### ДИФРАКЦИОННЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ДЛЯ ПРОЕКЦИОННЫХ ДИСПЛЕЕВ

Е.Г. Ежов<sup>1</sup>, Г.И. Грейсух<sup>1</sup>, С.А. Степанов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, Пенза, Россия

#### Аннотация

Показаны пути эффективного использования дифракционных оптических элементов в осветителях и проекционных объективах телевизоров и дисплеев. Описана лучевая методика расчета синглета, равномерно освещающего заданную площадку лазерным пучком.

#### Введение

Революционные изменения в технологиях визуализации изображения поставили перед оптикой новые задачи, требующие расширения элементной базы. Включение в нее дифракционных элементов дает дополнительные возможности, в частности, при разработке «тонких» проекционных телевизоров и дисплеев, основанных на новой технологии формирования изображения, предъявляемого наблюдателю. Приборы, реализующие эту технологию, получили название «телевизоры с проекцией на просвет» (RPTV - rear projection TV) [1].

С помощью осветителя освещается специальная микросхема последовательно красным, зеленым и синим светом. Такие микросхемы, разработанные фирмой Texas Instruments и получившие название Digital Micromirror Device (DMD-чип), представляют собой световой модулятор, состоящий из матрицы поворотных алюминиевых микрозеркал, количество которых соответствует разрешающей способности проектора. Эти микрозеркала (размером порядка 15×15 мкм) крепятся на подложке, позволяющей им поворачиваться в пределах 10°. К каждому микрозеркальному пикселю чипа подведены управляющий и адресные электроды. Комбинация управляющего и адресного напряжений отклоняет микрозеркало в одно из крайних положений, соответствующих состояниям «включено» или «выключено». В первом случае отраженный микрозеркалом свет попадает в проекционный объектив, а во втором - рассеивается и поглощается. Время оптического переключения состояний микрозеркал около 2 мкс [2]. Уровень цветовых составляющих светового потока по каждому пикселю определяется относительным временем нахождения его микрозеркала во включенном положении на временном интервале каждого телевизионного кадра. Восприятие цвета обеспечивается физиологией человеческого зрения. Изображение, формируемое объективом, под большим углом проецируется на специальный, работающий на пропускание экран (RPS-rear projection screen) (см. рис. 1).

На первых этапах развития RPTV в качестве источника излучения использовалась галогенная лампа. Ее полихроматический световой поток фильтровался с помощью вращающегося светофильтра, разделенного на красный, зеленый и синий (RGB) сегменты. Сопряжение же с DMD-чипом обеспечивал конденсор осветителя [3]. Основными недостатками такого осветителя являются: использование лампы накаливания, обладающей весьма ограниченным ресурсом, требующей специальной системы охлаждения и мощных источников питания, а также вращательное движение светофильтра.



Рис. 1. Типичная схема оптического тракта RPTV: 1 - DMD-чип; 2 - осветитель; 3 - светоделитель; 4 - однородно-линзовая часть проекционного объектива; 5 - асферическое зеркало проекционного объектива; 6 - RP - экран

Следующее поколение осветителей для RPTV строилось на основе светодиодов. К сожалению мощности излучения этих источников и сегодня недостаточно для использования в дисплеях с диагональю даже средних размеров [4, 5]. Поэтому наиболее перспективными источниками излучения для дисплейных осветителей представляются лазерные диоды, работающие на трех RGB длинах волн [4]. Они, при низком энергопотреблении и высоком ресурсе, способны обеспечить достаточную яркость. Однако использование лазерных диодов сопряжено с определенными трудностями. Во-первых, необходимо устранить спеклы, во-вторых, обеспечить равномерное освещение DMD-чипа и телецентрический ход лучей в пространстве предметов проекционного объектива.

Первая задача может быть решена объединением нескольких лазерных источников, работающих на одной длине волны, в единый осветительный блок [5]. Вторая же задача накладывает дополнительные требования на оптику осветителя. Что касается равномерного освещения заданной площадки гауссо-

Е.Г. Ежов, Г.И. Грейсух, С.А Степанов

вым лазерным пучком, то эта задача может быть решена с помощью одиночного вращательносимметричного дифракционного или тонкого рефракционного элементов.

# 1. Лучевая методика расчета синглета, равномерно освещающего заданную площадку лазерным пучком

Эффективную лучевую методику расчета такого синглета можно построить на основе нижеследующих предположений:

- освещающий пучок нормален к плоскости синглета [предполагается, что синглет либо дифракционный элемент (ДЭ), либо тонкий однородный рефракционный элемент (РЭ) с плоской передней и асферической задней поверхностями, а под плоскостью такого элемента понимается его плоская поверхность];
- все лучи, прошедшие через синглет, лежат в меридиональных плоскостях, содержащих оптическую ось;
- имеется однозначное соответствие между элементарными площадками dS<sub>р</sub> и dS<sub>r</sub> в плоскости синглета и освещаемой плоскости, пересекаемыми одним и тем же элементарным пучком лучей dN;
- плотность лучей в соответствующей плоскости пропорциональна интенсивности І в этой плоскости:

$$dN/dS_{\rho} = K_{\rho} I(\rho) , \qquad (1)$$

$$dN/dS_r = K_r I(r), (2)$$

причем с ростом расстояния от оптической оси до центра элементарной площадки в плоскости синглета от 0 до  $\rho_{max}\,,$  соответствующее расстояние в освещаемой плоскости монотонно растет от 0 до  $r_{\rm max}$ .

Нетрудно показать, что если интенсивность в освещаемой плоскости I(r) постоянна, а интенсивность освещающего пучка изменяется от центра синглета к периферии по закону  $I(\rho)$ , то в рамках сделанных предположений

$$\frac{dS_{\rho}}{dS_r} = \frac{I_0}{I(\rho)} K^2, \qquad (3)$$

где  $I_0 = I(0)$ , а K - константа, имеющая, в случае равномерного освещения синглета, смысл масштабного коэффициента:

$$K^{2} = (\rho_{\max}/r_{\max})^{2}$$
 (4)

Полагая, что элементарные площадки в плоскости синглета и освещаемой плоскости образованы дугами с радиусами  $\rho$ ,  $\rho + d\rho$  и r, r + dr, зажатыми между двумя радиусами, заданными полярными углами θ и  $\theta + d\theta$ , формулу (3) можно переписать в виде:

$$\frac{\rho d\rho}{r dr} = \frac{I_0}{I(\rho)} K^2, \tag{5}$$

Решая уравнение (5), получим связь радиусов в двух интересующих плоскостях:

$$\frac{1}{2}r^{2} = \frac{1}{K^{2}} \int \frac{I(\rho)}{I_{0}} \rho d\rho .$$
 (6)

Если, например, освещающий пучок – Гауссов, т.е.

$$I(\rho) = I_0 \exp(-a^2 \rho^2),$$
 (7)

то из (6) находим:

ł

$$r^{2} = \frac{1}{(Ka)^{2}} [1 - \exp(-a^{2}\rho^{2})].$$
(8)

Полученная связь между р и r позволяет найти пространственную частоту ДЭ или форму асферической поверхности РЭ.

#### 2. Расчет структуры ДЭ

Синус угла дифракции і-го луча на структуре ДЭ в меридиональной плоскости (см. рис. 2) может быть записан в виде:

$$\sin(\varepsilon_i) = \sin(\operatorname{arctg}((\rho_i - r_i)/L)), \qquad (9)$$

где L – расстояние между плоскостью ДЭ и освещаемой плоскостью.



Рис. 2. К расчету пространственной частоты структуры ДЭ в точке  $\rho_i$ 

Пространственная частота структуры в точке  $\rho_i$ , равна

$$\Omega_i = \sin(\varepsilon_i) / \lambda \,, \tag{10}$$

где  $\lambda$  – рабочая длина волны.

Пусть ДЭ вносит в падающий волновой фронт фазовую добавку, описываемую рядом принятым, в частности, в [6]:

$$\Phi = \sum_{j=1}^{J} A_j \rho^{2j} .$$
 (11)

С пространственной частотой фазовая добавка связана соотношением:

$$\Omega(\rho) = \frac{1}{2\pi} \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\rho} \tag{12}$$

и, в результате дифференцирования, нетрудно получить:

$$\Omega(\rho) = \frac{1}{\pi} \left( \sum_{j=1}^{J} j A_j \rho^{2j-1} \right).$$
(13)

Требуемый набор коэффициентов  $A_j$  структуры ДЭ можно найти по заданной в табличном виде зависимости  $\Omega_i(\rho_i)$  (9), (10), например, методом наименьших квадратов.

Если в освещаемой плоскости должна быть сформирована какая-то геометрическая фигура, например, квадрат или прямоугольник, то постоянство коэффициента K, обеспечивающее равномерность интенсивности по всей фигуре, требует, чтобы эта фигура в первом приближении была подобна апертуре в плоскости ДЭ. Точное подобие требуется только при постоянстве интенсивности излучения в плоскости ДЭ:  $I(\rho) = I_0$ . И в этом случае

$$K^{2} = \left(\rho_{\max}^{(\theta)} / r_{\max}^{(\theta)}\right)^{2} = \text{const}$$
(14)

во всем диапазоне значений полярного угла  $0 \le \theta \le 2\pi$  .

Если же интенсивность освещающего пучка спадает от центра ДЭ к периферии, то из-за нелинейной связи между ρ и *r* [см. формулу (8)] имеем:

$$\rho_{\max}^{(\theta)} / r_{\max}^{(\theta)} = f(\theta).$$
(15)

и с ростом  $r_{\max}^{(\theta)}$  растет  $f(\theta)$ . В результате отверстие апертурной диафрагмы должно быть не квадратным или прямоугольным, а подушкообразным (см. рис. 3).



Рис. 3. Апертура и структура ДЭ, формирующего из круглого Гауссова пучка равномерно освещенный квадрат

Переход от круга в освещаемой плоскости к квадрату или прямоугольнику на микроструктуре ДЭ никак не отразится: она по-прежнему останется вращательно симметричной, т.е. кольцевой. Это принципиально отличает данное решение от известных «фокусаторных» [7]. Конечно, ограничение лазерного круглого гауссова пучка подушкообразной диафрагмой приведет к некоторой потере энергии, но эта потеря будет частично скомпенсирована, за счет большей дифракционной эффективности, которую в технологическом плане, несомненно, легче достичь у простейшей кольцевой микроструктуры.

В качестве примера, демонстрирующего эффективность методики, на рис. 4 представлено дифракционное распределение интенсивности в освещаемой плоскости, созданное ДЭ с коэффициентами кольцевой структуры  $A_1 = -78,7379$  мм<sup>-2</sup>;  $A_2 = -1,9982$  мм<sup>-4</sup>;  $A_3 = 0,1121$  мм<sup>-6</sup>;  $A_4 = -4,7052 \cdot 10^{-3}$  мм<sup>-8</sup>;  $A_5 = 1,0888 \cdot 10^{-4}$  мм<sup>-10</sup>.





#### 3. Расчет асферической поверхности РЭ

Задача поиска конструктивных параметров РЭ с плоской передней поверхностью сводится к получению параметров уравнения его задней асферической поверхности.

Полагая в общем уравнении четной асферической поверхности [6] кривизну, равной нулю, запишем его в виде:

$$z - \sum_{j=1}^{J} A_j \rho^{2j} = 0.$$
 (16)

где z – координата вдоль оси симметрии поверхности, отсчитываемая от ее вершины (обнуление кривизны поверхности позволяет избавиться от радикала без потери фокусировки, благодаря коэффициенту  $A_1$ ).

Известно, что вектор нормали к поверхности, описываемой уравнением  $F(\rho, z) = 0$ , может быть представлен в виде [8]:

$$\mathbf{o} = \frac{\nabla F}{\sqrt{(\nabla F)^2}} \,, \tag{17}$$

где

$$\nabla F = \mathbf{i} \frac{\partial F}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial F}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial F}{\partial z},$$

$$\sqrt{(\nabla F)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2}.$$
(18)

Произведя дифференцирование уравнения (16), введя обозначение

$$B = 2\sum_{j=1}^{J} jA_{j} \rho^{2(j-1)}$$
(19)

и учитывая, что задача решается в меридиональной плоскости *yz*, получим:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial F}{\partial y} = -\rho B, \ \frac{\partial F}{\partial z} = 1.$$
 (20)

Отсюда

$$\sqrt{\left(\nabla F\right)^2} = \sqrt{1 + \rho^2 B^2} \ . \tag{21}$$

Таким образом, составляющие вектора нормали, т.е. направляющие косинусы нормали относительно осей у и *z*, будут иметь вид:

$$o_y = -\rho B o_z, o_z = 1 / \sqrt{1 + \rho^2 B^2}$$
 (22)

Теперь обратимся к рис. 5, на котором в локальной системе координат показана произвольная точка M задней асферической поверхности РЭ, нормаль о к этой поверхности в данной точке, координатные оси, а также падающий и преломленный лучи, которые распространяются в средах с показателями преломления n и 1, соответственно.



Рис. 5. Преломление луча в точке М асферической поверхности

# В соответствии с законом преломления

$$n\sin\alpha = \sin\beta, \qquad (23)$$

где

$$\beta = \alpha + \varphi \,. \tag{24}$$

Отсюда

$$\sin \alpha = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 + n^2 + 2n \cos \varphi}} \,. \tag{25}$$

Очевидно, что

$$o_y = \sin \alpha, \quad o_z = \cos \alpha,$$
 (26)

поэтому, учитывая (22), имеем

$$B = -\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\rho} \,. \quad (27)$$

Угол  $\varphi$  для каждого преломленного луча, т.е.  $\varphi_i$ , определяется высотами в плоскости РЭ и освещаемой плоскости (см. рис. 6):

$$\sin \varphi_i = \frac{\rho_i - r_i}{\sqrt{(\rho_i - r_i)^2 + (L - z_i)^2}} \,. \tag{28}$$

Из уравнений (8), (25) и (28) нетрудно получить

$$B_i = -\frac{\mathrm{tg}\alpha_i}{\rho_i} \tag{29}$$

Далее, используя уравнение (19), также, как и в случае ДЭ, например, метод наименьших квадратов, находим коэффициенты  $A_j$ , определяющие форму искомой асферической поверхности. По сравнению со случаем ДЭ задача осложняется тем, что стрелка  $z_i$ , входящая в формулу (28), априори не известна. Эта задача решается итерационно. Первый набор коэффициентов  $A_j$  находится в приближении  $z_i \equiv 0$ . Затем  $z_i$  вычисляются для этого набора, и находится новый набор коэффициентов  $A_j$ . Процесс повторяется до тех пор, пока изменения в значениях  $z_i$  или  $A_j$  не станут допустимо малыми.



Рис. 6. Связь высот в плоскости РЭ и освещаемой плоскости

Как и в случае ДЭ для формирования в освещаемой плоскости какой-то геометрической фигуры, например, квадрата или прямоугольника, следует использовать соответствующую апертурную диафрагму.

В качестве примера на рис. 7 представлено дифракционное распределение интенсивности в освещаемой плоскости, созданное РЭ с плоской передней поверхностью, показателем преломления n = 1,5и осевой толщиной 0,5 мм. Коэффициенты, определяющие форму задней асферической поверхности, равны  $A_1 = -1,3333 \cdot 10^{-2}$  мм<sup>-1</sup>;  $A_2 = -3,3581 \cdot 10^{-4}$  мм<sup>-3</sup>;  $A_3 = 1,9463 \cdot 10^{-5}$  мм<sup>-5</sup>;  $A_4 = -8,8735 \cdot 10^{-7}$  мм<sup>-7</sup>;  $A_5 = 3,0892 \cdot 10^{-8}$  мм<sup>-9</sup>;  $A_6 = -7,8564 \cdot 10^{-10}$  мм<sup>-11</sup>;  $A_7 = 1,1950 \cdot 10^{-11}$  мм<sup>-13</sup>.

### 4. Дифракционно-рефракционный корректор для проекционного объектива

Стремление уменьшить толщину проекционного телевизора или дисплея усложняет схему проекционного объектива и ужесточает требования к уровню его остаточных монохроматических аберраций. В совокупности это обуславливает значительный остаточный хроматизм и весьма ограниченные возможности его коррекции традиционными методами. В тоже время, как показано в [9], дифракционнорефракционный корректор, вводимый в оптическую систему и содержащий одну или две рефракционные линзы, позволяет как ахроматизировать, так и апохроматизировать систему практически с любым остаточным хроматизмом.



Рис. 7. Дифракционное распределение интенсивности в освещаемой плоскости, созданное РЭ, ограниченным круглой диафрагмой при его освещении Гауссовым лазерным пучком: λ = 0,532 мкм; р<sub>max</sub> = 2,46 мм; r<sub>max</sub>=0,5 мм; L=50 мм; a =0,638; K=3

Выбор схемы корректора зависит от требований к его оптической силе (афокальный, с положительной или отрицательной оптической силой), а также требований, предъявляемых к нему с точки зрения коррекции хроматических и монохроматических аберраций. Оптимальное сочетание толщин элементов, прогибов рефракционных линз и значений коэффициентов разложения пространственной частоты ДЭ (А<sub>i</sub> при *j*>1) позволяет минимизировать аберрации тонких пучков и существенно снизить как сферическую аберрацию, так и сферохроматизм. Оптическая сила ДЭ корректора, предназначенного для ахро- или апохроматизации, практически любой изображающей системы невелика, что позволяет изготовить ее с высокой дифракционной эффективностью на существующем технологическом оборудовании.

Замена одного из ближайших к апертурной диафрагме компонентов однородно-линзовой части проекционного объектива RPTV (поз. 4 на рис. 1) на корректор, состоящий из двух склеенных рефракционных линз и ДЭ, как это показано на рис. 8, позволила апохроматизировать объектив, уменьшить поперечный хроматизм и одновременно снизить уровень остаточных монохроматических аберраций [10].

#### Заключение

Как уже отмечалось, равномерное освещение DMD-чипа является необходимым, но недостаточным условием достижения равномерной освещенности в изображении, предъявляемом наблюдателю. Необходимо также обеспечить телецентрический ход лучей в пространствах предметов и изображений проекционного объектива. Телецентричность в пространстве изображений обеспечивается соответствующим схемным решением проекционного объектива. Обеспечить же телецентричность в пространстве предметов с помощью одного тонкого дифракционного или рефракционного оптического элемента не представляется возможным. Задача решается с использованием объемных элементов (так называемых интеграторов) или с помощью, как минимум, двух тонких, но разделенных воздушным промежутком оптических элементов [11]. Расчет обоих этих элементов может также быть произведен по вышеизложенной лучевой методике.



Рис. 8. Предложенный вариант модификации однородно-линзовой части проекционного объектива: 1 – заменяемый компонент; 2 – дифракционно-рефракционный корректор

Рассмотренные в данной работе примеры наглядно иллюстрируют целесообразность и эффективность использования дифракционных оптических элементов в проекционных дисплеях и мониторах нового поколения.

#### Литература

- 1. [Электронный pecypc] http://en.wikipedia.org/wiki/HDTV
- Monk D. W., Gale R. O. The digital micromirror device for projection display // Microelectronic Engineering. 1995. V. 27. № 1-4. P. 489-493.
- 3. Kang Ho Joong; Moon, Hee Jong. Display device and display method, US pat. 2005/0152033 A1.
- 4. [Электронный pecypc] http://www.novalux.com
- Mooradian S. Antikichev B. Cantos et al. High power extended vertical cavity surface emitting diode lasers and arrays and their applications // Micro-Optics Conference. Tokyo, November 2, 2005.
- 6. [Электронный ресурс] http://zemax.com
- Методы компьютерной оптики / А.В. Волков, Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович и др.; Под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2000. - 688 с.
- Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1977. - 832 с.
- Greisukh G.I., Ezhov E.G., Stepanov S.A. Diffractive-Refractive Hybrid Corrector for Achro- And Apochromatic Corrections of Optical Systems // Applied Optics. – 2006. – Vol. 45. № 24. – P. 6137–6141.
- Грейсух Г.И., Ежов Е.Г., Степанов С.А., Братищев А. // Projection optical system for rear projection display (Проекционная оптическая система) заявка на патент № 2006118187.
- Serafimovich P.G., Cheong B.H., Ahn P.S. et al. DMD illumination using diffractive optical elements // SID Symposium Digest of Technical Papers, May 2005. Vol. 36. № 1. P. 902-905.

## DIFFRACTIVE OPTICAL ELEMENTS FOR PROJECTION DISPLAYS

E.G. Ezhov<sup>1</sup>, G.I. Greisukh<sup>1</sup>, S.A. Stepanov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russia

# Abstract

We look into strategies of efficient use of diffractive optical elements in lighting equipment and projection TV and display lenses. A radiation technique is described for calculating singlet states illuminating uniformly the defined area by a laser beam.

Keywords: diffractive optical elements, projection display, radiation technique

<u>Citation</u>: Ezhov EG, Greisukh GI, Stepanov SA. Diffractive optical elements for projection displays [In Russian]. Computer Optics 2007; 31(1): 22-26.

### **References:**

- [1] Source: http://en.wikipedia.org/wiki/HDTV.
- [2] Monk DW, Gale RO. The digital micromirror device for projection display. Microelectronic Engineering 1995; 27(1-4): 489-493.
- [3] Kang Ho Joong; Moon Hee Jong. Display device and display method. US pat. 2005/0152033 A1.
- [4] Source: http://www.novalux.com.
- [5] Mooradian S, Antikichev B. Cantos et al. High power extended vertical cavity surface emitting diode lasers and arrays and their applications. Micro-Optics Conference. Tokyo, November 2, 2005.
- [6] Source: http://zemax.com.
- [7] Volkov AV, Golovashkin DL, Doskolovich LL, Kazanskiy NL, Kotlyar VV, Pavelyev VS, Skidanov RV, Soifer VA (ed.), Solovjev VS, Usplenyev GV, Kharitonov SI, Khonina SN. Methods of Computer Optics [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher 2000; 688 p.
- [8] Korn G, Korn T. Mathematical Handbook [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher 1977; 832 p.
- [9] Greisukh GI, Ezhov EG, Stepanov SA. Diffractive-Refractive Hybrid Corrector for Achro- and Apochromatic Corrections of Optical Systems. Applied Optics 2006; 45(24): 6137–6141.
- [10] Greisukh GI, Ezhov EG, Stepanov SA, Bratishchev A. Projection optical system for rear projection display (Projection Optical System). Patent Application No. 2006118187.
- [11] Serafimovich PG, Cheong BH, Ahn PS, et al. DMD illumination using diffractive optical elements. SID Symposium Digest of Technical Papers 2005; 36(1): 902-905.