НЕКОТОРЫЕ ТИПЫ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ ДЛЯ ОПТИЧЕСКОГО МИКРОМАНИПУЛИРОВАНИЯ

В.В. Котляр[1,2], А.А. Ковалев[1,2], Р.В. Скиданов[1,2], С.Н. Хонина[1,2]
[1]*Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,*
[2]*Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия*

Аннотация

Получены явные аналитические выражения, описывающие параксиальные световые пучки, являющиеся частными случаями гипергеометрических (HyG) лазерных пучков [J.Opt.Soc.Am.A, v.25, p.262-270 (2008)]. К ним относятся модифицированные квадратичные Бессель-Гаусс (mQBG) пучки, полые гауссовые оптические вихри (HGOV), модифицированные элегантные Лагерра-Гаусса пучки (meLG) и гамма-гипергеометрические (γHyG) пучки. По технологии электронной микролитографии синтезирован бинарный дифракционный оптический элемент, приближенно формирующий HyG пучки. Теория и эксперимент находятся в удовлетворительном соответствии. Экспериментально показана возможность вращения диэлектрических микрочастиц в световом кольце HyG пучка.

Ключевые слова: гипергеометрический пучок, гипергеометрическая мода, дифракционный оптический элемент, оптическое вращение диэлектрических микрочастиц, конфлюэнтная функция (функция Куммера), логарифмический аксикон.

1. Введение

Недавно были рассмотрены новые световые моды – гипергеометрические (HyG) моды [1]. После этого появилось несколько обобщающих работ, в которых были рассмотрены гипергеометрические-гауссовые (HyGG) моды [2], HyG пучки [3] и круговые пучки (CiB) [4]. В [4] указано, что частными случаями круговых пучков являются многие известные световые пучки, например, стандартные [5] и элегантные [6] моды Лагерра-Гаусса (sLG, eLG), квадратичные Бессель-Гаусса (QBG) пучки [7]. Заметим, что HyG моды [1] и HyGG пучки [2] были реализованы с помощью жидкокристаллических микродисплеев.

В данной работе приводится явный вид лазерных пучков, которые являются частными случаями HyG пучков [3]. Это модифицированные квадратичные Бессель-Гаусс (mQBG) пучки, о которых упоминалось в [2], но не было приведено их явного вида, и которые отличаются от обычных QBG пучков [7]. Показано, что известные гауссовые оптические вихри (GOV) [8,9] являются также частным случаем HyG пучков. Получены явные аналитические выражения для новых световых пучков: полых гауссовых оптических вихрей (HGOV), модифицированных элегантных Лагерра-Гаусса (meLG) пучков и гамма-гипергеометрических (γHyG) пучков. Эти световые пучки также являются частными случаями HyG пучков.

В работе приводятся экспериментальные результаты по формированию пары HyG пучков с номерами (n,γ) и $(-n,-\gamma)$ с помощью бинарного дифракционного оптического элемента (ДОЭ). ДОЭ был синтезирован по технологии электронной микролитографии. Проведено сравнение экспериментальной и расчетной картин дифракции для HyG пучка. Приведены также результаты эксперимента по вращению полистироловых шариков диаметром 5 мкм в световом кольце сформированного HyG пучка.

2. Общий вид HyG пучков

В [3] показано, что с помощью начального светового поля при $z=0$ вида

$$E_{\gamma,n,m}(r,\varphi,z=0)= =\frac{1}{2\pi}\left(\frac{r}{\omega}\right)^m \exp\left[-\frac{r^2}{2\sigma^2}+i\gamma\ln\left(\frac{r}{\omega}\right)+in\varphi\right], \quad (1)$$

где (r,φ) – полярные координаты в начальной плоскости $z=0$, ω и γ – действительные параметры логарифмического аксикона, σ – радиус перетяжки Гауссового пучка, n – номер сингулярности (целое число) спиральной фазовой пластинки (СФП), m – целое число – показатель степенной составляющей комплексной амплитуды, в произвольной плоскости $z>0$ сформируется параксиальное световое поле, описываемое комплексной амплитудой вида:

$$E_{\gamma,n,m}(\rho,\theta,z)=\frac{(-i)^{n+1}}{2\pi n!}\left(\frac{z_0}{zq^2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}\sigma}{\omega q}\right)^{m+i\gamma}\times \times\left(\frac{k\sigma\rho}{\sqrt{2}qz}\right)^n \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}+in\theta\right)\Gamma\left(\frac{n+m+2+i\gamma}{2}\right)\times \times {}_1F_1\left[\frac{n+m+2+i\gamma}{2},n+1,-\left(\frac{k\sigma\rho}{\sqrt{2}qz}\right)^2\right], \quad (2)$$

где $z_0=k\sigma^2$, $q=\left(1-iz_0/z\right)^{1/2}$, (ρ,θ) – полярные координаты в поперечной плоскости, $\Gamma(x)$ – гамма-функция, ${}_1F_1(a,b,x)$ – функция Куммера [10], $k=2\pi/\lambda$ – волновое число света, λ – длина волны.

3. Частные случаи HyG пучков

В этом разделе мы получим аналитические выражения для частных случаев HyG пучков: mQBG, GOV, HGOV, meLG и γHyG пучков.

Все эти пучки не являются модами свободного пространства и не сохраняют свою структуру при распространении. Дифракционная картина в сечении этих пучков представляет собой набор светлых и темных концентрических колец, среди которых самое яркое кольцо является основным, а остальные кольца – боковыми лепестками. Из этих пучков только mQBG пучки обладают бесконечной энергией, как, например, обычные моды Бесселя [11], а остальные пучки имеют конечную энергию.

3.1. Модифицированные квадратичные Бессель-Гаусса пучки

Известна связь функции Куммера и функции Бесселя целого и полуцелого порядков [10]:

$$
\begin{aligned}
&{}_1F_1\left(\frac{n+1}{2}, n+1, x\right) = \\
&= \Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)\exp\left(\frac{x}{2}\right)\left(-\frac{ix}{4}\right)^{-\frac{n}{2}} J_{\frac{n}{2}}\left(-\frac{ix}{2}\right),
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где $J_\nu(x)$ - функция Бесселя. Тогда из (2) с учетом (3) и при условии, что $\gamma = i(m+1)$, получим:

$$
\begin{aligned}
&E_{i(m+1),n,m}(\rho,\theta,z) = \\
&= E_{0,n,-1}(\rho,\theta,z) = \frac{(-i)^{n+1}}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{k\sigma\omega}{2zq}\right)\times \\
&\times\exp\left[in\theta + \frac{ik\rho^2}{2R_1(z)} - \frac{\rho^2}{2\sigma^2(z)}\right]\times \\
&\times I_{\frac{n}{2}}\left[\frac{\rho^2}{2\sigma^2(z)} + \frac{ik\rho^2}{2R(z)}\right],
\end{aligned}
\tag{4}
$$

где

$$
\begin{cases}
\sigma^2(z) = 2\sigma^2\left(1+\dfrac{z^2}{z_0^2}\right), \\
R(z) = 2z\left(1+\dfrac{z^2}{z_0^2}\right), \\
R_1(z) = R(z)\left(1+\dfrac{2z^2}{z_0^2}\right)^{-1},
\end{cases}
\tag{5}
$$

$I_\nu(x)$ - модифицированная функция Бесселя.

Световые пучки, описываемые комплексной амплитудой (4), имеют сомножителями гауссовую экспоненту и функцию Бесселя. Поэтому они сходны с известными пучками Бесселя-Гаусса (BG) [12]. Зависимость аргумента функции Бесселя в (4) от радиальной координаты квадратичная, и поэтому пучки (4) сходны с QBG пучками [7]. Но QBG пучки порождаются начальным световым полем при $z=0$, описываемым функцией $J_{n/2}\left(ar^2\right)\exp\left(-br^2+in\varphi\right)$, a и b – постоянные, а в любой другой плоскости $z>0$ выражение для амплитуды QBG пучков можно получить с помощью справочного интеграла [13]:

$$
\begin{aligned}
&\int_0^\infty J_{\frac{n}{2}}\left(ar^2\right)\exp\left(-br^2\right)J_n(cr)r\mathrm{d}r = \\
&= \frac{1}{2\left(a^2+b^2\right)^{\frac{1}{2}}} J_{\frac{n}{2}}\left[\frac{c^2a}{4\left(a^2+b^2\right)}\right]\exp\left[-\frac{c^2b}{4\left(a^2+b^2\right)}\right].
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Пучки (4) порождаются с помощью другого светового поля в начальной плоскости:

$$
E_{0,n,-1}(r,\varphi,z=0) = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\omega}{r}\right)\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}+in\varphi\right), \tag{7}
$$

и поэтому отличаются от QBG пучков. Световые поля (4) можно назвать модифицированными квадратичными Бессель-Гаусс пучками (mQBG).

При $\sigma\to\infty$ (гауссовый пучок заменяется плоской волной) из (4) получаются расходящиеся Бесселевы пучки, описанные в [3]:

$$
\begin{aligned}
&\tilde{E}_{0,n,-1}(\rho,\theta,z) = \frac{\omega}{2}\sqrt{\frac{ik}{2\pi z}}\times \\
&\times(-i)^{\frac{n}{2}+1}\exp\left(in\theta+\frac{ik\rho^2}{4z}\right)J_{\frac{n}{2}}\left(\frac{k\rho^2}{4z}\right).
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Световое поле (7) имеет особенность в центре начальной плоскости при $z=0$ и $r=0$ и обладает бесконечной энергией. Рассмотрим далее случаи без таких особенностей.

3.2. Гауссовы оптические вихри

В этом разделе приводится явный вид комплексной амплитуды для еще одного частного случая HyG пучков – GOV [8,9]. Известна рекуррентная связь между функциями Куммера [10]:

$$
{}_1F_1(a,b,-x) = \exp(-x)\,{}_1F_1(b-a,b,x). \tag{9}
$$

С учетом (9) общий вид HyG пучков (2) для дальнейшего удобно написать в виде:

$$
\begin{aligned}
&F_{\gamma,n,m}(\rho,\theta,z) = \frac{(-i)^{n+1}}{2\pi n!}\left(\frac{z_0}{zq^2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}\sigma}{\omega q}\right)^{m+i\gamma}\times \\
&\times\left(\frac{k\sigma\rho}{\sqrt{2}qz}\right)^n\exp\left[in\theta+\frac{ik\rho^2}{2z}-\left(\frac{k\sigma\rho}{\sqrt{2}qz}\right)^2\right]\times \\
&\times\Gamma\left(\frac{n+m+2+i\gamma}{2}\right)\times \\
&\times{}_1F_1\left[\frac{n-m-i\gamma}{2}, n+1, \left(\frac{k\sigma\rho}{\sqrt{2}qz}\right)^2\right].
\end{aligned}
\tag{10}
$$

В [3] найдена связь между функцией Куммера и модифицированными функциями Бесселя:

$$
{}_1F_1\left(\frac{n}{2},n+1,x\right)=\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)2^{\frac{n-1}{2}}\times
\times\left(\frac{x}{2}\right)^{-\left(\frac{n-1}{2}\right)}\exp\left(\frac{x}{2}\right)\left[I_{\frac{n-1}{2}}(x)-I_{\frac{n+1}{2}}(x)\right]. \quad (11)
$$

Используя (11) и положив $\gamma=im$, из общего вида (10) для HyG пучков можно получить частный случай в явной форме:

$$
E_{im,n,m}(\rho,\theta,z)=E_{0,n,0}(\rho,\theta,z)=
=\frac{(-i)^{n+1}}{4\sqrt{\pi}}\times\left(\frac{z_0}{zq^2}\right)\left(\frac{k\sigma\rho}{\sqrt{2}qz}\right)\times
\times\exp\left[in\theta+\frac{ik\rho^2}{2R_1(z)}-\frac{\rho^2}{2\sigma^2(z)}\right]\times
\times\left[I_{\frac{n-1}{2}}(y)-I_{\frac{n+1}{2}}(y)\right], \quad (12)
$$

где

$$
y=\frac{1}{2}\left(\frac{k\sigma\rho}{\sqrt{2}qz}\right)^2=\frac{\rho^2}{2\sigma^2(z)}+\frac{ik\rho^2}{2R(z)}.
$$

Световое поле (12) порождается начальным полем вида:

$$
E_{0,n,0}(r,\varphi,z=0)=\frac{1}{2\pi}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}+in\varphi\right), \quad (13)
$$

которое можно реализовать с помощью дифракции гауссового пучка на СФП. Поэтому световые пучки, описываемые комплексной амплитудой (12), могут быть названы GOV [8,9].

3.3. Полые гауссовы оптические вихри

Можно получить явный аналитический вид через модифицированные функции Бесселя для комплексной амплитуды световых пучков, близких по форме к пучкам (12). Такие пучки можно сформировать с помощью дифракции полого гауссова пучка на СФП:

$$
E_{0,n,1}(r,\varphi,z=0)=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{r}{\omega}\right)\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}+in\varphi\right). \quad (14)
$$

Чтобы получить комплексную амплитуду при $z>0$, получим сначала промежуточное соотношение. Для этого сравним два справочных интеграла, один из которых пропорционален функции Куммера [13]:

$$
\int_0^\infty r^2\exp\left(-pr^2\right)J_n(cr)\,\mathrm{d}r=c^n p^{-(n+3)/2}2^{-(n+1)}\times
\times\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)\Gamma^{-1}(n+1)\,{}_1F_1\left(\frac{n+3}{2},n+1,-\frac{c^2}{4p}\right), \quad (15)
$$

а второй интеграл получается путем дифференцирования обеих частей равенства [13]

$$
\int_0^\infty \exp\left(-pr^2\right)J_n(cr)\,\mathrm{d}r=
=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{p}}\exp\left(-\frac{c^2}{8p}\right)I_{\frac{n}{2}}\left(\frac{c^2}{8p}\right), \quad (16)
$$

по параметру p:

$$
\int_0^\infty r^2\exp\left(-pr^2\right)J_n(cr)\,\mathrm{d}r=\frac{\sqrt{\pi}}{2}p^{-\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{c^2}{8p}\right)\times
\times\left[\left(\frac{1-n}{2}-\frac{c^2}{8p}\right)I_{\frac{n}{2}}\left(\frac{c^2}{8p}\right)+\left(\frac{c^2}{8p}\right)I_{\frac{n-2}{2}}\left(\frac{c^2}{8p}\right)\right]. \quad (17)
$$

Сравнивая правые части (15) и (17), получим связь между функцией Куммера и модифицированными функциями Бесселя:

$$
{}_1F_1\left(\frac{n+3}{2},\,n+1,\,-x\right)=x^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{x}{2}\right)\sqrt{\pi}n!\times
\times\Gamma^{-1}\left(\frac{n+3}{2}\right)\left[\left(\frac{1-n}{2}-\frac{x}{2}\right)I_{\frac{n}{2}}\left(\frac{x}{2}\right)+\frac{x}{2}I_{\frac{n-2}{2}}\left(\frac{x}{2}\right)\right]. \quad (18)
$$

Используя (18), из общего уравнения (2), при условии $\gamma=i(m-1)$, получим явное выражение для новых световых пучков:

$$
E_{i(m-1),n,m}(\rho,\theta,z)=E_{0,n,1}(\rho,\theta,z)=\frac{(-i)^{n+1}}{\sqrt{2\pi}}\times
\times\left(\frac{k\sigma^3}{z\omega q^3}\right)\exp\left[in\theta+\frac{ik\rho^2}{2R_1(z)}-\frac{\rho^2}{2\sigma^2(z)}\right]\times
\times\left[\left(\frac{1-n}{2}-y\right)I_{\frac{n}{2}}(y)+yI_{\frac{n-2}{2}}(y)\right], \quad (19)
$$

где y такое же, как в (12). Световые поля (19) с учетом вида порождающего их поля (14) можно назвать HGOV.

3.4. Модифицированные элегантные пучки Лагерра-Гаусса

Эти пучки порождаются с помощью начального поля вида:

$$
E_{\gamma,n,2p+n}(r,\varphi,z=0)=
=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{r}{\omega}\right)^{2p+n}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}+in\varphi\right). \quad (20)
$$

Получим новый вид световых пучков как частный случай HyG пучков (2) при условии $\gamma=-i(2p-m+n)$, p – целое число $(p\geq -n/2)$. Для этого воспользуемся известной связью между функцией Куммера и присоединенными многочленами Лагерра [10]:

$$
{}_1F_1(-p,n+1,x)=\frac{p!n!}{(n+p)!}L_p^n(x), \quad (21)
$$

где $L_p^n(x)$ - присоединенный многочлен Лагерра.

С учетом (21) из (10) следует:

$$E_{0,n,2p+n}(\rho,\theta,z)=\frac{(-i)^{n+1}\,p!}{2\pi}\left(\frac{z_0}{zq^2}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{\sqrt{2}\sigma}{\omega q}\right)^{n+2p}t^{\frac{n}{2}}\exp\left(in\theta+\frac{ik\rho^2}{2z}-t\right)L_p^n(t),\qquad(22)$$

где $t=2y=\left[k\sigma\rho\big/\left(\sqrt{2}qz\right)\right]^2$.

Световые пучки, описываемые комплексной амплитудой (22), можно назвать meLG пучками. Об этих пучках упоминается в [2], но явного вида их не приведено. Мы называем эти новые световые пучки элегантными, так как аргумент многочлена Лагерра комплексный, как и у обычных eLG [6]. Но зависимость аргумента многочлена Лагерра в (22) от переменной z отличается от аналогичной зависимости в обычных eLG пучках [6]. Приведем для сравнения явный вид eLG пучков в принятых здесь обозначениях:

$$E_{\mathrm{eLG}}(\rho,\theta,z)=(-i)^{p+1}\left(\frac{z_0}{zq^2}\right)^{p+1}\times$$
$$\times\left(\frac{-2i\,\sigma^2z_0}{\omega^2q^2z}\right)^{\frac{n}{2}}s^{\frac{n}{2}}\exp(in\theta-s)L_p^n(s),\qquad(23)$$

где $s=-ik\rho^2\big/\left(2q^2z\right)$. Из сравнения (22) и (23) видно, что аргументы s и t отличаются своей зависимостью от координаты z. Это отличие возникает из-за того, что meLG пучки (22) порождаются начальным полем (20), а eLG пучки (23) порождаются начальным полем вида:

$$E_{\mathrm{eLG}}(r,\varphi,z=0)=$$
$$=\left(\frac{r}{\omega}\right)^n\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}+in\varphi\right)L_p^n\left(\frac{r^2}{2\sigma^2}\right).\qquad(24)$$

3.5. Гамма-гипергеометрические пучки

Приведем здесь еще один явный вид комплексной амплитуды, описывающей частный случай HyG пучков (2). Для этого воспользуемся связью между функцией Куммера и неполной гамма-функцией [10]:

$${}_1F_1(n,n+1,-x)=nx^{-n}\gamma(n,x),\qquad(25)$$

где $\gamma(\nu,x)$ – неполная гамма-функция,

$$\gamma(\nu,x)=\int_0^x\xi^{\nu-1}\exp(-\xi)\mathrm{d}\xi.\qquad(26)$$

С учетом (25) из (2) получим частный вид HyG пучков при $\gamma=i(m+2)$:

$$E_{i(m+2-n),n,m}(\rho,\theta,z)=E_{0,n,n-2}(\rho,\theta,z)=$$
$$=\frac{(-i)^{n+1}}{2\pi}\left(\frac{k\omega^2}{2z}\right)\left(\frac{k\rho\omega}{2z}\right)^{-n}\times\qquad(27)$$
$$\times\exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}+in\theta\right)\gamma\left[n,\left(\frac{k\sigma\rho}{\sqrt{2}qz}\right)^2\right].$$

Световые пучки (27) описываются комплексной амплитудой, пропорциональной неполной гамма-функции, и поэтому мы назвали их γHyG пучками. Световые пучки (27) порождаются начальным световым полем вида:

$$E_{0,n,n-2}(r,\varphi,z=0)=$$
$$=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{r}{\omega}\right)^{n-2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}+in\varphi\right).\qquad(28)$$

Заметим, что meLG пучки (22) переходят в γHyG пучки (27) при $p=-1$.

4. Моделирование

Формирование HyG-мод [1] с помощью дифракционных оптических элементов – непростая задача. Во-первых, аналогично модам Бесселя [11], HyG-моды имеют бесконечную энергию, а во-вторых, HyG-моды порождаются начальным световым полем (1), которое имеет особенность в начале координат $(\sigma\to\infty,\,m=-1)$:

$$E_{\gamma,n,-1}(r,\varphi,z=0)=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\omega}{r}\right)\exp\left[i\gamma\ln\left(\frac{r}{\omega}\right)+in\varphi\right].\qquad(29)$$

Поэтому на практике, чтобы сформировать HyG-моду, световое поле (29) следует ограничить кольцевой диафрагмой с радиусами R_1 и R_2 ($R_1<R_2$). Однако такое ограничение апертуры начального поля при некоторых параметрах не приводит к заметным искажениям HyG-моды. На рис. 1 показан вид радиального распределения интенсивности поля (29), ограниченного кольцевой диафрагмой, и интенсивности на расстоянии z=100 мм.

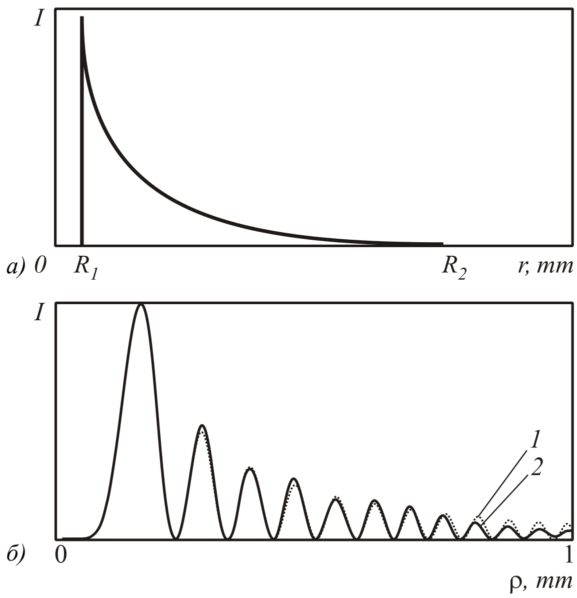


Рис. 1 Радиальное распределение интенсивности HyG моды (n=4, γ = –10, m= –1) при z=0 (а) и z=100 мм (б): точная HyG мода (1) и рассчитанная после ограничения апертурой (2)

При следующих параметрах расчета: λ=532 нм, R_1=0,05 мм, R_2=1 мм, w=1 мм, число отсчетов

N=512; параметры HyG-моды: n=4, γ=–10, среднеквадратичное отклонение точной интенсивности, полученной на основе уравнения (2), от рассчитанной с учетом ограниченной апертуры (рис. 1*б*) составляет 5,5%.

Реализация амплитудного распределения, показанного на рис. 1*а*, для формирования HyG моды является неэффективным способом. Более энергетически эффективным и технологичным является формирование HyG моды с помощью фазового бинарного ДОЭ [14].

Функция пропускания такого ДОЭ может иметь следующий вид:

$$\tau_{\gamma,n}(r,\phi)= \\ =\operatorname{sgn}\left\{\cos\left[\gamma\ln\left(\frac{r}{w}\right)+n\phi+cr\cos\phi\right]\right\}, \tag{30}$$

где c – несущая пространственная частота.

На рис. 2 показана бинарная фаза ДОЭ (30) (диаметр 5 мм, n=7, γ=10, c=10 мм$^{-1}$, w=1 мм) (*а*) и рассчитанная картина дифракции на расстоянии z=700 мм от ДОЭ (*б*).

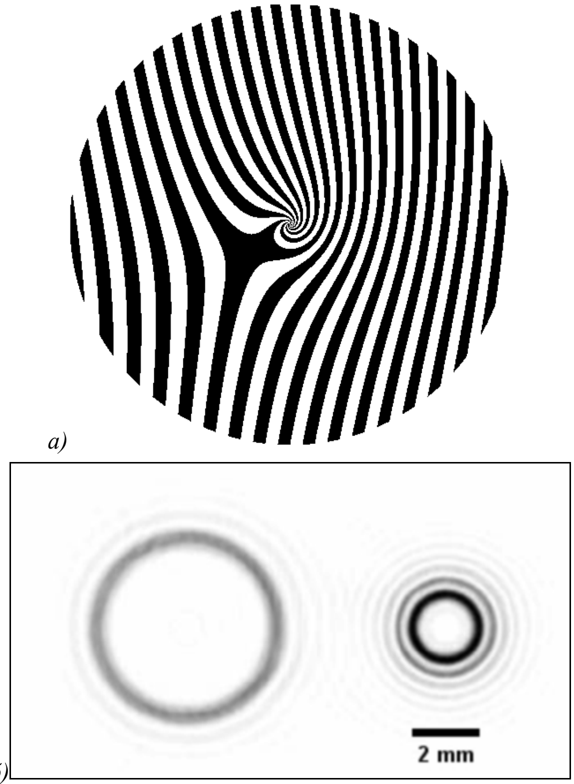


Рис. 2. Бинарная фаза ДОЭ (с=10 мм$^{-1}$) (а) и рассчитанная картина дифракции на расстоянии z=700 мм (б)

Из рис. 2*б* видно, что при освещении ДОЭ (рис. 1*а*) плоской волной на некотором расстоянии формируются в основном две кольцевых картины дифракции, близкие к HyG модам с номерами n=7, γ=10 (большие кольца) и n=–7, γ=–10 (малые кольца). В каждый из двух пучков идет около 40% световой энергии.

На рис. 3 показаны радиальные распределения интенсивности, рассчитанные для идеальной моды HyG (кривые 1) и сформированные с помощью бинарного ДОЭ (рис. 2*а*) (кривые 2) на расстоянии z=2000 мм: n=7, γ=10 (а) и n=–7, γ=–10 (*б*).

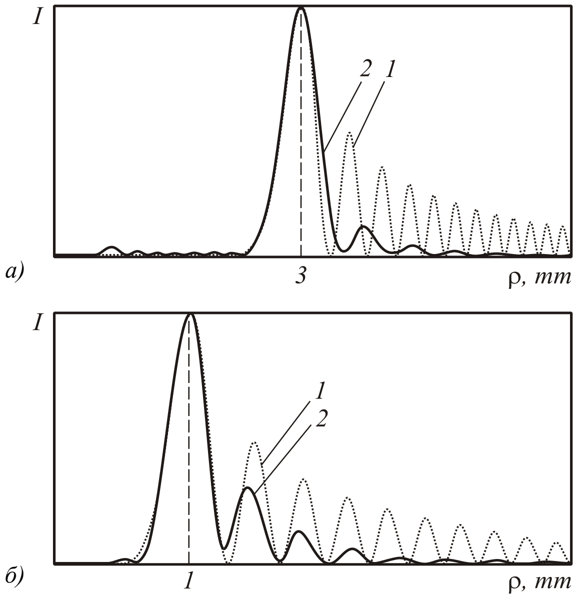


Рис. 3. Радиальные распределения интенсивности точных HyG-мод (кривые 1) и рассчитанных после бинарного ДОЭ (рис. 2а) (кривые 2) на расстоянии z=2000 мм: n=7, γ=10 (а) и n=–7, γ=–10 (б)

Среднеквадратичное отклонение точных HyG-мод от рассчитанных на расстоянии z=2000 мм от бинарного ДОЭ (рис. 2*а*) составило 43% (*а*) и 35% (*б*). Таким образом, замена убывающей от r амплитуды функции (29) на постоянную в (30) приводит к заметной ошибке при формировании HyG пучка. Однако отличия касаются только боковых лепестков картин дифракции и почти не затрагивают основное кольцо.

5. Эксперимент

С помощью электронной литографии был изготовлен бинарный фазовый ДОЭ размером 5×5 мм с разрешением 10 мкм для длины волны 532 нм. На рис. 4. показано изображение центральной части микрорельефа этого ДОЭ, полученное с помощью интерферометра NewView 5000 Zygo со 100 - кратным увеличением.

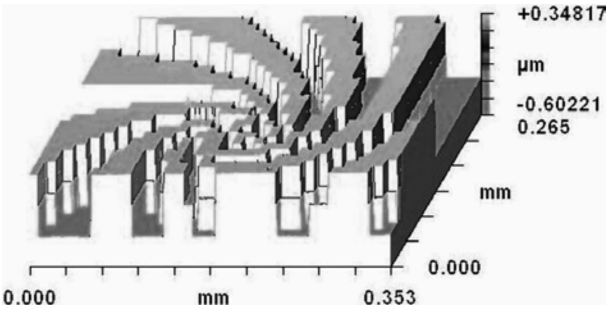


Рис. 4. Микрорельеф центральной части бинарного ДОЭ (рис. 2а) размером 353×265мкм в подложке из плавленого кварца

Требуемая высота микрорельефа в подложке из плавленого кварца (SiO_2) равна 578,3нм, а высота изготовленного рельефа колебалась от 572 до 583 нм. То есть бинарный ДОЭ изготовлен с высокой точностью — около 1%.

На рис. 5 показаны картины дифракции, сформированные после освещения ДОЭ плоским пучком света диаметром 4 мм от твердотельного лазера с длиной волны 532 нм и мощностью 500 мВт и измеренные на разных расстояниях от ДОЭ: 2000 мм (а), 2300 мм (б) и 3000 мм (в). Из рис. 5 видно, что картины дифракции по форме совпадают с расчетными картинами (рис. 2*в*) и что на достаточном удалении от ДОЭ оба световых пучка n=7, $\gamma = 10$ и n=-7, $\gamma = -10$ слабо меняются при распространении.

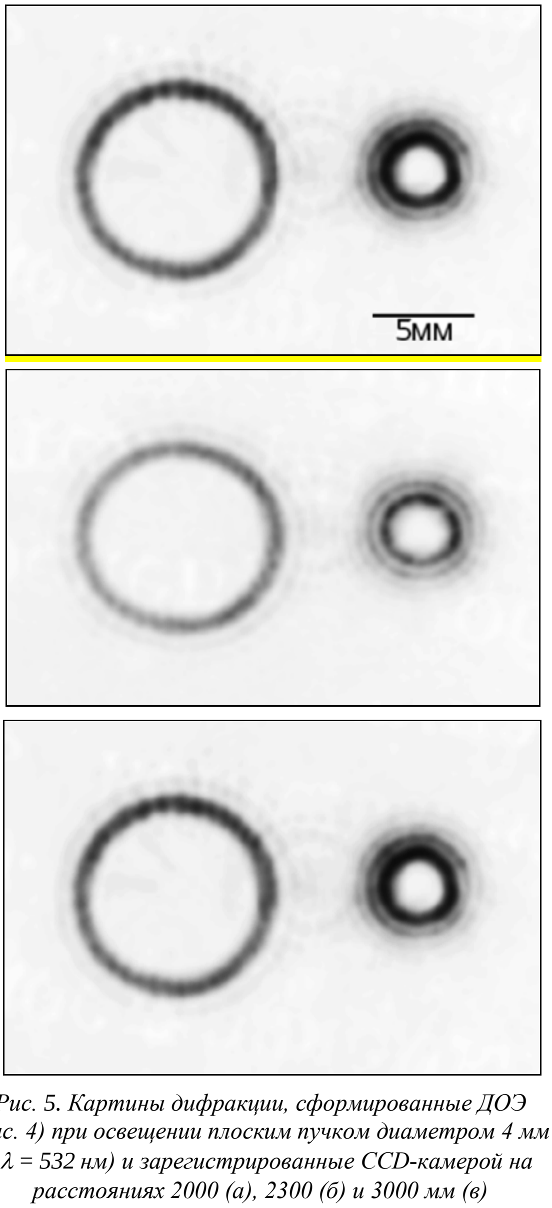
а)
б)
в)


Рис. 5. Картины дифракции, сформированные ДОЭ (рис. 4) при освещении плоским пучком диаметром 4 мм (λ = 532 нм) и зарегистрированные CCD-камерой на расстояниях 2000 (а), 2300 (б) и 3000 мм (в)

На рис. 6 показаны экспериментальная (*а*) и расчетная (*в*) картины дифракции плоской волны на ДОЭ для HyG-моды (n=7, $\gamma = 10$) и их радиальные сечения интенсивности (*б* и *г* соответственно).

Из рис. 6 видно, что обе картины дифракции и их радиальные сечения удовлетворительно соответствуют друг другу, а среднеквадратичная ошибка составляет 27%.

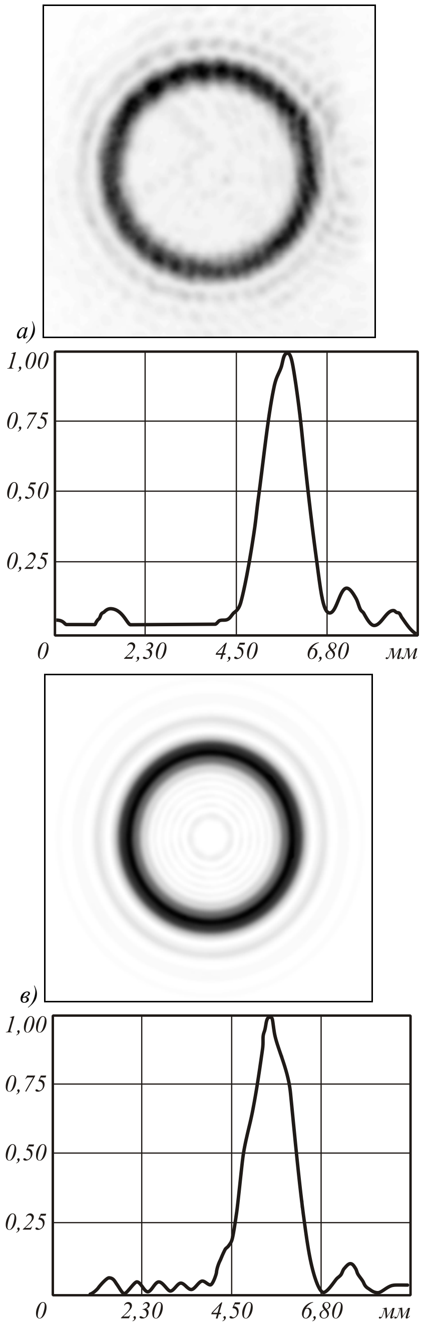


Рис. 6. Экспериментальная (а) и расчетная (в) картины дифракции плоской волны на ДОЭ для HyG-моды (n=7, γ = 10) и их радиальные сечения интенсивности: экспериментальное (б) и расчетное (г)

На рис. 7 показаны три фрагмента (разделенных временным интервалом в 15 сек) вращения полистиролового шарика диаметром 5 мкм, вращающегося по основному кольцу HyG пучка (n=7, $\gamma = 10$), сформированного бинарным ДОЭ (рис. 4). Световое кольцо на рис. 7 после фокусировки микрообъективом $\times 40$ имело диаметр 39 мкм.

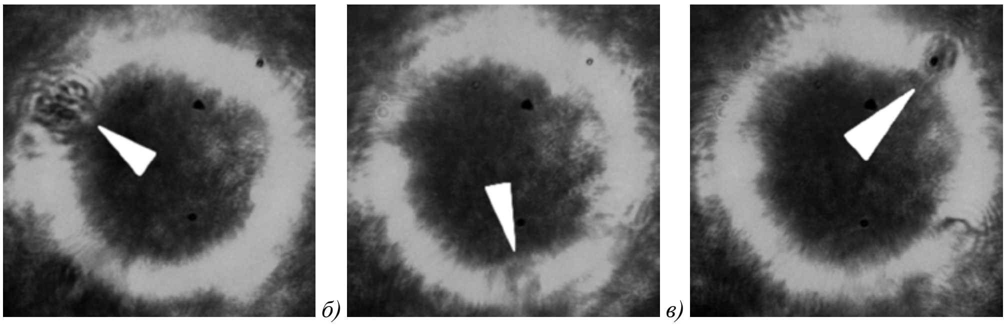


Рис. 7. Вращение полистироловой частицы диаметром 5 мкм (местоположение частицы показано белым треугольником) по основному кольцу картины дифракции для HyG пучка (n=7, γ=10), сформированной при дифракции плоской волны на ДОЭ (рис. 4)

6. Заключение

Получены явные аналитические выражения, описывающие параксиальные световые пучки, являющиеся частными случаями HyG лазерных пучков: mQBG, GOV, HGOV, meLG и γHyG пучки. По технологии электронной микролитографии с точностью реализации высоты микрорельефа около 1% синтезирован бинарный дифракционный оптический элемент, приближенно формирующий HyG пучки. Бинарный ДОЭ рассчитывался как киноформ, то есть модуль кодируемой комплексной функции заменялся константой, а аргумент (фаза) комплексной функции сохранялся. В результате такой замены сформированные картины дифракции по форме совпадают с картинами дифракции для HyG пучков, хотя количественно заметно отличаются. Однако отличия касаются только боковых лепестков картин дифракции (периферийных колец) и почти не затрагивают основное кольцо. Теория и эксперимент находятся в удовлетворительном соответствии. Также экспериментально показана возможность вращения полистироловых шариков диаметром 5 мкм в световом кольце сформированного лазерного пучка.

Благодарности

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF RUX0-014-Sa-06, грантов РФФИ №№ 07-07-97600, 08-07-99007 и Президента РФ № НШ-3086.2008.9.

Авторы выражают благодарность группе Я. Турунена (Физический факультет Университета Йоенсуу, Финляндия) за изготовление и предоставление для проведения экспериментов оптических элементов.

Литература

1. **Kotlyar, V.V.** Hypergeometric modes / [V.V. Kotlyar and other] // Opt. Lett. 2007.– Vol. 32. – p.742-744.
2. **Karimi, E.** Hypergeometric-Gaussian modes / [E. Karimi and other] // Opt. Lett. 2007.– Vol. 32.–p.3053-3055.
3. **Kotlyar, V.V.** Family of hypergeometric laser beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev // J. Opt. Soc. Am. A. 2008.– Vol.25.– p.262-270.
4. **Bandres, M.A.** Circular beams / M.A. Bandres, J.C. Gutiérrez-Vega // Opt. Lett. 2008.– Vol. 33.– p.177-179.
5. **Siegman, A.E.** Lasers / A.E. Siegman – University Science, 1986.
6. **Takenaka, T.** Propagation of light beams beyond the paraxial approximation / T. Takenaka, M. Yokota, O. Fukumitsu // J. Opt. Soc. Am. A. 1985.– Vol. 2.– p.826-829.
7. **Caron, C.F.R.** Bessel-modulated Gaussian beams with quadratic radial dependence / C.F.R. Caron, R.M. Potvliege // Opt. Commun. 1999.– Vol. 164.– p.83-93.
8. **Rozas, D.** Propagation dynamics of optical vortices / D. Rozas, C.T. Law, G.A. Swartzlander, Jr. // J. Opt. Soc. Am. B. 1997.– Vol. 14.– p.3054-3065.
9. **Kotlyar, V.V.** Generation of phase singularity through diffracting a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate / [V.V. Kotlyar and other] // J. Opt. Soc. Am. A. 2005.– Vol. 22.– p.849-861.
10. Handbook of Mathematical Functions / ed. by. M. Abramovitz, I.A. Stegun.– National Bureau of Standards, Applied Math. Series, 1965.
11. **Durnin, J.** Difraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, J.H. Eberly // Phys. Rev. Lett. 1987.– Vol. 58.– p.1499-1501.
12. **Gori, F.** Bessel-Gauss beams / F. Gori, G. Guattari, C. Padovani // Opt. Commun. 1987.– Vol. 64(6).– p.491–495.
13. **Прудников, А.П.** Интегралы и ряды. Специальные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев – М.:Наука, 1983.
14. Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements / ed. by V.A. Soifer.– Willey & Sons, 2002.

PARTICULAR CASES OF HYPERGEOMETRIC LASER BEAMS IN OPTICAL MICROMANIPULATION

V.V. Kotlyar[1,2], A.A. Kovalev[1,2], R.V. Skidanov[1,2], Svetlana Nikolaevna Khonina[1,2]
[1]Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, Samara, Russia,
[2]S.P. Korolyov Samara State Aerospace University, Samara, Russia

Abstract

We derive explicit analytical expressions to describe paraxial light beams that represent a particular case of the hypergeometric (HyG) laser beams [J.Opt.Soc.Am.A, v.25, p.262-270 (2008)]. Among these are modified quadratic Bessel-Gaussian (mQBG) beams, hole Gaussian optical vortices (HGOV), modified elegant Laguerre-Gaussian beams (meLG), and gamma-hypergeometric (γHyG) beams. Using e-beam microlithography, a binary diffractive optical element capable of producing near-HyG beams is synthesized. Theory and experiment are in sufficient agreement. A possibility of rotating dielectric microparticles in the bright diffraction ring of the HyG beam is experimentally demonstrated.

Keywords: hypergeometric beam, hypergeometric mode, diffractive optical element, optical rotation of dielectric microparticles, confluent function (Kummer function), logarithmic axicon

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA, Skidanov RV, Khonina SN. Particular cases of hypergeometric laser beams in optical micromanipulation. Computer Optics 2008; 32(2): 180-6.

Acknowledgements: This work was supported in part by the Russian-American program "Fundamental researches and higher image-tion" (grant CRDF RUX0-014-Sa-06, RFBR grants №№ 07-07-97600, 08-07-99007, and the President of the Russian Federation № NSH -3086.2008.9. The authors thank the group J. Turunen (Department of Physics of the University of Joensuu, Finland) for the manufacture and provision for experimentation with optical elements.

References

[1] Kotlyar VV. Hypergeometric modes. Opt. Lett. 2007; 32: 742-744.
[2] Karimi E. Hypergeometric-Gaussian modes. Opt. Lett. 2007; 32: 3053-3055.
[3] Kotlyar VV, Kovalev AA. Family of hypergeometric laser beams. J. Opt. Soc. Am. A. 2008; 25: 262-270.
[4] Bandres M.A, Gutiérrez-Vega JC. Circular beams. Opt. Lett. 2008; 33: 177-179.
[5] Siegman AE. Lasers. University Science 1986.
[6] Takenaka T, Yokota M, Fukumitsu O. Propagation of light beams beyond the paraxial approximation. J. Opt. Soc. Am. A. 1985; 2: 826-829.
[7] Caron CFR, Potvliege RM. Bessel-modulated Gaussian beams with quadratic radial dependence. Opt. Commun. 1999; 164: 83-93.
[8] Rozas D, Law CT, Swartzlander Jr. GA. Propagation dynamics of optical vortices. J. Opt. Soc. Am. B 1997; 14: 3054-3065.
[9] Kotlyar VV. Generation of phase singularity through diffracting a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate. J. Opt. Soc. Am. A 2005; 22: 849-861.
[10] Handbook of Mathematical Functions. Ed. by Abramovitz M, Stegun IA. National Bureau of Standards, Applied Math. Series 1965.
[11] Durnin J, Miceli JJ, Eberly JH. Difraction-free beams. Phys. Rev. Lett. 1987; 58: 1499-1501.
[12] Gori F, Guattari G, Padovani C. Bessel-Gauss beams. Opt. Commun. 1987; 64(6): 491–495.
[13] Prudnikov AP, Brychkov YuA, Marichev OI. Integrals and Series. Special Functions [In Russian]. Moscow: “Nauka” (Science) Publisher, 1983.
[14] Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements. Ed. by Soifer VA..Willey & Sons, 2002.