КОМПОЗИЦИЯ И РАСЧЕТ ВЫСОКОРАЗРЕШАЮЩИХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ГРАДИЕНТНЫМИ И ДИФРАКЦИОННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

 Γ . И. Грейсух¹, Е. Г. Ежов², С. А. Степанов¹

¹Государственная архитектурно-строительная академия, e-mail: <u>postmaster@pgasa.penza.com.ru</u> ²Институт систем обработки изображений РАН

Излагаются принципы композиции, методы расчета и оптимизации высокоразрешающих оптических систем, выполненных на основе градиентных и дифракционных элементов. Приведен пример их использования при проектировании гибридного объектива-монохромата.

1. Введение

Аберрационные свойства и коррекционные возможности градиентных и дифракционных элементов хорошо изучены [1-3]. Это позволяет при компоновке исходной схемы оптической системы из таких элементов использовать подход, при котором в нее включают лишь те элементы, свойства и возможности которых необходимы, а количество достаточно для удовлетворения требований, предъявляемых к разрабатываемой системе. Эффективность подхода и относительная простота его реализации обусловлены спецификой аберрационных свойств градиентных и дифракционных элементов. Во-первых, сходимость аберрационного разложения чисто градиентной, дифракционной или гибридной градиентнодифракционной системы, выбранной в соответствии с вышеизложенным подходом в качестве исходной, такова, что устранение аберраций каждого последующего порядка приводит к ощутимому улучшению оптических характеристик. Во-вторых, градиентные и дифракционные линзы позволяют осуществлять селективную коррекцию аберраций различных порядков, что достигается с помощью коэффициентов рядов, описывающих законы изменения показателей преломления материалов градиентных линз и пространственных частот микроструктур дифракционных линз.

Здесь предполагается, что распределения показателя преломления градиентной линзы и пространственной частоты дифракционной линзы описываются выражениями вида

$$n(\rho) = \sum_{p=0}^{p} n_p \rho^{2p} , \qquad (1)$$

$$\Omega(\rho) = \frac{1}{\lambda_0} \left[\Phi_{\rm DL} \rho - 2 \sum_{p=0} (p+2) b_{2p+3} \rho^{2p+3} \right].$$
(2)

В этих выражениях ρ - расстояние от оптической оси; n_p при p=0 - базовый показатель преломления; n_p при $p=1, 2, \ldots$ - коэффициенты радиального градиента; $\Phi_{\rm DL} = 1/f'_{\rm DL}$ - оптическая сила дифракционной линзы; λ_0 - длина волны записи; b_{2p+3} - коэффициенты асферической деформации эйконала записи [1-3].

2. Компоновка исходных схем

Из изложенного во введении следует, что требования к разрабатываемой системе целесообразно выражать через аберрации, подлежащие устранению. Например, если у системы потребовать полное и одновременное устранение всех монохроматических аберраций третьего порядка, то почти автоматически приходим к следующим возможным схемным решениям: двухлинзовый дифракционный объектив [1]; объектив, состоящий из дифракционной и градиентной линз [2,3]; склеенная линза Вуда (т.е. оптический элемент, имеющий плоские внешние преломляющие поверхности и изготовленный из двух неоднородных материалов, разделенных сферической поверхностью склейки) [4] и компонент, состоящий из трех склеенных плоскопараллельных пластин, выполненных из двух неоднородных материалов [5].

Поставив задачу одновременного устранения у системы монохроматических аберраций третьего и пятого порядков, приходим к триплету, склеенному из неоднородных линз, ограниченных сферическими преломляющими поверхностями [6,7]; компоненту, состоящему из четырех склеенных неоднородных плоскопараллельных пластин [8]; склеенной линзе Вуда, у которой на плоских внешних поверхностях размещаются кольцевые микроструктуры дифракционных линз и к объективу, состоящему из трех плоских дифракционных линз, разделенных двумя неоднородными материалами.

3. Определение исходных конструктивных параметров

Конкретные значения конструктивных параметров всех вышерассмотренных схем можно получить, решив систему, включающую соответствующие параксиальные и компенсационные уравнения. При этом, как правило, количество параметров превышает число решаемых уравнений и, следовательно, имеется определенная свобода выбора значений некоторых конструктивных параметров. Они могут выбираться исходя, например, из требований и ограничений, априори накладываемых на задний фокальный отрезок системы, перепады показателей преломления неоднородных материалов, максимальные значения пространственных частот структур дифракционных линз, кривизны сферических преломляющих поверхностей, толщины линз и т.д. Однако если, в конечном счете, требуется получить оптическую систему с предельными для выбранного количества используемых элементов полевыми характеристиками, то набор значений вышеуказанных свободных параметров должен обеспечить исходной схеме минимально возможный уровень остаточных аберраций высших порядков.

Поиск такого набора целесообразно производить в два этапа. На первом этапе определяются границы начальной зоны поиска, исходя из известных ограничений на значения свободных параметров, и выбирается шаг для каждого из свободных параметров, что должно обеспечить оптимальный баланс между временем и точностью поиска. Результатом этого этапа поиска явится база начальных решений. На втором этапе, по результатам лучевого расчета, выделяются решения, обеспечивающие при выбранной числовой апертуре и в пределах заданного полевого угла наинизший уровень остаточных аберраций высших порядков.

4. Оптимизация

Выделенные решения используются в качестве исходных при последующей лучевой оптимизации. В общем случае ее осуществляют по положению входного зрачка, коэффициентам радиального градиента всех неоднородных материалов и по коэффициентам рядов, описывающих законы изменения пространственных частот микроструктур дифракционных линз. При этом оптимизация производится по коэффициентам рядов, влияющим на аберрации, начиная с того порядка малости в аберрационном разложении, который не учитывался при составлении компенсационных уравнений.

Оптимизацию, как показала практика расчетов, целесообразно осуществлять специально адаптированным методом Ньютона с использованием двух лучевых функций оценки качества точечного изображения Q_1 и Q_4 , вычисляемых для ряда полевых углов, число которых равно числу оптимизируемых параметров. Функция Q₁, представляющая собой нормированный на рэлеевское разрешение объектива $\delta_{\rm R}$ средний радиус пятна рассеяния лучей и монотонно убывающая с уменьшением уровня остаточных аберраций, используется для построения целевой функции, а функция, на которой базируется наиболее достоверный из лучевых критериев оценки качества Q₄≥0,7, - для выработки команды завершения процесса оптимизации [7]. Выбор наилучшего решения и окончательная аттестация объектива, включающая оценку размера поля, в пределах которого точечное изображение близко к дифракционноограниченному, осуществляется по картине распределения интенсивности в дифракционном изображении точки. Для этого, в частности, используется критерий $E(\delta_{\rm R}) \ge 0.73$, ограничивающий снизу относительную энергию, приходящуюся на центральный кружок дифракционного изображения радиусом $\delta_{\rm R}$, и гарантирующий, что изображение практически не отличается от дифракционно-ограниченного [1,3,9].

5. Высокоразрешающий гибридный объектив-монохромат

На рис.1 представлена оптическая схема гибридного объектива-монохромата, состоящего из градиентного элемента, имеющего плоские внешние поверхности и изготовленного из двух различных неоднородных материалов с радиальными распределениями показателей преломления, разделенных сферической поверхностью склейки, на внешние поверхности которого нанесены структуры дифракционных линз. Количество коррекционных параметров объектива таково, что их в принципе более чем достаточно для полного и одновременного устранения всех монохроматических аберраций третьего и пятого порядков. Однако, как показали предварительные исследования, аберрации высших порядков могут быть снижены до приемлемого уровня лишь в том случае, когда одна из аберраций пятого порядка и, в частности, дисторсия остается не устраненной.



Рис. 1. Дифракционно-градиентный объектив.

При расположении предмета в бесконечности и в приближении аберраций не выше пятого порядка, оптические характеристики этого объектива определяются 17 параметрами. В это число входят оптические силы дифракционных линз $\Phi_{DL}^{(m)} = 1/f_{DL}^{r(m)}$, коэффициенты асферический деформации их эйконалов записи $b_3^{(m)}$ и $b_5^{(m)}$, радиус сферической поверхности склейки *r*, толщины неоднородных материалов *d*_m, их базовые показатели преломления $n_0^{(m)}$ и коэффициенты радиального градиента $n_p^{(m)}$ (*m*=1-2, *p*=1-3).

В данный набор параметров не вошло расстояние *t*, определяющее положение входного зрачка, поскольку, если в оптической системе все монохроматические аберрации данного порядка устранены при некотором положении зрачка, то они отсутствуют и при любом другом его положении.

Обратимся теперь к системе уравнений, которую следует решить для определения вышеперечисленных параметров. В нее входят два параксиальных уравнения для фокусного расстояния объектива и для заднего фокального отрезка, а также 13 компенсационных уравнений, обеспечивающих обнуление пяти коэффициентов монохроматических аберраций третьего порядка и восьми из девяти коэффициентов пятого порядка. При решении системы целесообразно положить фокусное расстояние объектива f'=1, а задний фокальный отрезок s'_F и базовые показатели преломления неоднородных материалов $n_0^{(m)}$ считать свободными параметрами.

Явный вид уравнений, обеспечивающих единичное фокусное расстояние и заданное значение заднего фокального отрезка, легко получить, воспользовавшись аппаратом гауссовых коэффициентов [10, 11, 2]. В результате имеем

$$1 - \Phi_{DL}^{(1)} \beta_{1} \Phi_{CS} \beta_{2} \Phi_{DL}^{(2)} + + \alpha_{1} \Phi_{DL}^{(1)} \beta_{2} \Phi_{DL}^{(2)} + \alpha_{1} \Phi_{CS} \beta_{2} \Phi_{DL}^{(2)} + + \alpha_{2} \Phi_{DL}^{(1)} \beta_{1} \Phi_{CS} + \alpha_{2} \Phi_{DL}^{(1)} \beta_{1} \Phi_{DL}^{(2)} - - \alpha_{1} \alpha_{2} \Phi_{DL}^{(1)} - \alpha_{1} \alpha_{2} \Phi_{CS} - - \alpha_{1} \alpha_{2} \Phi_{DL}^{(2)} - \Phi_{DL}^{(1)} \beta_{1} \gamma_{2} - - \beta_{2} \Phi_{DL}^{(2)} \gamma_{1} + \alpha_{1} \gamma_{2} + \alpha_{2} \gamma_{1} = 0;$$
(3)
$$s_{F}^{\prime} = \Phi_{DL}^{(1)} \beta_{1} \Phi_{CS} \beta_{2} - \alpha_{1} \Phi_{DL}^{(1)} \beta_{2} - \alpha_{1} \Phi_{CS} \beta_{2} - - \alpha_{2} \Phi_{DL}^{(1)} \beta_{1} + \beta_{2} \gamma_{1} + \alpha_{1} \alpha_{2}.$$
(4)

Здесь $\Phi_{\rm CS} = (n_0^{(2)} - n_0^{(1)})/r$ - оптическая сила поверхности склейки; $\alpha_m, \beta_m, \gamma_m$ - гауссовы коэф-фициенты *m* -ого неоднородного материала:

$$\alpha_{m} = F_{1}^{(m)} \left(d_{m} \sqrt{\left| \overline{n_{1}^{(m)}} \right|} \right)$$

$$\beta_{m} = \frac{F_{2}^{(m)} \left(d_{m} \sqrt{\left| \overline{n_{1}^{(m)}} \right|} \right)}{n_{0}^{(m)}}$$

$$\gamma_{m} = 2n_{0}^{(m)} n_{1}^{(m)} \beta_{m}$$

$$(5)$$

где *F*₁(...) и *F*₂(...) - функции вида

$$F_{1}\left(d\sqrt{|\overline{n}_{1}|}\right) = \begin{cases} \cos\left(d\sqrt{-\overline{n}_{1}}\right)(n_{1} \leq 0) \\ \cosh\left(d\sqrt{\overline{n}_{1}}\right)(n_{1} > 0) \end{cases}$$

$$F_{2}\left(d\sqrt{|\overline{n}_{1}|}\right) = \begin{cases} \frac{\sin\left(d\sqrt{-\overline{n}_{1}}\right)}{\sqrt{-\overline{n}_{1}}}, (n_{1} \leq 0) \\ \frac{\sin\left(d\sqrt{\overline{n}_{1}}\right)}{\sqrt{\overline{n}_{1}}}, (n_{1} > 0) \end{cases}$$
(6)

$$\overline{n}_1 = 2n_1/n_0 \dots \tag{7}$$

Из всех компенсационных уравнений третьего и пятого порядков, наиболее простой вид имеет уравнение, обеспечивающее выполнение у объектива условия Петцваля, которое, в силу автоматического выполнения этого условия у дифракционных линз, сводится к требованию его выполнения только у склеенного градиентного элемента [4]:

$$2n_0^{(1)}n_0^{(2)}\sum_{m=1}^2 \left[n_1^{(m)}d_m / (n_0^{(m)})^2\right] - \Phi_{\rm cs} = 0 \quad . \tag{8}$$

Оставшиеся четыре компенсационных уравнения, определяющие условия устранения у объектива сферической аберрации, комы, астигматизма и дисторсии третьего порядка, а также уравнения, обеспечивающие устранение любых четырех аберраций пятого порядка, имеют следующую структуру:

$$B_{0}(c, d_{m}, n_{0}^{(m)}, n_{1}^{(m)}) +$$

$$+ \sum_{m=1}^{2} n_{2}^{(m)} B_{m}(d_{m}, n_{0}^{(m)}, n_{1}^{(m)}) = 0,$$

$$+ \sum_{m=1}^{2} n_{2}^{(m)} C_{m}(\Phi_{DL}^{(m)}, r, d_{m}, n_{0}^{(m)}, n_{1}^{(m)}) = 0$$
(9)

для третьего порядка и

$$U(\Phi_{DL}^{(m)}, b_{3}^{(m)}, r, d_{m}, n_{0}^{(m)}, n_{1}^{(m)}, n_{2}^{(m)}) + \sum_{m=1}^{2} b_{5}^{(m)} V_{m}(\Phi_{DL}^{(m)}, b_{3}^{(m)}, r, d_{m}, n_{0}^{(m)}, n_{1}^{(m)}, n_{2}^{(m)}) + \sum_{m=1}^{2} n_{3}^{(m)} W_{m}(\Phi_{DL}^{(m)}, b_{3}^{(m)}, r, d_{m}, n_{0}^{(m)}, n_{1}^{(m)}, n_{2}^{(m)}) = 0$$
(10)

для пятого порядка, т.е. аберрационные коэффициенты третьего порядка линейны относительно коэффициентов $b_3^{(m)}$ и $n_2^{(m)}$, а коэффициенты пятого порядка – относительно $b_5^{(m)}$ и $n_3^{(m)}$ [12, 3]. В результате 11 из 15 уравнений вышеописанной системы линейны, что существенно упрощает процесс ее решения.

Поиск и исследование областей существования физически реализуемых решений рассматриваемой системы уравнений показал, что при базовых показателях преломления неоднородных материалов, удовлетворяющих условию $1,5 \le n_0^{(m)} \le 2$, решения существуют в широком диапазоне длин заднего фокального отрезка объектива $0,15f' < s'_F < 0,7f'$. В результате была поставлена задача локализовать в ограниченной области трехмерного пространства $(n_0^{(1)}, n_0^{(2)}, s'_F)$ зону, которой при заданной числовой апертуре объектива NA=0,27 и в пределах углового поля в пространстве предметов $2\omega \le (15^\circ - 20^\circ)$ соответствуют решения, обеспечивающие наинизший уровень всех остаточных аберраций (за исключением дисторсии). В итоге было выделено несколько решений, из которых уже по результатам оптимизации было выбрано одно, приводящее к наилучшей исходной схеме гибридного объектива. Это решение представлено в табл.1.

Результаты исследования исходной схемы и ее оптимизации приведены в табл. 2. Первый раздел этой таблицы содержит конструктивные параметры и полевые характеристики, полученные непосредственно из расчета в области аберраций третьего и пятого порядков, а второй раздел - полученные в результате оптимизации. Все данные получены при фокусном расстоянии f '=25 мм и числовой апертуре NA=0,27, обеспечивающей на длине волны He-Cd лазера λ =0,4416 мкм рэлеевский предел разрешения δ_R =1 мкм.

В табл.2 приведены: конструктивные параметры b_7 , b_9 , n_1 , n_5 , использовавшиеся для минимизации остаточных аберраций высших порядков; параметр t, который использовался как для минимизации аберраций, так и для уменьшения перепадов показателей преломления; световые диаметры D дифракционных линз и неоднородных материалов, минимальные периоды Λ_{min} структур дифракционных линз и перепады показателей преломления Δ_n неоднородных материалов.

Таблица 1

Конструктивные параметры объектива, свободного от всех монохроматических аберраций третьего и пятого порядков за исключением дисторсии пятого порядка

r/f'	d/f'	$n_{\scriptscriptstyle 0}^{\scriptscriptstyle (2)}$	$n_{1}f'^{2}$	$n_2 f'^4$	$n_{3}f'^{6}$	
∞^*						
	1,3598	1,94	-0,5689	0,1735	0,1997	
5,612						
	0,7161	1,55	0,6508	-0,8515	-1,6612	
∞**						
		S'_F	= 0,58 <i>f</i> ′			
* $\Phi_{\rm DL} = -0.5920/f', b_3 = -0.13274/f'^3, b_5 = -0.96990/f'^5$						
	** $\Phi_{\rm DL} = 1,2391/f', b_3 = 2,22633/f'^3, b_5 = 5,63116/f'^5$					

Таблица 2

Дополнительные конструктивные параметры и полевые характеристики объектива до и после оптимизации

№№ раз- делов	№№ строк	Конструктивные параметры					Полевые характеристики						
		$b_7 {f'}^7$	$b_9 f'^9$	<i>D</i> , мм	Λ_{\min} , мкм	$n_4 f'^8$	$n_5 f'^{10}$	$-\Delta n$	t/f'	δ _R , мкм	2ω,°	2 <i>у</i> ′, мм	δy', %
1	1	0	0	13,6	2,71				0,02	- 1 -	21,2		0,05
	2			17,7		0	0	-0,074				9,0	
	3			16,9		0	0	0,065					
	4	0	0	16,1	1,46								
2	1	-1,6849	14,829	19,0	2,04						42,5	18,8	0,89
	2			19,0		0,5115	-4,008	-0,084					
	3			20,05		-1,9072	10,98	0,079					
	4	13,34	-107,88	20,05	1,46								

(f' = 24 MM)	$NA = 0,27$; λ	= 0,4416 мкм)
---------------	-------------------------	---------------

Первая и четвертая строки каждого раздела этой таблицы содержат конструктивные параметры, относящиеся к первой и второй дифракционным линзам, а вторая и третья строки – параметры, относящиеся к фронтальной и последующей частям склеенного градиентного элемента, соответственно.

Представленные в таблице полевые характеристики объектива включают: диаметр поля высококачественного изображения 2y', соответствующее ему угловое поле в пространстве предметов 2ω и дисторсию δy '. Граница поля высококачественного изображения определялась по критерию $E(\delta_R) \ge 0,73$.

Чтобы дать читателю более полную информацию о коррекционных возможностях рассматриваемого объектива на рис. 2 приведены графики его остаточных аберраций. Они относятся к оптимизированному варианту, параметры которого представлены во втором разделе табл. 2. Кроме того, на рис. 3 для этого же варианта объектива представлена картина распределения волновой аберрации по плоскости выходного зрачка для края поля, т.е. при полевом угле $\omega = 21,25^{\circ}$. Максимальное значение волновой аберрации на краю зрачка составляет $0,42\lambda$. Наконец, на рис. 4 представлена картина распределения интенсивности в дифракционном изображении точки при том же самом полевом угле. Интенсивность Штреля в этом изображении равна 0,825, а $E(\delta_s) = 0,734$.





Рис. 2. Графики остаточных аберраций: a астигматизм и кривизна поля; б - дисторсия; в аберрации широких наклонных пучков (Δy'-для меридиональной плоскости; δG' - для сагиттальной

плоскости)



Рис. 3. Волновая аберрация в выходном зрачке при полевом угле ω =21,25°.

6. Заключение

Представленные в данной статье принципы построения и методы расчета оптических систем с градиентными и дифракционными элементами позволили авторам, как следует из табл. 2, получить гибридный объектив-монохромат, который по полевым характеристикам превосходит все известные объективы, содержащие дифракционные и градиентные элементы [1-8].

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобразования РФ (межвузовская научно-техничекая программа "Плазменные, ионные и электронные упрочняющие технологии").



Рис. 4. Распределение интенсивности в дифракционном изображении точки при полевом угле ω=21,25°.

Литература

- Бобров С. Т., Грейсух Г. И., Туркевич Ю. Г. Оптика дифракционных элементов и систем. - Л.: Машиностроение, 1986. - 223 с.
- Грейсух Г.И., Ефименко И.М., Степанов С.А. Оптика градиентных и дифракционных элементов. М.: Радио и связь, 1990. 136 с.
- Greisukh G.I., Bobrov S.T., Stepanov S.A. Optics of Diffractive and Gradient-Index Elements and Systems. - Bellingham, WA:SPIE Press, 1997. - 414p.
- Степанов С.А., Грейсух Г.И. Аберрационные свойства и коррекционные возможности склеенной линзы Вуда // Опт. и спектр. - 1999. - Т.86, № 3. - С.522-527.
- Грейсух Г.И., Степанов С.А., Ежов Е.Г. Коррекционные возможности компонента, состоящего из трех склеенных плоскопараллельных пластин // Оптический Журнал.-1999.-Т.66, № 2.-С.80-83.
- Greisukh G. I., Stepanov S. A. Design of cemented radial gradient-index triplet // Applied Optics. -1998. -Vol.37, № 13. - P.2687-2690.
- Грейсух Г.И., Степанов С.А., Ежов Е. Г. Тройные склеенные радиально-градиентные объективы: схемные решения и полевые характеристики // Оптический Журнал. 1999. Т.66, № 10.
- Грейсух Г.И., Степанов С.А., Ежов Е.Г. Коррекционные возможности объектива, склеенного из четырех радиально-градиентных плоскопараллельных пластин // Оптический Журнал. - 2000. -Т.67, № 8.
- Бобров С.Т., Грейсух Г.И. Взаимная корреляция числовых критериев оценки качества изображения // Опт. и спектр. - 1985. - Т.58, № 5. - С. 1068-1073.
- Герцбергер М. Современная геометрическая оптика. - М.: Изд-во иностранной литературы, 1962.
 - 488 с.
- Sands P.J. Inhomogeneous lenses, III. Paraxial optics // J. Opt. Soc. Am. - 1971. - Vol. 61, N 7. - P. 879-885.
- Sands P.J. Third-order aberrations of inhomogeneous lenses // J. Opt. Soc. Am. - 1970. - Vol. 60, N 11. - P. 1436-1443.

Composition and design of high-resolution optical systems with gradient and diffractive elements

G.I. Greisukh¹, E.G. Ezhov², S.A. Stepanov¹ ¹Penza State Academy of Architecture and Construction ²Image Processing Systems Institute of RAS

Abstract

The article presents the principles of composition, design and optimization of high-resolution optical systems based on gradient and diffractive elements. It provides an example of their application to the design of a hybrid monochromatic lens.

<u>Citation</u>: Greisukh GI, Ezhov EG, Stepanov SA. Composition and design of high-resolution optical systems with gradient and diffractive elements. Computer Optics 2000; 20: 20 - 24.

References

- [1] Bobrov ST, Greisukh GI, Turkevich YG. Optics of diffractive elements and systems. Leningrad: Mashinostroenie Publisher; 1986: 223.
- [2] Greisukh GI, Efimenko IM, Stepanov SA. Optics of gradient and diffractive elements. Moscow: Radio i Svyaz; 1990: 136.
- [3] Greisukh G.I., Bobrov S.T., Stepanov S.A. Optics of Diffractive and Gradient-Index Elements and Systems. Bellingham, WA:SPIE Press, 1997. - 414p.
- [4] Stepanov SA, Greisukh GI. Aberration properties and the possibilities for correction of a glued Wood lens. Optika i Spektroskopiya; 1999; 86(3): 522-527.
- [5] Gresukh GI, Stepanov SA, Ezhov EG. Correction possibilities of a component consisting of three cemented plane-parallel plates. Journal of Optical Technology; 1999; 66(2): 80-83.
- [6] Greisukh G. I., Stepanov S. A. Design of cemented radial gradient-index triplet // Applied Optics. 1998. -Vol.37, № 13. P.2687-2690.
- [7] Gresukh GI, Stepanov SA, Ezhov EG. Triple glued radial gradient lenses: design and field characteristics. Journal of Optical Technology; 1999; 66(10).
- [8] Gresukh GI, Stepanov SA, Ezhov EG. Correction possibilities of a lens glued from four radial gradient plane-parallel plates. Journal of Optical Technology; 2000; 67(8).
- Bobrov ST, Greisukh GI. Cross-correlation of numerical criteria for assessing the image quality. Optika i Spektroskopiya; 1985; 58(5): 1068-1073.
- [10] Herzberger M. Modern geometrical optics. Moscow: Foreign Literature Publishing House; 1962: 488.
- [11] Sands P.J. Inhomogeneous lenses, III. Paraxial optics // J. Opt. Soc. Am. 1971. Vol. 61, N 7. P.879-885.
- [12] Sands P.J. Third-order aberrations of inhomogeneous lenses // J. Opt. Soc. Am. 1970. Vol. 60, N 11. P. 1436-1443