

ОСТРАЯ ФОКУСИРОВКА СВЕТА РАДИАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ С ПОМОЩЬЮ МИКРОЛИНЗ

В.В. Котляр^{1,2}, А.А. Ковалев^{1,2}, С.С. Стафеев²

¹Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,

²Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Аннотация

На основе разработанного радиального FDTD - метода численно показано, что сверхразрешения можно достичь при фокусировке лазерного излучения с радиальной поляризацией цилиндрической градиентной микролинзой Микаэляна и коническим микроаксионом. Площади фокальных пятен в этих случаях по полуспаду интенсивности равны соответственно $0,152\lambda^2$ и $0,096\lambda^2$. Эти площади меньше, чем полученные экспериментально на сегодняшний день с помощью микрообъектива – $0,160\lambda^2$, параболического зеркала – $0,134\lambda^2$ и минимальная площадь, предсказанная теоретически – $0,101\lambda^2$, и тем более меньше дифракционного предела (площади диска Эйри) – $0,204\lambda^2$.

Ключевые слова: радиальный FDTD-метод, острая фокусировка света, радиально поляризованный свет, конический микроаксион, линза Микаэляна, минимальная площадь фокального пятна.

Введение

В большом числе оптических устройств используется острая фокусировка лазерного света: оптических дисках памяти, фотолитографии, конфокальной микроскопии, оптической микроманипуляции. Исследования по формированию минимального фокусного пятна со сверхразрешением продолжают. Из скалярной парааксиальной теории дифракции известно, что диаметр фокального пятна диска Эйри, амплитуда которого описывается функцией $2J_1(x)/x$ по полуспаду интенсивности равен $\text{FWHM}=0,51\lambda/NA$, где λ – длина волны света, NA – числовая апертура фокусирующей линзы. FWHM – это аббревиатура английских слов: full width at half maximum. Площадь диска Эйри по полуспаду интенсивности равна $\text{HMA}=0,204\lambda^2$ при $NA=1$. HMA – это аббревиатура слов: half maximum area. Эта площадь двумерной области, ограниченной замкнутой кривой, проведенной в фокальной плоскости по картине дифракции в точках, где интенсивность света равна половине максимального значения. Если с помощью узкой кольцевой диафрагмы и сферической линзы сформировать картину дифракции, описываемую функцией Бесселя $J_0(x)$, то диаметр фокального пятна будет меньше $\text{FWHM}=0,36\lambda/NA$. Диаметр фокального пятна при острой фокусировке света зависит от вида поляризации пучка и от типа оптического элемента, осуществляющего фокусировку. Экспериментально было получено [1], что с помощью микрообъектива Leika plan apo 100x с $NA=0,9$ в воздухе лазерный пучок с радиальной поляризацией можно сфокусировать в пятно площадью $\text{HMA}=0,16\lambda^2$ и диаметром $\text{FWHM}=0,45\lambda$. При этом использовалась фундаментальная мода гелий-неонового лазера с длиной волны 632,8 нм и кольцевая амплитудная маска, закрывающая центральную часть диаметром 3 мм падающего пучка диаметром 3,6 мм. В [1] также указывается, что теоре-

тически для лазерного пучка с линейной поляризацией следует ожидать при этих же условиях, что фокальное пятно будет иметь большую площадь $\text{HMA}=0,26\lambda^2$ и больший диаметр $\text{FWHM}=0,575\lambda$. Если пучок будет с круговой поляризацией, то $\text{HMA}=0,22\lambda^2$. Заметим, что если фокальное пятно круглое, то $\text{HMA}=\pi D^2/4$, где $\text{FWHM}=D$.

В большинстве работ по моделированию острой фокусировки лазерного пучка используется векторная теория Дебая или аналогичная ей теория Ричардса-Вольфа. В этих теориях электромагнитное поле в изображении точечного источника, находящегося на бесконечности, апланатической оптической системой выражено в интегральной форме как разложение по плоским волнам. В некоторых работах используются дифракционные формулы Рэлея-Зоммерфельда. Так в [2] на основе формул Дебая, которые верны, если фокусное расстояние много больше длины волны, показано, что с помощью параболического зеркала или плоской дифракционной линзы с числовой апертурой $NA=0,98$ можно радиально-поляризованный полый гауссов пучок с амплитудой $r \exp(-r^2/w^2)$, где r – радиальная координата, w – радиус перетяжки гауссового пучка, сфокусировать апланатической линзой в фокальное пятно площадью $\text{HMA}=0,210\lambda^2$ и $\text{HMA}=0,157\lambda^2$ соответственно. Рассчитано также [2], что для параболического зеркала с числовой апертурой $NA=1$ площадь фокального пятна будет меньше $\text{HMA}=0,154\lambda^2$. А если при этом ограничить гауссовый пучок узкой кольцевой диафрагмой, то площадь фокального пятна будет еще меньше $\text{HMA}=0,101\lambda^2$.

В [3] рассматривалось непараксиальное распространение спирально-поляризованных пучков Лагерра-Гаусса (ЛГ). Показано, что такие пучки также являются кандидатами для получения острой фокусировки. Для получения радиально-поляризованных лазерных пучков можно использовать обычный ин-

терферометр, в плечи которого вставлены две фазовые ступеньки, дающие задержку на полдлины волны и повернутые одна относительно другой на 90 градусов вокруг оптической оси [4]. В [5] с помощью формул Ричардса-Вольфа (РВ-формулы) моделирована фокусировка линейно-поляризованного плоского пучка с помощью апланатической линзы с высокой числовой апертурой совместно с кольцевой (2 или 3 кольца) ступенчатой фазовой маской. Вычислены параметры маски, при которых достигается сверхразрешение на 20% вдоль оптической оси. С помощью РВ-формул в [6] показано, что при фокусировке радиально-поляризованной лазерной моды TEM_{11} , имеющей в своем сечении два светлых кольца, с помощью апланатической линзы с $NA=1,2$ в воде ($n=1,33$) в фокальной области возникает темная область, окруженная со всех сторон светом (оптическая бутылка). Причем продольный размер этой области 2λ , а поперечный – λ . В [7] с помощью РВ-формул рассмотрено распространение оптического вихря с круговой поляризацией. Показано, что при топологическом заряде $n=1$ и при выборе такого знака, при котором спиральное вращение фазы оптического вихря компенсирует вращение поляризации в обратную сторону, в фокальной плоскости ($NA=0,9$) возникает круглое фокальное пятно диаметром меньшим длины волны.

С помощью интеграла Рэлея-Зоммерфельда (РЗ-интеграл) в [8] рассматривается непараксиальное распространение моды ЛГ с радиальной поляризацией, но без спиральной фазовой составляющей. Показано, что при выборе параметра непараксиальности $f=(kw)^{-1}$, где k – волновое число света, w – перетяжка гауссового пучка, равным 0,5, на расстоянии Френеля от перетяжки диаметр светового пятна составляет около $0,4\lambda$ при $p=3$, где p – порядок многочлена Лагерра. В [9] для решения уравнения Максвелла в цилиндрических координатах использовалось разложение в ряд по параметру непараксиальности $f=\theta/2$, где θ – угол дифракции, с точностью θ^5 . В качестве примера рассмотрена дифракция пучка типа аксикон-Гаусс. Показано, что при угле дифракции $\theta=0,75$ радиус перетяжки составляет $0,424\lambda$. На основе РЗ-интеграла в [10] получены аналитические выражения, описывающие непараксиальное распространение элегантных мод ЛГ, в поперечном сечении которых всегда формируется кольцевое распределение интенсивности. В [11] сообщается о новом виде резиста для литографии PMMA-DR1, который обладает поляризационно-фильтрующими свойствами и реагирует только на продольную составляющую электрического вектора электромагнитной волны. В работе экспериментально показано, что радиально-поляризованный пучок аргонового лазера $\lambda=514$ нм, проходя аксикон с $NA=0,67$, формирует фокальное пятно диаметром $FWHM=0,89\lambda$, но после записи на резист формируется пятно размером $0,62\lambda$.

С помощью РВ-формул в [12] показано, что радиально-поляризованные высшие моды лазерного

излучения $R-TEM_{p1}$ позволяют уменьшить диаметр фокального пятна. Так, при $NA=1$ и при фокусировке с помощью апланатической линзы для номеров мод $p=0, 1, 2, 3$ получаются фокальные пятна с диаметрами $FWHM=0,582\lambda, 0,432\lambda, 0,403\lambda, 0,378\lambda$. А в работе [13] с помощью РВ-формул рассматривалась векторная дифракция и фокусировка апланатической линзой линейно-поляризованного пучка с эллиптической радиальной симметрией с эксцентриситетом 0,87. Числовая апертура была $NA=0,9$. В этом случае формируется эллиптическое фокальное пятно площадью $HMA=0,56\lambda^2$. В [14] рассматривалось непараксиальное распространение (поправки 5-го порядка) радиально-поляризованных пучков ЛГ $R-TEM_{p1}$. Показано, что при угле дифракции $\theta = 2(kw)^{-1}$ больше 0,5 непараксиальных поправок 5-го порядка уже недостаточно для описания моды $R-TEM_{21}$. В [15] с помощью РВ-формул показано, что при освещении выходного зрачка сферической линзы плоским, гауссовым или Бессель-Гауссовым пучками радиально-поляризованного света диаметр фокального пятна будет равен $FWHM = 0,6\lambda, 1,2\lambda, 1,4\lambda$ соответственно, при $NA=1,4, \lambda=632,8$ нм, $n=1,5$. А в [16] также с помощью РВ-формул показано, что для падающего радиально-поляризованного Бессель-Гауссового пучка $J_1(2r)\exp(-r^2)$ и бинарной фазовой пластинки Френеля фокальное пятно имеет диаметр $FWHM=0,425\lambda/NA$. После того, как к зонной пластинке Френеля добавили трехзонную оптимизированную пластинку, получили еще меньший диаметр фокального пятна $FWHM=0,378\lambda/NA$.

С помощью параболического зеркала диаметром 19 мм и $NA=0,999$ и с помощью радиально-поляризованного лазерного пучка с длиной волны 632,8 нм в [17] экспериментально получено фокальное пятно с наименьшей на сегодняшний день площадью $HMA=0,134\lambda^2$. Радиальную поляризацию получали из линейной поляризации лазерного пучка с помощью четырех полуволновых пластинок, расположенных в четырех квадрантах апертуры пучка и повернутых на 45 градусов (вдоль биссектрисы в каждом квадранте). Падающий пучок имел амплитуду Бесселя-Гаусса. Моделирование осуществлялось с помощью формул Дебая. Распределение интенсивности в фокальной плоскости было измерено с помощью флуоресцентного шарика диаметром 40 нм. Для сравнения напомним, что радиус диска Эйри в скалярном приближении равен $0,61\lambda$ при $NA=1$, а в [17] получено фокальное пятно с радиусом от максимума до первого минимума равным $0,45\lambda$. Напомним, что лучший экспериментальный результат для апланатической линзы равен $HMA=0,16\lambda^2$ [1].

В [18] предложен и экспериментально апробирован способ преобразования линейной поляризации в радиальную или азимутальную с помощью фотонно-кристаллического световода длиной 24 мм. В [19] рассчитаны силы, действующие со стороны

сфокусированных лазерных пучков ($NA=1,25$ в воде, угол схождения 140 градусов) на сферическую частицу с показателем преломления $n=1,59$ и радиусом, равным $4\lambda/n$. Рассмотрено несколько типов падающих пучков: гауссовый, мода ЛГ с радиальной, азимутальной и круговой поляризациями. Оказалось, что эффективность оптического захвата больше для радиальной поляризации световых пучков. В [20] исследуется численно и экспериментально радиально-поляризованный лазерный пучок, который фокусируется с помощью одноосного кристалла на выходе неодимового лазера с полусферическим резонатором.

Интересный результат получен в [21], где с помощью формулы Дебая показано, что радиально-поляризованные моды ЛГ четных порядков LG^0_p при числовой апертуре $NA=0,85$ после прохождения специальной кольцевой амплитудной маски фокусируются в малое фокальное пятно почти без боковых лепестков с площадью по полуспаду $HMA=0,276\lambda^2$. Использование амплитудной маски не уменьшает размер фокального пятна, но уменьшает уровень боковых лепестков в фокальной картине дифракции и в 5 раз уменьшает глубину резкости.

В [22] на основе скалярного варианта РВ-формулы аналитически исследуются оптимальные для получения высокого разрешения функции выходного зрачка. В двумерном случае, для излучения, распространяющегося в плоских волноводах, и для фокусировки этого излучения на выходе волновода может быть использована фотонно-кристаллическая линза. В [23] показано, что 2D фотонно-кристаллическая линза, реализующая градиентную микролинзу Микаэляна (показатель преломления падает в соответствии с функцией секонса), позволяет сфокусировать лазерный свет в фокальное пятно меньше, чем предсказывает скалярная теория. В параксиальном случае двумерная картина дифракции в фокусе описывается *sinc*-функцией, для которой $FWHM=0,44\lambda/NA$.

Фотонно-кристаллическая линза позволяет получить пятно с диаметром $FWHM=0,42\lambda$ при числовой апертуре $NA=0,67$. В [24], на основе метода FDTD, промоделирована фокусировка линейно-поляризованного СВЧ-излучения с частотой 30 ГГц (длина волны $\lambda=10$ мм) с помощью бинарных фазовых линз Френеля из материала с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=4$. Фокальные пятна для разных линз формировались на расстоянии 2λ , λ и $0,5\lambda$ от плоской поверхности линзы Френеля и имели диаметры соответственно: $1,04\lambda$, $0,90\lambda$ и $0,80\lambda$ (здесь диаметр – это удвоенный радиус от максимального значения интенсивности до первого минимума). Форма фокального пятна была близка к квадратной.

В данной работе на основе R-FDTD-метода, который применим для радиально-симметричного случая, моделируется острая фокусировка плоской электромагнитной волны с линейной, азимутальной и радиальной поляризациями с помощью элементов микрооптики: двояковыпуклой сферической линзы,

градиентной линзы Микаэляна и конического аксиона. Показано, что наименьшего фокального пятна удастся достичь при фокусировке радиально-поляризованного кольцевого гауссового пучка на микроаксиконе с числовой апертурой $NA=0,65$. При этом площадь фокального пятна по полуспаду равна $HMA=0,096\lambda^2$, а диаметр $FWHM=0,35\lambda$.

1. Векторные формулы Ричардса-Вольфа

Согласно векторной теории Дебая вектор напряженности электрического поля электромагнитной волны в области фокусировки в цилиндрических координатах (r, ψ, z) выражается через амплитуду $l(\theta)$ сходящейся сферической волны в координатах выходного зрачка апланатической оптической системы в виде (вектор линейной поляризации направлен вдоль оси y):

$$E_x(r, \psi, z) = \frac{-iA}{2\pi} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\theta \sqrt{\cos\theta} \sin 2\varphi \times (1 - \cos\theta) l(\theta) \exp[ikz \cos\theta - ikr \sin\theta \cos(\psi - \varphi)], \quad (1)$$

$$E_y(r, \psi, z) = \frac{iA}{2\pi} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\theta \sqrt{\cos\theta} \times [(1 + \cos\theta) + (1 - \cos\theta) \cos 2\varphi] \times l(\theta) \exp[ikz \cos\theta - ikr \sin\theta \cos(\psi - \varphi)], \quad (2)$$

$$E_z(r, \psi, z) = \frac{iA}{\pi} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \sin^2\theta \sqrt{\cos\theta} \cos\varphi \times l(\theta) \exp[ikz \cos\theta - ikr \sin\theta \cos(\psi - \varphi)], \quad (3)$$

где A – постоянная, $\alpha = \arcsin(NA)$, k – волновое число света. Например, гауссовая функция в плоскости зрачка будет иметь вид:

$$l(\theta) = \exp\left[\frac{-\rho^2}{w^2}\right] = \exp\left[-\left(\frac{\beta \sin\theta}{\sin\alpha}\right)^2\right], \quad (4)$$

где β – постоянная.

Ричардс и Вольф на основе формул Дебая (1)-(3) получили более простые формулы, выполнив интегрирование по азимутальному углу φ для радиально-поляризованного света [25]:

$$E_r(r, z) = A \int_0^\alpha \sin 2\theta \sqrt{\cos\theta} \times l(\theta) \exp[ikz \cos\theta] J_1(kr \sin\theta) d\theta, \quad (5)$$

$$E_z(r, z) = 2iA \int_0^\alpha \sin^2\theta \sqrt{\cos\theta} \times l(\theta) \exp[ikz \cos\theta] J_0(kr \sin\theta) d\theta, \quad (6)$$

где $J_0(x)$ и $J_1(x)$ – функции Бесселя. Из (5) и (6) видно, что радиально-поляризованная волна не зависит от угла ψ , имеет только две электрические составляющие E_r и E_z , а также видно, что $E_r(r=0)=0$ при любом z и любой функции $l(\theta)$. Фокус находится в начале координат $(r, \psi, z) = (0, \psi, 0)$. При замене апланатической

линзы на френелевскую зонную пластинку вместо множителя $(\cos\theta)^{1/2}$ в (5), (6) следует использовать другой множитель $(\cos\theta)^{-3/2}$ [2].

В декартовых координатах для линейно-поляризованного света (вектор поляризации направлен вдоль оси y) РВ-формулы примут вид:

$$E_x(r, \psi, z) = -iA \sin 2\psi \int_0^\alpha \sin \theta \sqrt{\cos \theta} \times \quad (7)$$

$$\times l(\theta)(1 - \cos \theta) \exp[ikz \cos \theta] J_2(kr \sin \theta) d\theta,$$

$$E_y(r, \psi, z) = -iA \cos 2\psi \int_0^\alpha \sin \theta \sqrt{\cos \theta} \times$$

$$\times l(\theta)(1 - \cos \theta) \exp[ikz \cos \theta] J_2(kr \sin \theta) d\theta - \quad (8)$$

$$-iA \int_0^\alpha \sin \theta \sqrt{\cos \theta} \times$$

$$\times l(\theta)(1 + \cos \theta) \exp[ikz \cos \theta] J_0(kr \sin \theta) d\theta,$$

$$E_z(r, \psi, z) = -2A \cos \psi \int_0^\alpha \sin^2 \theta \sqrt{\cos \theta} \times \quad (9)$$

$$\times l(\theta) \exp[ikz \cos \theta] J_1(kr \sin \theta) d\theta.$$

В случае азимутальной поляризации света вместо радиальной составляющей E_r в уравнении (5) отличной от нуля будет азимутальная составляющая электрического поля:

$$E_\psi(r, z) = 2A \int_0^\alpha \sin \theta \sqrt{\cos \theta} \times \quad (10)$$

$$\times l(\theta) \exp[ikz \cos \theta] J_1(kr \sin \theta) d\theta.$$

Из (6), (10) видно, что азимутально-поляризованная волна не зависит от угла ψ . Именно этими формулами (1) – (10) пользовались для моделирования в работах [1, 2, 5-7, 10,12,13,15-17,19,21], изучая острую фокусировку лазерного света.

2. Минимальное фокальное пятно: аналитическая оценка

В [22] для анализа распределения интенсивности света в фокусе радиально-симметричной оптической системы с высокой числовой апертурой применяется скалярная форма РВ-формулы:

$$U(r, z) = -ikf \int_0^\alpha P(\theta) \exp[ikz \cos \theta] J_0(kr \sin \theta) d\theta, \quad (11)$$

где $U(r, z)$ – комплексная амплитуда света вблизи фокуса, $P(\theta)$ – функция зрачка оптической системы, f – фокусное расстояние. Если сравнить (11) с выражением (6) для продольной составляющей радиально-поляризованного света, то можно заключить, что скалярная амплитуда, описывающая непараксиальную фокусировку света (11), пропорциональна продольной составляющей сходящейся сферической волны с радиальной поляризацией (6). Используя справочные интегралы из [26], можно оценить минимально возможный диаметр фокального пятна в

фокусе непараксиальной оптической системы. Используя справочный интеграл

$$\int_0^\pi \left\{ \begin{array}{l} \sin(bx) \\ \cos(bx) \end{array} \right\} J_\nu(c \sin x) dx = \quad (12)$$

$$= \pi \left\{ \begin{array}{l} \sin(b\pi/2) \\ \cos(b\pi/2) \end{array} \right\} J_{(\nu-b)/2}(c/2) J_{(\nu+b)/2}(c/2)$$

и положив в (11) $P(\theta) = \sin \theta$, $\alpha = \pi$, а в (12) $\nu = 0$, $b = 1$, $c = kr$, получим из уравнения (11) для однородного зрачка в фокальной плоскости $z = 0$ следующую комплексную амплитуду:

$$U_1(r, z = 0) = -2ikf \sin(kr)/(kr). \quad (13)$$

Из уравнения (13) следует, что минимальный диаметр фокального пятна (двойное расстояние от максимума до первого минимума) равен

$$D_1 = \lambda, \quad (14)$$

диаметр такого фокального пятна по полуспаду равен $\text{FWHM} = 0,44\lambda$, а площадь пятна по полуспаду равна $\text{HMA} = 0,152\lambda^2$. Последняя цифра согласуется с расчетом работы [2].

К такому же по порядку величины результату можно прийти, если выбрать функцию зрачка равномерной в виде $P(\theta) = 1$. Тогда вместо (11) с учетом (12) получим ($\nu = 0$, $b = 0$):

$$U_2(r, z = 0) = -ikf \pi J_0^2(kr/2). \quad (15)$$

Из (15) следует, что в этом частном случае диаметр фокального пятна (двойное расстояние от максимума до первого минимума интенсивности) равен

$$D_2 = 1,53\lambda. \quad (16)$$

Если осветить фокусирующую линзу узким кольцевым полем с функцией зрачка $P(\theta) = \delta(\theta - \alpha)$, то из (11) получим для амплитуды в фокусе:

$$U_3(r, z = 0) = -2ikf J_0(krNA). \quad (16')$$

Из (16') следует, что диаметр фокального пятна, аналогичный (14) и (16), будет равен ($NA = 1$)

$$D_3 = 0,76\lambda, \quad (16'')$$

а диаметр такого фокального пятна по полуспаду равен $\text{FWHM} = 0,36\lambda$, а площадь пятна по полуспаду равна $\text{HMA} = 0,101\lambda^2$. Последняя цифра согласуется с расчетом работы [2].

Формулы (14), (16) и (16'') дают только оценку величины минимального диаметра фокального пятна с помощью скалярной формулы (11), но при острой фокусировке требуется учитывать векторный характер поля, когда все три компоненты электрического поля дают сравнимый вклад в формирование фокальной картины. Хотя значение (16'') можно считать точной минимальной площадью фокального пятна, которое может быть сформировано с помощью фокусирующей оптической системы при освещении ее радиально-поляризованным светом. Это следует из того, что скалярная формула (11) совпадает с выражением для про-

дольной компоненты поля (6), а радиальная компонента (5) радиально-поляризованного света на оптической оси равна нулю. Но формулы Дебая и Ричардса-Вольфа являются приближенными (они получены при условии, что фокусное расстояние оптической системы много больше длины волны), поэтому далее будем рассматривать строгое решение задачи дифракции на основе численного решения уравнений Максвелла. Только при точном решении задачи дифракции и в случае фокусного расстояния, сравнимого с длиной волны, можно надеяться получить площадь фокального пятна меньше $\text{НМА}=0,101\lambda^2$.

3. Уравнения Максвелла в цилиндрической системе координат

В [27] предложен метод расчета дифракции электромагнитной волны на радиально-симметричном оптическом элементе на основе разностного решения уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат. Уравнения Максвелла в цилиндрической системе координат (r, φ, z) в системе единиц СИ имеют вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_r}{\partial t} + \sigma E_r, \quad (17)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} + \sigma E_\varphi, \quad (18)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z, \quad (19)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_r}{\partial t}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_\varphi}{\partial t}, \quad (21)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rE_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (22)$$

где μ и ε – относительные магнитная и электрическая проницаемости, μ_0 и ε_0 – магнитная и электрическая проницаемости вакуума, σ – удельная проводимость, E_v и H_v – напряженности электрического и магнитного полей, индекс v принимает значения r, φ, z . Разложим компоненты электромагнитного поля в ряд Фурье по азимутальному углу φ :

$$E_\gamma(r, z, \varphi, t) = \frac{E_{\gamma 0}(r, z, t)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [E_{\gamma, k}^{(1)}(r, z, t) \cos(k\varphi) + E_{\gamma, k}^{(2)}(r, z, t) \sin(k\varphi)], \quad (23)$$

$$H_\gamma(r, z, \varphi, t) = \frac{H_{\gamma 0}(r, z, t)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [H_{\gamma, k}^{(1)}(r, z, t) \cos(k\varphi) + H_{\gamma, k}^{(2)}(r, z, t) \sin(k\varphi)]. \quad (24)$$

Подставив (23), (24) в (17)-(22), можно вычислить производные по φ . Тогда вместо (17)-(22) при $k=0$ будем иметь шесть уравнений Максвелла от функций, не зависящих от угла φ :

$$-\frac{\partial H_{\varphi, 0}}{\partial z} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{r, 0}}{\partial t} + \sigma E_{r, 0}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial H_{r, 0}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z, 0}}{\partial r} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{\varphi, 0}}{\partial t} + \sigma E_{\varphi, 0}, \quad (26)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_{\varphi, 0})}{\partial r} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{z, 0}}{\partial t} + \sigma E_{z, 0}, \quad (27)$$

$$-\frac{\partial E_{\varphi, 0}}{\partial z} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{r, 0}}{\partial t}, \quad (28)$$

$$\frac{\partial E_{r, 0}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z, 0}}{\partial r} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{\varphi, 0}}{\partial t}, \quad (29)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rE_{\varphi, 0})}{\partial r} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{z, 0}}{\partial t}. \quad (30)$$

При произвольном целом $k \neq 0$ амплитуды угловых гармоник $E^{(1)}, E^{(2)}, H^{(1)}$ и $H^{(2)}$ из уравнений (23) и (24) будут связаны следующими 12-тью уравнениями:

$$-\frac{1}{r} k H_{z, k}^{(1)} - \frac{\partial H_{\varphi, k}^{(2)}}{\partial z} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{r, k}^{(2)}}{\partial t} + \sigma E_{r, k}^{(2)}, \quad (31)$$

$$\frac{\partial H_{r, k}^{(2)}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z, k}^{(2)}}{\partial r} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{\varphi, k}^{(2)}}{\partial t} + \sigma E_{\varphi, k}^{(2)}, \quad (32)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_{\varphi, k}^{(2)})}{\partial r} - \frac{1}{r} k H_{r, k}^{(1)} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{z, k}^{(2)}}{\partial t} + \sigma E_{z, k}^{(2)}, \quad (33)$$

$$-\frac{1}{r} k E_{z, k}^{(1)} - \frac{\partial E_{\varphi, k}^{(2)}}{\partial z} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{r, k}^{(2)}}{\partial t}, \quad (34)$$

$$\frac{\partial E_{r, k}^{(2)}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z, k}^{(2)}}{\partial r} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{\varphi, k}^{(2)}}{\partial t}, \quad (35)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rE_{\varphi, k}^{(2)})}{\partial r} - \frac{1}{r} k E_{r, k}^{(1)} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{z, k}^{(2)}}{\partial t}, \quad (36)$$

$$-\frac{1}{r} k H_{z, k}^{(2)} - \frac{\partial H_{\varphi, k}^{(1)}}{\partial z} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{r, k}^{(1)}}{\partial t} + \sigma E_{r, k}^{(1)}, \quad (37)$$

$$\frac{\partial H_{r, k}^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z, k}^{(1)}}{\partial r} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{\varphi, k}^{(1)}}{\partial t} + \sigma E_{\varphi, k}^{(1)}, \quad (38)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_{\varphi, k}^{(1)})}{\partial r} - \frac{1}{r} k H_{r, k}^{(2)} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{z, k}^{(1)}}{\partial t} + \sigma E_{z, k}^{(1)}, \quad (39)$$

$$-\frac{1}{r} k E_{z, k}^{(2)} - \frac{\partial E_{\varphi, k}^{(1)}}{\partial z} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{r, k}^{(1)}}{\partial t}, \quad (40)$$

$$\frac{\partial E_{r, k}^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z, k}^{(1)}}{\partial r} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{\varphi, k}^{(1)}}{\partial t}, \quad (41)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rE_{\varphi, k}^{(1)})}{\partial r} - \frac{1}{r} k E_{r, k}^{(2)} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{z, k}^{(1)}}{\partial t}. \quad (42)$$

Заметим, что в [27] из 12-ти уравнений (31)-(42) приведены только 6 уравнений. Число уравнений (31)-(42) сократится, если оптический элемент, на котором рассматривается дифракция, обладает цилиндрической симметрией и если на этот оптический элемент нормально падает электромагнитная волна с линейной, радиальной или азимутальной поляризациями (рис. 1).

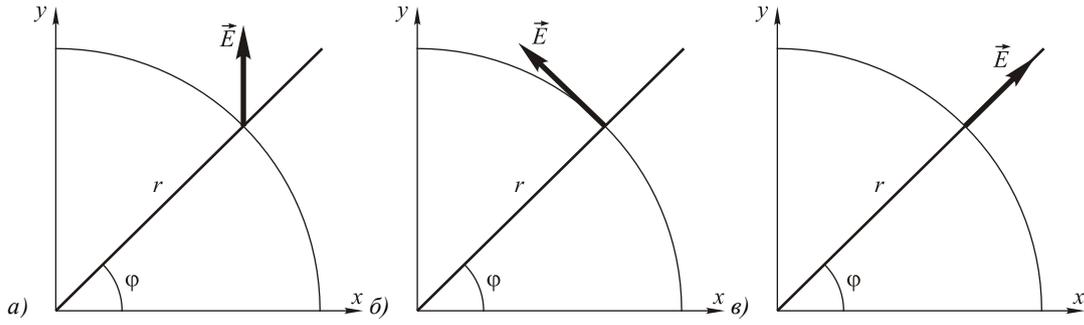


Рис. 1. Падающее на оптический элемент излучение имеет линейную (а), азимутальную (б) или радиальную (в) поляризации

Линейная поляризация падающей волны (пусть $E^{inc}=E_y$) означает, что в каждой точке в поперечном сечении электрический вектор направлен вдоль оси y (рис. 1а). В случае азимутальной поляризации электрический вектор в любой точке падающей волны направлен по касательной к окружностям, центры которых лежат на оптической оси (рис. 1б). В случае радиальной поляризации электрический вектор в любой точке сечения падающей волны направлен вдоль радиусов окружностей, центры которых лежат на оптической оси, совпадающей с осью симметрии оптического элемента (рис. 1в).

3.1 Уравнения Максвелла для падающей волны с линейной поляризацией

Рассмотрим нормальное падение электромагнитной волны с линейной поляризацией в начальной плоскости $z=0$. Тогда электрический вектор такой волны будет иметь только одну проекцию $E^{inc} = E_y = E_0(r)\cos(\omega t)$, где ω – циклическая частота монохроматической волны, $E_0(r)$ – амплитуда волны в плоскости $z=0$. Выразим падающее поле E_y через цилиндрические составляющие:

$$E_r = E_y \sin \varphi, \quad E_\varphi = E_y \cos \varphi \quad (43)$$

или в обозначениях (23),(24):

$$E_r = E_{r,1}^{(2)} \sin \varphi, \quad E_\varphi = E_{\varphi,1}^{(1)} \cos \varphi. \quad (44)$$

Таким образом, из уравнений (17)-(22) остаются только шесть уравнений:

$$-\frac{1}{r} H_{z,1}^{(1)} - \frac{\partial H_{\varphi,1}^{(2)}}{\partial z} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{r,1}^{(2)}}{\partial t} + \sigma E_{r,1}^{(2)}, \quad (45)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r H_{\varphi,1}^{(2)})}{\partial r} - \frac{1}{r} H_{r,1}^{(1)} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{z,1}^{(2)}}{\partial t} + \sigma E_{z,1}^{(2)}, \quad (46)$$

$$\frac{\partial E_{r,1}^{(2)}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z,1}^{(2)}}{\partial r} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{\varphi,1}^{(2)}}{\partial t}, \quad (47)$$

$$\frac{\partial H_{r,1}^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z,1}^{(1)}}{\partial r} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{\varphi,1}^{(1)}}{\partial t} + \sigma E_{\varphi,1}^{(1)}, \quad (48)$$

$$-\frac{1}{r} E_{z,1}^{(2)} - \frac{\partial E_{\varphi,1}^{(1)}}{\partial z} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{r,1}^{(1)}}{\partial t}, \quad (49)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r E_{\varphi,1}^{(1)})}{\partial r} - \frac{1}{r} E_{r,1}^{(2)} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{z,1}^{(1)}}{\partial t}. \quad (50)$$

Систему уравнений (45)-(50) можно приближенно решить с помощью конечно-разностного метода на сетке отсчетов Y_{ee} [28], но в цилиндрической системе координат (рис. 2), как в работе [27].

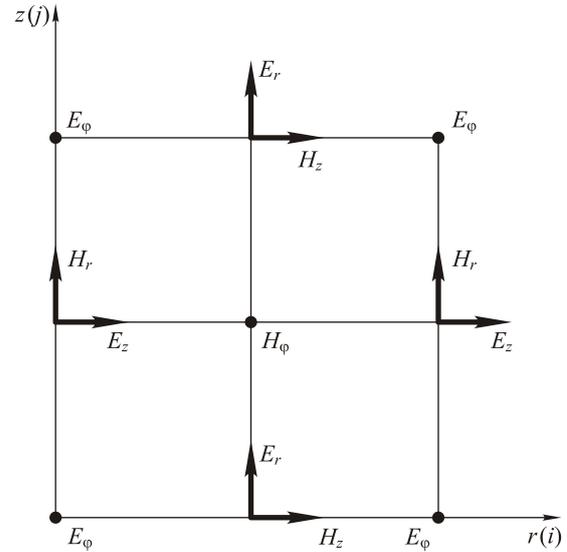


Рис. 2. Сетка с половинным шагом Y_{ee} в цилиндрических координатах: h – шаг по пространственным координатам

Конечно-разностная аппроксимация системы уравнений (45)-(50) имеет вид ($\sigma=0, \mu=1$):

$$\varepsilon(i + \frac{1}{2}, j) \varepsilon_0 \frac{E_{r,1}^{(2)n+1}(i + \frac{1}{2}, j) - E_{r,1}^{(2)n}(i + \frac{1}{2}, j)}{\Delta t} = -\frac{1}{r(i + \frac{1}{2})} H_{z,1}^{(1)n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - \quad (51)$$

$$-\frac{H_{\varphi,1}^{(2)n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - H_{\varphi,1}^{(2)n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\Delta z},$$

$$\varepsilon(i, j) \varepsilon_0 \frac{E_{\varphi,1}^{(1)n+1}(i, j) - E_{\varphi,1}^{(1)n}(i, j)}{\Delta t} = \frac{H_{r,1}^{(1)n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) - H_{r,1}^{(1)n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2})}{\Delta z} \quad (52)$$

$$-\frac{H_{z,1}^{(1)n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - H_{z,1}^{(1)n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j)}{\Delta r},$$

$$\varepsilon(i, j + \frac{1}{2})\varepsilon_0 \frac{E_{z,1}^{(2)n+1}(i, j + \frac{1}{2}) - E_{z,1}^{(2)n}(i, j + \frac{1}{2})}{\Delta t} = \frac{1}{r(i)} \times$$

$$\times \frac{r(i + \frac{1}{2})H_{\phi,1}^{(2)n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - r(i - \frac{1}{2})H_{\phi,1}^{(2)n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\Delta r} + \quad (53)$$

$$+ \frac{1}{r(i)} H_{r,1}^{(1)n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}),$$

$$- \mu_0 \frac{H_{\phi,1}^{(2)n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - H_{\phi,1}^{(2)n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\Delta t} =$$

$$= \frac{E_{r,1}^{(2)n}(i + \frac{1}{2}, j + 1) - E_{r,1}^{(2)n}(i + \frac{1}{2}, j)}{\Delta z} - \quad (54)$$

$$- \frac{E_{z,1}^{(2)n}(i + 1, j + \frac{1}{2}) - E_{z,1}^{(2)n}(i, j + \frac{1}{2})}{\Delta r},$$

$$- \mu_0 \frac{H_{r,1}^{(1)n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) - H_{r,1}^{(1)n-\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2})}{\Delta t} = \quad (55)$$

$$= \frac{1}{r(i)} E_{z,k}^{(2)n}(i, j + \frac{1}{2}) - \frac{E_{\phi,1}^{(1)n}(i, j + 1) - E_{\phi,1}^{(1)n}(i, j)}{\Delta z},$$

$$- \mu_0 \frac{H_{z,1}^{(1)n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - H_{z,1}^{(1)n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{1}{r(i + \frac{1}{2})} \frac{r(i + 1)E_{\phi,1}^{(1)n}(i + 1, j) - r(i)E_{\phi,1}^{(1)n}(i, j)}{\Delta r} - \quad (56)$$

$$- \frac{1}{r(i + \frac{1}{2})} E_{r,1}^{(2)n}(i + \frac{1}{2}, j),$$

где Δt , Δz , Δr - шаги дискретности по соответствующим координатам: $z = i\Delta z$, $r = j\Delta r$, $t = n\Delta t$. Причем отсчеты электрических компонент вычисляются в целые моменты времени $t = n\Delta t$, а отсчеты магнитных векторов вычисляются в полуцелые моменты времени $t = (n + 1/2)\Delta t$. Уравнения (51)-(56) представляют собой пример условно-устойчивой разностной схемы, которая решается прямой постановкой с учетом начальных и граничных условий. Для сходимости решения системы (51)-(56) второго порядка по шагам дискретизации их следует выбирать, удовлетворяя неравенству [27]:

$$c\Delta t \leq \Delta r / k, \quad \Delta r = \Delta z, \quad (57)$$

где c - скорость света в вакууме, k - номер угловой гармоники из уравнений (23),(24).

Заметим, что система (51)-(56) отличается от аналогичной системы из [27] не только тем, что в системе (51)-(56) $k=1$, а в [27] k произвольное, но и тем, что в [27] имеются ошибки в некоторых знаках в системе уравнений (5)-(10).

3.2 Уравнения Максвелла для азимутальной поляризации

Если на оптический элемент с осевой симметрией (оптическая ось z - ось симметрии) нормально падает электромагнитная монохроматическая волна с азимутальной поляризацией (рис. 1б), то у электрического вектора будет только одна проекция:

$$E^{inc} = E_{\phi} = E_{\phi}(r) \cos \omega t. \quad (58)$$

В обозначениях уравнения (23) у электрического вектора падающей волны остается только одна Фурье-компонента (угловая гармоника): $E^{inc} = E_{\phi,0}$. Поэтому из системы уравнений (31)-(42) для случая азимутальной поляризации остаются только три уравнения:

$$\frac{\partial H_{r,0}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z,0}}{\partial r} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{\phi,0}}{\partial t} + \sigma E_{\phi,0}, \quad (59)$$

$$- \frac{\partial E_{\phi,0}}{\partial z} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{r,0}}{\partial t}, \quad (60)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r E_{\phi,0})}{\partial r} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{z,0}}{\partial t}. \quad (61)$$

Разностная аппроксимация системы (59)-(61) для азимутальной поляризации примет вид ($\sigma=0$, $\mu=1$):

$$\varepsilon(i, j)\varepsilon_0 \frac{E_{\phi,0}^n(i, j) - E_{\phi,0}^{n-1}(i, j)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{H_{r,0}^{n-\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) - H_{r,0}^{n-\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2})}{\Delta z} - \quad (62)$$

$$- \frac{H_{z,0}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - H_{z,0}^{n-\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j)}{\Delta r},$$

$$- \mu_0 \frac{H_{r,0}^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) - H_{r,0}^{n-\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2})}{\Delta t} = \quad (63)$$

$$= - \frac{E_{\phi,0}^n(i, j + 1) - E_{\phi,0}^n(i, j)}{\Delta z},$$

$$- \mu_0 \frac{H_{z,0}^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - H_{z,0}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{1}{r(i + \frac{1}{2})} \frac{r(i + 1)E_{\phi,0}^n(i + 1, j) - r(i)E_{\phi,0}^n(i, j)}{\Delta r}. \quad (64)$$

Заметим, что уравнения (59)-(61) и (62)-(64) не рассматривались в [27].

3.3 Уравнения Максвелла для радиальной поляризации

Если на оптический элемент, ось симметрии которого совпадает с оптической осью, нормально падает электромагнитная монохроматическая волна с радиальной поляризацией (рис. 1в), то у электрического вектора падающей волны остается только одна радиальная компонента:

$$E^{inc} = E_r = E_0(r) \cos \omega t, \quad (65)$$

или в обозначениях уравнения (23): $E^{inc} = E_{r,0}$. Тогда для радиальной поляризации из шести уравнений (25)-(30) останутся только три следующих:

$$-\frac{\partial H_{\phi,0}}{\partial z} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{r,0}}{\partial t} + \sigma E_{r,0}, \quad (66)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r H_{\phi,0})}{\partial r} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_{z,0}}{\partial t} + \sigma E_{z,0}, \quad (67)$$

$$\frac{\partial E_{r,0}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z,0}}{\partial r} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_{\phi,0}}{\partial t}. \quad (68)$$

Конечно-разностная аппроксимация системы (66)-(68) имеет вид ($\sigma=0, \mu=1$):

$$\begin{aligned} \varepsilon(i + \frac{1}{2}, j) \varepsilon_0 \frac{E_{r,0}^n(i + \frac{1}{2}, j) - E_{r,0}^{n-1}(i + \frac{1}{2}, j)}{\Delta t} = \\ = - \frac{H_{\phi,0}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - H_{\phi,0}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\Delta z}, \end{aligned} \quad (69)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(i, j + \frac{1}{2}) \varepsilon_0 \frac{E_{z,0}^n(i, j + \frac{1}{2}) - E_{z,0}^{n-1}(i, j + \frac{1}{2})}{\Delta t} = \frac{1}{r(i)} \times \\ \times \frac{r(i + \frac{1}{2}) H_{\phi,0}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - r(i - \frac{1}{2}) H_{\phi,0}^{n-\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\Delta r}, \end{aligned} \quad (70)$$

$$\begin{aligned} -\mu_0 \frac{H_{\phi,0}^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - H_{\phi,0}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\Delta t} = \\ = \frac{E_{r,0}^n(i + \frac{1}{2}, j + 1) - E_{r,0}^n(i + \frac{1}{2}, j)}{\Delta z} - \\ - \frac{E_{z,0}^n(i + 1, j + \frac{1}{2}) - E_{z,0}^n(i, j + \frac{1}{2})}{\Delta r}. \end{aligned} \quad (71)$$

Заметим, что уравнения (65)-(71) не рассматривались в [27]. Другие особенности метода FDTD для случая цилиндрической симметрии: вычисления полей на оптической оси при $r=0$ и соблюдение граничных условий в виде идеально поглощающих слоев - заимствованы из [27]. Ввод излучения в расчетную область моделировался с помощью жесткого источника [29]. Описанный выше радиальный FDTD - метод был реализован в среде программирования Matlab-7.0.

4. Результаты моделирования

4.1 Фокусировка плоской линейно-поляризованной волны сферической микролинзой

Рассмотрим фокусировку участка плоской осевой волны с линейной поляризацией, падающей на плоскую поверхность плоско-выпуклой сферической микролинзы (рис. 3).

На рис. 3а показано радиальное сечение микролинзы: радиус апертуры линзы 6 мкм, радиус кривизны сферической поверхности 10 мкм, показатель преломления 1,5, толщина линзы на оптической оси 2 мкм. Длина волны – 1 мкм. Дискретность по пространственным координатам 1/20 мкм, а по временной координате 1/40 сек.

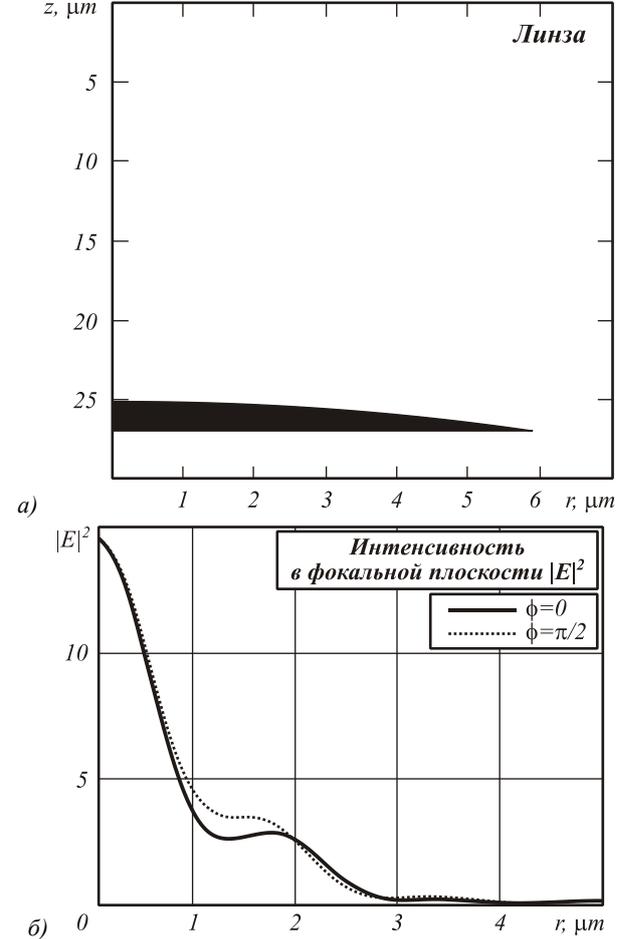


Рис. 3. Радиальное сечение плоско-выпуклой сферической микролинзы (а) и радиальные распределения интенсивности в фокальной плоскости (б): кривая 1 при $\phi=0$, кривая 2 при $\phi=\pi/2$

На рис. 3б показаны радиальные распределения интенсивности $I = |E|^2 = |E_r|^2 + |E_\phi|^2 + |E_z|^2$ в фокусе по горизонтальной x ($\phi=0$) и вертикальной y ($\phi=\pi/2$) осям. Фокус находится на расстоянии 11 мкм от плоской поверхности линзы. Из рис. 3б видно, что фокальное пятно имеет слабую эллиптичность (эксцентриситет эллипса около 0,97). Причем длинная ось эллипса направлена вдоль оси y (оси поляризации), а короткая ось – вдоль оси x . Средний диаметр пятна по полуспаду интенсивности равен $FWHM=(d_x+d_y)/2=1,5\lambda$. Площадь фокального пятна по полуспаду интенсивности $NMA=1,77\lambda^2$. Под диаметром пятна понимается полная ширина кривой интенсивности на уровне половины спада.

На рис. 4 показаны радиальные распределения интенсивности в фокусе той же линзы (рис. 3а), но

при падении на нее радиально-поляризованной плоской волны, электрический вектор которой имеет только одну радиальную составляющую $E^{inc} = E_r$.

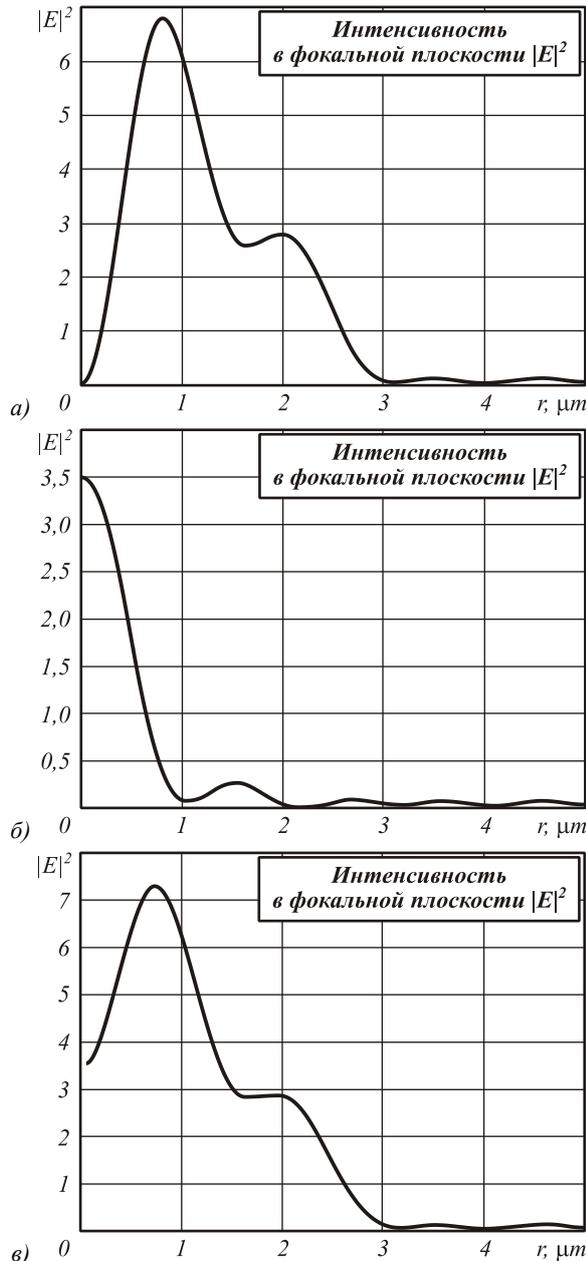


Рис. 4. Радиальные распределения интенсивности $|E|^2$ (а), $|E_z|^2$ (б) и $|E|^2 = |E_r|^2 + |E_z|^2$ (в) в фокусе линзы (рис. 3а) при падении на нее плоской волны с радиальной поляризацией

Из рис. 4 видно, что числовая апертура линзы (рис. 3а) не достаточно велика, чтобы интенсивность продольной составляющей (рис. 4б) превысила интенсивность радиальной компоненты (рис. 4а) настолько, чтобы на оптической оси ($r=0$) образовался максимум у полного распределения интенсивности (рис. 4в). Заметим, что у радиально-поляризованного светового поля при фокусировке с помощью радиально-симметричного оптического

элемента на оптической оси всегда будет нулевая амплитуда радиальной составляющей электрического поля: $E_r(r=0) = 0$.

На рис. 5 показано радиальное распределение полной интенсивности $|E|^2 = |E_\phi|^2$ (других проекций у электрического вектора в этом случае нет) при падении на линзу (рис. 3а) плоской волны с азимутальной проекцией. Видно, что в фокусе образуется распределение интенсивности с нулевым значением на оптической оси.

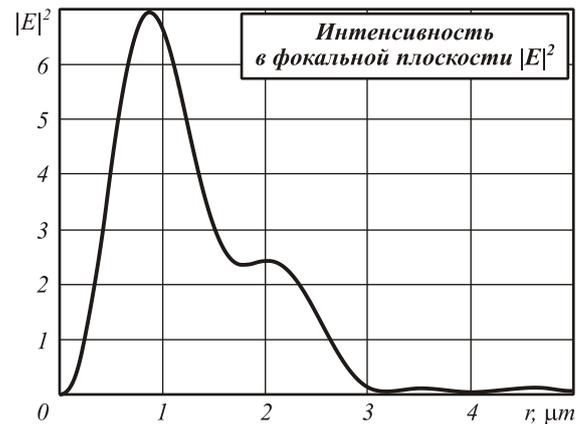


Рис. 5. Радиальное распределение интенсивности $|E|^2 = |E_\phi|^2$ в фокальной плоскости линзы (рис. 3а) при падении на нее плоской волны с азимутальной поляризацией

Плоско-выпуклая сферическая линза имеет максимальную числовую апертуру, равную $NA_0 = (n^2 - 1)^{1/2} / n = 0,745$. Это ограничение возникает из-за полного внутреннего отражения лучей внутри линзы. Поэтому половина максимального угла схождения лучей в фокусе равна 48 градусам (при $n=1,5$ – показатель преломления линзы). Чтобы достичь максимальной числовой апертуры NA_0 надо, чтобы радиус апертуры R_0 плоско-выпуклой сферической линзы был равен $R_0 = R_1/n$, где R_1 – радиус кривизны сферической поверхности. В нашем случае $R_1 = 10$ мкм, поэтому $R_0 = 6,4$ мкм. Радиус апертуры линзы на рис. 3а равен $R = 6$ мкм, что близко к максимальному значению R_0 . Однако при приближении радиуса апертуры (при заданном радиусе кривизны R_1) к максимальному значению R_0 фокальное пятно не уменьшается из-за aberrаций. У двояковыпуклых сферических линз числовая апертура может достигать единицы.

4.2 Фокусировка света двояковыпуклой сферической микролинзой

Рассмотрим фокусировку плоской волны с радиальной поляризацией двояковыпуклой сферической микролинзой. Параметры линзы (рис. 6а): радиусы кривизны $R_1 = 8,125$ мкм, $R_2 = 7,08$ мкм, радиус апертуры $R = 7$ мкм, толщина линзы на оптической оси $d = 10$ мкм, показатель преломления $n = 1,5$. Длина волны $\lambda = 1$ мкм.

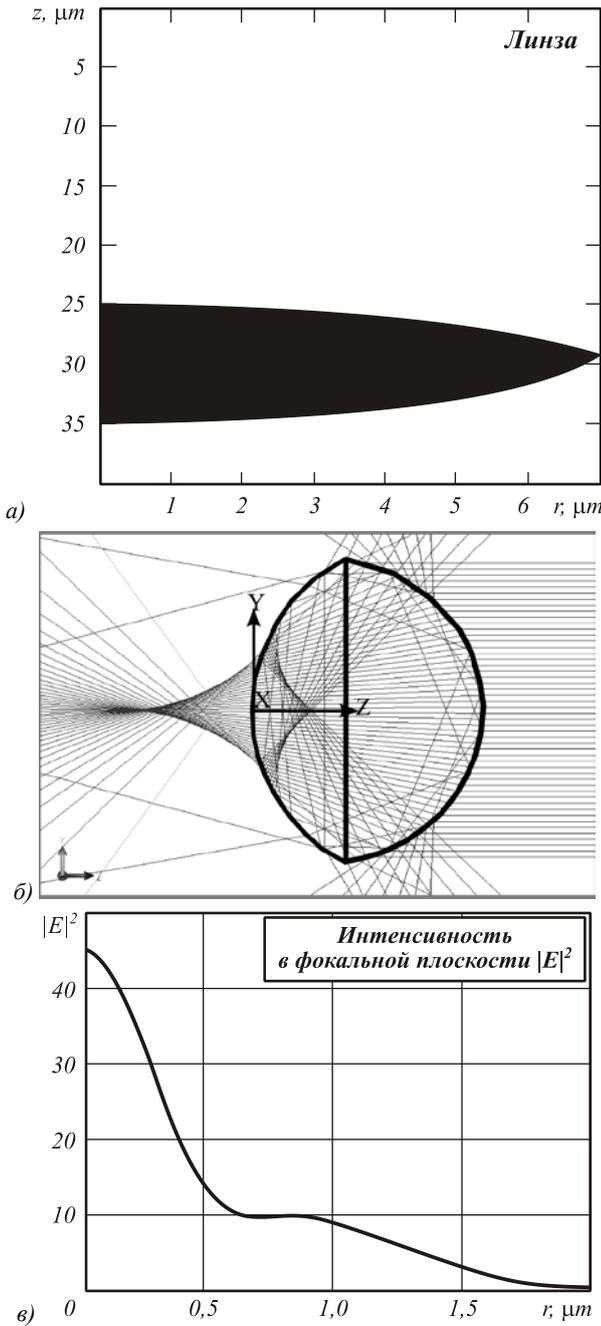


Рис. 6. Двояковыпуклая сферическая микролинза (а), ход лучей в такой линзе (программа TracePro) (б) и радиальное распределение интенсивности $|E|^2 = |E_r|^2 + |E_z|^2$ в фокальной плоскости (в) при падении плоской волны с радиальной поляризацией

Хотя при выбранных радиусах кривизны R_1 и R_2 сферических поверхностей диаметр фокального пятна (рис. 6в) минимальный (при сохранении радиуса апертуры R), но энергетическая эффективность такой линзы около 50%. На рис. 6б показаны лучи, проходящие через линзу (рис. 6а), построенные с помощью коммерческой программы TracePro. Видно, что только часть лучей, попавших внутрь линзы, попадает в фокальную область. Остальные лучи, из-за полного внутреннего отражения, выходят из лин-

зы в других направлениях. Максимальный угол, под которым к оптической оси приходят лучи в фокальную точку, равен примерно 60 градусам (половина угла). То есть числовая апертура такой линзы (рис. 6а) около $NA = \sin(60) = 0,86$. Это почти в два раза больше, чем NA для линзы, показанной на рис. 3а. Диаметр фокального пятна по полуспаду интенсивности (рис. 6в) равен $FWHM = 0,78\lambda$. Полный диаметр (удвоенное расстояние от максимума до первого минимума) равен $1,4\lambda$, а площадь фокального пятна по полуспаду интенсивности равна $HMA = 0,48\lambda^2$. Напомним для сравнения, что минимальная (при $NA=1$) площадь диска Эйри в скалярном парааксиальном случае меньше и равна $HMA = 0,204\lambda^2$. Таким образом, из-за aberrаций сферической линзы достичь минимального диаметра фокального пятна, например, как в работах [1,17], не удается.

4.3 Фокусировка плоской волны с радиальной поляризацией цилиндрической микролинзой Микаэляна

Рассмотрим фокусировку плоской волны с радиальной поляризацией, падающей нормально на плоскую поверхность цилиндрической градиентной микролинзы Микаэляна (ЛМ) [30]. Показатель преломления ЛМ зависит от радиальной переменной следующим образом:

$$n(r) = n_0 \operatorname{ch}^{-1} \left[\frac{\pi r}{2L} \right], \tag{72}$$

где n_0 – показатель преломления на оптической оси, L – толщина линзы вдоль оптической оси (линза выглядит как цилиндр или как кусок градиентного волокна). Все лучи, параллельные оптической оси и падающие на ЛМ, собираются в фокус на оптической оси на противоположной стороне линзы. Параметры микролинзы (рис. 7а): $n_0 = 1,5$, $L = 10$ мкм, радиус апертуры линзы $R = 6$ мкм. Длина волны света $\lambda = 1$ мкм.

На рис. 7а показано радиальное распределение показателя преломления в градиентной микролинзе (72). Мгновенное поле амплитуды E_r размером 8×20 мкм показано на рис. 7б.

А на рис. 7в показано радиальное распределение полной интенсивности электрического поля $|E|^2 = |E_r|^2 + |E_z|^2$ в фокальной плоскости ЛМ. Диаметр фокального пятна по полуспаду интенсивности равен $FWHM = 0,44\lambda$, а радиус от максимума интенсивности до первого минимума равен $0,45\lambda$. Площадь фокального пятна по полуспаду равна $HMA = 0,152\lambda^2$. Площадь этого пятна (рис. 7в) немного меньше, чем полученного в [1] с помощью микрообъектива с $NA = 0,9$ и кольцевой диафрагмы ($HMA = 0,160\lambda^2$), но немного больше, чем площадь фокального пятна, полученного в [17] с помощью параболического зеркала ($HMA = 0,134\lambda^2$). Изготовить градиентную микролинзу (рис. 7а) можно в виде бинарного фотонного кристалла [23].

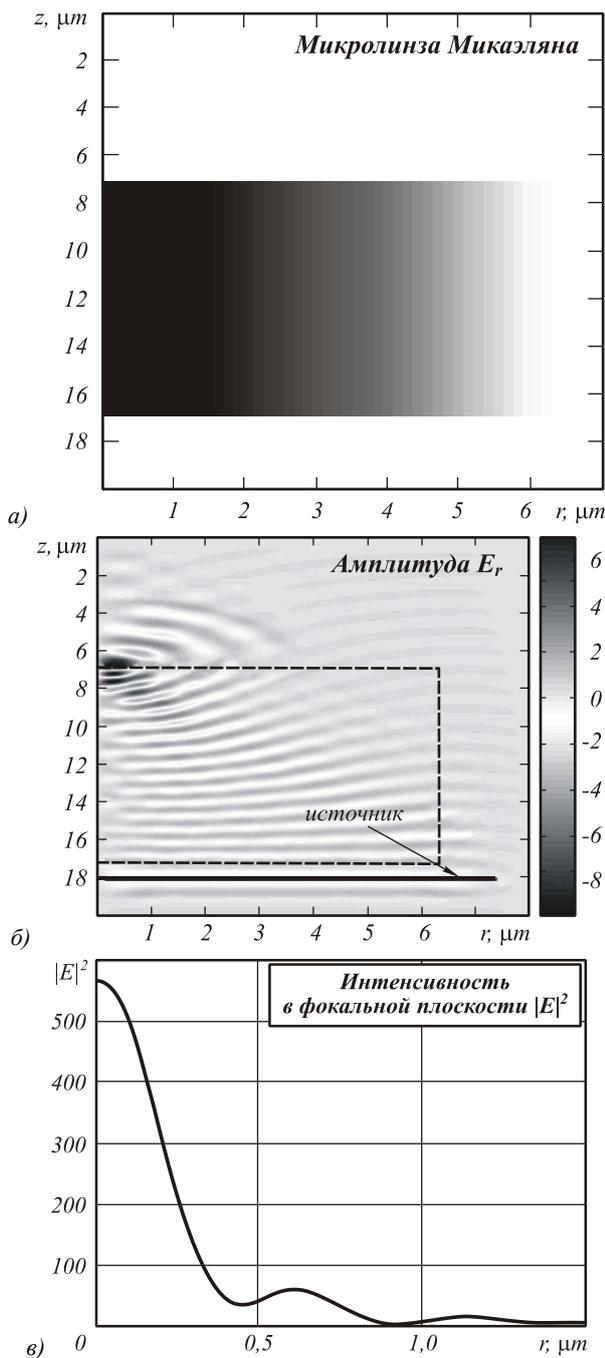


Рис. 7. Цилиндрическая линза Микаэляна (зависимость показателя преломления от радиальной координаты показана в полтонах) (а), мгновенное распределение амплитуды E_r на расчетном поле 8×20 мкм (б), радиальное распределение интенсивности

$$|E|^2 = |E_r|^2 + |E_z|^2 \text{ в фокальной плоскости (сразу за выходной плоскостью линзы) (в)}$$

4.4 Фокусировка гауссового пучка с радиальной поляризацией коническим микроаксиконом

Рассмотрим фокусировку гауссового пучка с радиальной поляризацией коническим микроаксиконом (рис. 8а). Параметры аксикона: радиус круглого основания конуса (радиус апертуры) $R=7$ мкм, толщина аксикона (высота конуса) $d=6$ мкм, показатель пре-

ломления $n=1,5$. Длина волны $\lambda=1$ мкм, радиус перетяжки гауссового пучка $w=7$ мкм.

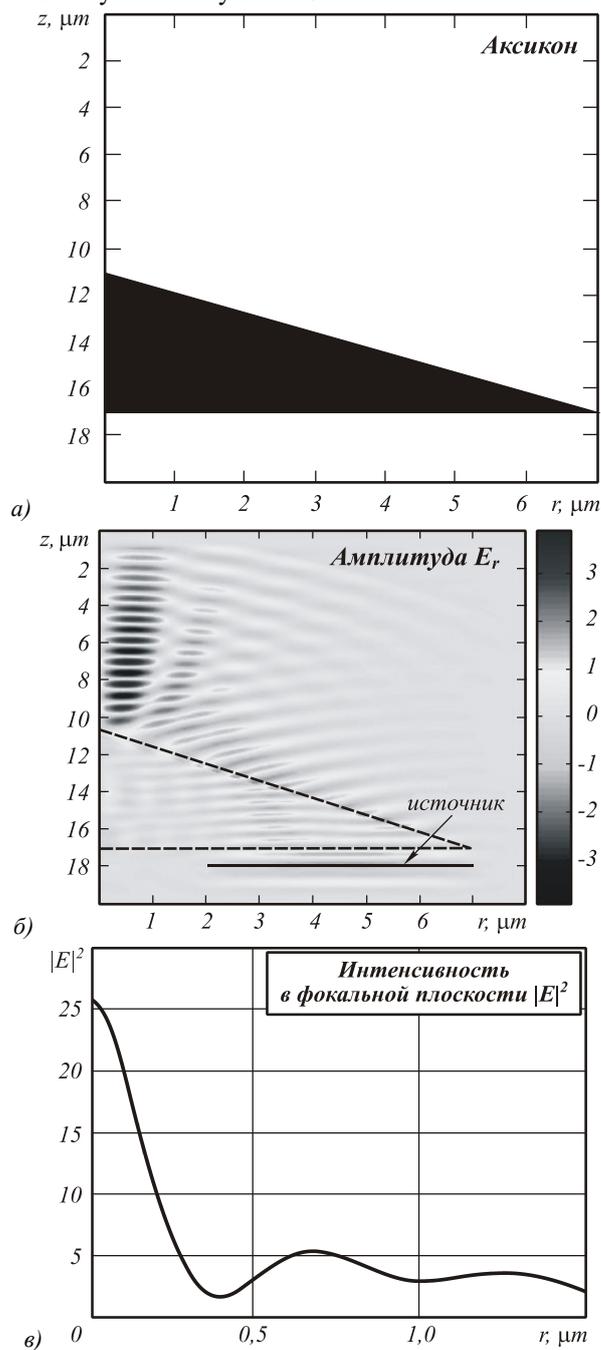


Рис. 8. Конический микроаксикон (а), мгновенная амплитуда E_r , рассчитанная на поле 8×20 мкм (б) и радиальное распределение интенсивности

$$|E|^2 = |E_r|^2 + |E_z|^2 \text{ в фокальной плоскости аксикона (сразу за его вершиной) (в)}$$

На рис. 8б показана рассчитанная мгновенная амплитуда радиальной компоненты электрического поля E_r на площадке размером 8×20 мкм (вертикальная ось – z , горизонтальная ось – r). Горизонтальный отрезок (source) показывает расположение перетяжки падающего на аксикон гауссового пучка. На рис. 8в показано радиальное распределение ин-

тенсивности $|E|^2 = |E_r|^2 + |E_z|^2$ в фокальной плоскости аксикона (сразу за его вершиной). Радиус фокального пятна от максимума интенсивности до первого минимума равен $0,40\lambda$, а диаметр фокального пятна по полуспаду интенсивности равен $\text{FWHM}=0,36\lambda$. Площадь фокального пятна на рис. 8в по полуспаду равна $\text{HMA}=0,102\lambda^2$.

Эта площадь меньше, чем рекордное значение, полученное в [17] ($\text{HMA}=0,134\lambda^2$). Заметим, что числовая апертура аксикона в этом случае не больше $\text{NA}=0,65$.

Если осветить аксикон (рис. 8а) кольцевым гауссовым пучком $\exp(-(r-r_0)^2/w^2)$ с радиальной поляризацией, где $r_0 = 4,5$ мкм, а $w = 2,5$ мкм – радиус гауссового пучка, то получим рекордные на сегодняшний день параметры фокального пятна: площадь по полуспаду интенсивности $\text{HMA}=0,096\lambda^2$ и диаметр по полуспаду $\text{FWHM}=0,35\lambda$. На рис. 9а показано рассчитанное радиальное распределение интенсивности в фокусе аксикона (рис. 8а), освещенного кольцевым гауссовым пучком, а на рис. 9б в полутонах показана дифракционная картина в фокальной плоскости (сразу за вершиной конуса) в координатах (x, y) .

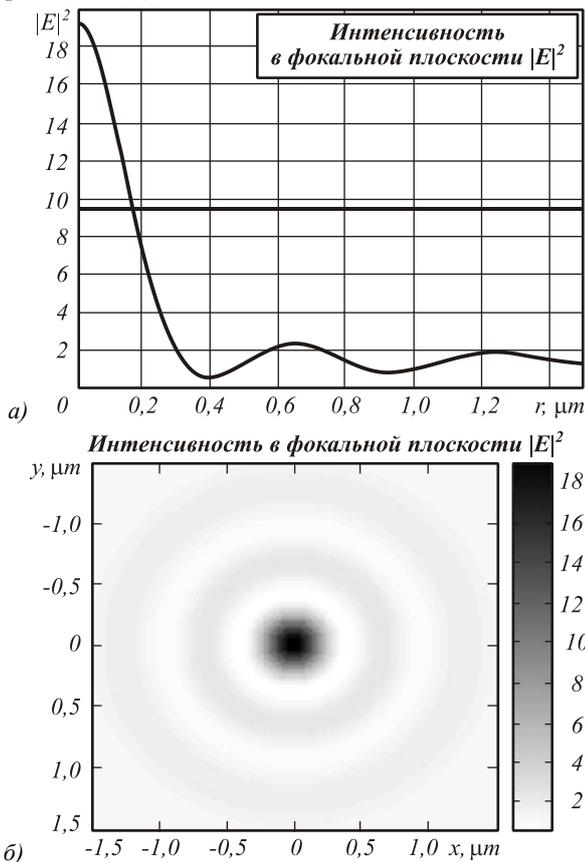


Рис. 9. Радиальное распределение интенсивности $|E|^2 = |E_r|^2 + |E_z|^2$ в фокусе микроаксикона, освещенного кольцевым гауссовым пучком с радиальной поляризацией, и двумерная полутоновая картина дифракции (негатив) в фокальной плоскости в координатах (x, y) (б)

Можно отметить и недостаток такой острой фокусировки лазерного пучка с помощью аксикона: невысокая энергетическая эффективность. Из рис. 9а видно, что максимальная интенсивность в фокусе составляет всего 20 относительных единиц, что в 30 раз меньше, чем интенсивность в фокусе линзы Микаэляна (рис. 7в) с тем же радиусом апертуры. Это объясняется тем, что аксикон формирует фокальную область с увеличенной глубиной резкости. Например, для аксикона на рис. 8а глубина резкости по полуспаду интенсивности составляет 3 мкм, а для ЛМ на рис. 8а глубина резкости всего 0,5 мкм.

Заключение

В работе получены следующие результаты:

- разработана радиальная модификация известного метода FDTD, предназначенного для приближенного решения уравнений Максвелла в цилиндрических координатах с помощью конечно-разностных схем; алгоритм реализован в среде программирования Matlab-7.0; разработанный метод позволяет относительно быстро моделировать дифракцию осе-симметричных световых полей с линейной, радиальной и азимутальной поляризациями на оптических элементах, обладающих радиальной (осевой) симметрией;
- с помощью численного моделирования показано, что при фокусировке лазерного света плоско-выпуклой или двояковыпуклой сферическими микролинзами не удастся преодолеть дифракционный предел (диаметр диска Эйри) в размерах фокального пятна; так микролинза с числовой апертурой $\text{NA}=0,86$ фокусирует плоскую волну с радиальной поляризацией в пятно площадью по полуспаду интенсивности $0,48\lambda^2$, а площадь диска Эйри (при $\text{NA}=1$) равна $0,204\lambda^2$;
- численно показано, что дифракционный предел можно преодолеть с помощью градиентной цилиндрической микролинзы Микаэляна; например, плоская волна с радиальной поляризацией, сфокусированная градиентной микролинзой с радиусом основания 6 мкм и высотой цилиндра 10 мкм формирует фокальное пятно площадью по полуспаду $0,152\lambda^2$; это меньше, чем площадь фокального пятна, полученного с помощью многолинзового микрообъектива с $\text{NA}=0,9$ в [1] – $0,160\lambda^2$;
- также численно показано, что фокальное пятно минимального диаметра и площади может быть сформировано с помощью стеклянного конического микроаксикона; например, при фокусировке кольцевого гауссового пучка с радиальной поляризацией микроаксикон с радиусом основания конуса 7 мкм и высотой конуса 6 мкм площадь фокального пятна по полуспаду интенсивности может быть равна $0,096\lambda^2$, что меньше, чем площадь фокального пятна, полученного с

помощью параболического зеркала с $NA=1$ в [17] – $0,134\lambda^2$ и меньше площади фокального пятна, получаемого при фокусировке тем же зеркалом кольцевого пучка [2] – $0,101\lambda^2$.

Благодарности

Работа поддержана российско-американской программой «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF RUX0-014-Sa-06), Российским фондом фундаментальных исследований (грант 08-07-9907) и грантом Президента РФ поддержки ведущих научных школ (ИШ-3086.2008.9).

Литература

- Dorn, R.** Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs // *Phys. Rev. Lett.* 2003.– Vol. 91. – P.233901.
- Davidson, N.** High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens / N. Davidson, N. Bokor // *Opt. Lett.* 2004.– Vol. 29(12). – P.1318-1320.
- Borghi, R.** Nonparaxial propagation of spirally polarized optical beams / R. Borghi, M. Santarsiero // *J. Opt. Soc. Am. A* 2004.– Vol. 21(10). – P.2029-2037.
- Passilly, N. Simple interferometric technique for generation of a radially polarized light beam / N. Passilly, R.S. Denis, K. Ait-Ameur // *J. Opt. Soc. Am. A* 2005.– Vol. 22(5). – P.984-991.
- Jabbour, T.G.** Vector diffraction analysis of high numerical aperture focused beams modified by two- and three-zone annular multi-phase plates / T.G. Jabbour, S.M. Kuebler // *Opt. Express* 2006.– Vol. 14(3). – P.1033-1043.
- Kozawa, Y.** Focusing property of a double-ring-shaped radially polarized beam / Y. Kozawa, S. Sato // *Opt. Lett.* 2006.– Vol. 31(6). – P.820-822.
- Zhan, Q.** Properties of circularly polarized vortex beams / Q. Zhan // *Opt. Lett.* 2006.– Vol. 31(7). – P.867-869.
- Deng, D.** Nonparaxial propagation of radially polarized light beams / D. Deng // *J. Opt. Soc. Am. B* 2006. – Vol. 23(6). – P.1228-1234.
- Salamin, Y.I.** Fields of a radially polarized Gaussian laser beam beyond the paraxial approximation / Y.I. Salamin // *Opt. Lett.* 2006.– Vol. 31(17). – P.2619-2621.
- Deng, D.** Propagation of radially polarized elegant light beams / D. Deng [and other] // *J. Opt. Soc. Am. B* 2007.– Vol. 24(3). – P.636-643.
- Grosjean, T.** Smallest lithographic marks generated by optical focusing systems / T. Grosjean, D. Courjon, C. Banier // *Opt. Lett.* 2007.– Vol. 32(8). – P.976-978.
- Kozawa, Y.** Sharper focal spot formed by higher-order radially polarized laser beams / Y. Kozawa, S. Sato // *J. Opt. Soc. Am. A* 2007.– Vol. 24(6). – P.1793-1798.
- Lerman, G.M.** Tight focusing of spatial variant vector optical fields with elliptical symmetry of linear polarization / G.M. Lerman, U. Levy // *Opt. Lett.* 2007.– Vol. 32(15). – P.2194-2196.
- Yan, S.** Description of a radially polarized Laguerre-Gauss beam beyond the paraxial approximation / S. Yan, B. Yao // *Opt. Lett.* 2007.– Vol. 32(22). – P.3367-3369.
- Yew, E.Y.S.** Tight focusing radially polarized Gaussian and Bessel-Gauss beams / E.Y.S. Yew, C.J.R. Sheppard // *Opt. Lett.* 2007.– Vol. 32(23). – P.3417-3419.
- Kalosha, V.P.** Toward the subdiffraction focusing limit of optical superresolution / V.P. Kalosha, I. Golub // *Opt. Lett.* 2007.– Vol. 32(24). – P.3540-3542.
- Stadler, J.** Tighter focusing with a parabolic mirror / J. Stadler [and other] // *Opt. Lett.* 2008.– Vol. 33(7). – P.681-683.
- Witkowska, A.** All-fiber LP11 mode convertors / A. Witkowska [and other] // *Opt. Lett.* 2008.– Vol. 33(4). – P.306-308.
- Nieminen, T.A.** Forces in optical tweezers with radially and azimuthally polarized trapping beams / T.A. Nieminen, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop // *Opt. Lett.* 2008.– Vol. 33(2). – P.122-124.
- Yonezawa, K.** Focusing of radially and azimuthally polarized beams through a uniaxial crystal / K. Yonezawa, Y. Kozawa, S. Sato // *J. Opt. Soc. Am. A* 2008.– Vol. 25(2). – P.468-472.
- Ohtaka, Y.** Sidelobe reduction of tightly focused radially higher-order Laguerre-Gaussian beams using annular masks / Y. Ohtaka [and other] // *Opt. Lett.*, v.33, no.6, P.617-619 (2008).
- Sheppard, C.J.R.** Localization measures for high-aperture wave fields based on pupil moments / C.J.R. Sheppard, M.A. Alonso, N.J. Moore // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 2008.– Vol. 10. – P.033001.
- Triandaphilov, Y.R.** Photonic crystal Mikaelian lens / Y.R. Triandaphilov, V.V. Kotlyar // *Opt. Mem. Neur. Net. (Inform. Opt.)* 2008.– Vol. 17(1). – P.1-7.
- Minin, I.V.** Investigation of the resolution of phase correcting Fresnel lenses with small values of F/D and sub-wavelength focus / I.V. Minin, O.V. Minin // *Компьютерная оптика* 2006.– Т. 30. – С.65-68.
- Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic systems / B. Richards, E. Wolf // *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 253 1959.– P.358-379.
- Прудников, А.П.** Интегралы и ряды. Специальные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев – М.:Наука, 1983.
- Prather, D.W.** Formulation and application of the finite-difference time-domain method for the analysis of axially symmetric diffractive optical elements / D.W. Prather, S. Shi // *J. Opt. Soc. Am. A* 1999.– Vol. 16(5). – P.1131-1141.
- Yee, K.S.** Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media / K.S. Yee // *IEEE Trans. Antenna and Prop.*, AP-14 1966.– P.302-307.
- Taflove, A.** Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Methods / A. Taflove – Artech House, Norwood, MA, 1995.
- Микаэлян, А.Л.** Использование свойств среды для фокусировки волн / А.Л. Микаэлян // *Доклады АН СССР* 1951.– Т. 81. – с.569-571.

SHARP FOCUSING OF RADIALLY POLARIZED LIGHT WITH MICROLENSSES

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}, S.S. Stafeev²,

¹Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, Samara, Russia,

²S.P. Korolyov Samara State Aerospace University, Samara, Russia

Abstract

Based upon the radial FDTD-method developed, we showed numerically that super-resolution can be achieved by focusing a radially polarized laser beam with a cylindrical gradient Michaelian microlens and conical microaxicon. The focal spot areas (defined as areas where the intensity exceeds its half-maximum) in these cases equal to $0.152\lambda^2$ and $0.096\lambda^2$ respectively. These areas are less than areas, experimentally obtained with microobjective – $0.160\lambda^2$, parabolic mirror – $0.134\lambda^2$, minimal theoretically predicted area – $0.101\lambda^2$, and all the more less than diffraction limit (Airy disk area) – $0.204\lambda^2$.

Keywords: radial FDTD-method, sharp focusing of light, radially polarized light, conical microaxicon, Michaelian lens, minimal area of focal spot.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA, Stafeev SS. Sharp focusing of radially polarized light with microlenses. *Computer Optics* 2008; 32(2): 155-67.

Acknowledgements: The work was supported by the Russian-American program "Basic Research and Higher Education" (grant CRDF RUX0-014-Sa-06), the Russian Foundation for Basic Research (Grant 08-07-9907) and a grant from the President of the Russian Federation for support of leading scientific schools (NS-3086.2008. 9).

References

- [1] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam. *Phys. Rev. Lett.* 2003; 91: 233901.
- [2] Davidson N, Bokor N. High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens. *Opt. Lett.* 2004; 29(12): 1318-1320.
- [3] Borghi R, Santarsiero M. Nonparaxial propagation of spirally polarized optical beams. *J. Opt. Soc. Am. A* 2004; 21(10): 2029-2037.
- [4] Passilly N, Denis RS, Ait-Ameur K. Simple interferometric technique for generation of a radially polarized light beam. *J. Opt. Soc. Am. A* 2005; 22(5): 984-991.
- [5] Jabbour TG, Kuebler SM. Vector diffraction analysis of high numerical aperture focused beams modified by two- and three-zone annular multi-phase plates. *Opt. Express* 2006; 14(3): 1033-1043.
- [6] Kozawa Y, Sato S. Focusing property of a double-ring-shaped radially polarized beam. *Opt. Lett.* 2006; 31(6): 820-822.
- [7] Zhan Q. Properties of circularly polarized vortex beams. *Opt. Lett.* 2006; 31(7): 867-869.
- [8] Deng D. Nonparaxial propagation of radially polarized light beams. *J. Opt. Soc. Am. B* 2006; 23(6): 1228-1234.
- [9] Salamin YI. Fields of a radially polarized Gaussian laser beam beyond the paraxial approximation. *Opt. Lett.* 2006; 31(17): 2619-2621.
- [10] Deng D. Propagation of radially polarized elegant light beams. *J. Opt. Soc. Am. B* 2007; 24(3): 636-643.
- [11] Grosjean T, Courjon D, Banier C. Smallest lithographic marks generated by optical focusing systems. *Opt. Lett.* 2007; 32(8): 976-978.
- [12] Kozawa Y, Sato S. Sharper focal spot formed by higher-order radially polarized laser beams. *J. Opt. Soc. Am. A* 2007; 24(6): 1793-1798.
- [13] Lerman GM, Levy U. Tight focusing of spatial variant vector optical fields with elliptical symmetry of linear polarization. *Opt. Lett.* 2007; 32(15): 2194-2196.
- [14] Yan S, Yao B. Description of a radially polarized LaguerreGauss beam beyond the paraxial approximation. *Opt. Lett.* 2007; 32(22): 3367-3369.
- [15] Yew EYS, Sheppard CJR. Tight focusing radially polarized Gaussian and Bessel-Gauss beams. *Opt. Lett.* 2007; 32(23): 3417-3419.
- [16] Kalosha VP, Golub I. Toward the subdiffraction focusing limit of optical superresolution. *Opt. Lett.* 2007; 32(24): 3540-3542.
- [17] Stadler J. Tighter focusing with a parabolic mirror. *Opt. Lett.* 2008; 33(7): 681-683.
- [18] Witkowska A. All-fiber LP11 mode convertors. *Opt. Lett.* 2008; 33(4): 306-308.
- [19] Nieminen TA, Heckenberg NR, Rubinsztein-Dunlop H. Forces in optical tweezers with radially and azimuthally polarized trapping beams. *Opt. Lett.* 2008; 33(2): 122-124.
- [20] Yonezawa K, Kozawa Y, Sato S. Focusing of radially and azimuthally polarized beams through a uniaxial crystal. *J. Opt. Soc. Am. A* 2008; 25(2): 468-472.
- [21] Ohtaka Y. Sidelobe reduction of tightly focused radially higher-order Laguerre-Gaussian beams using annular masks. *Opt. Lett.* 2008; 33(6): 617-619.
- [22] Sheppard CJR, Alonso MA, Moore NJ. Localization measures for highaperture wave fields based on pupil moments. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 2008; 10: 033001.
- [23] Triandaphilov YR, Kotlyar VV. Photonic crystal Michaelian lens. *Opt. Mem. Neur. Net. (Inform. Opt.)* 2008; 17(1): 1-7.
- [24] Minin IV, Minin OV. Investigation of the resolution of phase correcting Fresnel lenses with small values of F/D and subwavelength focus. *Computer Optics* 2006; 30: 65-68.
- [25] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic systems. *Proc. R. Soc. London*, 1959; A253: 358-379.

- [26] Prudnikov AP, Brychkov YuA, Marichev OI. Intervals and Series. Special functions [In Russian]. Moscow: "Nauka" (Science) Publisher; 1983.
- [27] Prather DW, Shi S. Formulation and application of the finitedifference time-domain method for the analysis of axially symmetric diffractive optical elements. J. Opt. Soc. Am. A 1999; 16(5): 1131-1141.
- [28] Yee KS. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. IEEE Trans. Antenna and Prop. 1966; AP-14: 302-307.
- [29] Taflove A. Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time-Domain Methods. Artech House, Norwood, MA, 1995.
- [30] Mikaelian AL. Application of stratified medium properties for waves focusing [In Russian]. Doklady Akademii Nauk SSSR (Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR) 1951; 81: 569-571.