

## ОПТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛА СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРОВ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

*Борис Борисович Горбатенко<sup>1,3</sup> (старший научный сотрудник, доцент: gorbor@pochta.ru),*

*Дмитрий Владимирович Лякин<sup>1</sup> (старший научный сотрудник, e-mail: ldv-77@mail.ru),*

*Ольга Александровна Перепелицына<sup>1,2</sup> (доцент, старший научный сотрудник,  
e-mail: perepelitsina@optics.sgu.ru),*

*Владимир Петрович Рябухо<sup>1,2</sup> (профессор, заведующий лабораторией, e-mail: rvp@sgu.ru)*

<sup>1</sup>*Институт проблем точной механики и управления РАН,*

<sup>2</sup>*Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского,*

<sup>3</sup>*Саратовский государственный технический университет*

### Аннотация

Рассмотрены схемные решения для спекл-интерферометров перемещений, в которых максимальные значения амплитуды выходного фотоэлектрического сигнала достигаются согласованием интерферирующих волновых полей. Проанализированы требования для определения взаимного расположения оптических элементов спекл-интерферометра, опорной и контролируемой поверхностей для расчета оптических схем интерферометров с учетом параметров лазерного гауссова пучка. Получены соотношения для оценки ожидаемых значений (среднего, наиболее вероятного и дисперсии) величины выходного фотоэлектрического сигнала спекл-интерферометров с согласованными интерферирующими полями при гладкой и спекл-модулированной опорных волнах.

**Ключевые слова:** спекл-поля, спекл-интерферометр перемещений, гауссов пучок, согласование волновых фронтов, статистические параметры сигнала интерферометра.

### Введение

В лазерных интерферометрах смещений объектов с рассеивающими поверхностями измерительный сигнал формируется в результате интерференции рассеянной волны с опорной волной, имеющей гладкий волновой фронт, или также спекл-модулированной, когда в качестве опорной поверхности используется не зеркало, а шероховатая поверхность [1-5]. Оба этих случая можно отнести к разряду интерференции неидентичных спекл-полей, поскольку их комплексные амплитуды полностью взаимно некоррелированы [6].

Лазерные спекл-интерферометры используются для определения параметров вибраций объектов с рассеивающими поверхностями [7-14], величин линейных микроперемещений, вызванных температурными и механическими возмущениями [15-21], параметров движения рассеивающих жидкостей технического и биологического происхождения [22-26], параметров слоистых структур и оптических неоднородностей [27-30]. Основная оптическая проблема решения перечисленных задач связана с получением максимально возможного сигнала интерферометра в условиях рассеяния и, соответственно, спекл-модуляции объектного лазерного пучка.

В настоящей работе рассматриваются схемные решения для спекл-интерферометров, в которых путем согласования волновых фронтов достигаются максимальные значения амплитуды выходного фотоэлектрического сигнала. При этом рассматриваются принципы построения оптических схем и условия для их количественного расчета и определения необходимых параметров оптических элементов интерферометра, их взаимного расположения с учетом параметров лазерного гауссова пучка. Дается

вывод соотношений для оценки ожидаемых значений выходного фотоэлектрического сигнала в спекл-интерферометрах с согласованными интерферирующими полями при гладкой и спекл-модулированной опорных волнах.

### Согласование волновых фронтов интерферирующих полей в спекл-интерферометрах

Пространственное распределение интенсивности лазерного излучения в выходной плоскости спекл-интерферометра можно записать в виде [1,2,4,5]:

$$I(\xi, t) = I_r(\xi) + I_s(\xi) + 2\sqrt{I_r(\xi)I_s(\xi)} \cos[\Delta\phi(\xi) + \Delta\psi(\xi) + \phi(t)], \quad (1)$$

где  $I_r(\xi)$  и  $I_s(\xi)$  – распределения интенсивностей, соответственно, опорной и сигнальной (объектной) волн;  $\Delta\phi(\xi)$  – случайная разность фаз опорной и объектной волн, вызванная спекл-модуляцией излучения;  $\Delta\psi(\xi)$  – детерминированная разность фаз волн;  $\phi(t)$  – разность фаз, изменяющаяся во времени из-за движения объекта. Детерминированная разность фаз  $\Delta\psi(\xi)$  определяется в общем случае макроформой объектной и опорной поверхностей, различием в оптических путях в ветвях интерферометра и геометрией наложения интерферирующих волн [6]. В отсутствие спекл-модуляции, если опорная и предметная поверхности гладкие, эта разность фаз определяет образование регулярных интерференционных полос в выходной плоскости интерферометра. Для получения максимальной величины

амплитуды фотоэлектрического сигнала интерферометра разность фаз  $\Delta\psi(\xi)$  должна быть постоянной по площади апертуры фотоприемника. Действительно, напряжение на выходе фотоприемника  $U_\Phi(t)$  можно представить в виде

$$U_\Phi(t) = K \iint_{S_\Phi} I(\xi, t) d^2\xi, \quad (2)$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности, определяемый чувствительностью фотоприемника и коэффициентом усиления,  $S_\Phi$  – площадь апертуры фотоприемника. Если обработка сигнала интерферометра производится с фильтрацией постоянной составляющей и выделением информационной переменной части сигнала вне зависимости от уровня постоянной составляющей, то для переменной составляющей сигнала можем записать

$$\tilde{U}_\Phi(t) = 2K\sqrt{I_r I_s} \iint_{S_\Phi} \cos[\Delta\phi + \Delta\psi(\xi) + \phi(t)] d^2\xi, \quad (3)$$

где  $\Delta\phi$  – постоянное слагаемое, а  $I_r$  и  $I_s$  вынесены за знак интеграла как слабо зависящие от координаты  $\xi$  в случае интерференции гладких детерминированных полей.

Рассмотрим два характерных вида интерференционных картин, встречающихся на практике – системы прямолинейных и кольцевых полос. Для первого случая (3) можно записать в виде

$$\tilde{U}_\Phi(t) = 2K\sqrt{I_r I_s} \iint_{S_\Phi} \cos\left[\Delta\phi + \frac{2\pi}{\Lambda}\xi + \phi(t)\right] d^2\xi, \quad (4)$$

где  $\Lambda$  – период полос. Для прямоугольной апертуры фотоприемника длиной  $b$  и шириной  $a$ , ориентированной длинной стороной  $b$  вдоль полос, (4) принимает вид:

$$\tilde{U}_\Phi(t) = 2K\sqrt{I_r I_s} \frac{b\Lambda}{\pi} \sin\left(\frac{\pi a}{\Lambda}\right) \times \cos\left[\Delta\phi + \frac{2\pi}{\Lambda}a + \phi(t)\right]. \quad (5)$$

Амплитуда переменной составляющей сигнала оказывается периодической функцией, ее величина растет с увеличением периода полос  $\Lambda$  и принимает максимальное значение, когда ширина апертуры фотоприемника удовлетворяет соотношению:

$$a = (2N + 1)\Lambda/2, \quad (6)$$

где  $N$  – целое число. При этом следует отметить, что коэффициент модуляции сигнала  $\beta$ , определяемый как отношение амплитуды переменной составляющей к постоянной составляющей, уменьшается с увеличением ширины апертуры фотоприемника:

$$\beta = \sin(\pi a/\Lambda)/(\pi a/\Lambda). \quad (7)$$

Если апертура фотоприемника имеет форму круга диаметра  $D$ , то (4) примет вид:

$$\tilde{U}_\Phi(t) = K\sqrt{I_r I_s} \Lambda D \cdot J_1(\pi D/\Lambda) \cos[\Delta\phi + \phi(t)], \quad (8)$$

где  $J_1(x)$  – функция Бесселя первого рода первого порядка.

Максимальный сигнал наблюдается при  $\Lambda = \infty$  (полное согласование волновых фронтов), а при конечном значении  $\Lambda$ , сравнимом с диаметром апертуры  $D$ , амплитуда сигнала с увеличением  $D$  квазипериодически изменяется, принимая максимальные значения при  $D = 1,22\Lambda$ ;  $1,635\Lambda$ ;  $2,679\Lambda$ ;  $3,7\Lambda$ ; ... Значения максимумов амплитуды несколько возрастают с ростом  $D$ , если интенсивности интерферирующих волн неизменны в сечении пучка.

Для кольцевых интерференционных полос, образующихся при интерференции соосных параболических волн различных радиусов кривизны  $R_s$  и  $R_r$ , уравнение (3) можно привести к виду:

$$\tilde{U}_\Phi(t) = 2K\sqrt{I_r I_s} \times \iint_{S_\Phi} \cos\left[\frac{\pi\Delta R}{\lambda R_r R_s} \xi^2 + \Delta\phi + \phi(t)\right] d^2\xi, \quad (9)$$

где  $\Delta R = R_s - R_r$ . При регистрации сигнала такой дифракционной интерференционной картины, например, для измерения параметров малых вибраций [14], целесообразнее использовать круглую апертуру фотоприемника, располагаемую концентрически по отношению к системе кольцевых интерференционных полос. В этом случае (9) можно преобразовать к виду:

$$\tilde{U}_\Phi(t) = 2K\sqrt{I_r I_s} \frac{\lambda R_r R_s}{\Delta R} 2 \sin\left(\frac{\pi\Delta R}{\lambda R_r R_s} \cdot \frac{D^2}{8}\right) \times \cos\left[\frac{\pi\Delta R}{\lambda R_r R_s} \cdot \frac{D^2}{8} + \Delta\phi + \phi(t)\right]. \quad (10)$$

Амплитуда сигнала, как и при прямолинейных интерференционных полосах, изменяется квазипериодически с увеличением диаметра апертуры  $D$  и при заданных значениях  $R_s$  и  $R_r$  принимает максимальное значение, когда в пределах апертуры укладывается полуцелое число интерференционных полос. Расстояние между полосами

$$\Lambda = \lambda R_r R_s / \Delta R |\xi| \quad (11)$$

уменьшается от центра к периферии, но площадь поля, занимаемого одной полосой, остается постоянной вне зависимости от номера полосы. Амплитуда сигнала увеличивается с уменьшением разности  $\Delta R$  кривизны опорной и сигнальной волн и максимальна при  $\Delta R \approx 0$ , а значит и при  $\Lambda = \infty$ , когда интерферирующие поля полностью согласованы.

Таким образом, для получения максимальной амплитуды переменной составляющей сигнала опорная и предметная волны должны быть предельно согласованными, и в интерференционном поле на апертуре фотоприемника должно быть минимально возможное число полос. С геометрической точки зрения углы между лучами распространения этих волн должны быть минимальными.

На практике рассогласование волновых полей возникает из-за взаимного наклона опорного и предметного зеркал, различной кривизны волновых фронтов и различия оптических путей в опорной и предметной ветвях интерферометра, которые возникают, в основном, из-за несовершенства оптических деталей (делительного кубика, объектива и т.д.).

Полученные выводы справедливы и для спекл-интерферометров, несмотря на наличие случайной составляющей фазы  $\Delta\Phi(\xi)$ . Однако в этом случае в пределах интерференционного поля не наблюдаются регулярные интерференционные полосы, так как они «маскируются» спекл-модуляцией. Поэтому юстировка спекл-интерферометра должна производиться или на зеркальных поверхностях с последующей заменой на шероховатые поверхности, или, пользуясь вышеприведенными выводами, с настройкой выходного сигнала на максимальное значение. Как будет показано ниже, для получения максимального сигнала спеклы выходного поля должны иметь максимальные размеры. Для этого лазерное излучение фокусируют на поверхность измеряемого предмета. При этом макронеровности опорной и предметной поверхностей практически не вносят вклад в детерминированное фазовое распределение  $\Delta\psi(\xi)$ .

Рассмотрим оптические схемы спекл-интерферометров с возможностью максимального согласования интерферирующих полей. Первая схема, предложенная в настоящей работе, является, по существу, модифицированной схемой интерферометра Майкельсона для регистрации нормальных смещений (рис. 1). В ней учитывается гауссовский характер лазерного пучка и закономерности его преобразования многолинзовой системой [31, 32]. Из практических соображений зачастую необходимо использовать длинное объектное плечо интерферометра. Если используется лазер с большой длиной продольной когерентности, то опорное плечо может быть коротким, так, чтобы разность длин плеч интерферометра не превышала длину когерентности.

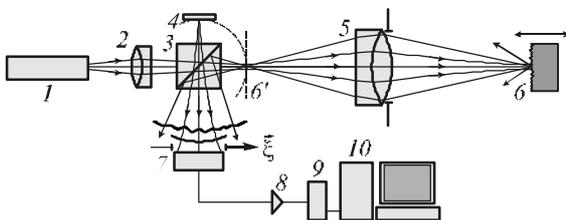


Рис. 1. Спекл-интерферометр с зеркальной опорной поверхностью для измерения нормальных перемещений с согласованными волновыми фронтами: 1 – лазер; 2 – первый фокусирующий объектив; 3 – делительный кубик; 4 – опорная поверхность; 5 – второй фокусирующий объектив; 6 – объект; 7 – фотоприемник; 8 – усилитель; 9 – АЦП; 10 – компьютер

Первый объектив 2 выполняет двойную роль: во-первых, расширяет лазерный пучок для более пол-

ного заполнения апертуры второго фокусирующего объектива 5, что необходимо для более острой фокусировки лазерного пучка на предметную поверхность и получения больших спеклов в объектном поле; во-вторых, переотображает исходную перетяжку лазерного пучка на опорную поверхность. Измеряемая поверхность должна располагаться в плоскости, оптически сопряженной с плоскостью перетяжки лазерного пучка ( $b$  или  $b'$ ). В этом случае оптические поля в плоскости регистрации  $\xi$  будут согласованы по детерминированной разности фаз  $\Delta\psi$ , если делительный кубик 3 и объектив 5 не вносят существенных фазовых искажений. Вышеприведенная схема не требует юстировки углового положения опорной и предметной поверхностей, поскольку это не нарушает согласованности волновых фронтов, необходима лишь юстировка продольного положения этих поверхностей. Расчет взаимного положения лазера, оптических элементов 2 – 5 и поверхности 6 можно произвести с помощью матричной оптики [31, 32].

В интерферометре (рис. 1) может быть использована как гладкая, так и шероховатая опорная поверхность. Определим сначала эффективную апертуру фотоприемника в выходной плоскости интерферометра для гладкой опорной волны. Эта апертура будет определяться апертурой опорного пучка и поперечными размерами спеклов объектного поля при полностью согласованных волновых фронтах интерферирующих пучков.

Диаметр перетяжки лазерного пучка по интенсивности  $2w_{06}$  на поверхности объекта 6 (рис. 1) зависит от диаметра пучка по интенсивности  $2w_5$  в апертуре объектива 5, расстояния от объектива до поверхности  $z_{56}$  и от уровня сферических aberrаций объектива 5 и может быть оценен [31,32] с помощью соотношения

$$2w_{06} \approx b \frac{\lambda z_{56}}{\pi w_5}, \quad (12)$$

где  $b$  – коэффициент, учитывающий сферические aberrации объектива 5 ( $b > 1$ ). В свою очередь, поперечные размеры спеклов  $\epsilon_{15}$  предметного поля в апертуре объектива 5 определяются в соответствии с теоремой Ван-Циттерта-Цернике соотношением [2,4,33]:

$$\epsilon_{15} \approx \frac{\lambda z_{56}}{\pi w_{06}}, \quad (13)$$

где  $\epsilon_{15}$  понимается как диаметр окружности, в которую можно вписать спекл.

Отсюда получим, что

$$2w_5 \approx b \epsilon_{15}. \quad (14)$$

Следовательно, угловая апертура опорного пучка на выходе интерферометра приблизительно в  $b$  раз превышает угловые размеры спеклов предметного поля. В отсутствии aberrаций угловая апертура

опорного пучка будет приблизительно равна угловым размерам спеклов предметного поля. Таким образом, при работе спекл-интерферометра с гладкой опорной волной интерференционное поле занимает область нескольких спеклов предметной волны. Для перехода в режим регистрации многих спеклов необходимо или увеличить апертуру опорной волны, или уменьшить размеры спеклов, сохраняя при этом согласованность волновых фронтов. Апертуру опорной волны можно увеличить, например, путем использования выпуклого сферического опорного зеркала. Уменьшить размеры спеклов по отношению к сечению опорного пучка можно путем продольного смещения поверхности объекта при соответствующем смещении опорной поверхности. Однако в этом случае, как будет показано ниже, амплитуда сигнала уменьшится.

Кардинальным способом расширения угловой апертуры опорного пучка является использование рассеивающей опорной поверхности. В этом случае спекл-интерферометр может работать в режиме интерференции двух неидентичных спекл-полей с возможностью регистрации интерференционного сигнала как в пределах одного спекла, так и многих спеклов. Интересной и перспективной в этом случае является возможность использования матричного фотоприемника с квазипараллельной обработкой интерференционного сигнала от двух и более спеклов для формирования квазиквадратурных сигналов [7,8,34-36] с целью определения направления смещения поверхности и восстановления закона движения. Кроме этого спекл-модулированное опорное поле позволяет менять реализации результирующего интерференционного спекл-модулированного сигнала путем изменения реализации опорного спекл-поля при поперечном смещении шероховатой опорной поверхности. Это дает возможность адаптивной настройки интерферометра по амплитуде и фазовым соотношениям выходных фотоэлектрических сигналов, формируемых матрицей фотоприемников.

Другой важной в практических целях схемой интерферометра с обоими спекл-модулированными волнами является схема дифференциального спекл-интерферометра [15,17,18,37] (рис. 2).

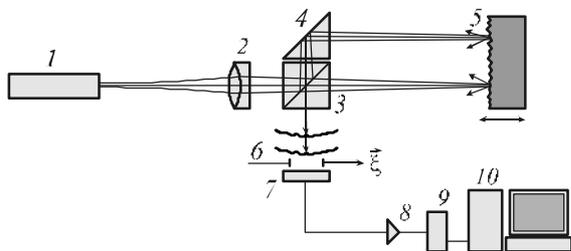


Рис. 2. Дифференциальный спекл-интерферометр с длиннофокусным фокусирующим объективом: 1 – лазер; 2 – фокусирующий объектив; 3 – светоделитель; 4 – поворотная призма; 5 – исследуемая поверхность; 6 – апертура фотоприемника; 7 – фотоприемник; 8 – усилитель; 9 – АЦП; 10 – компьютер

В этом интерферометре интерферируют два предметных поля. Объектив 2 служит для фокусировки лазерного пучка на исследуемую поверхность, что необходимо для увеличения размеров спеклов в выходном поле и повышения амплитуды сигнала. Однако в варианте схемы на рис. 2 интерферирующие поля не будут согласованными по своим детерминированным фазовым распределениям из-за различных расстояний  $z_1$  и  $z_2$  от поверхности до плоскости регистрации,

$$\Delta\psi(\xi) = \frac{\pi(z_1 - z_2)}{\lambda z_1 z_2} \xi^2, \quad (15)$$

(см. также уравнение (9)). В этом случае существует сравнительно малая область в выходной плоскости интерферометра с приблизительно согласованными полями. Размеры области будут превышать поперечные размеры спеклов при выполнении условия:

$$\left| \frac{\lambda z_1 z_2}{z_1 - z_2} \right|^{1/2} \geq \frac{\lambda \bar{z}_{1,2}}{2w_{05\min}}, \quad (16)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  – расстояния от исследуемой поверхности до плоскости регистрации;  $\bar{z}_{1,2}$  – среднее расстояние;  $2w_{05\min}$  – минимальный диаметр лазерных пятен на поверхности. При этом, как экспериментально нами установлено, центр квазисогласованных волновых фронтов совпадает с главной оптической осью системы и не меняет своего положения при изменении ориентации рассеивающей поверхности объекта. Это очень важное практическое свойство данного интерферометра.

Нами также установлено, что расширение области согласования полей обеспечивается использованием двух фокусирующих объективов в обоих плечах интерферометра, как это показано на рис. 3.

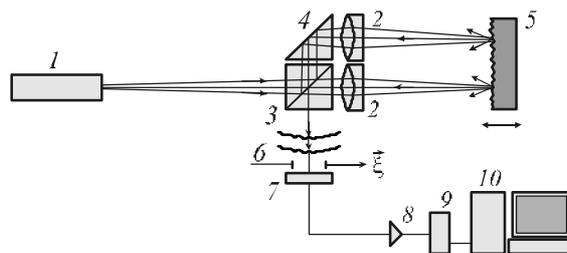


Рис. 3. Дифференциальный спекл-интерферометр с согласованными интерферирующими полями (обозначения те же, что и на рис. 2)

С технической точки зрения, для компактности системы и возможности исследования взаимного смещения близкорасположенных участков поверхности необходимо использовать объективы, склеенные с соответствующими гранями делителя и поворотной призмы. Важно отметить, что при расчете оптической схемы такого спекл-интерферометра оба фокусирующих объектива должны переотобразить перетяжку лазерного пучка на исследуемую поверхность с учетом прохождения пучков через делитель и поворотную призму, как через плоскопараллель-

ные пластины. Положение лазера относительно объективов при этом будет фиксированным и его изменение повлечет за собой определенное рассогласование интерферирующих полей.

Рассмотрим еще одну схему спекл-интерферометра с обоими спекл-модулированными интерферирующими полями, которую также можно отнести к дифференциальным схемам (рис. 4) [20,22,23].

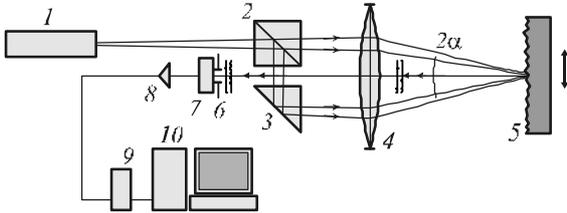


Рис. 4. Дифференциальный спекл-интерферометр для измерения поперечных смещений поверхности:

- 1 – лазер; 2 – делитель; 3 – поворотная призма;
- 4 – объектив; 5 – исследуемая поверхность; 6 – апертура фотоприемника 7; 8 – усилитель; 9 – АЦП;
- 10 – компьютер

В отличие от вышерассмотренных, эта схема чувствительна не к нормальным смещениям поверхности, а к поперечным. Согласование волновых фронтов достигается путем совпадения в поперечном направлении на исследуемой поверхности перетяжек освещающих пучков. Регистрация интерференционного сигнала осуществляется приблизительно по направлению биссектрисы угла между освещающими пучками, совпадающей с оптической осью объектива. Распределение интенсивности в плоскости регистрации можно представить в виде уравнения

$$\begin{aligned}
 I(\vec{\xi}, t) = & I_{s1}(\vec{\xi}, t) + I_{s2}(\vec{\xi}, t) + \\
 & + 2\sqrt{I_{s1}(\vec{\xi}, t)I_{s2}(\vec{\xi}, t)} \times \\
 & \times \cos[\phi_{s1}(\vec{\xi}, t) + \phi_{s2}(\vec{\xi}, t) + \\
 & + \Delta\psi + \frac{2\pi}{\lambda} 2\sin \alpha \cdot g_x(t)],
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

где  $I_{s1}(\vec{\xi}, t)$ ,  $I_{s2}(\vec{\xi}, t)$  – стационарные пространственные распределения интенсивностей спекл-полей в плоскости регистрации, формируемых отдельно первым и вторым лазерными пучками;  $\alpha$  – угол падения лазерных пучков на поверхность;  $g_x(t)$  – тангенциальная составляющая смещения поверхности.

Если смещение поверхности  $g_x$  меньше диаметра пятен на поверхности, то практически отсутствует динамика спекл-структур в рассеянном поле, формируемом каждым в отдельности лазерным пучком. В этом случае первые два слагаемых и множитель косинуса в (17) не зависят от времени. При смещениях поверхности  $g_x$ , превышающих диаметр пятна, в каждом спекл-поле появляются флуктуации интенсивности и фазы  $\phi_{s1}$  и  $\phi_{s2}$ , которые в соответ-

ствии с (17) приводят к дополнительной динамике интенсивности результирующего интерференционного сигнала [9,12,21,38]. При этом важно, чтобы интерференционный сигнал, обусловленный последним слагаемым в аргументе косинуса, мог быть выделен на фоне спекл-модуляции интерференционного сигнала. Такая возможность реализуется при условии частотного разделения этих сигналов. Это условие для рассматриваемого интерферометра можно записать в виде:

$$\frac{\lambda}{w_{05}} < 2 \sin \alpha .
 \tag{18}$$

Из (18) следует, что для заданного значения диаметра перетяжки лазерных пучков на поверхности  $2w_{05}$  необходимо устанавливать соответствующий угол падения этих пучков  $\alpha$ . При этом требования оптимизации схемы интерферометра становятся противоречивыми, поскольку, с одной стороны, для увеличения амплитуды сигнала необходимо увеличение размеров спеклов и, следовательно, необходимо уменьшение диаметра освещенного пятна, с другой стороны, это требует согласно (18) соответствующего увеличения угла падения  $\alpha$ , что ограничивается схемными возможностями. В реальных системах из-за aberrаций фокусирующего объектива и наклонного падения лазерных пучков трудно сформировать на поверхности пятно малого диаметра, сравнимого с дифракционно ограниченным пятном. Поэтому соотношение (18) сравнительно легко достижимо.

Согласование волновых фронтов интерферирующих спекл-полей в интерферометре на рис. 4 достигается путем юстировки направлений распространения лазерных пучков, падающих на объектив 4. Оптические оси этих пучков должны лежать в одной плоскости. Тогда за объективом эти направления пересекутся в точке, которую необходимо совместить с поверхностью объекта. Последнее достигается путем продольного смещения поверхности. При этом в выходном поле должна сформироваться спекл-модулированная картина без интерференционных полос в пределах отдельных спеклов. Более точное согласование осуществляется по максимуму фотоэлектрического сигнала.

Таким образом, на примере базовых схемных решений рассмотрены физические принципы и критерии взаимного расположения элементов схем спекл-интерферометров. Расчет оптической схемы в зависимости от характера решаемой задачи и объекта исследований может быть выполнен с помощью матричной оптики [30,31], позволяющей учитывать прохождение гауссова лазерного пучка через многокомпонентную оптическую систему.

Ниже рассмотрены основные положения для оценки амплитуды выходного фотоэлектрического сигнала в зависимости от мощности лазера, коэффициента отражения поверхности исследуемого объекта, апертуры фотоприемника и его коэффици-

ента первичного преобразования. Такая оценка требуется для определения необходимых параметров фотоэлектрического блока интерферометра.

### Оценка амплитуды фотоэлектрического сигнала спекл-интерферометра

Напряжение фотоприемника интерферометра пропорционально мощности светового поля, попадающего в приемную апертуру (см. выражение (2)). Для спекл-интерферометра характерны режимы регистрации интерференционного сигнала в пределах одного, нескольких и многих спеклов. При этом, в силу случайности распределения интенсивности и фазы объектного поля, амплитуда сигнала также будет случайной величиной. Ниже описывается процедура оценки амплитуды сигнала спекл-интерферометра с опорными волнами в виде гладкого и спекл-модулированного полей в зависимости от параметров оптической схемы, лазерного источника и фотоприемника. Методика расчета основывается на учете размеров спеклов, гауссова характера пучка и соотношений между апертурой пучка и размерами спеклов в апертуре фотоприемника при согласованных волновых фронтах интерферирующих полей.

#### Спекл-интерферометр с гауссовым опорным пучком

В качестве базовой схемы интерферометра с гладкой опорной волной проанализируем схему на рис. 1. При оптимальном согласовании интерферирующих полей опорный пучок покрывает лишь несколько спеклов объектного поля. Следовательно, эффективная апертура фотоприемника, равная апертуре опорного пучка, будет включать от одного до нескольких спеклов в зависимости от остроты фокусировки лазерного пучка на исследуемую поверхность.

Оценим сначала амплитуду сигнала при интерференции опорной волны с объектным полем в одном спекле. Будем использовать следующую физическую модель. Объектное поле состоит из пятен (спеклов) средней площади  $\delta_s$  с некоторой постоянной интенсивностью  $I_s$ , имеющей случайное значение в каждом спекле, и постоянной, но также случайной фазой  $\phi_s$ . Такая модель, очевидно, требует совершенства, поскольку не учитывает изменения интенсивности в спеклах и разброс размеров спеклов, попадающих в апертуру фотоприемника.

Напряжение сигнала фотоприемника от одного спекла можно представить в виде

$$U_1(t) = KI_r \delta_s + KI_s \delta_s + 2K \delta_s I_s^{1/2} I_r^{1/2} \cos[\Delta\phi_s + \phi(t)], \quad (19)$$

где  $\Delta\phi_s = \phi_r - \phi_s$  – разность фаз опорной и объектной волн. При отсутствии флуктуаций интенсивности объектного поля фотоэлектрический сигнал будет включать постоянную  $U_{10}$  и информативную переменную  $\tilde{U}_1(t)$  составляющие:

$$U_1(t) = U_{10} + \tilde{U}_1(t). \quad (20)$$

Значения этих составляющих случайны в силу случайности значений  $I_s$ , площади спекла  $\delta_s$  и разности фаз  $\Delta\phi_s$ . Начальная фаза переменной составляющей  $\Delta\phi_s$  в силу детерминированности  $\phi_r$  будет иметь плотность распределения вероятности фазы спекла  $\phi_s$ , которая имеет равномерное распределение [4,33,39].

Оценим статистические характеристики амплитуды переменной составляющей  $u_1$ :

$$u_1 = 2K \delta_s I_s^{1/2} I_r^{1/2}. \quad (21)$$

Плотность распределения интенсивности поля в спекле для развитого спекл-поля имеет вид экспоненциальной функции [4,33,39]:

$$P(I_s) = \frac{1}{\langle I_s \rangle} \exp\left[-\frac{I_s}{\langle I_s \rangle}\right], \quad (22)$$

где  $\langle I_s \rangle$  – среднее значение интенсивности объектного поля. Используя процедуру преобразования плотностей распределения вероятностей [39,40], а также результаты работ [7,8] с корректировкой, заключающейся в учете площади спеклов  $\delta_s$ , получим следующие статистические характеристики амплитуды переменной составляющей сигнала: плотность распределения амплитуды

$$P(u_1) = \frac{u_1}{2K^2 \delta_s^2 I_r \langle I_s \rangle} \exp\left[-\frac{u_1^2}{4K^2 \delta_s^2 I_r \langle I_s \rangle}\right], \quad (23)$$

среднее значение

$$\langle u_1 \rangle = K \delta_s \sqrt{\pi I_r \langle I_s \rangle}, \quad (24)$$

наиболее вероятное значение

$$\langle u_{1p} \rangle = K \delta_s \sqrt{2 I_r \langle I_s \rangle}, \quad (25)$$

дисперсия

$$\sigma_1^2 = 2K^2 \delta_s^2 I_r \langle I_s \rangle. \quad (26)$$

Если поперечные размеры спеклов объектного поля  $\epsilon_1$  меньше диаметра опорного пучка, то в эффективную апертуру фотоприемника попадает несколько спеклов. В этом случае результирующий сигнал интерферометра можно рассматривать как сумму сигналов от отдельных спеклов. Поскольку каждый такой сигнал имеет гауссово распределение, то и суммарный результирующий сигнал имеет гауссово распределение [41,42] с дисперсией, равной сумме дисперсий отдельных слагаемых:

$$\sigma_\Sigma^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_{i1}^2 = \sum_{i=1}^N 2K^2 \delta_s^2 I_{ri} \langle I_s \rangle = 2K^2 \delta_s^2 N \bar{I}_r \langle I_s \rangle, \quad (27)$$

где  $N$  – число спеклов, попадающих в эффективную апертуру фотоприемника;  $I_{ri}$  – интенсивность

опорного поля в  $i$ -ом спекле объектного поля;  $\bar{I}_r$  – средняя интенсивность опорного поля, которая для гауссова пучка равна половине интенсивности  $I_{r_0}$  на оси пучка. Если мощность лазера  $P_0$ , то

$$I_{r_0} = a_r P_0 / \pi w^2, \tag{28}$$

где  $w$  – радиус гауссова пучка в плоскости регистрации,  $a_r$  – потери мощности пучка при его прохождении через оптические элементы интерферометра. Число спеклов  $N$ , попадающих в приемную апертуру, можно оценить как отношение площади опорного пучка  $\pi w^2$  к средней площади спеклов  $\pi \epsilon_{\perp}^2 / 4$ :

$$N = 4w^2 / \epsilon_{\perp}^2. \tag{29}$$

С учетом сделанных замечаний (27) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{\Sigma}^2 &= 2K^2 \left( \frac{\pi \epsilon_{\perp}^2}{4} \right)^2 \frac{4w^2}{\epsilon_{\perp}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a_r P_0}{\pi w^2} \langle I_s \rangle = \\ &= K^2 \frac{\pi \epsilon_{\perp}^2}{4} a_r P_0 \langle I_s \rangle. \end{aligned} \tag{30}$$

Поскольку амплитуда результирующего сигнала интерферометра имеет распределение Рэлея, то ее среднее значение и наиболее вероятное значение связаны с дисперсией соотношениями [38,39]:

$$\langle u_{\Sigma} \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{2} \sigma_{\Sigma}^2}, \tag{31}$$

$$\langle u_{\Sigma p} \rangle = \sqrt{\sigma_{\Sigma}^2}, \tag{32}$$

т.е.

$$\langle u_{\Sigma} \rangle = K \frac{\pi \epsilon_{\perp}}{2} \sqrt{\frac{1}{2} a_r P_0 \langle I_s \rangle}, \tag{33}$$

$$\langle u_{\Sigma p} \rangle = K \frac{\epsilon_{\perp}}{2} \sqrt{\pi a_r P_0 \langle I_s \rangle}. \tag{34}$$

Для увеличения амплитуды выходного сигнала (его среднего и наиболее вероятного значений) необходимо иметь большее значение средней интенсивности объектного поля и максимально возможные размеры спеклов этого поля. И то и другое достигается уменьшением степени шероховатости поверхности объекта. Кроме этого, уменьшение сферических aberrаций фокусирующего объектива (5 на рис. 1) также приводит к увеличению размеров спеклов. При этом, как показано выше, максимальный размер спеклов  $\epsilon_{\perp \max}$  будет приблизительно равен диаметру опорного пучка  $2w$ . Из полученных соотношений (33) и (34) также следует целесообразность увеличения угловой апертуры лазерного пучка, падающего на фокусирующий объектив 5 (рис. 1). Если это не сопровождается увеличением сферических aberrаций в пучке, то приводит к увеличению размеров спеклов  $\epsilon_{\perp}$  в плоскости регистрации за счет уменьше-

ния лазерного пятна на шероховатой поверхности объекта.

Потери мощности опорного пучка  $a_r$  в основном определяются отражениями на поверхностях оптических элементов. Потери предметного пучка  $a_s$  в основном вызваны рассеянием на шероховатой поверхности. Для схемы на рис. 1 эти потери могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} a_r &= (1-r_2)(1-r_3)r_3r_4, \\ a_s &= (1-r_2)(1-r_3)(1-r_5)^2 r_3r_6, \end{aligned} \tag{35}$$

где  $(1-r_2)$  и  $(1-r_5)$  – коэффициенты пропускания объективов 2 и 5, соответственно;  $r_3$  – коэффициент отражения гипотенузной грани делительного кубика;  $r_4$  – коэффициент отражения опорной поверхности;  $r_6$  – интегральный коэффициент отражения исследуемой поверхности, учитывающий диффузное рассеяние лазерного пучка. Среднюю интенсивность предметной волны можно выразить через мощность лазерного пучка:

$$\langle I_s \rangle = \frac{a_s P_0}{2\pi w_{01}^2}, \tag{36}$$

где  $w_{01}$  – радиус перетяжки лазерного пучка. Подставляя (36) и (35) в (33), получим выражение для средней амплитуды сигнала

$$\langle u_{\Sigma} \rangle = \frac{K \epsilon_{\perp} P_0 r_3 \sqrt{\pi}}{4w_{01}} (1-r_2)(1-r_5)(r_4 r_6)^{1/2} (1-r_3). \tag{37}$$

Это выражение позволяет сделать оценку ожидаемых значений амплитуды сигнала при заданной мощности  $P_0$ , радиусе перетяжки  $w_{01}$  и известных коэффициентах отражения поверхностей оптических элементов, опорной и исследуемой поверхностей.

Для увеличения амплитуды сигнала коэффициент отражения делительной грани светоделителя  $r_3$  должен быть равен 0,5. При использовании однолинзовых объективов 2 и 5 без просветляющих поверхностей  $r_2 = r_5 \approx 0,08$ . Коэффициент отражения зеркальной поверхности  $\sim 0,9$ . Тогда (37) можно записать в виде:

$$\langle u_{\Sigma} \rangle \approx 0,1K \epsilon_{\perp} \frac{P_0}{w_{01}} r_6^{1/2}, \tag{38}$$

где  $\epsilon_{\perp}$  и  $r_6$  необходимо определить экспериментальным путем.

Если же проще экспериментально определить среднюю интенсивность предметного поля  $\langle I_s \rangle$ , то для оценки  $\langle u_{\Sigma} \rangle$  удобнее пользоваться выражением (33), которое можно записать в следующем виде:

$$\langle u_{\Sigma} \rangle \approx 0,5K \epsilon_{\perp} (P_0 \langle I_s \rangle)^{1/2}. \tag{39}$$

Полученные выражения позволяют проводить оценку средних амплитудных значений сигнала на

выходе спекл-интерферометра с гладкой гауссовой опорной волной.

Интерферометр со спекл-модулированной опорной волной

В дифференциальных спекл-интерферометрах (рис. 2–4) опорная волна, как и предметная, спекл-модулирована. Такая же волна, как установлено в настоящей работе, может быть использована целенаправленно и в спекл-интерферометре Майкельсона нормальных смещений с автономной опорной поверхностью. В этом случае опорная поверхность также должна быть рассеивающей (рис. 5).

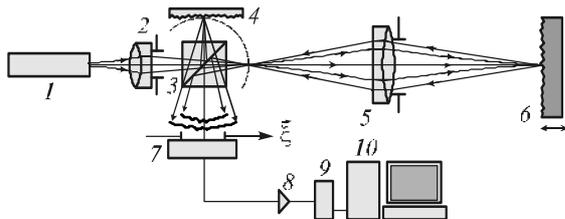


Рис. 5. Спекл-интерферометр с согласованными волновыми фронтами для измерения нормальных перемещений: 1 – лазер; 2 – первый фокусирующий объектив; 3 – делительный кубик; 4 – рассеивающая опорная поверхность; 5 – второй фокусирующий объектив; 6 – объект; 7 – фотоприемник; 8 – усилитель; 9 – АЦП; 10 – компьютер

Спекл-модулированная опорная волна может существенно образом расширить эффективную угловую апертуру спекл-интерферометра и реализовать регистрацию выходного сигнала в режиме большого числа спеклов. Это необходимо для организации многоапертурного фотоприема, позволяющего формировать фазоразностные квазиквадратурные выходные сигналы [7,8,34–36]. В спекл-интерферометрах с гладкой гауссовой опорной волной угловая апертура интерференционного поля на выходе интерферометра равна угловой апертуре гауссового опорного пучка и определяется фокусным расстоянием линзы 2 на рис. 1. Если опорная поверхность диффузно рассеивающая (рис. 5), то опорная волна имеет существенно большую угловую апертуру, которая определяется радиусом корреляции и дисперсией неровностей этой поверхности [39,40,43]. Для сильно шероховатых поверхностей угловая апертура рассеянного поля близка к  $2\pi$  стерадиан, а угловая апертура опорной волны ограничивается апертурой делительного кубика 3. В этом случае угловая апертура интерференционного поля определяется угловой апертурой предметной волны, которая ограничивается апертурой объектива 5 (рис. 5). Таким образом, число спеклов в интерференционном поле будет равно числу спеклов в предметной волне, т.е. числу спеклов, укладывающихся в апертуру фокусирующего объектива 5. Из соотношений (12) и (13) следует, что это число может быть оценено с помощью выражения

$$N = b \frac{D}{2w_{05}}, \quad (40)$$

где  $D$  – диаметр апертуры объектива;  $2w_{05}$  – диаметр лазерного гауссова пучка в плоскости апертурной диафрагмы фокусирующего объектива 5;  $b$  – коэффициент, учитывающий увеличение диаметра перетяжки лазерного пучка на поверхности из-за аберраций объектива.

В спекл-интерферометрах со спекл-модулированной опорной волной, также как и с гладкой опорной волной, выходной сигнал будет иметь случайную амплитуду и начальную фазу в зависимости от реализации спекл-структуры как объектного поля, так и, что важно отметить, опорного поля. При этом, если спекл-структура опорного поля остается неизменной, поэтому ее следует считать детерминированной, то статистические характеристики переменной составляющей фотоэлектрического сигнала будут совпадать со статистическими характеристиками сигнала спекл-интерферометра с гладким опорным пучком. Иными словами, справедливы выражения (24)–(27), в которых под  $I_r$  следует понимать среднюю интенсивность спекл-модулированного опорного поля.

Несколько иные результаты получим, если изменятся также реализации спекл-структуры опорного поля. Эта ситуация характерна для дифференциальных интерферометров, схемы которых изображены на рис. 2–4. При смене реализации исследуемой поверхности одновременно меняются реализации спекл-структур объектного и опорного полей.

Рассмотрим статистические характеристики переменной составляющей фотоэлектрического сигнала такого интерферометра сначала для случая регистрации поля в пределах одного спекла, а затем для режима регистрации многих спеклов. Амплитуда переменной составляющей сигнала определяется выражением (21), в которой  $I_r$  и  $I_s$  – интенсивности опорного и предметного полей – являются случайными величинами. Следуя правилу преобразования случайных величин и процессов [39,41], для совместной плотности вероятности  $p(u_1, I_r)$  получим выражение

$$p(u_1, I_r) = p(I_s, I_r) \left| \frac{\partial I_s(I_r)}{\partial u_1} \right| = p(I_s) p(I_r) \frac{u_1}{2K^2 \delta_s^2 I_r}, \quad (41)$$

где учтена статистическая независимость случайных величин  $I_r$  и  $I_s$ . Будем полагать, что опорное и предметное поля имеют развитые спекл-структуры с отрицательной экспоненциальной плотностью вероятности [4,33,39]. Тогда

$$p(u_1, I_r) = \frac{2u_1}{\langle I_s \rangle \langle I_r \rangle 4K^2 \delta_s^2 I_r} \times \exp \left[ -\frac{u_1^2}{4K^2 \delta_s^2 \langle I_s \rangle I_r} - \frac{I_r}{\langle I_r \rangle} \right]. \quad (42)$$

Для получения искомой плотности вероятности амплитуды фотоэлектрического сигнала  $p(u_1)$  не-

обходимо проинтегрировать (42) по переменной  $I_r$ . Используя [44, 354], получим:

$$p(u_1) = \frac{u_1}{\alpha^2} K_0\left(\frac{u_1}{\alpha}\right), \quad (43)$$

где  $\alpha = K\delta_s\sqrt{\langle I_s \rangle \langle I_r \rangle}$ ,  $K_0(x)$  – цилиндрическая функция Макдональда нулевого порядка [44,45]. На рис. 6 приведен график функции плотности вероятности амплитуды сигнала, построенный по табличным значениям функции  $K_0(x)$  [45].

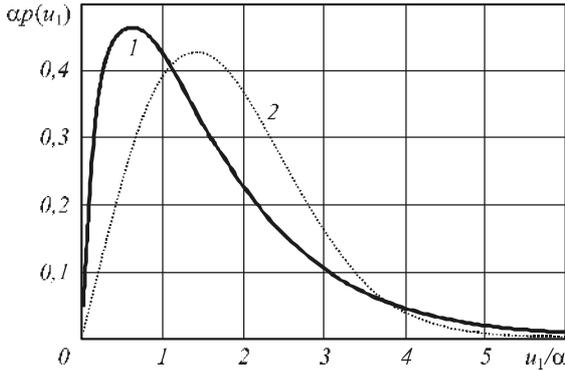


Рис. 6. Плотность распределения вероятности амплитуды фотоэлектрического сигнала спекл-интерферометра со спекл-модулированной опорной волной.

Кривая 1 соответствует формуле  $\alpha p(u_1) = \frac{u_1}{\alpha} K_0\left(\frac{u_1}{\alpha}\right)$ ,

$$\text{кривая 2} - \alpha p(u_1) = \frac{u_1}{2\alpha} \exp\left(-\frac{u_1^2}{4\alpha^2}\right)$$

Полученное распределение плотности вероятности по внешнему виду (кривая 1 на рис.6) похоже на распределение Рэлея (23) для амплитуды сигнала спекл-интерферометра с гладкой опорной волной при регистрации поля в одном спекле (кривая 2 на рис.6). Из графика 1 на рис. 6 легко определить наиболее вероятное значение амплитуды сигнала:

$$\langle u_{1p} \rangle \approx 0,58K\delta_s\sqrt{\langle I_s \rangle \langle I_r \rangle}, \quad (44)$$

которое почти совпадает с наиболее вероятным значением амплитуды сигнала спекл-интерферометра с гладкой опорной волной (см. (25)).

Для вычисления среднего значения амплитуды сигнала воспользуемся интегральным представлением функции  $K_0(x)$  [44,45]:

$$\begin{aligned} \langle u_1 \rangle &= \int_0^\infty u_1 p(u_1) du_1 = \int_0^\infty \frac{u_1^2}{\alpha^2} K_0\left(\frac{u_1}{\alpha}\right) du_1 = \\ &= \frac{1}{\alpha^2} \int_0^\infty u_1^2 \frac{1}{2} \int_0^\infty z^{-1} \exp\left(-z - \frac{u_1^2}{4\alpha^2 z}\right) dz du_1. \end{aligned} \quad (45)$$

Интегрируя сначала по  $u_1$ , а затем по  $z$ , получим

$$\langle u_1 \rangle = \sqrt{\pi}\alpha\Gamma(3/2) = 0,886 \cdot K\delta_s\sqrt{\pi\langle I_s \rangle \langle I_r \rangle}, \quad (46)$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция. Дисперсия амплитуды сигнала определяется выражением

$$\begin{aligned} \sigma_{u_1}^2 &= \langle u_1^2 \rangle - \langle u_1 \rangle^2 \approx 4\alpha^2 - 0,8\pi\alpha^2 = \\ &= 1,5\alpha^2 = 1,5K^2\delta_s^2\langle I_s \rangle \langle I_r \rangle. \end{aligned} \quad (47)$$

Таким образом, сравнивая (44), (46) и (47) с (18) – (26), видим, что наиболее вероятное, среднее значение и дисперсия амплитуды сигнала спекл-интерферометров с гауссовой и спекл-модулированной волнами почти совпадают. При проведении статистического эксперимента эти различия, видимо, трудно обнаруживаемы. При регистрации интерференционного поля в режиме многих спеклов в силу центральной предельной теоремы теории вероятностей переменная составляющая фотоэлектрического сигнала будет иметь нормальное распределение с нулевым средним, равномерное распределение фазы и распределение Рэлея для амплитуды. Следовательно, дисперсия сигнала равна сумме дисперсий сигналов от отдельных спеклов

$$\sigma_\Sigma^2 = 1,5NK^2\delta_s^2\langle I_s \rangle \langle I_r \rangle, \quad (48)$$

среднее значение амплитуды суммарного сигнала равно

$$\langle u_\Sigma \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_\Sigma = K\delta_s\sqrt{0,8\pi N\langle I_s \rangle \langle I_r \rangle}, \quad (49)$$

наиболее вероятное значение амплитуды –

$$\langle u_{\Sigma p} \rangle = \sqrt{\sigma_\Sigma^2} = K\delta_s\sqrt{1,5N\langle I_s \rangle \langle I_r \rangle}. \quad (50)$$

Таким образом, измеряя средние значения интенсивностей опорной и предметной волн, средний размер спеклов и их число в пределах апертуры фотоприемника можно оценить ожидаемые значения амплитуды фотоэлектрического сигнала спекл-интерферометра со спекл-модулированной опорной волной.

### Заключение

Рассмотрены схемы спекл-интерферометров на базе модифицированного интерферометра Майкельсона для регистрации нормальных смещений рассеивающей поверхности и на базе дифференциальных интерферометров для регистрации поперечных смещений поверхности. Проанализированы условия согласования волновых фронтов интерферирующих полей по детерминированным фазовым распределениям с учетом гауссова характера лазерного пучка. При этом принималось во внимание, что рассеянная спекл-модулированная предметная волна приобретает параболическое детерминированное фазовое распределение, как в гауссовом лазерном пучке, при фокусировке освещающего излучения на рассеивающую поверхность. Изложенные принципы построения оптических схем интерферометров позволяют сформулировать основные исходные требования и данные для расчета оптической схемы и определения параметров оптических элементов интерферометра. Расчет схемы необходимо производить по формулам преобразования га-

усова пучка многокомпонентной оптической системой. При этом следует иметь в виду, что влияние сферических аберраций и астигматизма оптических элементов может свести к минимуму усилия по согласованию интерферирующих полей по детерминированным фазовым распределениям, поскольку в этом случае полному согласованию полей будут мешать неидентичные фазовые искажения в опорном и предметном пучках, уменьшающие амплитуду выходного сигнала интерферометра. Поэтому оптические элементы интерферометра должны быть рассчитаны на минимум аберраций гауссовых пучков с учетом их эффективных угловых апертур. В этом отношении наиболее привлекательными являются схемы интерферометров с минимальным числом оптических элементов.

В предположении о полной согласованности интерферирующих полей получены соотношения для оценки ожидаемых значений величин (средней, наиболее вероятной и дисперсии) амплитуды фотоэлектрического сигнала интерферометров с гауссовой и спекл-модулированной опорными волнами. Показано, что интерферометр с гауссовой опорной волной работает, фактически, в режиме регистрации интерференционного поля в пределах одного или нескольких спеклов. При этом, важно отметить, средняя амплитуда сигнала не зависит от параметров первого фокусирующего объектива, служащего для согласования опорного и предметного полей, поскольку изменение угловой апертуры опорного пучка влечет за собой такое же изменение размеров спеклов предметного поля.

Переход в режим регистрации многих спеклов при гладкой опорной волне влечет за собой рассогласование полей и снижение амплитуды сигнала. Использование в качестве опорного спекл-модулированного поля сопровождается увеличением угловой апертуры интерференционного поля и позволяет реализовать многоспекловый режим регистрации. Это имеет место в дифференциальном спекл-интерферометре поперечных смещений (рис. 4). В общем случае амплитуда выходного сигнала при спекл-модулированной опорной волне будет меньше, чем при гладкой гауссовой, поскольку ее средняя интенсивность имеет существенно меньшее значение из-за диффузного рассеяния. Повысить среднюю интенсивность опорной волны можно путем использования опорной поверхности с узкой индикатрисой рассеяния. В целом, как следует из полученных соотношений, для повышения амплитуды сигнала необходимо увеличение средних интенсивностей предметной и опорной волн, увеличение размеров спеклов и их числа в пределах апертуры фотоприемника.

При спекл-модулированном опорном пучке может быть использован матричный фотоприемник для получения фазоразностных сигналов, позволяющих в гомодинном режиме работы интерферометра определять направление и закон движения рассеивающей поверхности.

### Благодарности

Авторы благодарят В.В. Лычагова и Л.А. Максимова за помощь в экспериментальных исследованиях. Работа выполнена при поддержке аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы), проекты № 2.1.1/4973 и № 2.1.1/2950.

### Литература

1. Laser speckle and related phenomena. Topics in Applied Physics / Ed. J.C.Dainty. V.9. – Berlin: Springer-Verlag, 1975. – 286 p.
2. Франсон, М. Оптика спеклов / М. Франсон; пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 171 с.
3. Speckle Metrology (selected papers) / Ed. R.Sirohi. SPIE Milestone Series. 1991. – V. MS35. – 668 p.
4. Goodman, J.W. Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications / J.W. Goodman – Roberts & Company, Publishers, Englewood, CO, 2006. – 387 p.
5. Гуров, И.П., Джабиев, А.Н. Интерферометрические системы дистанционного контроля объектов / И.П. Гуров, А.Н.Джабиев – СПб: СПбГИТМО(ТУ), 2000. – 190 с.
6. Ryabukho, V.P., Klimenko, I.S., Golubentseva, L.I. Interference of laser speckle fields // V.P. Ryabukho, I.S. Klimenko, L.I.Golubentseva // Proc. SPIE. 1994. – Vol. 2340. – P. 513-522.
7. Аранчук, В.М., Зацепин, Н.Н. О зависимости амплитуды сигнала доплеровского спекл-интерферометра от соотношения между размерами спеклов и приемной апертуры / В.М. Аранчук, Н.Н. Зацепин // ЖТФ. 1988. – Т. 58. – Вып. 10. – С. 2060-2062.
8. Aranchuk, V.M. Signal/noise ratio of Doppler speckle-interferometer for diffuse objects vibration measurement / V.M. Aranchuk // Optics within Life Sciences. – Amsterdam: Elsevier, 1994. – Vol. 3. Optical methods in biomedical and environmental sciences. – P. 361-364.
9. Веселов, Л.М., Попов, И.А. Измерение частоты и амплитуды вибраций тела методом динамической спекл-интерферометрии / Л.М. Веселов, И.А. Попов // ЖТФ. – 1990. – Т. 60. – Вып. 10. – С. 182-184.
10. Рябухо, В.П., Ульянов, С.С. Амплитудно-фазовая модуляция сигнала спекл-интерферометра вибраций / В.П. Рябухо, С.С. Ульянов // Письма в ЖТФ. – 1991. – Т. 17. – Вып. 13. – С. 11-16.
11. Ul'yanov, S.S., Ryabukho, V.P., Tuchin, V.V. Speckle interferometry for biotissue vibration measurement / S.S. Ul'yanov, V.P. Ryabukho, V.V. Tuchin // Optical Engineering. – 1994. – Vol. 33. – No. 3. – P. 908-914.
12. Пресняков, Ю.П., Щепинов В.П. Использование спекл-эффекта для анализа колебаний шероховатой поверхности / Ю.П. Пресняков, В.П. Щепинов // ЖТФ. – 1997. – Т. 67. – Вып. 8. – С. 71-75.
13. Журавлев, О.А. Разработка автоматизированного метода исследования вибрационных характеристик энергоустановок / О.А. Журавлев, С.Ю. Комаров, К.Н. Попов, А.Б. Прокофьев // Компьютерная оптика. – 2001. – Вып. 21. – С. 143-149.
14. Осипов, М.Н., Попов, М.А. Измерение малых динамических смещений интерферометром Майкельсона со сферическими волновыми фронтами / М.Н. Осипов, М.А. Попов // Компьютерная оптика. – 2007. – Т. 31. – № 4. – С. 55-57.
15. Горбатенко, Б.Б. Лазерный спекл-интерферометр для измерения температурных изменений межэлек-

- тродных расстояний ЭВП СВЧ / Б.Б. Горбатенко, И.С. Клименко, В.П. Рябухо, О.В. Серова, Л.А. Сурменко // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. – 1987. – Вып. 7(401). – С. 53-55.
16. **Vikram, Ch.** Real-time longitudinal displacement analysis of rough surfaces by observing fringes with in objective laser speckles / Ch. Vikram // *Optik*. – 1983. – Vol. 63. – No. 2. – P.171-175.
  17. **Vladimirov, A.P.** Using speckle optics for studying the localization and determination of non-reversible deformations / A.P. Vladimirov, A.A. Gorohov, E.N. Galkin, A.L. Lisin. // *Proc. SPIE*. – 2000. – Vol. 4002. – P. 128-134.
  18. **Vladimirov, A.P., Mikushin V.I.** Interferometric determination of vector components of relative displacements: theory and experiment / A.P. Vladimirov, V.I. Mikushin // *Proc. SPIE*. – 1999. – Vol. 3726. – P. 38-43.
  19. **Norgia, M., Donati, S., D'Alessandro, D.** Interferometric measurements of displacement on a diffusing target by a speckle tracking technique / M. Norgia, S. Donati, D. D'Alessandro // *IEEE Journal of quantum electronics*. – 2001. – Vol. 37. – No. 6. – P. 800-806.
  20. **Зотов, Н.М.** Применение лазерной доплеровской анемометрии к исследованию перемещений / Н.М. Зотов, А.С. Пономарев, А.М. Чмутин, В.А. Чуйко // *Известия вузов. Приборостроение*. – 1987. – Т. 30. – №7. – С. 69-72.
  21. **Ryabukho V.P., Ul'yanov S.S.** Spectral characteristics of dynamic speckle-fields interference signal for surfaces motion measurements / V.P. Ryabukho, S.S. Ul'yanov // *Measurement*. – 1992. – Vol. 10. – No. 1. – P. 39-42.
  22. **Дубнищев, Ю.Н., Ринкевичюс, Б.С.** Методы лазерной доплеровской анемометрии / Ю.Н. Дубнищев, Б.С. Ринкевичюс – М.: Наука, 1982. – 303 с.
  23. **Ринкевичюс, Б.С.** Лазерная диагностика потоков / Б.С. Ринкевичюс – М.: МЭИ, 1990. – 288 с.
  24. **Ul'yanov, S.S.** Speckle-interferometrical method in application to the blood and lymph flow monitoring in microvessels / S.S. Ul'yanov, V.V. Tuchin, A.A. Bednov, et al. – *Laser Med. Sci.* – 1996. – No. 11. – P. 97-107.
  25. **Дубнищев, Ю.Н.** Лазерные доплеровские измерительные технологии / Ю.Н. Дубнищев – Новосибирск: Издательство НГТУ, 2003. – 414 с.
  26. **Абрамов, А.Ю.** Исследование процессов взаимодиффузии в тонких прозрачных средах методами лазерной интерферометрии / А.Ю. Абрамов, О.В. Диков, В.П. Рябухо, А.Б. Шиповская // *Компьютерная оптика*. – 2008. – Т. 32. – Вып. 3. – С. 253-264.
  27. **Рябухо, В.П.** Интерференция частично-развитых спекл-полей / В.П. Рябухо // *Оптика и спектроскопия*. – 1995. – Т. 78. – Вып. 6. – С. 970-977.
  28. **Рябухо, В.П.** Интерференция спекл-полей в зоне дифракции сфокусированного пространственно-модулированного лазерного пучка на случайном фазовом экране / В.П. Рябухо // *Оптика и спектроскопия*. – 2003. – Т. 94. – Вып. 3. – С.498-505.
  29. **Лякин, Д.В.** Лазерная сканирующая интерференционная система для определения толщины слоистых микроструктур / Д.В. Лякин, М.И. Лобачев, А.Ф. Резчиков, В.П. Рябухо, И.Ф. Миненкова // *Мехатроника, автоматизация, управление*. – 2003. – № 4. – С. 10-14.
  30. **Лякин, Д.В.** Лазерный интерферометр с острогофокусированным пучком в системе трех связанных интерферометров / Д.В. Лякин, В.В. Лычагов, В.П. Рябухо, М.И. Лобачев // *Компьютерная оптика*. – 2006. – Вып. 30. – С.53-61.
  31. **Маркузе, Д.** Оптические волноводы / Д. Маркузе; пер. с англ. – М.: Мир, 1974. – 576 с.
  32. **Гончаренко, А.М.** Гауссовы пучки света / А.М. Гончаренко – Минск: Наука и техника, 1977. – 144 с.
  33. **Goodman, J.W.** Statistical properties of laser speckle patterns / J.W. Goodman // *Laser speckle and related phenomena. Topics in Applied Physics* / Ed. J.C. Dainty – Berlin: Springer-Verlag, 1975. – P. 9-77.
  34. **Коронкевич, В.П., Ханов, В.А.** Современные лазерные интерферометры / В.П. Коронкевич, В.А. Ханов – Новосибирск: Наука, 1985. – 181 с.
  35. **Keem, T.** Simple real-time method for removing the cyclic error of a homodyne interferometer with a quadrature detector system / T. Keem, S. Gonda, I. Misumi, Q. Huang, T. Kurosawa // *Applied Optics*. – 2005. – Vol. 44. – No. 17. – P. 3492-3498.
  36. **Sun, Q., Wabinski, W., Bruns, T.** Investigation of primary vibration calibration at high frequencies using the homodyne quadrature sine-approximation method: problems and solutions / Q. Sun, W. Wabinski, T. Bruns // *Meas. Sci. Technol.* – 2006. – No. 17. – P. 2197-2205.
  37. **Горбатенко, Б.Б.** Интерференционный способ измерения относительных перемещений диффузно отражающих поверхностей и устройство для его осуществления / Б.Б. Горбатенко, И.С. Клименко, В.П. Рябухо, Л.А. Сурменко // *А.С. № 1374042 (СССР)*. Оpubл. 1988, бюл. № 6.
  38. **Веселов, Л.М., Попов, И.А.** Информационные свойства нестационарной во времени спекл-картины / Л.М. Веселов, И.А. Попов // *Оптика и спектроскопия*. – 1993. – Т. 74. – Вып. 6. – С. 1155-1158.
  39. **Гудмен, Дж.** Статистическая оптика / Дж. Гудмен; пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 528 с. (J.W. Goodman. *Statistical optics* / John Wiley & Sons. New York, 1985)
  40. **Рытов, С.М., Кравцов, Ю.А., Татарский, Б.И.** Введение в статическую радиофизику. Ч.2. Случайные поля / под ред. С.М. Рытова – М.: Наука, 1978. – 464 с.
  41. **Тихонов, В.И.** Статистическая радиофизика / В.И. Тихонов – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
  42. **Гоноровский, И.С.** Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский – М.: Сов. радио, 1977. – 608 с.
  43. **Angelsky, O.V., Maksimyak, P.P.** Optical correlation diagnostics of surface roughness / O.V. Angelsky, P.P. Maksimyak // *Handbook of Coherent Domain Optical Methods. Biomedical Diagnostics, Environmental and Material Science* / Ed. by V.V. Tuchin – Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004. – V.1. – P. 43-92.
  44. **Градштейн, И.С., Рыжик, И.М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик – М.: Наука, 1971. – 1100 с.
  45. **Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.** Справочник по математике / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев – М.: Наука, 1986. – 975 с.

#### References

1. *Laser speckle and related phenomena. Topics in Applied Physics* / Ed. J.C.Dainty. V.9. – Berlin: Springer-Verlag, 1975. – 286 p.
2. **Françon, M.** La granularité laser (speckle) et ses application en optique / M. Françon – Masson, Paris, 1978.
3. *Speckle Metrology (selected papers)* / Ed. R.Sirohi. SPIE Milestone Series. 1991. – V. MS35. – 668 p.
4. **Goodman, J.W.** *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* / J.W. Goodman – Roberts & Company, Publishers, Englewood, CO, 2006. – 387 p.

5. **Gurov, I.P., Dzhabiev, A.N.** Interferometric systems for distance testing of objects / I.P. Gurov, A.N. Dzhabiev – St. Petersburg: StPSUITMO, 2000. – 190 p. – (in Russian).
6. **Ryabukho, V.P., Klimenko, I.S., Golubentseva, L.I.** Interference of laser speckle fields // V.P. Ryabukho, I.S. Klimenko, L.I. Golubentseva // Proc. SPIE. 1994. – Vol. 2340. – P. 513-522.
7. **Aranchuk, V.M., Zatsëpin, N.N.** Dependence between signal amplitude of Doppler speckle interferometer and ratio of speckle size and receiver aperture size / V.M. Aranchuk, N.N. Zatsëpin // Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki. 1988. – Vol. 58. – No. 10. – P. 2060-2062. – (in Russian).
8. **Aranchuk, V.M.** Signal/noise ratio of Doppler speckle-interferometer for diffuse objects vibration measurement / V.M. Aranchuk // Optics within Life Sciences. – Amsterdam: Elsevier, 1994. – Vol. 3. Optical methods in biomedical and environmental sciences. – P. 361-364.
9. **Vesëlov, L.M., Popov I.A.** Measurement of frequency and amplitude of object vibrations by method of the dynamic speckle-interferometry / L.M. Vesëlov, I.A. Popov // Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki. – 1990. – Vol. 60. – No. 10. – P. 182-184. – (in Russian).
10. **Ryabukho, V.P., Ul'yanov, S.S.** Amplitude-and-phase modulation of vibration speckle-interferometer signal / V.P. Ryabukho, S.S. Ul'yanov // Pis'ma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki. – 1991. – Vol. 17. – No. 13. – P. 11-16. – (in Russian).
11. **Ul'yanov, S.S., Ryabukho, V.P., Tuchin, V.V.** Speckle interferometry for biotissue vibration measurement / S.S. Ul'yanov, V.P. Ryabukho, V.V. Tuchin // Optical Engineering. – 1994. – Vol. 33. – No. 3. – P. 908-914.
12. **Presnyakov, Yu.P., Schëpinov, V.P.** Using of speckle effect for the rough surface oscillations analysis / Yu.P. Presnyakov, V.P. Schëpinov // Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki. – 1997. – Vol. 67. – No. 8. – P. 71-75. – (in Russian).
13. **Zhuravlev, O.A.** Development of the automated method of research of vibrating characteristics of power installations / O.A. Zhuravlev, S.Yu. Komarov, K.N. Popov, A.B. Prokof'ev // Computer Optics. – 2001. – No. 21. – P. 143-149 (in Russian).
14. **Osipov, M.N., Popov M.A.** Measurement of small dynamic displacement by Michelson interferometer with spherical wave fronts / M.N. Osipov, M.A. Popov // Computer optics. – 2007. – T. 31. – No. 4. – P. 55-57 (in Russian).
15. **Gorbatenko, B.B.** Laser speckle-interferometer for the measurement of the temperature changes of the interelectrode distances of vacuum microwave devices / B.B. Gorbatenko, I.S. Klimenko, V.P. Ryabukho, O.V. Serova, L.A. Surmenko // Electronnaya tekhnika. Ser. Elektronika SVCh. – 1987. – No. 7(401). – P. 53-55. – (in Russian).
16. **Vikram, Ch.** Real-time longitudinal displacement analysis of rough surfaces by observing fringes with in objective laser speckles / Ch. Vikram // Optik. – 1983. – Vol. 63. – No. 2. – P. 171-175.
17. **Vladimirov, A.P.** Using speckle optics for studying the localization and determination of non-reversible deformations / A.P. Vladimirov, A.A. Gorohov, E.N. Galkin, A.L. Lisin. // Proc. SPIE. – 2000. – Vol. 4002. – P. 128-134.
18. **Vladimirov, A.P., Mikushin V.I.** Interferometric determination of vector components of relative displacements: theory and experiment / A.P. Vladimirov, V.I. Mikushin // Proc. SPIE. – 1999. – Vol. 3726. – P. 38-43.
19. **Norgia, M., Donati, S., D'Alessandro, D.** Interferometric measurements of displacement on a diffusing target by a speckle tracking technique / M. Norgia, S. Donati, D. D'Alessandro // IEEE Journal of quantum electronics. – 2001. – Vol. 37. – No. 6. – P. 800-806.
20. **Zotov, N.M.** Using of laser Doppler anemometry for the displacements research / N.M. Zotov, A.S. Ponomarev, A.M. Chmutin, V.A. Chuyko // Izvestiya vuzov. Priborostroenie. – 1987. – Vol. 30. – No 7. – P. 69-72. – (in Russian).
21. **Ryabukho V.P., Ul'yanov S.S.** Spectral characteristics of dynamic speckle-fields interference signal for surfaces motion measurements / V.P. Ryabukho, S.S. Ul'yanov // Measurement. – 1992. – Vol. 10. – No. 1. – P. 39-42.
22. **Dubnischev, Yu.N., Rinkevichus, B.S.** Methods of laser Doppler anemometry / Yu.N. Dubnischev, B.S. Rinkevichus – M.: Nauka, 1982. – 303 p. – (in Russian).
23. **Rinkevichus, B.S.** Laser diagnostics of flows / B.S. Rinkevichus – M.: MEI, 1990. – 288 p. – (in Russian).
24. **Ul'yanov, S.S.** Speckle-interferometrical method in application to the blood and lymph flow monitoring in microvessels / S.S. Ul'yanov, V.V. Tuchin, A.A. Bednov, et al. – Laser Med. Sci. – 1996. – No. 11. – P. 97-107.
25. **Dubnischev, Yu.N.** Laser Doppler measurements technologies / Yu.N. Dubnischev – Novosibirsk: publ. NSTU, 2003. – 414 p. – (in Russian).
26. **Abramov, A.J.** Research of processes of mutual diffusion in thin transparent media by methods of laser interferometry / A.J. Abramov, O.V. Dikov, V.P. Rjabuho, A.B. Shipovskaja // Computer optics. – 2008. – Vol. 32. – No. 3. – P. 253-264 (in Russian).
27. **Ryabukho V.P.** Interference of partially developed speckle fields / V.P. Ryabukho // Optics and spectroscopy. – 1995. – Vol. 78. – No. 6. – P. 878-884.
28. **Ryabukho V.P.** Interference of speckle fields in the diffraction zone of focused spatially modulated laser beam by a random phase screen / V.P. Ryabukho // Optics and spectroscopy. – 2003. – Vol. 94. – No. 3. – P. 453-460.
29. **Lyakin, D.V.** Laser scanning interference system for determination of bedded microstructures thickness / D.V. Lyakin, M.I. Lobachev, A.F. Rezchikov, V.P. Ryabukho, I.F. Minenkova // Mekatronika, avtomatizatsiya, upravlenie. – 2003. – No. 4. – P. 10-14. – (in Russian).
30. **Lyakin, D.V.** Laser interferometer with the sharply focused beam in system of three connected interferometers / D.V. Lyakin, V.V. Lychagov, V.P. Ryabukho, M.I. Lobachev // Computer Optics. – 2006. – No. 30. – P. 53-61. – (in Russian).
31. **Marcuse, D.** Light transmission optics / D. Marcuse – New York, 1972.
32. **Goncharenko, A.M.** Gaussian beams / A.M. Goncharenko – Minsk: Nauka i tekhnika, 1977. – 144 p. – (in Russian).
33. **Goodman, J.W.** Statistical properties of laser speckle patterns / J.W. Goodman // Laser speckle and related phenomena. Topics in Applied Physics /Ed. J.C. Dainty – Berlin: Springer-Verlag, 1975. – P. 9-77.
34. **Koronkevich, V.P., Khanov, V.A.** Modern laser interferometers / V.P. Koronkevich, V.A. Khanov – Novosibirsk: Nauka, 1985. – 181 p. – (in Russian).
35. **Keem, T.** Simple real-time method for removing the cyclic error of a homodyne interferometer with a quadrature detector system / T. Keem, S. Gonda, I. Misumi, Q. Huang, T. Kurosawa // Applied Optics. – 2005. – Vol. 44. – No. 17. – P. 3492-3498.
36. **Sun, Q., Wabinski, W., Bruns, T.** Investigation of primary vibration calibration at high frequencies us-

- ing the homodyne quadrature sine-approximation method: problems and solutions / Q. Sun, W. Wabinski, T. Bruns // Meas. Sci. Technol. – 2006. – No. 17. – P. 2197-2205.
37. **Gorbatenko, B.B.** Interference method of measurement of relative displacements of diffusing reflecting surfaces and equipment for its realization / B.B. Gorbatenko, I.S. Klimenko, V.P. Ryabukho, L.A. Surmenko // Author's certificate № 1374042 (SSSR). – 1988. – Bul. № 6.
38. **Veselov, L.M., Popov, I.A.** Informational characteristics of time-dependent in time speckle pattern / L.M. Veselov, I.A. Popov // Optika i spektroskopiya. – 1993. – Vol. 74. – No. 6. – P. 1155-1158. – (in Russian).
39. **Goodman, J.W.** Statistical optics / J.W. Goodman – John Wiley & Sons, New York, 1985
40. **Rytov, S.M., Kravtsov, Yu.A., Tatarskii, B.I.** Principles of Statistical Radiophysics. Vol. 2. / Ed. S.M. Rytov – M.: Nauka, 1978. – 464 p. – (in Russian). (S.M. Rytov, Yu.A. Kravtsov, B.I. Tatarskii. Principles of Statistical Radiophysics. Vol. I-IV / Springer-Verlag, Berlin. 1987).
41. **Tikhonov, V.I.** Statistical Radiophysics / V.I. Tikhonov – M.: Radio i svyaz, 1982. – 624 p. – (in Russian).
42. **Gonorovskii, I.S.** Radio engineering circuits and signals / I.S. Gonorovskii – M.: Sov. Radio, 1977. – 608 p. – (in Russian).
43. **Angelsky, O.V., Maksimyak, P.P.** Optical correlation diagnostics of surface roughness / O.V. Angelsky, P.P. Maksimyak // Handbook of Coherent Domain Optical Methods. Biomedical Diagnostics, Environmental and Material Science / Ed. by V.V. Tuchin – Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004. – V.1. – P. 43-92.
44. **Gradshteyn, I.S., Ryzhyk, I.M.** Tables of integrals, sums, series and products / I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhyk – M.: Nauka, 1971. – 1100 p. – (in Russian).
45. **Brodshcheyn I.N., Semendyaev K.A.** Mathematics handbook / I.N. Brodshcheyn, K.A. Semendyaev – M.: Nauka, 1986. – 975 p. – (in Russian).

---

### OPTICAL SCHEMES AND STATISTICAL PROPERTIES OF DISPLACEMENT SPECKLE INTERFEROMETER SIGNAL

*Boris Borisovich Gorbatenko<sup>1,3</sup> (scientific fellow, associate professor, e-mail: gorbor@pochta.ru),*

*Dmitry Vladimirovich Lyakin<sup>1</sup> (scientific fellow, e-mail: ldv-77@mail.ru),*

*Olga Aleksandrovna Perepelitsyna<sup>1,2</sup> (associate professor, scientific fellow,  
e-mail: perepelitsina@optics.sgu.ru).*

*Vladimir Petrovich Ryabukho<sup>1,2</sup> (professor, head of laboratory, e-mail: rvp@sgu.ru)*

<sup>1</sup>*Institute of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Science,*

<sup>2</sup>*Saratov State University,*

<sup>3</sup>*Saratov State Technical University*

#### Abstract

Optical schemes for displacement speckle-interferometers in which the maximal values of amplitude of photo-electric signal are achieved by the matching of interfering wave fields are considered. The analysis of requirements for determination of a relative position of interferometer optical elements, reference and testing surfaces for calculation of speckle-interferometers optical schemes is carried out in view of parameters of Gaussian laser beam. Expressions for estimation of expected values of average, most probable value and dispersion of photo-electric signal in speckle-interferometers with matching interfering fields are obtained at the smooth and speckle-modulated reference waves.

**Key words:** speckle fields, speckle interferometer of displacements, Gaussian beam, wave fronts matching, statistical parameters of interferometer signal.

---

*В редакцию поступила 17.08.2009г.*