# КОНТРАСТ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПОЛОС ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОГО ПОЛЯ В ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ СО СЛУЧАЙНЫМ ФАЗОВЫМ ЭКРАНОМ В ПРОСТРАНСТВЕННО–ЧАСТОТНОЙ ПЛОСКОСТИ

В.П. Рябухо, А.А. Чаусский, О.А. Перепелицына

Саратовский государственный университет, Институт проблем точной механики и управления РАН

410026, Саратов, ул. Московская, 155

rvp@sgu.ssu.runnet.ru

# Аннотация

В оптической системе со случайным фазовым (СФЭ) экраном в пространственно-частотной плоскости рассмотрен процесс формирования изображения интерференционной картины, локализованной в пространстве предметов. Показано, что при определенных условиях такая оптическая система может работать в качестве интерференционной картины определяющего зависимость контраста полос средней интенсивности в изображении интерференционной картины от нормированной функции корреляции комплексного пропускания СФЭ. Установлена зависимость контраста полос от их периода и размеров апертуры поля зрения, зависимость оптической передаточной функции рассматриваемой системы от параметров пространственной когерентности света в пространственно-частотной плоскости системы со СФЭ.

## Введение

При формировании изображения предметов через рассеивающую среду снижается контраст структуры изображения из-за искажающего влияния среды на пространственно-частотные компоненты дифракционного поля, формирующего изображение [1, 2]. Степень снижения контраста зависит от параметров оптической системы, степени когерентности света в плоскости предмета, рассеивающих свойств среды. В рассеянном свете качество изображения, как правило, оценивается по пространственному распределению интенсивности, усредненной по ансамблю реализаций рассеянных полей. Поэтому, как при некогерентном, так и при когерентном освещении рассеивающего предмета контраст его изображения определяется модулем оптической передаточной функцией (ОПФ) системы [1-5]. Если радиус корреляции неоднородностей рассеивающей среды существенно меньше размеров зрачка системы, то ОПФ фактически определяется статистическими параметрами среды. В частности, для тонкого рассеивающего экрана в зрачке системы ОПФ определяется автокорреляционной функцией комплексного пропускания экрана [1]. Аналогичная зависимость контраста полос от корреляционной функции пропускания рассеивающего экрана проявляется в интерференционных системах - интерферометрах поперечного сдвига [6-10]. В настоящей работе эта аналогия последовательно рассматривается применительно к оптической системе формирования изображения полос интерференционного поля при наличии в зрачке системы тонкой рассеивающей среды, удовлетворяющей модели "случайный фазовый экран (СФЭ)" [1, 11].

#### 1. Изображающая оптическая система

Схема оптической системы формирования изображения представлена на рис. 1. Для упрощения формального анализа, следуя работе [1], рассматривается система с двойным фурье-преобразованием. Лазерный пучок 1 с прямолинейными эквидистантными интерференционными полосами освещает рассеиватель *S*<sub>1</sub>, расположенный в передней фокальной плоскости первой фурье-преобразующей

линзы L<sub>1</sub>. Для распределения интенсивности поля в этой плоскости можем записать

$$I(\vec{r}) = 2I_0(\vec{r}) \{ + V_0 \cos\left(\Delta \vec{k}_{12} \vec{r}\right) \}, \qquad (1)$$

где  $I_0(\vec{r})$  - распределение интенсивности в одной из интерферирующих волн в освещающем лазерном пучке,  $|\Delta \vec{k}_{12}| = |\vec{k}_1 - \vec{k}_2| = k2\sin(\theta/2) \approx k\theta$ ,  $\Delta \vec{k}_{12}$ ,  $\theta$  разность волновых векторов и угол между направлениями распространения волн в освещающем пучке,  $V_0$  - контраст полос, период которых равен  $\Lambda - 2\pi/|\Lambda \vec{k}_{12}|$ 

$$\Lambda = 2\pi / \left| \Delta k_{12} \right|$$

Таким образом, формируется пространственно локализованное исходное интерференционное поле, выполняющее роль предмета с синусоидальным распределением освещенности, контраст изображения которого анализируется в выходной плоскости системы - задней фокальной плоскости второй фурье-преобразующей линзы  $L_2$ . Рассеивающий случайный фазовый экран  $S_2$  располагается в пространственно-частотной плоскости системы - задней фокальной плоскости лостранственно-частотной плоскости системы - задней фокальной плоскости системы - задней фокальной плоскости системы - задней фокальной плоскости фурье-преобразующей линзы  $L_1$ .

При отсутствии в оптической системе рассеивающего экрана S<sub>2</sub> в пространстве изображений формируется локализованная интерференционная картина с максимальным контрастом в плоскости изображения. Эффект пространственной локализации полос имеет следующее объяснение. Поскольку для создания прямолинейных интерференционных полос рассеиватель S<sub>1</sub> освещается одновременно двумя квазиплоскими волнами с отличающимися на угол  $\theta$  направлениями распространения, то за рассеивателем формируются два идентичных спеклполя, распространяющихся под тем же углом  $\theta$ друг к другу [10]. Следовательно, между этими полями возникает поперечный пространственный сдвиг  $\Delta r = \theta z = \lambda z / \Lambda$  ( $\lambda$  - длина волны,  $\Lambda$  - период полос), линейно увеличивающийся с расстоянием z от рассеивателя S<sub>1</sub>. В задней фокальной плоскости линзы  $L_I$  взаимный сдвиг полей равен  $\Delta \rho = \rho_0 = \lambda f / \Lambda$ , где f - фокусное расстояние линзы.



Рис. 1. Оптическая система формирования изображения интерференционной картины при наличии случайного фазового экрана в пространственно-частотной плоскости системы: 1 - освещающий лазерный пучок с параллельными интерференционными полосами; 2 - схематичный вид картины полос в пучке; L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub> - собирающие линзы; S<sub>1</sub> - рассеиватель в фокальной плоскости линзы L<sub>1</sub>; S<sub>2</sub> - случайный фазовый экран в задней фокальной плоскости линзы L<sub>1</sub>; S<sub>2</sub> - случайный фазовый экран в задней фокальной плоскости линзы L<sub>1</sub>; S<sub>1</sub> - рассеивателя S<sub>1</sub>; U<sub>1</sub>( $\vec{\zeta}$ ) и U<sub>2</sub>( $\vec{\zeta}$ ) - интерферирующие поля в плоскости изображения.

В пространстве изображения рассеивателя  $S_l$  взаимный сдвиг идентичных спекл-полей при единичном увеличении оптической системы равен  $\Delta \zeta = \lambda l / \Lambda$ , где l - расстояние от плоскости изображения. Таким образом, в пространстве изображений наблюдается картина интерференции идентичных спекл-полей  $U_1(\vec{\zeta})$  и  $U_2(\vec{\zeta}) = U_1(\vec{\zeta} - \Delta \vec{\zeta})$  с изменяющимся вдоль оси z взаимным пространственным сдвигом. Контраст полос средней интенсивности этой картины  $V(\Delta \zeta)$  определяется модулем нормированной поперечной корреляционной функцией спекл-полей, которая в соответствии с теоремой Ван-Циттерта-Цернике [1, 11, 12] для рассматриваемой системы определяется выражением

$$V(\Delta\zeta)/V_0 = B_{11}(\Delta\zeta)/B_{11}(0) =$$
  
=  $2J_1(\pi D\Delta\zeta/\lambda f)/(\pi D\Delta\zeta/\lambda f),$  (2)

где  $J_1(u)$  - функция Бесселя первого порядка, D диаметр зрачка  $P_2$ . Полосы исчезают там, где поперечный сдвиг полей становится равным радиусу корреляции полей  $\Delta \zeta = \rho_c$  или  $\lambda l/\Lambda = 1,22 \lambda f/D$ . На рис. 2 представлены экспериментальные графики относительного контраста полос в области локализации, полученные для различных отношений диаметра зрачка и периода полос  $D/\Lambda$ . Графическое сравнение теоретических кривых, полученных с использованием (1), и экспериментальных данных приведено на рис. 3.

Наличие СФЭ в пространственно-частотной плоскости системы приводит к декорреляции идентичных спекл-полей  $U_1(\vec{\zeta})$ ,  $U_2(\vec{\zeta})$  и уменьшению контраста полос (рис. 3) в плоскости изображения. Действительно, поскольку рассеянные на  $S_1$  идентичные спекл-поля в задней фокальной плоскости линзы  $L_1$  поля приобретают взаимный поперечный сдвиг  $\rho_0 = f |\Delta \vec{k}_{12}| / k = \theta f = \lambda f / \Lambda$ , то они проходятчерез СФЭ в его пространственно различных, струк турно отличающихся участках.



Рис. 2. Продольное распределение контраста полос в области локализации изображения интерференционной картины при различных значениях отношения диаметра D апертуры оптической системы и периода полос Λ: D/Λ =11,25 (1); D/Λ =18,75 (2); D/Λ =25 (3).

Поэтому идентичные спекл-поля приобретают различную дополнительную фазовую модуляцию случайного характера. Степень статистического отличия этой модуляции определяется соотношением между величиной сдвига  $\rho_0$  и радиусом корреляции неоднородностей СФЭ  $l_{\phi}$  и зависит от глубины модуляции - дисперсии пространственных фазовых флуктуаций  $\sigma_{\phi}^2$ . В плоскости изображения, где взаимный сдвиг спекл-полей равен нулю, произойдет уменьшение контраста полос средней интенсивности вследствие их декорреляции в плоскости СФЭ. Вне плоскости изображения к этой декорреляции добавляется декорреляция, обусловленная взаимным сдвигом полей (рис. 3).

Таким образом, исходя из вышеприведенных качественных суждений, можно сделать вывод, что контраст полос в плоскости изображения должен определяться модулем нормированной функции взаимной корреляции  $B_{12}(\vec{\zeta}, \vec{\rho}_0) = \langle U_1(\vec{\zeta})U_2^*(\vec{\zeta}) \rangle$  световых полей  $U_1(\vec{\zeta})$  и  $U_2(\vec{\zeta})$ :

$$V = V_0 \left| \frac{B_{12}(\vec{\zeta}, \vec{\rho}_0)}{B_{12}(\vec{\zeta}, \vec{\rho}_0 = 0)} \right|,$$
(3)

где  $V_0$  – контраст полос в плоскости изображения в отсутствии СФЭ в оптической системе, угловые скобки обозначают операцию статистического усреднения.



Рис. 3. Продольное распределение контраста полос (теоретические кривые и экспериментальные точки) в области локализации изображения в отсутствие (1) и при наличии (2) СФЭ в зрачке оптической системы: отношение D/A = 11,25 (a); D/A = 25 (б).

Протяженность области локализации полос в пространстве изображения, как и в отсутствии СФЭ, будет определяться апертурными ограничениями в системе (рис. 3). Поэтому для контраста полос можем записать общее выражение

$$V = V_0 \left| \frac{B_{12}(\vec{\zeta}, \vec{\rho}_0)}{B_{12}(\vec{\zeta}, \vec{\rho}_0 = 0)} \right| \frac{2J_1(\pi D\Delta\zeta/\lambda f)}{\pi D\Delta\zeta/\lambda f} \quad , \tag{4}$$

определяющее продольное распределение контраста полос в области локализации изображения интерференционной картины при наличии СФЭ в пространственно-частотной плоскости оптической системы.

# 2. Контраст полос в изображении

Пусть рассеиватель  $S_1$  и СФЭ  $S_2$  имеют комплексные коэффициенты пропускания  $t_1(\vec{r})$  и  $t_2(\vec{\rho})$  соот-

ветственно. Тогда, используя два последовательных фурье-преобразования и полагая, что все рассеянное излучение попадает в апертуры линз  $L_1$  и  $L_2$ , для комплексной амплитуды поля  $U_1(\vec{\zeta})$  можно записать

где  $U_0(\vec{r})$  – комплексная амплитуда одной из квазиплоских волн в освещающем рассеиватель  $S_I$  лазерном пучке с интерференционными полосами,  $\vec{k_1}$  – волновой вектор этой волны,  $P_1(\vec{r})$  и  $P_2(\vec{r})$  - функции пропускания полевой и апертурной диафрагм системы.

пускания полевой и апертурной диафрагм системы. Выражение для поля  $U_2(\vec{\zeta})$  имеет аналогичный вид с заменой вектора  $\vec{k}_1$  на  $\vec{k}_2$ , причем  $|\Delta \vec{k}_{12}| = |\vec{k}_1 - \vec{k}_2| = k2\sin(\theta/2)$ .

Подстановка выражений (5) для  $U_1(\vec{\zeta})$  и  $U_2(\vec{\zeta})$ в (3), замена порядка выполнения интегрирования и усреднения, учет независимости случайных функций  $t_1(\vec{r})$  и  $t_2(\vec{\rho})$  приводят к следующему выражению для функции взаимной корреляции комплексных амплитуд полей в плоскости изображения:

$$B_{12}\left(\vec{\zeta}, \Delta \vec{k}_{12}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I_f\left(\vec{\rho}\right) \rangle P_2 \times \\ \times \left(\vec{\rho} + \frac{\Delta \vec{\rho}}{2}\right) P_2^* \left(\vec{\rho} - \frac{\Delta \vec{\rho}}{2}\right) B_f \left(\Delta \vec{\rho} + \frac{f}{k} \Delta \vec{k}_{12}\right) \times \\ \times \mu_{t_2}\left(\Delta \vec{\rho}\right) \exp\left(i\frac{k}{f} \vec{\zeta} \Delta \vec{\rho}\right) d^2 \vec{\rho} \ d^2 \Delta \vec{\rho} \ ,$$
(6)

где 
$$\langle I_f(\vec{\rho}) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu_{t_1}(\Delta \vec{r}) \exp\left(i\frac{k}{f}\Delta \vec{r}\vec{\rho}\right) d^2 \Delta \vec{r}$$
 – pac-

пределение средней интенсивности в задней фокальной плоскости линзы  $L_1$  (пространственный спектр рассеивателя  $S_1$ ); функция

$$B_f\left(\Delta\vec{\rho} + \frac{f}{k}\Delta\vec{k}_{12}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_0(\vec{r}) |P_1(\vec{r})|^2 \times \exp\left(i\frac{k}{f}\Delta\vec{\rho} + \frac{f}{k}\Delta\vec{k}_{12}\right) d^2\vec{r}$$

имеет смысл автокорреляционной функции поля, освещающего СФЭ;  $I_0(\vec{r})$  – распределение средней интенсивности в освещающем рассеиватель  $S_l$  лазерном пучке (см. уравнение (1));  $\mu_{t_1}(\Delta \vec{r})$  и  $\mu_{t_2}(\Delta \vec{\rho})$  – нормированные автокорреляционные функции

 нормированные автокорреляционные функции комплексных коэффициентов пропускания рассеивателя S<sub>1</sub> и объекта S<sub>2</sub> соответственно.

При выводе выражения (6) сделаны следующие предположения:

- комплексная амплитуда поля  $U_0(\vec{r})$  и апертурная функция  $P_1(\vec{r})$  имеют медленную зависимость от  $\vec{r}$ , по сравнению с  $t_1(\vec{r})$  в масштабе изменения функции  $\mu_t(\Delta \vec{r})$ , так что  $U_0(\vec{r} + \Delta \vec{r}/2)U_0^*(\vec{r} - \Delta \vec{r}/2) \approx U_0(\vec{r})U_0^*(\vec{r}) = I_0(\vec{r})$  и  $P_1(\vec{r} + \Delta \vec{r}/2)P_1^*(\vec{r} - \Delta \vec{r}/2) \approx |P_1(\vec{r})|^2$ ; иными словами, это означает, что размеры пространственной структуры освещающего поля  $U_0(\vec{r})$  и размер полевой апертуры  $P_1$  существенно больше размеров отдельных неоднородностей рассеивателя  $S_1$ ;

- направление распространения волн в освещающем пучке симметрично относительно продольной координаты z, так что  $(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)\vec{r} = 0$ ;

- рассеиватель  $S_1$  и СФЭ  $S_2$  - статистически однородны,  $\mu_{t_1}(\vec{r}, \Delta \vec{r}) = \mu_{t_1}(\Delta \vec{r})$  и  $\mu_{t_2}(\vec{\rho}, \Delta \vec{\rho}) = \mu_{t_2}(\Delta \vec{\rho})$ .

Предположим, что в пространственно частотной плоскости отсутствует СФЭ  $S_2$ , тогда в (6) следует положить  $\mu_{t_2}(\Delta \vec{\rho}) = 1$ . Если функция  $B_f(\Delta \vec{\rho})$  существенно уже функции  $P_2\left(\vec{\rho} + \frac{\Delta \vec{\rho}}{2}\right)P_2^*\left(\vec{\rho} - \frac{\Delta \vec{\rho}}{2}\right)$ , что, фактически, означает, что радиус корреляции поля

ню, фактически, означает, что раднуе корреляции поли  $\rho_f$  в зрачке  $P_2$  существенно меньше диаметра зрачка, то это поле можно считать  $\delta$ -коррелированным и в (6) полагать  $B_f\left(\Delta \vec{\rho} + \frac{f}{k}\Delta \vec{k}_{12}\right) = \delta\left(\Delta \vec{\rho} + \vec{\rho}_0\right)$ , где  $\vec{\rho}_0 = \frac{f}{k}\Delta \vec{k}_{12}$  -

вектор пространственного сдвига полей в пространственно-частотной плоскости системы.

Принимая эти предположения во внимание, выражение (6) можно преобразовать к виду

$$B_{12}\left(\vec{\zeta},\vec{\rho}_{0}\right) = \exp\left(-i\frac{k}{f}\vec{\zeta}\vec{\rho}_{0}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I_{f}\left(\vec{\rho}\right) \rangle \times P_{2}\left(\vec{\rho} + \frac{\vec{\rho}_{0}}{2}\right) P_{2}^{*}\left(\vec{\rho} - \frac{\vec{\rho}_{0}}{2}\right) d^{2}\vec{\rho},$$

$$(7)$$

Если рассеиватель  $S_1$   $\delta$ -коррелированный, то  $\langle I_f(\vec{\rho}) \rangle = const$  и выражение (7) принимает вид автокорреляционной функции пропускания зрачка оптической системы - классическое выражение для ОПФ системы [1,3-5]. Таким образом, контраст полос в соответствии с (3) определяется модулем ОПФ, как для полностью пространственно некогерентной системы. Частичная когерентность освещающего излучения должна проявиться в учете в (7) конечной протяженности функции  $\langle I_f(\vec{\rho}) \rangle$  в пространственно-частотной плоскости. Очевидно, в наибольшей степени эта зависимость будет проявляться при сравнимых ширинах функций  $\langle I_f(\vec{\rho}) \rangle$  и  $P_2(\vec{\rho})$ .

Если апертура диафрагмы  $P_1$  недостаточно велика, то функция  $B_f(\Delta \vec{\rho})$  по ширине может оказаться сравнимой с функцией  $P_2\left(\vec{\rho} + \frac{\Delta \vec{\rho}}{2}\right)P_2^*\left(\vec{\rho} - \frac{\Delta \vec{\rho}}{2}\right)$ , и в этом случае  $B_f(\Delta \vec{\rho})$  в (6) нельзя аппроксимировать  $\delta$ -функцией. Следовательно, корреляционная функ-

ция  $B_{12}(\vec{\zeta}, \vec{\rho}_0)$ , а значит, и контраст полос V в изображении оказываются зависимыми от апертуры Р1 поля зрения, или, что то же самое, от поперечных размеров предмета. Если рассматривается некогерентная оптическая система (в плоскости предмета поле  $\delta$ -коррелированно), то уменьшение апертуры предмета сопровождается увеличением радиуса пространственной когерентности  $\rho_f$  поля в пространственно-частотной плоскости системы. Поэтому зависимость контраста полос изображения от апертуры предмета с физической точки зрения следует интерпретировать как влияние степени пространственной когерентности поля в зрачке изображающей системы на контраст формируемого изображения. Это влияние наиболее заметно, когда радиус пространственной когерентности  $\rho_f$  сравним

с диаметром апертуры зрачка. На практике, в реальных оптических системах это влияние реализуется при весьма малых апертурах зрачка. Однако если оптическая система имеет существенные аберрации и, следовательно, функция пропускания зрачка  $P_2(\vec{\rho})$  имеет высокочастотную пространственную структуру, то влияние апертуры предмета на контраст его изображения должно обнаруживаться уже при сравнительно больших апертурах предмета, когда радиус корреляции  $\rho_f$  оказывается сравнимым

с характерными размерами структурных элементов  $P_2(\vec{\rho})$ . Ярким примером такой ситуации может служить наличие в зрачке оптической системы рассеивающей среды, размеры неоднородностей которой сравнимы или даже меньше радиуса пространственной корреляции поля в зрачке. Рассмотрим такую систему более подробно.

Пусть в зрачке  $P_2$  оптической системы, представленной на рис.1, располагается тонкий рассеивающий экран, структурные элементы которого существенно меньше размеров зрачка. Тогда в (6) можем положить  $P_2\left(\vec{\rho} + \frac{\Delta \vec{\rho}}{2}\right)P_2^*\left(\vec{\rho} - \frac{\Delta \vec{\rho}}{2}\right) \approx |P_2(\vec{\rho})|^2$  в сравнении с  $\mu_{t_2}(\Delta \vec{\rho})$  и для взаимной корреляционной функции  $B_{12}(\vec{\zeta}, \vec{\rho}_0)$  записать выражение

$$B_{12}(\vec{\zeta},\vec{\rho}_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I_f(\vec{\rho}) \rangle |P_2(\vec{\rho})|^2 d^2 \vec{\rho} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_f(\Delta \vec{\rho} + \vec{\rho}_0) \mu_{t_2}(\Delta \vec{\rho}) \times$$

$$\times \exp\left(-i\frac{k}{f}\vec{\zeta}\Delta \vec{\rho}\right) d^2 \Delta \vec{\rho}.$$
(8)

Подстановка (8) в (3) показывает, что контраст интерференционных полос в изображении не зависит от  $\langle I_f(\vec{\rho}) \rangle$ , следовательно, и от  $\mu_{t_1}(\Delta \vec{r})$ , то есть не зависит от рассеивающих свойств первого рассеивателя.

При достаточно большой апертуре поля зрения  $P_1$ , при которой ширина функции  $B_f(\Delta \vec{\rho})$  существенно меньше ширины функции  $\mu_{t_2}(\Delta \vec{\rho})$ , так что  $B_f(\Delta \vec{\rho})$  можно аппроксимировать δ-функцией, выражение для контраста полос принимает исключительно простой вид

$$V = V_0 \,\mu_{t_2} \left( \Delta \vec{\rho} = \vec{\rho}_0 \right) \,. \tag{9}$$

Контраст интерференционных полос в изображении определяется только нормированной функцией корреляции комплексного пропускания СФЭ в зависимости от величины и направления взаимного сдвига  $\vec{\rho}_0$ , то есть в зависимости от периода и ориентации полос в освещающем рассеиватель S1 лазерном пучке,  $|\vec{\rho}_0| = \lambda f / \Lambda$ . Аналогичная зависимость контраста интерференционных полос от корреляционной функции пропускания случайного фазового объекта характерна для интерферометров поперечного сдвига [6-9]. Таким образом, рассматриваемая оптическая схема формирования изображения интерференционной картины выполняет роль интерферометра сдвига, если радиус корреляции р<sub>f</sub> поля в пространственно-частотной плоскости, где располагается СФЭ, существенно меньше радиуса корреляции комплексного пропускания СФЭ  $\rho_{\perp}, \rho_f \ll \rho_{\perp}.$ 

Сделаем необходимые оценки. Используя теорему Ван-Циттерта-Цернике,  $\rho_f$  можно определить по формуле  $\rho_f \approx \lambda f/D_1$ , где  $D_1$  - диаметр полевой диафрагмы  $P_1$  [1,12]. Для СФЭ с гауссовой статистикой неоднородностей корреляционная функция его пропускания  $\mu_{t_2}(\Delta \vec{\rho})$  может быть записана в следующем явном виде [1, 11]:

$$\mu_{t_2}\left(\Delta\vec{\rho}\right) = \exp\left\{-\sigma_{\phi}^2 \left[1 - K_{\phi}\left(\Delta\vec{\rho}\right)\right]\right\},\tag{10}$$

где  $\sigma_{\phi}^2$  - дисперсия фазовых флуктуаций, приобретаемых освещающим полем на СФЭ,  $K_{\phi}(\Delta \vec{\rho})$  - коэффициент корреляции неоднородностей экрана, который часто аппроксимируют гауссовой функцией  $K_{\phi}(\Delta \vec{\rho}) = \exp(-\Delta \vec{\rho}^2/l_{\phi}^2)$ , где  $l_{\phi}$  - радиус корреляции (средний поперечный размер) неоднородностей экрана. При  $\sigma_{\phi} < 1$  радиус корреляции пропускания экрана  $\rho_{\perp} \approx l_{\phi}$ , при  $\sigma_{\phi} > 1$   $\rho_{\perp} \approx l_{\phi}/\sigma_{\phi}$  [11]. Используя эти оценки, можно определить условия работы рассматриваемой изображающей оптической системы в режиме интерферометра сдвига.

Отметим также, что прямая зависимость контраста интерференционных полос средней интенсивности от корреляционной функции пропускания СФЭ, аналогичная (9), имеет место при зондировании экрана остросфокусированным пространственно-модулированным лазерным пучком в режиме дефлекции интерференционных полос [13], когда радиус перетяжки зондирующего пучка в плоскости экрана  $w_0$  существенно меньше поперечных размеров неоднородностей экрана  $l_{\phi}$ ,  $w_0 \ll l_{\phi}$ .

Уменьшение диаметра  $D_1$  полевой диафрагмы  $P_1$  сопровождается увеличением радиуса корреляции  $\rho_f$  поля, освещающего СФЭ  $S_2$ , и, как показывает эксперимент (рис.4), приводит к увеличению контраста интерференционных полос в плоскости изображения.

Увеличение контраста полос изображения можно объяснить, исходя из корреляционных представлений о воздействии СФЭ на проходящие через него взаимно смещенные идентичные спекл-поля. Действительно, увеличение  $\rho_f$  по отношению к  $\rho_{\perp}$  при неизменном значении взаимного сдвига полей  $|\vec{\rho}_0|$  сопровождается повышением взаимной корреляции двух спекл-полей, прошедших рассеивающий СФЭ. Подтвердим эти качественные суждения и экспериментальные результаты формальными соотношениями.

Для получения аналитической зависимости контраста полос при произвольной диафрагме поля зрения оптической системы сделаем следующие предположения. Пусть полевая диафрагма  $P_1$  имеет бесконечно большие размеры, а поле зрения системы ограничивается конечной апертурой 2W освещающего лазерного пучка с интерференционными полосами, имеющего гауссову форму распределения средней интенсивности  $I_0(\vec{r}) = I_0 \exp\left(-2\vec{r}^2/W^2\right)$ . Предположим также, что неоднородности СФЭ подчиняются нормальной статистике [1, 11], а их коэффициент корреляции  $K_{\phi}(\Delta \vec{\rho})$  имеет гауссову форму,  $K_{\phi}(\Delta \vec{\rho}) = \exp\left(-\Delta \vec{\rho}^2/l_{\phi}^2\right)$ . В этом случае, как показано в [14], для  $\mu_{l_2}(\Delta \vec{\rho})$  вместо (10) можно исполь-

зовать приближение, удобное для интегрирования

$$\mu_t(\Delta \vec{\rho}) = \left[1 - \exp\left(-\sigma_{\phi}^2\right)\right] \exp\left(-\frac{\Delta \vec{\rho}^2}{\rho_{\perp}^2}\right) + \exp\left(-\sigma_{\phi}^2\right), \quad (11)$$

где

$$\rho_{\perp} = l_{\phi} \left[ -\ln\left\{\frac{1}{\sigma_{\phi}^2} \ln\left[\frac{\exp\left(+\sigma_{\phi}^2\right) - 1}{\exp\left(+1\right)} + 1\right]\right\} \right]^{1/2} - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma_{\phi}^2} + \frac{1}{\sigma_{\phi}^2} + \frac{1}{\sigma_{\phi}^2}\right]^{1/2} - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma_{\phi}^2} + \frac{1}{\sigma_{\phi}^2} + \frac{1}{\sigma_{\phi}^2} + \frac{1}{\sigma_{\phi}^2}\right]^{1/2} - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma_{\phi}^2} + \frac{1}{\sigma_{\phi}^2} + \frac{1}{\sigma_$$

точное выражение для радиуса корреляции функции пропускания СФЭ при любых значениях  $\sigma_{\phi}$  [14].

Учет этих приближений в (8) позволяет получить для контраста полос в параксиальной области изображения  $\vec{\zeta} = 0$  следующее выражение

$$V = V_0 \frac{\mu_0 + (1 - \mu_0)\rho_{\perp}^2 (\rho_{\perp}^2 + \rho_f^2)^{-1} \exp\left[-\rho_0^2 / (\rho_{\perp}^2 + \rho_f^2)\right]}{\mu_0 + (1 - \mu_0)\rho_{\perp}^2 (\rho_{\perp}^2 + \rho_f^2)^{-1}}, \quad (12)$$

где использовано обозначение  $\mu_0 = \exp(-\sigma_{\phi}^2)$ ,  $\rho_f = \sqrt{2} \lambda f / \pi W$  – радиус корреляции поля, освещающего СФЭ S<sub>2</sub>.



Рис. 4. Картины интерференционных полос в изображении в отсутствии (а) и при наличии (б, в) случайного фазового экрана в пространственно-частотной плоскости оптической системы при различных диаметрах диафрагмы поля зрения.

На рис.5 приведены теоретические графики, полученные с использованием (12), и экспериментальные точки для относительного контраста полос  $V/V_0$  в изображении интерференционной картины в зависимости от параметров освещающего объект поля  $\rho_0$ ,  $\Lambda$ ,  $\rho_f$  и параметров СФЭ  $l_{\phi}$  и  $\sigma_{\phi}$ .



Рис. 5. Контраст интерференционных полос в изображении:а) в зависимости от параметра  $\rho_0 = \lambda f / \Lambda$  (от периода полос  $\Lambda$ ) для  $C\Phi \Im c \ \sigma_{\phi} =$  $1,15 \ u \ l_{\phi} = 17 \$ мкм при различных значениях апертуры 2W освещающего лазерного пучка и, соответственно, различных значениях радиуса корреляции зондирующего  $C\Phi \Im$  поля  $\rho_f$  при f = $110 \$ мм:  $1 - 2W = 3 \$ мм,  $\rho_f = 20,8 \$ мкм;  $2 - 2W = 5 \$ мм,  $\rho_f = 12,5 \$ мкм;  $3 - 2W = 12 \$ мм,  $\rho_f = 5,2 \$ мкм; б) в зависимости от радиуса корреляции поля  $\rho_f$ от апертуры пучка 2W при различных значениях периода полос:  $1 - \Lambda = 8 \$ мж;  $2 - \Lambda = 5,5 \$ мж;  $3 - \Lambda = 3 \$ мм.

Отчетливо наблюдается повышение контраста полос системы при увеличении радиуса корреляции поля  $\rho_f$  при уменьшении апертуры поля зрения 2W. В зависимости контраста полос от радиуса корреляции  $l_{\phi}$  неоднородностей СФЭ, как следует из (12), обнаруживается интересная особенность, заключающаяся в наличии локального минимума (рис.6).



Рис. 6. Контраст интерференционных полос изображения в зависимости от радиуса корреляции неоднородностей СФЭ при различных периодах полос, соответственно, при различных значениях взаимного сдвига спекл-полей  $\rho_0$ , зондирующих

$$C\Phi \mathcal{P}(\sigma_{\phi} = 1.5; \rho_f = 28 \text{ мкм}): 1 - \rho_0 = 40 \text{ мкм},$$

2 -  $\rho_0 = 60$  мкм; 3 -  $\rho_0 = 100$  мкм; 4 -  $\rho_0 = 200$  мкм.

При  $\rho_f > l_{\phi}$ , когда в пределах области корреляции находится много рассеивающих центров СФЭ, наблюдается уменьшение контраста полос с увеличением  $l_{\phi}$ . Локальный минимум формируется при  $\rho_f \approx l_{\phi}$  и сдвигается в сторону больших значений  $l_{\phi}$  при увеличении  $\rho_0$ , приводящем к росту декорреляции спекл-полей, прошедших через СФЭ. Повышение контраста полос с увеличением  $l_{\phi}$  наблюдается при  $\rho_f < l_{\phi}$ , когда корреляционная структура зондирующих экран спекл-полей оказывается более тонкой, по сравнению с корреляционной структурой СФЭ. В определенном смысле можно утверждать, что в этом случае зондирующим полем "разрешается" структура экрана, и для контраста полос в изображении справедливо выражение (9).

## 3. Некогерентная оптическая система

Операция усреднения интенсивности рассеянного когерентного излучения, выполненная тем или иным способом, фактически, приводит к пространственно частично-когерентному или полностью некогерентному процессу формирования изображения в оптической системе. Поэтому следует ожидать, что при некогерентном освещении, например, рассеивающего предмета с синусоидальным амплитудным пропусканием, будут наблюдаться аналогичные эффекты зависимости контраста полос изображения от параметров системы и СФЭ, расположенного в пространственно-частотной плоскости. В частности, должен наблюдаться эффект увеличения контраста изображения при уменьшении апертуры поля зрения, то есть при увеличении радиуса пространственной когерентности поля  $\rho_f$ , освещающего СФЭ.

На рис.7 приведены изображения рассеивающего транспаранта с квазисинусоидальным пропусканием по интенсивности, полученные при некогерентном освещении транспаранта при различных диаметрах. полевой апертуры в оптической системе без и в присутствии СФЭ в пространственночастотной плоскости системы Зависимость контраста полос изображения от апертуры поля зрения фактически указывает на зависимость ОПФ рассматриваемой системы от параметров изображаемого объекта, что не рассматривается в рамках классического анализа линейных оптических систем [1-5].



Рис. 7. Изображения рассеивающего транспаранта с синусоидальным по интенсивности пропусканием при некогерентном освещении в оптической системе без СФЭ (а, б, в) и в присутствии СФЭ (г, д, е) в пространственно-частотной плоскости системе при различных диаметрах апертуры поля зрения системы.

На рис. 8 приведен экспериментальный график контраста квазисинусоидальных полос некогерентного изображения при увеличении апертуры поля зрения оптической системы.





Эффект увеличения контраста изображения при уменьшении апертуры поля зрения предполагает простой способ повышения качества изображений, передаваемых через рассеивающую среду, путем последовательной передачи отдельных фрагментов изображений. Иллюстрация этого способа повышения качества изображения показана на рис. 9 на примере передачи текстовой информации.



Рис. 9. Увеличение контраста (четкости) изображения текста при его диафрагмировании в оптической системе с рассеивающим экраном в пространственно-частотной плоскости.

#### Заключение

При наблюдении изображения интерференционной картины в оптической системе со случайным фазовым экраном (СФЭ) в ее зрачке контраст полос изображения определяется совокупностью параметров освещающего излучения, оптической системы и СФЭ. Если в оптической системе обеспечивается условие  $\delta$  - коррелированного освещения СФЭ, когда радиус корреляции освещающего поля существенно меньше радиуса корреляции неоднородностей экрана, то контраст полос практически определяется только параметрами СФЭ, выраженными через корреляционную функцию комплексного пропускания экрана. В таком режиме изображающая система работает в качестве интерферометра поперечного сдвига при зависимости величины и направления сдвига от периода и ориентации интерференционных полос в предметном поле. Такой режим работы оптической системы интересен с точки зрения решения измерительных задач по определению статистических параметров неоднородностей рассеивающих сред как технического, так и биологического происхождения.

Отметим, что процессы формирования изображений интерференционных картин в оптической системе со случайным фазовым экраном в пространственно-частотной плоскости носят во многом аналогичный характер с процессами формирования интерференционных картин в дифракционном поле при зондировании СФЭ сфокусированным пространственно-модулированным лазерным пучком [13-16].

Зависимость контраста полос изображения от степени пространственной корреляции (когерентности) светового поля, зондирующего СФЭ в зрачке системы, имеет важное методологическое и практическое значение. Фактически показано, что ОПФ системы зависит не только от степени когерентности освещающего предмет светового поля, но и от степени пространственной когерентности поля в зрачке оптической системы. Наиболее отчетливо эта зависимость проявляется при наличии в зрачке системы тонкой рассеивающей среды, размеры неоднородностей которой оказываются сравнимыми с радиусом корреляции освещающего поля в зрачке системы. Эффект увеличения контраста изображения при уменьшении апертуры поля зрения (при фрагментации предмета) может найти применение в задачах передачи изображений через рассеивающие среды. В частности, этот эффект может быть использован в биофизических приложениях, например в офтальмологии при определении ретинальной остроты зрения в условиях катаракты как средствами лазерной интерференционной ретинометрии, так и с помощью некогерентных оптических систем [17, 18].

## Благодарность

Авторы выражают благодарность М.И. Лобачеву, А.Е. Гриневичу и М.С. Губской - за эффективную помощь в проведении экспериментов, Б.Б. Горбатенко - за полезные консультации по теоретическим вопросам, В.В. Тучину - за плодотворные обсуждения биомедицинских приложений обсуждаемых в статье методов.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 00-15-96667, Программа «Ведущие научные школы РФ», и гранта № REC-006, U.S. Civilian Research & Development Foundation for the Independent States of the Former Soviet Union (CRDF).

## Литература

- 1. Гудмен Дж. Статистическая оптика. М.: Мир, 1988. 528 с.
- Зеге Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л. Перенос изображения в рассеивающей среде // Минск, Наука и техника, 1985. 327 с.
- B.J. Tomson "Image formation with partially coherent light"- In: Progress in Optics, Vol. VII, ed. E. Wolf. Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1969, chapter IV, P. 169-230.

- 4. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику // Пер. с англ. М., Мир, 1970. 364 с.
- C.S. Williams, O.A. Becklund Introduction to the Optical Transfer Function // Wileg-Interscience, N-Y, 1989. 683 p.
- Кромин С.И., Любимов В.В., Шехтман В.Н. Измерение рассеянной компаненты световой волны // Квантовая электроника. 1986. Т. 13. N. 5 (167). С. 962-966.
- Ангельский О.В. Корреляционная диагностика случайных пространственно-неоднородных оптических полей // Квант. электр. 1992. Т. 19, N. 12. C. 1151-1158.
- Angelsky O.V., Maksimyak P.P. Optical diagnostics of random phase objects // Appl. Opt. 1990.V. 29. N. 19. P. 2894-2898.
- Рябухо В.П. Интерференция частично-развитых спекл-полей // Оптика и спектроскопия. 1995. Т. 78. В. 6. С. 970-977.
- Рябухо В.П., Аветисян Ю.А., Суманова А.Б. Дифракция пространственно-модулированного лазерного пучка на случайном фазовом экране // Оптика и спектроскопия. 1995. Т.79. В.2.С. 299-306.
- 11. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский Б.И. Случайные поля // Введение в статическую радиофизику. М., Наука. 1978. Ч.2. 464 с.
- 12. Борн М., Вольф Э. Основы оптики // М., Наука. 1973. 856 с.
- Рябухо В.П., Чаусский А.А. Зондирование случайного фазового экрана сфокусированным пространственно-модулированным лазерным пучком. Режим дефлекции интерференционных полос // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 1. С. 56-61.
- Рябухо В.П., Чаусский А.А. Зондирование случайного фазового экрана сфокусированным пространственно-модулированным лазерным пучком. Дифракция на большом числе неоднородностей // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23 В. 19. С. 47-53.
- Рябухо В.П., Чаусский А.А., Гриневич А.Е. Зондирование случайного фазового экрана сфокусированным пространственно-модулированным лазерным пучком. Метод интегрального сканирования // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 24. С. 5-10.
- 16. Чаусский А.А., Горбатенко Б.Б., Рябухо В.П. Дифракция интерференционного поля в изображающей системе со случайными фазовыми экранами в предметной и пространственно-частотной плоскостях // Проблемы оптической физики: Материалы школы по оптике, лазерной физике и биофизике. Саратов: Изд-во Сарат. Ун-та. 2000. С. 56-61.
- A. Chaussky, V. Ryabukho, V. Tuchin, G. Akchurin, V. Bakutkin, E. Radchenko, V. Nazaryants Laser interferential diagnostics of retinal visual acuity of the human eye with cataract // Proc. SPIE: Coherent Domain Optical Methods in Biomedical Science and Clinical Applications III. 1999. V. 3598. P. 288-293.
- V.V. Tuchin, V.P. Ryabukho, D.A. Zimnyakov, M.I. lobachev, D.V. Lyakin, E.Yu. Radchenko, A.A. Chaussky, K.V. Konstantinov Tissue structure and blood microcirculation and monitoring by speckle interferometry and full-field correlometry // Proc. SPIE, M. 4251.

# Interference-pattern image contrast in an optical system with a random phase screen in the space-frequency plane

V.P. Ryabukho, A.A. Chausskii, O. A. Perepelitsina Saratov State University, Institute of Precision Mechanics and Control, RAS

## Abstract

The paper analyzes the process of interference-pattern image formation in an optical system with a random phase screen in the space-frequency plane. It is shown that an optical system of this kind can function, under certain conditions, as a shearing interferometer, which determines the dependence of contrast of the average intensity fringes in the interference pattern image on the normalized correlation function of the random phase screen complex transmittance. The dependence of the fringe contrast on the pattern period and aperture of the field of view is established, as well as the dependence of the optical transfer function of the system under study on spatial coherence of the light in the pupil of the system with a random phase screen.

<u>Citation</u>: Ryabukho VP, Chausskii AA, Perepelitsina OA. Interference-pattern image contrast in an optical system with a random phase screen in the space-frequency plane. Computer Optics 2001; 21: 105-112.

# References

- [1] Goodman JW. Statistical optics. 2nd ed. New York: McGraw-Hill; 1988.
- [2] Zege ÉP, Ivanov AP, Katsev IL. Image transfer in a scattering medium [In Russian]. Minsk: "Nauka i Tekhnika" Publisher; 1985.
   [3] Tomson BJ. Image formation with partially coherent light. In Book: Wolf E, ed. Progress in Optics, Vol VII. Ch IV. Amsterdam: North-Holland Publ Co; 1969: 169-230.
- [4] Goodman JW. Introduction to Fourier optics. New York, NY: McGraw-Hill Book Co; 1968.
- [5] Williams CS, Becklund OA. Introduction to the optical transfer function. New York: Wiley; 1989.
- [6] Kromin SI, Lyubimov VV, Shekhtman VN. Measurement of the scattered component of a light wave. Sov J Quantum Electron 1986; 13(5): 962-966.
- [7] Angelsky OV. Correlation diagnostics of random spatially nonuniform optical fields. Sov J Quantum Electron 1992; 19(12): 1151-1158.
- [8] Angelsky OV, Maksimyak PP. Optical diagnostics of random phase objects. Appl Opt 1990; 29(19): 2894-2898.
- [9] Ryabukho VP. Interference of partially developed speckle fields [In Russian]. Optika i Spektroskopiya 1995; 78(6): 970-977.
- [10] Ryabukho VP, Avetisyan YA, Sumanova AB. Diffraction of a spatially modulated laser beam by a random phase screen [In Russian]. Optika i Spektroskopiya 1995; 79(2): 299-306.
- [11] Rytov SM, Kravtsov YA, Tatarsky BI. Random fields. Introduction to statistical radiophysics. Moscow: "Nauka" Publisher; 1978.
- [12] Born M, Wolf E. Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. London: Cambridge University Press; 1999.
- [13] Ryabukho VP, Chaussky AA. Probing of a random phase screen via focused spatially-modulated laser beam. Interference fringes deflection mode. Sov Tech Phys Lett 1999; 25(1): 56-61.
- [14] Ryabukho VP, Chaussky AA. Probing a random phase screen with a focused spatially modulated laser beam. Diffraction at many inhomogeneities. Sov Tech Phys Lett 1997; 23(19): 47-53.
- [15] Ryabukho VP, Chaussky AA, Grinevich AE. Probing of a random phase screen via focused spatially-modulated laser beam. Integral scanning method. Sov Tech Phys Lett 1999; 25(24): 5-10.
- [16] Chaussky AA, Gorbatenko BB, Ryabukho VP. Diffraction of the interference field in an imaging system with random phase screens in the object and spatial-frequency planes. Problems of optical physics: Proceedings of the School on Optics, Laser Physics and Biophysics. Saratov: Publishing House of Saratov University; 2000: 56-61.
- [17] Chaussky A, Ryabukho V, Tuchin V, Akchurin G, Bakutkin V, Radchenko E, Nazaryants V. Laser interferential diagnostics of retinal visual acuity of the human eye with cataract. Proc SPIE 1999; 3598: 288-293.
- [18] Tuchin VV, Ryabukho VP, Zimnyakov DA, Lobachev MI, Lyakin DV, Radchenko EYu, Chaussky AA, Konstantinov KV. Tissue structure and blood microcirculation and monitoring by speckle interferometry and full-field correlometry. Proc SPIE 2001; 4251: 148-155.