M.L. Sosnin²

¹Image Processing Systems Institute of RAS

²Samara State Aerospace University

³Directorate for technical development of JSC "AVTOVAZ"

Abstract

The paper presents the analytical expressions that describe the electromagnetic field distribution in longitudinally regular transmission lines. The distribution of the electromagnetic field components in the transmission line is calculated in the approximation of a uniform distribution of the conduction current on the central conductor.

Citation: Kazanskiy NL, Podlipnov GA, Rakhaev AA, Sosnin ML. Computation of the electromagnetic field in longitudinally regular structures. *Computer Optics* 1999; 19: 47 - 51.

References

- [1] Gvozdev VI, Nefedov EI. Volumetric microwave integrated circuits. Moscow: Nauka Publisher; 1985: 256.
- [2] Handbook for the calculation and design of microwave strip devices. Edited by Volman VI. Moscow: Radio i Svyaz Publisher; 1982: 328.
- [3] Nikolsky VV, Nikolsky TI. The decomposition approach to electro-dynamical problems. Moscow: Nauka Publisher; 1983: 304.
- [4] Knishevskaya LV, Shugurov VK. Analysis of microstrip lines. Vilnius: Mokslas; 1985: 166.
- [5] Veselov GI. Method of partial domains for diffraction problems with noncoordinate boundaries. Doctoral dissertation. Moscow: Mosk. Vyssh. Tekh. Uch; 1971.
- [6] Neganov VA, Nefedov EI, Yarovoy GP. Modern design methods for transmission lines and resonators on ultra-high frequencies. Moscow: Pedagogika-Press; 1998: 328.