

ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ФОКУСИРОВКИ В ДВУМЕРНУЮ ОБЛАСТЬ ПРИ ПРОТЯЖЕННОМ ИСТОЧНИКЕ

А.А. Белоусов^{1,2}, Л.Л. Досколович^{1,2}

¹Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара, Россия,

²Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия

Аннотация

Рассмотрен метод расчета преломляющих поверхностей для формирования заданных распределений освещенности при протяженных источниках света. Метод основан на представлении поверхности через распределение эйконала светового поля в прилегающей плоскости и аппроксимации источника излучения набором точек. Эйконал определяется в виде полинома. Расчет преломляющей поверхности основан на градиентной минимизации функционала ошибки, представляющего отличие расчетной и заданной освещенности полей. Для градиента функционала ошибки получено аналитическое выражение. Проведен расчет преломляющей поверхности для формирования постоянного распределения освещенности в квадратной области.

Введение

Задача фокусировки в двумерную область состоит в расчете формы поверхности оптического элемента из условия формирования требуемого распределения освещенности в некоторой плоскости от заданного источника. Данная задача является актуальной для большого числа приложений, включающих расчет лазерных систем фокусировки, расчет светотехнических устройств, систем освещения и т. д.

В общем случае задача формирования заданной диаграммы направленности или распределения освещенности при точечном (компактном) источнике света сводится к решению нелинейного дифференциального уравнения типа уравнения Монжа-Ампера [1-3] и является крайне сложной. Ряд методов решения задач данного класса в приближении геометрической оптики разработан для дифракционных оптических элементов [4-10]. В этом случае задача ставится как задача расчета эйконала светового поля в плоскости из условия формирования заданной интенсивности поля в некоторой области пространства. Восстановление формы поверхности рельефа дифракционного элемента по функции эйконала основано на использовании приближенных соотношений типа приближения тонкого оптического элемента. Использование подобных соотношений недопустимо при расчете зеркал и преломляющих поверхностей.

Ряд методов расчета оптических элементов разработан в светотехнике [11-14]. Методы светотехники позволяют учесть размеры и форму источника света, однако аналитические решения и эффективные алгоритмы расчета известны только для задач с радиальной симметрией. В последние годы появились публикации по расчету оптических поверхностей при точечных источниках излучения итерационными методами [15, 16]. Указанные методы позволяют сформировать сложные распределения освещенности, например, в виде алфавитно-цифровых символов, однако обладают низкой эффективностью. Кроме того, эти методы не могут быть использованы для протяженных источников.

В статье рассмотрен градиентный метод решения задачи фокусировки в заданную двумерную область при протяженном источнике. Метод позволяет реализовать фокусировку с энергетической эффективностью в 100% в области, не обладающие радиальной симметрией. Метод основан на представлении оптической поверхности через распределение эйконала светового поля в прилегающей плоскости и аппроксимации источника излучения набором точек. Эйконал определяется в виде полинома. Расчет преломляющей поверхности основан на градиентной минимизации функционала ошибки, представляющего отличие расчетной и заданной освещенностей, по коэффициентам полинома эйконала, определяющего поверхность.

Постановка задачи

Требуется рассчитать преломляющую поверхность \mathbf{M} из условия фокусировки излучения от протяженного источника в область D , расположенную в плоскости $z = f$ (рис. 1а). Будем считать, что источник излучения расположен в плоскости $z=0$, $\mathbf{u} = (u, v)$ – декартовы координаты в этой плоскости. В области D должно быть сформировано заданное распределение освещенности $E_{ext}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in D$. Плоскость $z = f$ и область D будем называть плоскостью фокусировки и областью фокусировки, соответственно.

Представление оптической поверхности через эйконал

Рассмотрим точку \mathbf{O} в центре протяженного источника. Для нее можно в некоторой плоскости на расстоянии z_0 по оптической оси z от источника определить эйконал светового поля $\psi(\mathbf{u})$, $\mathbf{u} \in G$ (рис. 1б). Область G будем называть апертурой. Определим поверхность \mathbf{M} через функцию распределения эйконала $\psi(\mathbf{u})$.

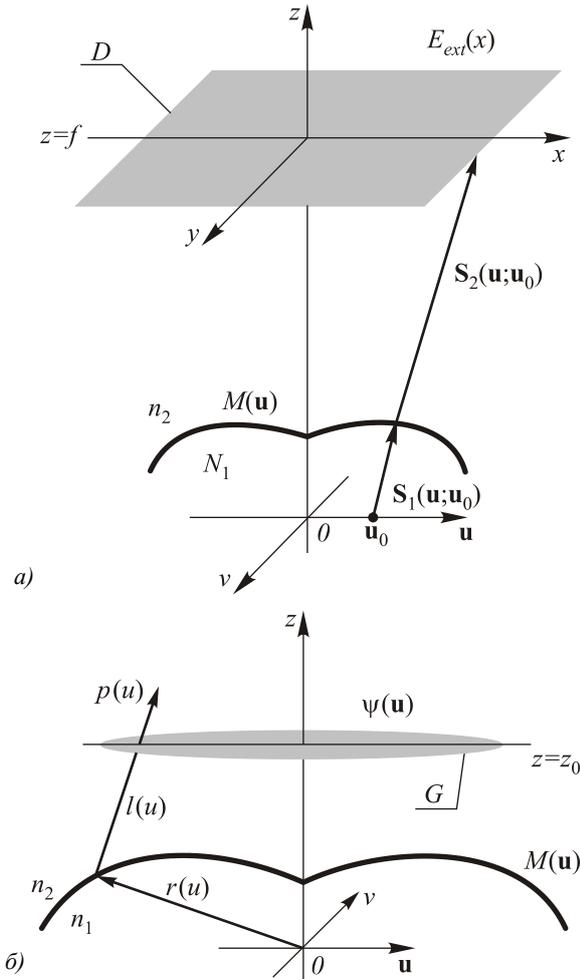


Рис. 1. Геометрия задачи расчета преломляющего оптического элемента: формирование распределения освещенности от протяженного источника излучения в плоскости фокусировки (а); представление оптической поверхности через эйконал (б)

Представление поверхности через распределение эйконала в плоскости авторы считают удобным, поскольку оно позволяет использовать аналитические и итерационные методы расчета эйконала, разработанные для дифракционных оптических элементов [4-10].

Поверхность $M(\mathbf{u}) = (M_x(\mathbf{u}), M_y(\mathbf{u}), M_z(\mathbf{u}))$ однозначно определяется через функцию эйконала $\psi(\mathbf{u})$, $\mathbf{u} \in G$. Действительно, проведем расчет преломляющей поверхности по распределению эйконала $\psi(\mathbf{u})$ (рис. 1б). Запишем уравнение преломляющей поверхности в виде

$$\mathbf{M}(\mathbf{u}) = \mathbf{r}(\mathbf{u}) - \mathbf{p}(\mathbf{u})l(\mathbf{u}), \quad (1)$$

где $\mathbf{r}(\mathbf{u}) = (u, v, z_0)$ – вектор точки в плоскости задания эйконала, $\mathbf{p}(\mathbf{u})$ – вектор направления луча, который определяется эйконалом $\psi(\mathbf{u})$, $l(\mathbf{u})$ – расстояние от точки $\mathbf{r}(\mathbf{u})$ до преломляющей поверхности по направлению $\mathbf{p}(\mathbf{u})$. Вектор луча $\mathbf{p}(\mathbf{u})$ имеет вид [17]:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(\mathbf{u}) &= (p_x(\mathbf{u}), p_y(\mathbf{u}), p_z(\mathbf{u})) = \\ &= \left(\nabla\psi(\mathbf{u}), \sqrt{1 - (\nabla\psi(\mathbf{u}))^2} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\nabla\psi(\mathbf{u}) = \left(\frac{\partial\psi(\mathbf{u})}{\partial u}, \frac{\partial\psi(\mathbf{u})}{\partial v} \right)$. Функция $l(\mathbf{u})$ в (1) определяется из уравнения

$$\psi(\mathbf{u}) = l(\mathbf{u}) + n_1 |\mathbf{OM}(\mathbf{u})|, \quad (3)$$

где n_1 – показатель преломления материала оптического элемента, $|\mathbf{OM}(\mathbf{u})| = |\mathbf{r}(\mathbf{u}) - \mathbf{p}(\mathbf{u})l(\mathbf{u}) - \mathbf{O}|$ – расстояние от источника излучения до точки преломляющей поверхности. Уравнение (3) определяет условие равенства оптических длин лучей, прошедших через преломляющую поверхность, заданному эйконалу $\psi(\mathbf{u})$. Расчет функции $l(\mathbf{u})$ из (3) сводится к решению квадратного уравнения

$$\begin{aligned} (n_1^2 - 1)l(\mathbf{u}) + \\ + 2l(\mathbf{u})(\psi(\mathbf{u}) - n_1^2 |\mathbf{r}(\mathbf{u}) - \mathbf{O}, \mathbf{p}(\mathbf{u})|) + \\ + n_1^2 |\mathbf{r}(\mathbf{u}) - \mathbf{O}|^2 - \psi^2(\mathbf{u}) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Расчет освещенности от протяженного источника

Рассмотрим расчет освещенности сформированной оптической поверхностью в области D , расположенной в плоскости фокусировки $z = f$, в случае протяженного источника. Для вычисления освещенности аппроксимируем протяженный источник набором точечных источников излучения. В этом случае освещенность $E_{ext}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in D$ будет равняться сумме освещенностей от точечных источников. Рассмотрим расчет освещенности $E(\mathbf{x}; \mathbf{u}_0)$ от оптической поверхности для источника в точке $\mathbf{u}_0 = (u_0, v_0, 0)$ (рис. 1). Исходящий луч

$$\mathbf{S}_1(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0) = (\mathbf{M}(\mathbf{u}) - \mathbf{u}_0) / |\mathbf{M}(\mathbf{u}) - \mathbf{u}_0| \quad (5)$$

к поверхности (1) в точку $\mathbf{M}(\mathbf{u})$ из точки \mathbf{u}_0 . Согласно закону Снеллиуса, преломленный луч может быть представлен в виде суперпозиции исходящего единичного луча и единичного вектора-нормали к преломляющей поверхности

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_2(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0) &= \frac{n_1}{n_2} \mathbf{S}_1(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0) + \\ &+ \left(-\frac{n_1}{n_2} (\mathbf{S}_1, \mathbf{n}) + \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \mathbf{S}_1 \times \mathbf{n} \right)^2} \right) \mathbf{n}(\mathbf{u}), \end{aligned} \quad (6)$$

где n_2 – показатель преломления окружающей среды.

Единичный вектор-нормаль к поверхности запишем в виде:

$$\mathbf{n}(\mathbf{u}) = \frac{\left(\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u})}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u})}{\partial v} \right)}{\left| \left(\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u})}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u})}{\partial v} \right) \right|} \quad (7)$$

Вектора-компоненты векторного произведения в (7) могут быть найдены из (1) и (4) путем прямого дифференцирования уравнений.

Таким образом, координаты прихода преломленного луча в плоскость фокусировки могут быть найдены в виде

$$\mathbf{x}(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0) = \mathbf{M}(\mathbf{u}) + \mathbf{S}_z(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0) l(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0), \quad (8)$$

где $l(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0) = (f - M_z(\mathbf{u})) / S_{2z}(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0)$ – расстояние от преломляющей поверхности (1) до плоскости фокусировки по направлению преломленного луча. $S_{2z}(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0)$ – z-компонента вектора преломленного луча.

Освещенность в плоскости фокусировки определяется из закона сохранения светового потока в виде

$$E(\mathbf{x}; \mathbf{u}_0) = \frac{E_0(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0)}{|J(\mathbf{u})|}, \quad (9)$$

где $E_0(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0)$ – освещенность, созданная поверхностью в плоскости задания эйконала, а

$$J(\mathbf{u}) = \frac{\partial x(\mathbf{u})}{\partial u} \frac{\partial y(\mathbf{u})}{\partial v} - \frac{\partial y(\mathbf{u})}{\partial u} \frac{\partial x(\mathbf{u})}{\partial v} \quad (10)$$

якобиан преобразования координат (5). Освещенность $E_0(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0)$ также определяется из закона сохранения светового потока по формуле

$$E_0(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0) = I(\mathbf{S}_{1z}) \frac{\left| \left(\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u})}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u})}{\partial v} \right) \right|}{|\mathbf{M}(\mathbf{u}) - \mathbf{u}_0|^2} \cos \alpha, \quad (11)$$

где $I(\mathbf{S}_{1z})$ – интенсивность точечного источника излучения в точке \mathbf{u}_0 (будем считать ее функцией от угла между осью Oz и исходящим лучом), \mathbf{S}_{1z} – z-компонента вектора испущенного луча,

$$\cos(\alpha) = \frac{\mathbf{M}(\mathbf{u}) - \mathbf{u}_0, \mathbf{n}(\mathbf{u})}{|\mathbf{M}(\mathbf{u}) - \mathbf{u}_0|}.$$

Представление для освещенности (9) неудобно для расчета, поскольку его нельзя использовать в области каустик, а также в случае, когда несколько лучей из плоскости задания эйконала приходят в одну точку области фокусировки. Для нахождения удобной расчетной формулы для распределения освещенности $E(\mathbf{x}; \mathbf{u}_0)$, воспользуемся интегральным представлением формулы (6)

$$E(\mathbf{x}; \mathbf{u}_0) = \iint_G \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0)) E_0(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0) d\mathbf{u}, \quad (12)$$

где $\delta(\mathbf{x})$ – дельта функция. Аппроксимируем дельта функцию в (12) некоторой иглообразной функцией $\delta_\sigma(x, y)$ ($\lim_{\sigma \rightarrow 0} \delta_\sigma(x, y) = \delta(x, y)$) и представим распределение освещенности в виде

$$E(\mathbf{x}; \mathbf{u}_0) = \iint_G \delta_\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0)) I(\mathbf{S}_{1z}) \times \frac{\left| \left(\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u})}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u})}{\partial v} \right) \right|}{|\mathbf{M}(\mathbf{u}) - \mathbf{u}_0|^3} (\mathbf{M}(\mathbf{u}) - \mathbf{u}_0, \mathbf{n}(\mathbf{u})) d\mathbf{u}. \quad (13)$$

Выражение (13) ориентировано на расчет освещенности с использованием метода трассировки лучей. В этом случае формула (13) дает усредненное значение освещенности по окрестности, определяемой «эффективной» шириной функции $\delta_\sigma(x, y)$. Величина этой окрестности обычно определяется шагом дискретизации в области наблюдения. В качестве функции $\delta_\sigma(x, y)$ может, например, использоваться гауссова функция

$$\delta_\sigma(x, y) = \frac{1}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right). \quad (14)$$

В этом случае освещенность (13) будет усредненным значением освещенности (12) с Гауссовым весом (14). Выбор σ в (14) зависит от величины шага дискретизации области фокусировки. В экспериментах использовалось значение σ равное половине максимального шага дискретизации. Выражение (13) позволяет записать результирующую освещенность от набора из L точечных источников \mathbf{u}_{0i} в плоскости фокусировки

$$E_{ext}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^L E(\mathbf{x}; \mathbf{u}_{0i}). \quad (15)$$

Когда протяженный источник излучения задан поверхностной яркостью $B(\mathbf{S}_{1z}, \mathbf{u}_0)$, результирующую освещенность можно записать в виде четырехкратного интеграла

$$E_{ext}(\mathbf{x}) = \iiint_G \iiint B(\mathbf{S}_{1z}, \mathbf{u}_0) \times \mathbf{S}_{1z} \delta_\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0)) \frac{\left| \left(\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u})}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u})}{\partial v} \right) \right|}{|\mathbf{M}(\mathbf{u}) - \mathbf{u}_0|^3} \times (\mathbf{M}(\mathbf{u}) - \mathbf{u}_0, \mathbf{n}(\mathbf{u})) d^2\mathbf{u} d^2\mathbf{u}_0. \quad (16)$$

Расчет оптической поверхности для фокусировки в заданную область

Для расчета преломляющей поверхности $\mathbf{M}(\mathbf{u})$, формирующей заданное распределение освещенности, был использован градиентный метод минимизации функционала ошибки $\varepsilon(\psi)$, представляю-

шего отличие расчетного и требуемого распределений освещенности в плоскости фокусировки.

При этом поверхность и распределение освещенности считаются представленными через эйконал поля в плоскости $z = z_0$ согласно формулам (1), (2), (4), (8), (9), (16). Такое представление является удобным для расчета начального приближения.

Рассмотрим использованный градиентный метод. Определим эйконал в виде полинома

$$\psi(u, v) = \sum_{ij} c_{ij} u^i v^j. \quad (17)$$

Полиномиальное представление эйконала было использовано в работах [18, 19] и показало хорошие результаты при расчете эйконала из условия фокусировки в заданные области. В этом случае задача минимизации функционала ошибки $\varepsilon(\psi)$ сводится к задаче минимизации функции многих переменных от коэффициентов c_{ij} . В качестве функции невязки была использована квадратичная функция

$$\varepsilon(\mathbf{c}) = \iint_D (E_{ext}(\mathbf{x}; \mathbf{c}) - E_{ext}(\mathbf{x}))^2 dx dy, \quad (18)$$

где вектор \mathbf{c} обозначает набор коэффициентов полинома, а $E_{ext}(\mathbf{x}; \mathbf{c})$, $E_{ext}(\mathbf{x})$ – расчетное и требуемое распределение освещенности в области фокусировки. В этом случае градиентный расчет функции преломляющей поверхности состоит в итерационной коррекции вектора коэффициентов \mathbf{c} по правилу

$$\mathbf{c}_n = \mathbf{c}_{n-1} - t \nabla \varepsilon(\mathbf{c}_{n-1}), \quad (19)$$

где $\nabla \varepsilon(\mathbf{c})$ – градиент функции невязки, t – шаг метода. Компоненты вектора градиента в (19) несложно получить в виде

$$\frac{\partial \varepsilon(\mathbf{c})}{\partial c_{ij}} = 2 \iint_D (E_{ext}(\mathbf{x}; \mathbf{c}) - E_{ext}(\mathbf{x})) \Psi_{ij}(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x}, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi_{ij}(\mathbf{x}) = & \iint_G B(\mathbf{S}_{1z}, \mathbf{u}_0) \mathbf{S}_{1z} \times \\ & \times \left[\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u}; \mathbf{c})}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{u}; \mathbf{c})}{\partial v} \right] \times \\ & \times \frac{1}{|\mathbf{M}(\mathbf{u}; \mathbf{c}) - \mathbf{u}_0|^3} \times \\ & \times (\mathbf{M}(\mathbf{u}; \mathbf{c}) - \mathbf{u}_0, \mathbf{n}(\mathbf{u}; \mathbf{c})) \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial c_{ij}} (\delta_\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0; \mathbf{c}))) d^2 \mathbf{u} d^2 \mathbf{u}_0, \end{aligned} \quad (21)$$

где $\mathbf{x}(\mathbf{u}; \mathbf{u}_0; \mathbf{c})$ – координаты лучей (8) в плоскости фокусировки.

Расчет вектора градиента также может осуществляться численно с использованием разностных формул для расчета производных $\frac{\partial \varepsilon}{\partial c_{ij}}$. В работе,

для минимизации функции ошибки (18) и реализации градиентного метода (19) были использованы java-класс `Uncmin_f77` и java-интерфес `Uncmin_methods` из пакета оптимизации «AN UNCONSTRAINED NONLINEAR OPTIMIZATION SOLVER».

Результаты расчета

Для характеристики качества решений, получаемых в результате работы итерационного алгоритма, введем значения энергетической эффективности e и среднеквадратичной ошибки δ . Значение

$$e = \int_D E_{ext}(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} / \int_G E_0(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u}, \quad (22)$$

где $E_0(\mathbf{u})$ – освещенность, сформированная оптическим элементом в плоскости эйконала, характеризует долю энергии, фокусируемую в требуемой области D .

Значение

$$\chi = \frac{1}{\bar{E}} \left[\frac{1}{\|D\|} \int_D (E_{ext}(\mathbf{x}; \mathbf{c}) - E_{ext}(\mathbf{x}))^2 d^2 \mathbf{x} \right]^{1/2}, \quad (23)$$

где $\|D\|$ – площадь области фокусировки D , а \bar{E} – среднее значение, характеризует ошибку формирования заданного распределения освещенности $E_{ext}(\mathbf{x})$.

Рассмотрим расчет оптической преломляющей поверхности, формирующей заданное распределение освещенности, при точечном и протяженном источниках излучения. Необходимо рассчитать преломляющий элемент для фокусировки излучения в квадрат со стороной 60 мм. Плоскость фокусировки находится на расстоянии 30 мм от преломляющей поверхности. В случае протяженного источника, он представляет собой квадратную площадку со стороной 1 мм. И точечный, и протяженный источники излучают по ламбертовскому закону. Расстояние от источника до преломляющего элемента 3 мм. Апертура преломляющего элемента – круглая.

Для расчета поверхности при точечном источнике излучающий элемент необходимо аппроксимировать только одной точкой. Для определения поверхности был использован эйконал в виде полинома от 8 переменных в круговой области с радиусом 2,5 мм. Из-за симметричности задачи, число переменных минимизации составило 6. Энергетическая эффективность фокусировки составила 100% при среднеквадратичной ошибке $\chi=5,6\%$. При помощи специализированной программы по светотехнике `TracePro` [20] для 100000 лучей было рассчитано распределение освещенности в плоскости фокусировки при точечном источнике (рис. 2). Отметим, что программа `TracePro` не решает обратных задач расчета поверхностей, а позволяет только моделировать работу оптических систем по методу трассировки лучей. Как видно из рис. 2, форма и характер распределения соответствуют требуемым.

На рис. 3 представлено распределение освещенности, полученное от протяженного источника с рассчитанным преломляющим элементом. Распределение имеет сильно выраженный неравномерный и размытый характер. Среднеквадратичная ошибка составила 37,3%, эффективность фокусировки – 60%. Таким образом, в данном случае нельзя решать задачу в приближении для точечного источника освещенности.

Для коррекции полученного решения был использован описанный градиентный метод расчета оптических поверхностей для протяженных источников света. Заданный источник аппроксимировался набором из 4 точек. Эйконал, представляющий поверхность, также задавался в виде симметричного полинома 8-ой степени в круговой области с радиусом 2,5 мм. Полученная прелом-

ляющая поверхность представлена на рис. 4. Для рассчитанной поверхности энергетическая эффективность фокусировки составила 99% при среднеквадратичной ошибке $\chi=13,4\%$. Моделирование элемента с оптимизированной поверхностью было проведено трассировкой 100000 лучей. Результат расчета представлен на рис. 5. Полученная среднеквадратичная ошибка почти в 3 раза меньше, чем в предыдущем примере, качество фокусировки высокое.

Приведенные примеры показывают эффективность разработанного градиентного метода для задачи расчета преломляющих оптических элементов для фокусировки в заданные двумерные области при протяженных источниках освещения.

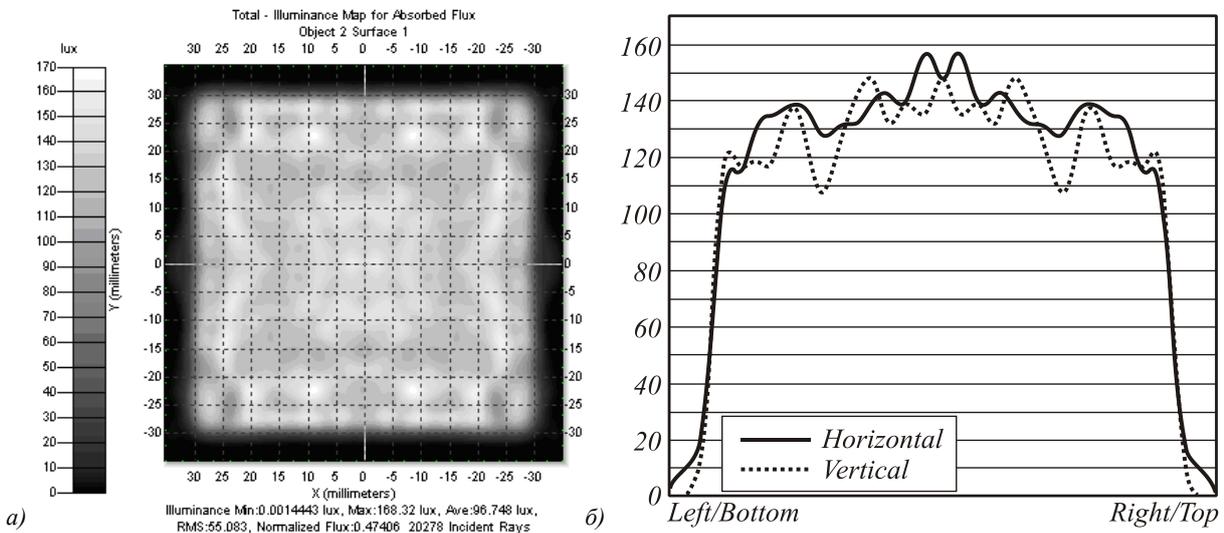


Рис. 2. Рассчитанная освещенность от точечного источника излучения с оптимизированным для него элементом (а); горизонтальное и вертикальное сечения распределения освещенности (б)

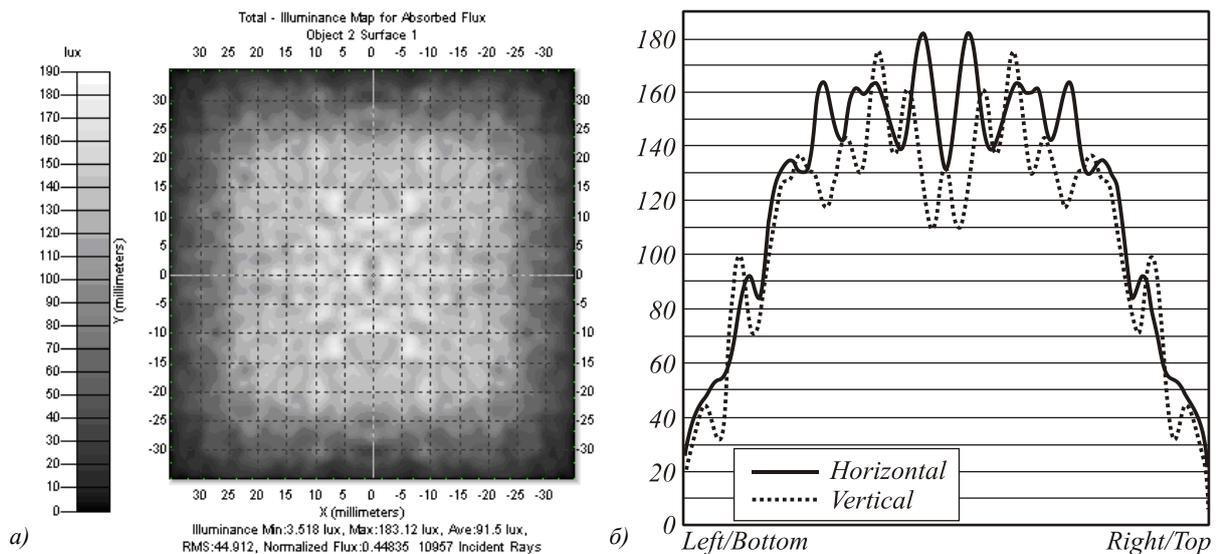


Рис. 3. Рассчитанная освещенность от квадратного источника излучения со стороной 1 мм с преломляющим оптическим элементом

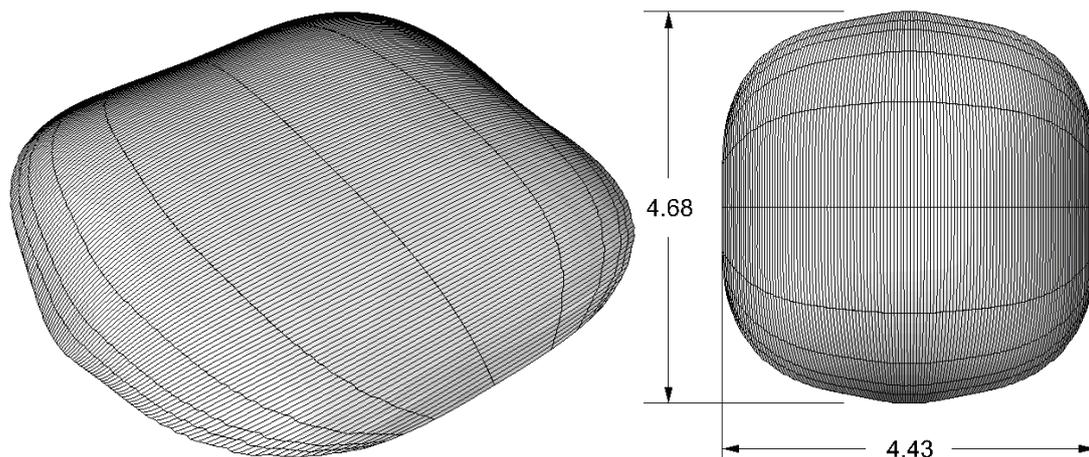


Рис. 4. Преломляющая поверхность для фокусировки в квадратную область со стороной 60 мм в плоскости фокусировки $f=30$ мм для квадратного источника излучения со стороной 1 мм

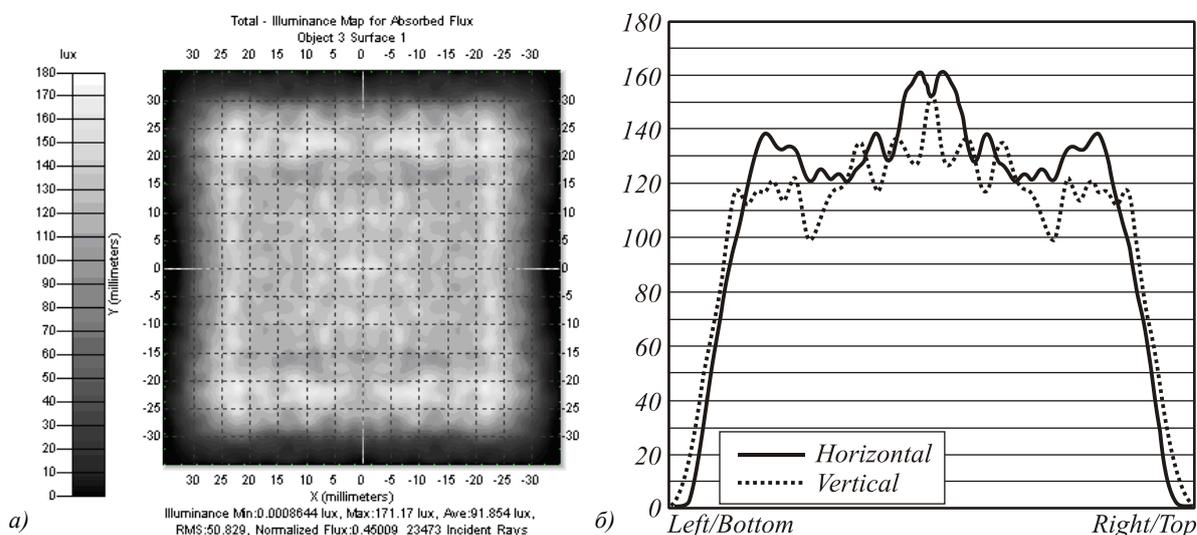


Рис. 5. Рассчитанная освещенность от квадратного источника излучения со стороной 1 мм с оптимизированной для него преломляющей поверхностью

Заключение

Рассмотренный метод расчета преломляющих поверхностей, представленных через эйконал поля применим для расчета оптических элементов при точечных и протяженных источниках излучения. Метод показал высокое качество фокусировки в заданную двумерную область: среднеквадратичную ошибку (6-13%) при 100% энергетической эффективности. Предложенный метод можно использовать для расчета отражающих поверхностей. При расчете отражающих поверхностей изменится только уравнение (4), описывающее восстановление поверхности по эйконалу в плоскости.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF RUX0-014-Sa-06) и грантов РФФИ № 07-07-

97601-р_офи, 07-01-96602-р_поволжье_a, 07-07-91580-АСП_a.

Литература

1. Guan P., Wang X. *On a Monge-Ampere equation arising in geometric optics*// J. of Differential Geometry – 1998 - Vol. 48. - P.205-223.
2. Oliker V. *Mathematical aspects of design of beam shaping surfaces in geometrical optics in Trends in Nonlinear Analysis*// Springer, Berlin, 2003. - P. 193–224.
3. Glimm T., Oliker V. *Optical Design of Two-reflector Systems, the Monge-Kantorovich Mass Transfer Problem and Fermat's Principle* // Indiana University Mathematics Journal – 2004. - Vol.53. - P. 1255-1277
4. Волков А.В., Головашкин Д.Л., Досколович Л.Л., Казанский Н.Л., Котляр В.В., Павельев В.С., Скиданов Р.В., Сойфер В.А., Соловьев В.С., Успенев Г.В., Харитонов С.И., Хонина С.Н. *Методы Компьютерной Оптики / Под редакцией В.А.Сойфера*. - М.: Физматлит, 2003. - 688с.
5. *Methods For Computer Design of Diffractive Optical Elements. Edited by Victor A. Soifer. / V.A.Soifer, L.L.Doskolovich, D.L. Golovashkin, S.I. Kharitonov,*

- S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.S. Paveliev, R.V. Skidanov, V.S. Soloviev, A.V. Volkov, G.V. Uspleniev // A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, Inc., 2002. – 765 p.
6. Оптические элементы, фокусирующие когерентное излучение в произвольную фокальную линию / Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сагателян Д.М., Сисакян Е.В., Сисакян И.Н., Сойфер В.А. // Препринт № 69 ФИАН СССР. - М.: ФИАН СССР. - 1983. - 41с.
 7. Гончарский А.В., Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Сойфер В.А., Степанов В.В. Решение обратной задачи фокусировки лазерного излучения в произвольную кривую // Доклады АН СССР. - 1983. - Т.273. - № 3. - С. 605-608.
 8. Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сагателян Д.М., Сисакян И.Н., Сойфер В.А. Синтез оптических элементов, создающих фокальную линию произвольной формы // Письма в ЖТФ. - 1982. - Т.8. - № 13. - С. 810-815.
 9. Гончарский А.В., Попов В.В., Степанов В.В. *Введение в компьютерную оптику*. - М., Изд-во МГУ, 1991. - 309 с.
 10. Данилов В.А., Кинбер Б.Е., Шилов А.Е. Теория когерентных фокусаторов // Компьютерная оптика. - М.: МЦНТИ, 1987. - Вып.1. - С.40-52.
 11. Elmer W.B. *The Optical Design of Reflectors*, 2nd Edition Wiley, New York, 1985.
 12. Feuermann D., Gordon J.M. and Ries H. Nonimaging optical designs for maximum power density remote irradiation // Applied Optics. - 1998. - Vol.37. - P. 1835-1844.
 13. Feuermann D. and Gordon J.M. Optical performance of axisymmetric edge-ray concentrators and illuminators // Applied Optics. – 1998. - Vol.37. - P. 1905-1912.
 14. Gordon J.M. and Rabl A. Reflectors for uniform far-field irradiance: fundamental limits and example of an axisymmetric solution // Applied Optics. – 1998. - Vol.37. - P. 44-47.
 15. Ries H. and Muschaweck J. Tailored freeform optical surfaces // J. Opt. Soc. Am. A – 2002 - Vol. 19. - P. 590-595.
 16. Andrew R. Hicks Designing a mirror to realize a given projection // J. Opt. Soc. Am. A - 2005. – Vol. 22. - P. 323-330.
 17. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1970.
 18. Белоусов А.А., Досколович Л.Л., Харитонов С.И. Градиентный метод расчета эйконала для фокусировки в заданную область // Автометрия. 2007. - 43. - №3.
 19. Dresel Thomas, Beyerlein Mathias, Schwider Johannes Design of computer-generated beam-shaping holograms by iterative finite-element mesh adaption // Applied Optics. – 1996. - Vol. 35. – P. 6865-6874
 20. [Электронный ресурс] <http://www.lambdaires.com/products/tracepro/index.phtml>

A GRADIENT METHOD FOR SOLVING PROBLEM OF FOCUSING LIGHT FROM EXTENDED SOURCE TO THE 2D REGION

A.A. Belousov^{1,2}, L.L. Doskolovich^{1,2}

¹Samara State Aerospace University (SSAU), Samara, Russia,

²Image Processing Systems Institute of the RAS, Samara, Russia

Abstract

A computational method for refracting surfaces is considered to form required illuminance distributions from extended light sources. The method is based on surface representation by means of distribution of the light field eikonal in adjacent plane and approximation of a radiation source by the set of points. The eikonal is defined as a polynomial. Calculation of a refracting surface is based on the gradient minimization of an error functional that represents the difference between calculated and required field illuminance. For the gradient of the error functional, an analytical expression is obtained. The refracting surface is calculated to form continuous illuminance distribution of an area.

Keywords: Illumination design, nonimaging optics, geometric optical design, optimization.

Citation: Belousov AA, Doskolovich LL. A gradient method for solving problem of focusing light from extended source to the 2D region [In Russian]. *Computer Optics* 2007; 31(3): 20-26.

Acknowledgements: The work was supported by the Russian-American Basic Research and Higher Education Program (grant CRDF RUX0-014-Sa-06) and the RFBR grants Nos. 07-07-97601-r_ofi, 07-01-96602-r_povoljje_a, 07-07- 91580-ASP_a.

References:

- [1] Guan P, Wang X. On a Monge-Ampere equation arising in geometric optics. *J. of Differential Geometry* 1998; 48: 205-223.
- [2] Oliker V. Mathematical aspects of design of beam shaping surfaces in geometrical optics in *Trends in Nonlinear Analysis*. Springer, Berlin, 2003; 193-224.
- [3] Glimm T, Oliker V. Optical Design of Two-reflector Systems, the Monge-Kantorovich Mass Transfer Problem and Fermat's Principle. *Indiana University Mathematics Journal* 2004; 53: 1255-1277.
- [4] Volkov AV, Golovashkin DL, Doskolovich LL, Kazanskiy NL, Kotlyar VV, Pavelyev VS, Skidanov RV, Soifer VA (ed.), Solovjev VS, Usplenjev GV, Kharitonov SI, Khonina SN. *Methods of Computer Optics* [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher, 2003; 688 p.
- [5] Soifer VA (ed.), Doskolovich LL, Golovashkin DL, Kharitonov SI, Khonina SN, Kotlyar VV, Paveliev VS, Skidanov RV, Soloviev VS, Volkov AV, Usplenjev GV. *Methods For Computer Design of Diffractive Optical Elements*. A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, Inc., 2002; 765 p.
- [6] Danilov VA, Popov VV, Prokhorov AM, Sagatelyan DM, Sisakyan EV, Sisakyan IN, Soifer VA. Optical elements focusing coherent radiation into arbitrary focal curve [In Russian]. Preprint 69. Moscow: FIAN (Lebedev Physical Institute of the U.S.S.R. Academy of Sciences), 1983; 41 p.
- [7] Goncharsky AV, Danilov VA, Popov VV, Prokhorov AM, Sisakyan IN, Soifer VA, Stepanov VV. Solution of the inverse problem of focusing of laser radiation into an arbitrary curve [In Russian]. *Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR* 1983; 273(3): 605-608.
- [8] Danilov VA, Popov VV, Prokhorov AM, Sagatelyan DM, Sisakyan IN, Soifer VA. Synthesis of optical elements forming an arbitrary focal curve [In Russian]. *Technical Physics Letters* 1982; 8(13): 810-815.
- [9] Goncharsky AV, Popov VV, Stepanov VV. *Introduction to Computer Optics* [In Russian]. Lomonosov Moscow State University Publisher, 1991; 309 p.
- [10] Danilov VA, Kinber BE, Shilov AE. Theory of coherent focusers [In Russian]. *Computer Optics* 1987; 1: 40-52.
- [11] Elmer WB. *The Optical Design of Reflectors*. 2nd Edition Wiley, New York, 1985.
- [12] Feuermann D, Gordon JM, Ries H. Nonimaging optical designs for maximum power density remote irradiation. *Applied Optics* 1998; 37; 1835-1844.
- [13] Feuermann D, Gordon JM. Optical performance of axisymmetric edge-ray concentrators and illuminators. *Applied Optics* 1998; 37; 1905-1912.
- [14] Gordon JM, Rabl A. Reflectors for uniform far-field irradiance: fundamental limits and example of an axisymmetric solution. *Applied Optics* 1998; 37: 44-47.
- [15] Ries H, Muschaweck J. Tailored freeform optical surfaces. *J. Opt. Soc. Am. A* 2002; 19: 590-595.
- [16] Andrew R. Hicks Designing a mirror to realize a given projection. *J. Opt. Soc. Am. A* 2005; 22: 323-330.
- [17] Born M, Wolf E. *Principles of Optics* [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher, 1970.
- [18] Belousov AA, Doskolovich LL, Kharitonov SI. A gradient method of computation of eikonal function for focusing in prescribed region [In Russian]. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing* 2007; 43(3).
- [19] Dresel Thomas, Beyerlein Mathias, Schwider Johannes. Design of computer-generated beam-shaping holograms by iterative finite-element mesh adaptation. *Applied Optics* 1996; 35: 6865-6874.
- [20] <http://www.lambdare.com/products/tracepro/index.phtml>.