

## ФРАКСИКОН – ДИФРАКЦИОННЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ ЭЛЕМЕНТ С КОНИЧЕСКОЙ ФОКАЛЬНОЙ ОБЛАСТЬЮ

Светлана Николаевна Хонина<sup>1,2</sup> (ведущий научный сотрудник, e-mail: [khonina@smr.ru](mailto:khonina@smr.ru)),  
Сергей Геннадьевич Волотовский<sup>1</sup> (ведущий программист, e-mail [sv@smr.ru](mailto:sv@smr.ru))

<sup>1</sup> Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН,

<sup>2</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева

### Аннотация

Теоретически исследуются параметры фокального пятна и глубина поля, формируемого ДОЭ, фазовая функция которого представляет собой тандем линза+аксикон (линзокон). В этом случае глубина поля по сравнению с линейным аксиконом уменьшается, а размер фокального пятна становится переменным и может уменьшиться значительно сильнее, чем позволяют каждый из оптических элементов из тандема по отдельности.

Введено понятие нового фазового ДОЭ – фраксикона – имеющего дробную степень зависимости от радиальной координаты. В зависимости от значения дробной степени фраксикон позволяет формировать как масштабно уменьшающиеся бесселевы пучки - аналог линзкона, так и масштабно увеличивающиеся с соответствующим удлинением глубины поля, что близко по свойствам к логарифмическому аксикону, но без сингулярности в центральной части оптического элемента.

**Ключевые слова:** дифракционный линейный аксикон, линзокон, дифракционный фраксикон, размер фокального пятна, глубина поля.

### Введение

Как правило, при распространении световые пучки под действием дифракции уширяются и расплываются. Примером может служить хорошо известный гауссовый пучок. Поэтом бесселевы пучки [1-3], не подверженные дифракционному воздействию, были названы «бездифракционными».

Однако, в связи с тем, что бесселевы пучки имеют бесконечную протяженность и энергию, при физической реализации возможно формирование только их апертурно-ограниченной аппроксимации, которая, тем не менее, демонстрирует «сопротивление» дифракции на определенном отрезке распространения пропорциональном размеру ограничивающей апертуры. Таким образом, за особые свойства бездифракционных пучков приходится расплачиваться широкой поперечной протяженностью и энергетической затратностью – в центральном световом пятне сосредоточена лишь малая доля всей энергии, использованной на формирование бесселевого пучка.

Тем не менее, плотность энергии в центральной части бесселевого пучка значительна и увеличение расстояния сохранения этой плотности (увеличение глубины, протяженности фокуса) по сравнению с гауссовыми пучками используется во многих областях. Например, при выравнивании и измерении прямолинейности на очень больших расстояниях [4]; при формировании изображений протяженных или движущихся объектов, что особенно актуально в медицине [5-7], а также для неразрушающего исследования материалов [8] и устройств [9], в метрологии для сканирующих [10] и интерференционных [11, 12] оптических систем.

Свойство самовосстановления бесселевого пучка после искажения некоторым препятствием было успешно использовано для одновременного захвата и

манипулирования несколькими микрообъектами, разделенными небольшим расстоянием вдоль оси распространения пучка [13, 14]. Также было показано, что бездифракционные пучки перспективны для создания оптического потенциала при направлении движения атомов [15, 16] и различных операций в биофотонике [17, 18].

Классическая генерация бездифракционного пучка с помощью кольцевой щели в спектральной плоскости, физически реализованная в схеме Durnin'a [19], является энергетически неэффективной. Эффективное формирование бесселевых пучков можно производить с помощью рефракционных оптических элементов: конического аксикона [20, 21], обычной линзы со сферической абберацией [22, 23], а также линзкона [24] и аксилинз [25, 26], представляющих собой тандем из аксикона и линзы. Известны также схемы генерации бесселевых пучков с помощью интерферометров [27] и резонаторов [28], но такие установки более сложны в исполнении.

Для улучшения характеристик таких пучков – равномерности интенсивности, размера светового пятна или протяженности - используются как аналитические [29, 30], так и численные [31, 32] методы расчета фазы оптических элементов. В последнем случае, как правило, реализовать рассчитанный оптический рельеф можно только методами литографии, т.е. речь идет о дифракционных оптических элементах (ДОЭ) [33, 34], или с помощью жидкокристаллического пространственного модулятора света [35].

В данной работе теоретически исследуются параметры фокального пятна и глубина поля, формируемого ДОЭ, фазовая функция которого представляет собой тандем линза+аксикон (линзокон). В этом случае глубина поля по сравнению с линейным аксиконом уменьшается, а размер фокального пятна

становится переменным и может уменьшиться значительно сильнее, чем позволяет каждый из оптических элементов тандема по отдельности.

В работе введено понятие нового фазового ДОЭ – фраксикона – имеющего дробную степень зависимости от радиальной координаты. В зависимости от значения дробной степени фраксикон позволяет формировать как масштабнo уменьшающиеся бесселевые пучки - аналог линзoкoна, так и масштабнo увеличивающиеся с соответствующим удлинением глубины поля, что близко по свойствам к лoгарифмическому аксикону. Однако в отличие от лoгарифмической функции, степенная функция не имеет особенностей в центральной области, следовательно, не потребуются дополнительного экранирования для этой части при физической реализации [36, 37].

### 1. Анализ линзoкoна как тандема двух параксиальных ДОЭ

В параксиальном случае распространение радиально-симметричного поля  $g(r)$  на расстояние  $z$  описывается выражением:

$$F(\rho, z) = \frac{k}{iz} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \times \int_0^\infty g(r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) r dr. \quad (1)$$

Если в качестве поля рассмотреть плоскую волну, ограниченную круглой диафрагмой радиуса  $R$ , прошедшую через собирающий дифракционный аксикон:

$$g(r) = \text{circ}\left(\frac{r}{R}\right) \cdot \tau_{ax}(r) = \exp(-i\alpha r) \begin{cases} A, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}, \quad (2)$$

где  $\alpha = k \sin \theta$ ,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны,  $\theta$  – угол наклона лучей аксикона, то выражение (1) примет следующий вид:

$$F_{ax}(\rho, z) = \frac{Ak}{iz} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \times \int_0^R \exp(-i\alpha r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) r dr. \quad (3)$$

Интеграл (3) можно вычислить методом стационарной фазы с достаточно хорошей точностью [38]. Стационарная точка в (3) описывается выражением:

$$r_{ax} = \frac{\alpha}{k} z, \quad (4)$$

что позволяет получить оценку для максимального расстояния сохранения бездифракционного распространения пучка:

$$z_{max}^{ax} = \frac{kR}{\alpha}. \quad (5)$$

При  $z \leq z_{max}^{ax}$  интенсивность поля (3) аппроксимируется выражением:

$$I_{ax}(\rho, z) \sim 2\pi A^2 \left(\frac{\alpha z}{k}\right)^2 J_0^2(\alpha \rho), \quad (6)$$

т.е. функцией Бесселя с растущей пропорционально пройденному расстоянию интенсивностью и постоянным радиусом центрального светового пятна:

$$\rho_{ax} = \frac{2,405}{|\alpha|} = \frac{0,38\lambda}{\sin \theta} \geq 0,38\lambda. \quad (7)$$

Полная ширина центрального светового пятна функции Бесселя по полуспаду (FWHM) примерно равна радиусу (7). Таким образом, использование аксикона вместо линзы предсказывает уменьшение оптического дифракционного предела (FWHM  $\sim 0,51\lambda / NA$ ) на 24%. Разумеется, нужно учитывать, что предельное неравенство в (7) получено при  $\sin \theta \rightarrow 1$ , что уже выходит за область параксиальности и, следовательно, требует дальнейших исследований с применением соответствующей модели.

Если к аксикону добавить собирающую линзу с фокусным расстоянием  $f$ , выражение (3) примет следующий вид:

$$F_{lx}(\rho, z) = \frac{Ak}{izf} \exp[ik(z-f)] \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \times \int_0^R \exp(-i\alpha r) \exp\left[\frac{ikr^2}{2}\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right)\right] J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) r dr. \quad (8)$$

Стационарная точка в (8) для «линзoкoна»:

$$r_{lx} = \frac{\alpha}{k(f-z)} fz = r_{ax} \frac{f}{f-z}, \quad (9)$$

при достижении края апертуры дает выражение:

$$z_{max}^{lx} = \frac{kR}{\alpha + kR/f} \leq z_{max}^{ax}. \quad (10)$$

При  $z \leq z_{max}^{lx}$  интенсивность поля (8) аппроксимируется выражением:

$$I_{lx}(\rho, z) \sim \frac{2\pi A^2 k}{z\alpha} \left(\frac{\alpha fz}{k(f-z)}\right)^3 J_0^2\left(\frac{\alpha f}{f-z}\rho\right) = \eta(z) J_0^2[\beta(z)\rho], \quad (11)$$

т.е. функцией Бесселя с уменьшающимся радиусом центрального светового пятна.

В этом случае параметр  $\beta(z)$  при  $z \rightarrow f$  формально неограниченно растет, а радиус центрального пятна стремится к нулю. Также неограниченно растет интенсивность при приближении к фокусу. Однако, подставляя  $z_{max}^{lx}$ , получаем:

$$\beta_{max}(z) = \alpha + \frac{kR}{f}, \quad (12)$$

$$\rho_{min}^{lx} = \frac{0,38}{(\sin \theta + R/f)} \lambda \geq 0,19\lambda, \quad (13)$$

что в пределе при  $\sin \theta \rightarrow 1$  и  $R=f$  дает значение в 2 раза меньше, чем в (7).

Хотя неравенства в (7) и (13) получены в пределах, выходящих за рамки параксиальности, и требуют дальнейших исследований, но уменьшение центрального светового пятна при дополнении аксикона

линзой (или наоборот, линзы аксиконом) имеется и оно может быть очень существенным, особенно если каждый из элементов имеет парааксиальные характеристики.

Выберем параметр дифракционного аксикона из соображений максимизации расстояния (5) достаточно малым  $\sin \theta = 0,01$ ,  $\theta \approx 0,6^\circ$ ,  $\alpha = 0,0628\lambda^{-1}$ . Заметим, что минимально возможное  $\alpha = 2\pi/R$ ,  $\sin \theta = \lambda/R$  (при дальнейшем уменьшении пучок перестает быть бесселевым [36, 19]) для  $R = 10^4\lambda$  (~4-6 мм для оптических длин волн) дает значение  $\alpha = 0,000628\lambda^{-1}$ .

При выбранных параметрах по оценке (7) радиус центрального пятна будет  $\rho_{ax} = 38\lambda$ , а по оценке (13) будет зависеть от параметров линзы:

$$\rho_{\min}^i = \frac{0,38}{(0,01 + R/f)} \lambda.$$

Аксикон с  $\alpha = 0,0628\lambda^{-1}$  и радиусом  $R = 10^4\lambda$  (дифракционная зонная пластинка разбивается в этом случае на 100 зон каждая размером  $100\lambda$ ) будет производить световое пятно радиуса  $\rho_{ax} = 38\lambda$  на протяжении расстояния  $z_{\max}^{ax} = 10^6\lambda$  (~500 мм для оптических длин волн). Числовую апертуру такого элемента можно оценить по наклону лучей, т.е. равной  $NA_{ax} = 0,01$ .

Если же аксикон дополнить линзой также с довольно малой числовой апертурой  $NA_{ins} = R/f = 0,1$  того же радиуса, то полученный линзочек будет формировать масштабно уменьшающуюся картину на отрезке оптической оси  $z_{\max}^{lx} \approx 10^5\lambda$  (~50 мм для оптических длин волн), причем в конце этого отрезка радиус светового пятна будет  $\rho_{\min}^i \approx 3,8\lambda$ , т.е. в 10 раз меньше, чем для линейного аксикона без линзы. Увеличение числовой апертуры линзы приведет к дальнейшему уменьшению размера фокального пятна и соответствующему сокращению отрезка масштабного воспроизведения бесселевого пучка.

На первый взгляд числовую апертуру рассмотренного тандема можно считать равной сумме:  $NA_{lx} = NA_{ax} + NA_{ins}$ . Это объясняет максимальное уменьшение радиуса светового пятна – вместо  $NA_{ax} = 0,01$  имеем  $NA_{lx} = 0,11$ . Но в этом случае для линзы, имеющей  $NA_{ins} = 0,1$ , такая небольшая добавка (очень слабый аксикон) не должна быть существенной. Однако это не так. Радиус фокального пятна, формируемого сферической линзой в парааксиальном случае, можно оценить по формуле [39]  $\rho_0 \approx 1,22 \frac{\lambda f}{2R} \approx 6,1\lambda$ , следовательно, уменьшение фокального пятна произошло не на 10%, как ожидалось для суммарной числовой

апертуры, а почти на 40%, что соответствовало бы линзе с  $NA_{lx} = 0,16$ .

Таким образом, совмещение двух парааксиальных оптических элементов позволяет нелинейно увеличивать числовую апертуру и получать эффекты, выходящие за рамки парааксиальности.

Нужно отметить, что масштабное уменьшение достигается именно при близком расположении аксикона и линзы. Иначе, как показано в работе [40], возможно обратное действие – при изображении непарааксиального бесселевого пучка линзой формируется расходящийся бесселевый пучок.

## 2. Анализ собирающего и рассеивающего фраксикона

Если рассматривать линзочек не как тандем двух оптических элементов, а как дифракционный элемент с суммарной фазой, то аналогичный результат можно получить с помощью аксикона с нецелой, дробной (fraction) степенью  $s$ :

$$\tau_{fx}(r) = \exp(-i\sigma r^s). \quad (14)$$

В этом случае

$$F_{fx}(\rho, z) = \frac{Ak}{iz} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \times \int_0^R \exp(-i\sigma r^s) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) r dr \quad (15)$$

и стационарная точка для «фраксикона»:

$$r_{fx} = \left(\frac{\sigma z s}{k}\right)^{\frac{1}{2-s}}, \quad (16)$$

которая при  $s=1$  сводится к виду (5), т.е. обычному линейному аксикону.

Нужно отметить, что параметр  $\sigma$  в (14) измеряется теперь в нелинейных обратных единицах длины, далее это  $\lambda^{-s}$ .

При достижении края апертуры получаем следующую оценку для расстояния масштабного самовоспроизведения:

$$z_{\max}^{fx} = \frac{kR^{2-s}}{\sigma s} : \begin{cases} < z_{\max}^{ax}, & 1 < s < 2 \\ z_{\max}^{ax}, & s = 1 \\ > z_{\max}^{ax}, & 0 < s < 1 \end{cases} \quad (17)$$

При  $z \leq z_{\max}^{fx}$  интенсивность поля (15) аппроксимируется выражением:

$$I_{fx}(\rho, z) \sim \frac{2\pi A^2}{2-s} \left(\frac{\sigma z s}{k}\right)^{\frac{2}{2-s}} J_0^2[\gamma(z)\rho], \quad (18)$$

$$\gamma(z) = \left(\frac{z}{k}\right)^{\frac{s-1}{2-s}} (\sigma s)^{\frac{1}{2-s}},$$

т.е. функцией Бесселя с уменьшающимся или растущим в зависимости от  $s$  радиусом центрального

светового пятна. Интенсивность с ростом расстояния в обоих случаях растет, но при  $0 < s < 1$  гораздо медленнее, чем при  $1 < s < 2$ .

На рис. 1 показан ход лучей для оптических элементов (14) при  $s = 0,5$ ,  $s = 1$ ,  $s = 1,5$ . Как видно из рисунка, для  $1 < s < 2$  оптический элемент работает как слабая собирающая линза: центральная часть преломляет лучи к оптической оси слабее, чем периферийная, а для  $0 < s < 1$ , наоборот, действие похоже на слабо-рассеивающую линзу или логарифмический аксикон [38]. Поэтому в первом случае размер фокального пятна будет уменьшаться, а для второго – постепенно увеличиваться до достижения максимального расстояния, соответствующего радиусу оптического элемента.

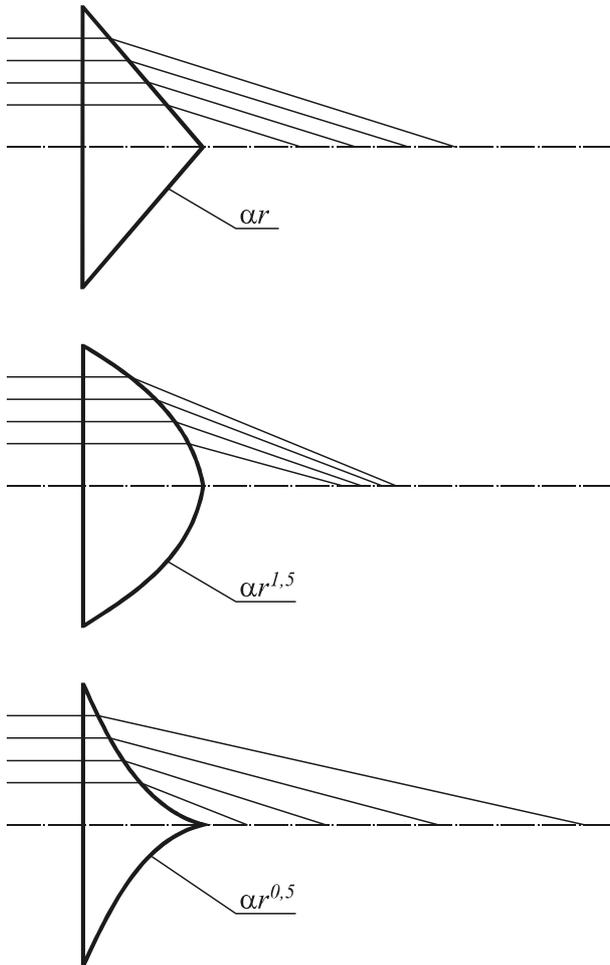


Рис. 1. Ход лучей для фраксикона с различным значением степени  $s$

При  $z = z_{\max}^{fx}$  переменный параметр фраксикона принимает свое предельное значение:

$$\gamma(z_{\max}^{fx}) = R^{s-1} \sigma s. \tag{19}$$

Из формулы (19) очевидно, что для обычного линейного аксикона ( $s = 1$ ,  $\gamma(z) = \text{const} = \alpha$ ) размер центрального светового пятна не зависит от радиуса элемента (от него зависит только расстояние самовоспроизведения). Уменьшить его можно только за

счет предельного увеличения угла наклона лучей  $\sin \theta \rightarrow 1$ ,  $\alpha \rightarrow k$ ,  $\rho_{ax} \rightarrow 0,38\lambda$  (см. формулу (7)).

Если же  $1 < s < 2$ , то формально увеличение как радиуса оптического элемента  $R$ , так и степени  $s$  (при рассмотрении нормированного размера апертуры  $R_0=1$ ) должно приводить к уменьшению размера фокального пятна. Однако это только формально, т.к. такое увеличение означает появление в периферийной части оптического элемента субволновых зон, вклад которых существенен только в ближней зоне ( $z \sim 0,3\lambda$ ). Таким образом варьировать  $\sigma$ ,  $s$  и  $R$  в формуле (19) можно только в пределах  $\max \gamma(z) \leq k$ , что соответствует распространяющимся бesselевым волнам. А значит, уменьшить предел, обозначенный в формуле (7) для линейного аксикона, с помощью одного такого оптического элемента невозможно.

Рассмотрим действие дифракционного фраксикона в начале  $z_0 = \tau z_{\max}^{fx}$ ,  $\tau$  – мало и в конце  $z = z_{\max}^{fx}$  отрезка самовоспроизведения. Оценить значение переменного параметра аксикона на расстоянии, составляющем доли от  $z_{\max}^{fx}$ , можно по формуле:

$$\gamma(z_0) = \gamma(\tau z_{\max}^{fx}) = \left( \tau^{\frac{1}{2-s}} R \right)^{s-1} \alpha s, \text{ т.е. в соответствующих долях от размера апертуры.}$$

Таким образом для  $1 < s < 2$  и  $z \in [\tau z_{\max}^{fx}, z_{\max}^{fx}]$

можно записать:

$$\tau^{\frac{s-1}{2-s}} R^{s-1} \sigma s \leq \gamma(z) \leq R^{s-1} \sigma s, \sigma \leq \frac{2\pi}{R^{s-1} s} \lambda^{-1}. \tag{20}$$

Пусть  $R = 10^4 \lambda$  и  $s=1,5$ ;

тогда

$$\sigma \leq \frac{2\pi}{100 \cdot 1,5} \lambda^{-1,5} \approx 0,042 \lambda^{-1,5}.$$

Положим  $\sigma = 0,001 \cdot \lambda^{-1,5}$ , тогда по формуле (7)

$$z_{\max}^{fx} = \frac{2\pi \cdot 100}{0,0015} \lambda \approx 4 \cdot 10^5 \lambda. \text{ Принимая } \tau=0,1, \text{ из (20)}$$

для  $z \in [4 \cdot 10^4 \lambda, 4 \cdot 10^5 \lambda]$  получим:

$$0,015 \lambda^{-1} \leq \gamma(z) \leq 0,15 \lambda^{-1},$$

$$160 \lambda \geq \rho_{fx}(z) \geq 16 \lambda.$$

Как из приведенного примера, так и из формулы (20) видно, что при  $s=1,5$  происходит пропорциональное уменьшение размера фокального пятна при увеличении расстояния.

Для  $0 < s < 1$  ситуация будет обратной. Фазовая функция в этом случае близка к логарифмической, и субволновые зоны при некорректном выборе параметра  $\sigma$  будут появляться в центральной части ДОЭ. При этом формально уменьшение радиуса  $R$  должно приводить к уменьшению размера фокального пятна в зоне, близкой к оптическому элементу.

Используя выражения (17) и (18) для  $z \in [\tau z_{\max}^{fx}, z_{\max}^{fx}]$ , можно записать:

$$\frac{\sigma s}{\tau^{1-s} R^{1-s}} \geq \gamma(z) \geq \frac{\sigma s}{R^{1-s}}. \quad (21)$$

Из выражения (21) также формально следует, что при  $z \rightarrow 0$ ,  $\tau \rightarrow 0$  переменный параметр  $\gamma(z) \rightarrow \infty$ , а значит  $\rho_{fx}(z) \rightarrow 0$ . Но данная зона дифракции выходит за рамки параксиальности и требует рассмотрения другой модели.

Пусть  $R = 10^4 \lambda$ ,  $s = 0,5$  и  $\tau = 0,1$ , тогда  $\frac{\sigma}{92,8\sqrt{\lambda}} \geq \gamma(z) \geq \frac{\sigma}{200\sqrt{\lambda}}$ . В этом случае на параметр фраксикона накладывается условие  $\sigma \leq 583\lambda^{-1/2}$ . Положим  $\sigma = 20\lambda^{-1/2}$ , тогда  $z_{\max}^{fx} \approx 6,3 \cdot 10^5 \lambda$ . Таким образом для  $z \in [6,3 \cdot 10^4 \lambda; 6,3 \cdot 10^5 \lambda]$  получим:

$$0,22\lambda^{-1} \geq \gamma(z) \geq 0,1\lambda^{-1} \text{ и } 11\lambda \leq \rho_{fx}(z) \leq 24\lambda.$$

Стоит отметить, что по сравнению с предыдущим примером (для  $s = 1,5$ ) фраксикон при  $s = 0,5$  формирует самовоспроизводящийся пучок примерно на том же отрезке оси при значительно меньшем изменении масштаба. Также по сравнению с предыдущим примером достигнут меньший размер центрального светового пятна.

### 3. Результаты численного моделирования

В данном разделе рассмотрены результаты численного моделирования действия дифракционного линзокона и фраксикона для рассмотренных выше примеров.

#### 3.1. Дифракционный линзокон

На рис. 2 приведено радиальное сечение фазовых функций для линейного аксикона с  $\alpha = 0,0628\lambda^{-1}$ , параболической линзы с  $f = 10^5 \lambda$  и получаемого из такого тандема линзокона при радиусе оптического элемента  $R = 10^4 \lambda$ . Из рисунка видно, что при выполнении линзокона в виде ДОЭ потребуется прописать около 600 дифракционных зон, что в несколько раз больше, чем для линейного аксикона.

В табл. 1 представлены результаты численного моделирования для упомянутых выше ДОЭ. Количество отсчетов при численном интегрировании равнялось  $N=3000$  для аксикона и  $N=10000$  (1 отсчет на длину волны) для линзы и линзокона.

Как видно из табл. 1, линейный аксикон с приведенными параметрами формирует осевую световую линию одинакового радиуса  $\rho_0 = 38,47 \lambda$  вплоть до  $z=10^6 \lambda$ , что полностью согласуется с теоретическими выводами. Интенсивность при этом линейно растет.

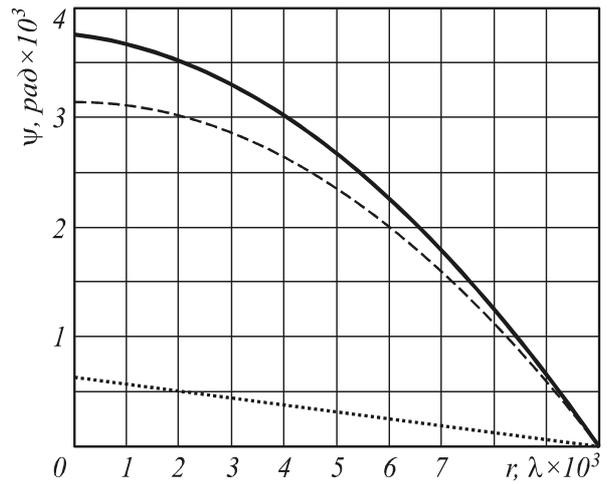


Рис. 2. Радиальное сечение фазовых функций для линейного аксикона (точечная линия), параболической линзы (пунктирная линия) и составного линзокона (сплошная линия)

Фаза линзы в периферийной части имеет период около  $10\lambda$ , радиус же центральной зоны (до первого нуля) равен  $r_0 = 95\lambda$ . В соответствии с теорией на расстоянии  $z=10^5 \lambda$  формируется фокус с радиусом  $\rho_0 = 6,09\lambda$ .

Фаза линзокона в периферийной части имеет период около  $9\lambda$ , радиус же центральной зоны (до первого нуля) равен  $r_0 = 447\lambda$ . В соответствии с теорией на расстоянии  $z=10^5 \lambda$  формируется фокус с радиусом  $\rho_0 = 3,82\lambda$ .

#### 3.2. Дифракционный фраксикон

На рис. 3 приведено радиальное сечение фазовых функций для линейного аксикона с  $\alpha = 0,0628\lambda^{-1}$  и фраксикона при  $s = 1,5$ ,  $\sigma = 0,001 \cdot \lambda^{-1,5}$  и при  $s = 0,5$ ,  $\sigma = 20 \cdot \lambda^{-0,5}$  для радиуса оптического элемента  $R = 10^4 \lambda$ .

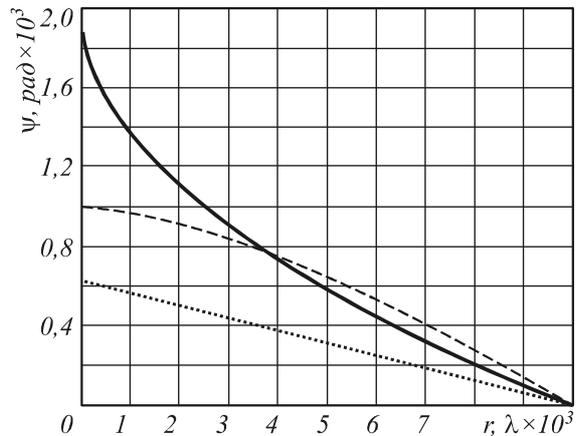
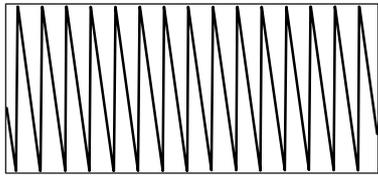
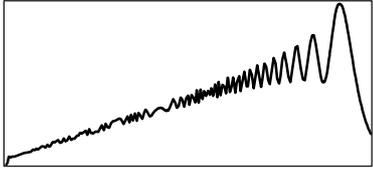
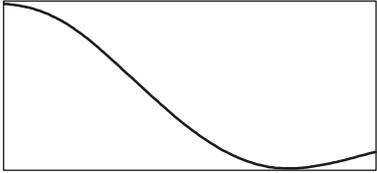
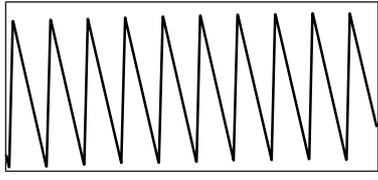
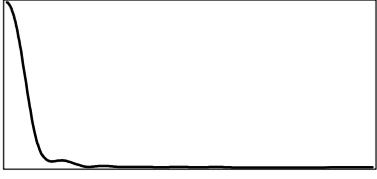
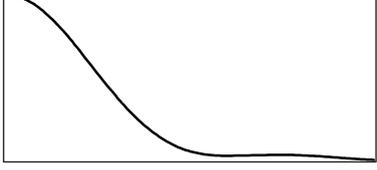
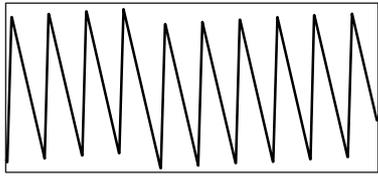
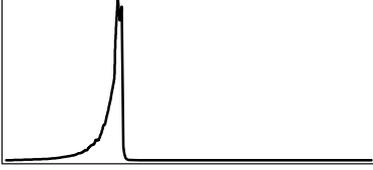
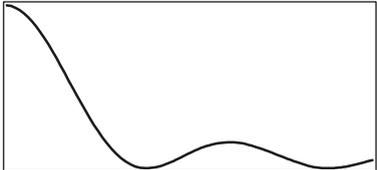


Рис. 3. Радиальное сечение фазовых функций ( $\psi$ ) для линейного аксикона (пунктирная линия), фраксикона при  $s = 1,5$  (штриховая линия) и фраксикона при  $s = 0,5$  (сплошная линия)

Таблица 1. Результаты численного моделирования для линейного аксикона с  $\alpha = 0,0628\lambda^{-1}$ , параболической линзы с  $f = 10^5\lambda$  и получаемого из такого тандема линзокон при радиусе оптического элемента  $R = 10^4\lambda$

	Фрагмент фазы ДОЭ	Картина распространения (приведенная интенсивность и топология*)	Радиальное сечение интенсивности в заданной плоскости
Аксикон	 $z=0, r \in [5000\lambda, 5140\lambda]$ $r_0 = 100\lambda$	  $z \in [4 \cdot 10^4\lambda, 10^6\lambda], \rho \in [0, 50\lambda]$  $\rho=0$	 $Z=5 \cdot 10^5\lambda, \rho_0 = 38,47\lambda$
Линза	 $Z=0, r \in [9900\lambda, 10000\lambda]$ $r_0 = 447\lambda$	 $z \in [4 \cdot 10^4\lambda, 5 \cdot 10^5\lambda], \rho \in [0, 10\lambda]$  $\rho=0$	 $Z=1 \cdot 10^5\lambda, \rho_0 = 6,11\lambda$  $Z=1 \cdot 10^5\lambda, \rho_0 = 6,09\lambda$
Линзокон	 $Z=0, r \in [9910\lambda, 10000\lambda]$ $r_0 = 95\lambda$	  $z \in [4 \cdot 10^4\lambda, 2 \cdot 10^5\lambda], \rho \in [0, 10\lambda]$  $\rho=0$	 $Z=1 \cdot 10^5\lambda, \rho_0 = 3,82\lambda$

\*) топология – картина распространения без нормировки интенсивности к максимальному значению на рассматриваемом диапазоне значений  $z$

Из рисунка видно, что при выполнении фраксикона в виде ДОЭ при  $s=1,5$  период дифракционных зон будет увеличиваться в периферийной части, а при  $s=0,5$  – в центральной части. Количество отсчетов при численном интегрировании равнялось  $N=10000$  для  $s=1,5$  и  $N=100000$  (10 отсчетов на длину волны) для  $s=0,5$ . Несмотря на сильные изменения для  $s<1$  фазовой функции в центральной части, в отличие от логарифмического аксикона, сингулярности не имеется.

Как видно из табл. 2, фраксикон при  $s=1,5$  с приведенными параметрами формирует масштабно уменьшающийся вплоть до  $z=4 \cdot 10^5 \lambda$  бесселевый пучок, достигающий на этом расстоянии в соответствии с выкладками раздела 3 радиуса  $\rho_0=16,6\lambda$ . Интенсивность при этом нелинейно растет.

Фаза в периферийной зоне имеет период около  $40\lambda$ , что в 4 раза превышает период для рассмотренного ранее линзочка и соответствует 4-х кратному увеличению радиуса центрального пятна.

В плоскости  $z=4 \cdot 10^4 \lambda$  при численном моделировании получается осциллирующая картина, которая не меняется при увеличении числа отсчетов и связана с влиянием резких краев ограничивающей диафрагмы. Внесение аподизирующей гауссовой функции позволяет избавиться от «изрезанности» формируемого распределения.

Фраксикон при  $s=0,5$  формирует плавно увеличивающийся как масштабно, так и по интенсивности бесселевый пучок, полностью соответствующий теоретическим выкладкам. Фаза в центральной зоне очень резко спадает, поэтому для ее прописывания требуется значительно большее число отсчетов, чем при  $s=1,5$ .

При уменьшении расстояния радиус центрального пятна, как и было предсказано, продолжает уменьшаться (в частности, при  $z=4 \cdot 10^4 \lambda$   $\rho_0 = 4,45\lambda$ ), но появляются осцилляции из-за влияния резкой ограничивающей диафрагмы. В данном случае проблему можно решить уменьшением радиуса ДОЭ. При этом, очевидно, уменьшится и отрезок бездифракционного распространения.

При сохранении значения  $\sigma = 20 \cdot \lambda^{-0,5}$  уменьшение радиуса до  $R=5\lambda$  приведет к сокращению бездифракционной зоны до  $7\lambda$ , и на расстоянии  $z=3 \lambda$  параксиальная теория предсказывает формирование центрального пятна радиусом  $\rho_0=0,4\lambda$ , т.е. меньше дифракционного предела. Более того, если увеличить параметр фраксикона в 5 раз  $\sigma = 100 \cdot \lambda^{-0,5}$ , то размер фокального пятна уменьшится еще в 2 раза. Однако данная ситуация выходит за рамки параксиальной модели и требует дополнительных исследований.

### Заключение

На основе метода стационарной фазы проведен анализ параметров лазерных полей, формируемых дифракционным тандемом линзы и аксикона ДОЭ. В этом случае размер центрального светового пятна мас-

штабно уменьшается с увеличением расстояния от оптического элемента. Уменьшение может быть очень существенным по сравнению с картиной, формируемой линейным аксиконом. При этом пропорционально сокращается расстояние масштабного самовоспроизведения, которое зависит от параметров линзочка.

Таким образом, совмещение двух параксиальных оптических элементов позволяет нелинейно увеличивать числовую апертуру и получать эффекты, выходящие за рамки параксиальности.

В работе рассмотрен новый фазовый ДОЭ – фраксикон – аксикон, имеющий дробную степень зависимости от радиальной координаты. В зависимости от значения дробной степени фраксикон позволяет формировать как масштабно уменьшающиеся бесселевые пучки – аналог линзочка, так и масштабно увеличивающиеся с соответствующим удлинением глубины поля, аналогично логарифмическому аксиконо, но без сингулярности в центральной части оптического элемента.

Теоретические оценки размера центрального светового пятна и расстояния масштабного самовоспроизведения получены для произвольной дробной степени, но более детально исследованы случаи для  $r^{3/2}$  и  $r^{1/2}$ . Параксиальное численное моделирование показало полное согласование с теоретическими выкладками. В ближайшее время планируется провести апробацию результатов с использованием непараксиальных численных методов и экспериментально.

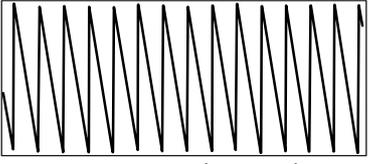
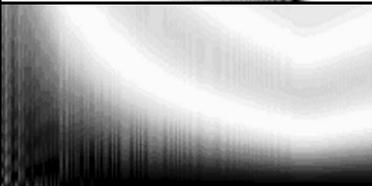
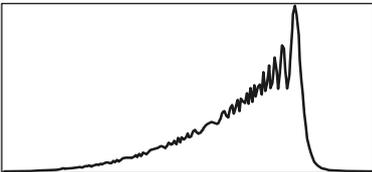
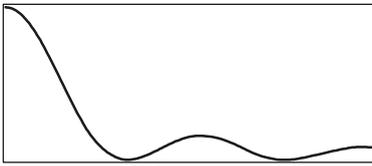
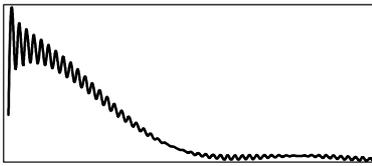
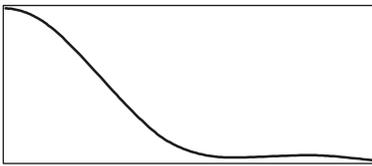
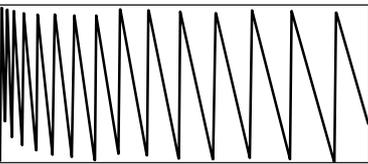
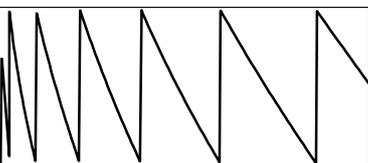
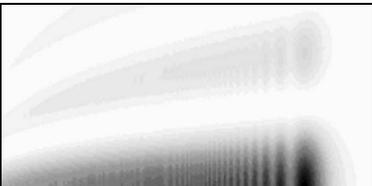
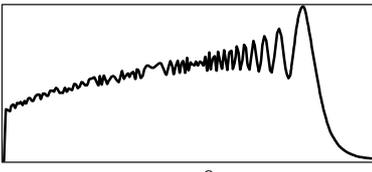
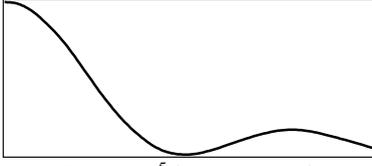
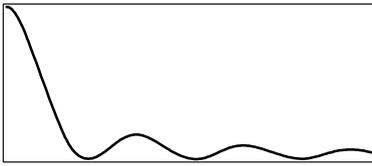
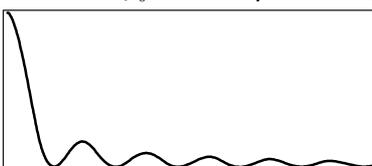
### Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1), гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-3086.2008.9) и гранта РФФИ 08-07-99007.

### Список литературы

1. **Березный, А.Е.** Бессель-оптика / А.Е. Березный, А.М. Прохоров, И.Н. Сисакян, В.А. Сойфер // ДАН СССР. – 1984. – № 234 (4). – С. 802-805.
2. **Березный, А.Е.** Бинарные элементы Бессель-оптики / А.Е. Березный, И.Н. Сисакян // Компьютерная оптика. – 1987. – вып. 1. – С.132-133.
3. **Durnin, J.** Diffraction-free beams / J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly // Phys. Rev. Lett. – 1987. – V.58, N.15. – P.1499-1501.
4. **Wang, K.** Influence of the incident wave-front on intensity distribution of the nondiffracting beam used in large-scale measurement / K. Wang, L. Zeng, and Ch. Yin // Opt. Commun. – 2003. – N216. – P.99-103.
5. **Lu, Jian-yu** Diffraction-limited beams and their applications for ultrasonic imaging and tissue characterization / Jian-yu Lu and J.F. Greenleaf // Proc. SPIE. – 1992. – V.1733. – P.92-119.
6. **Leitgeb, R.A.** Extended focus depth for Fourier domain optical coherence microscopy / R.A. Leitgeb, M. Villiger, A.H. Bachmann, L. Steinmann, and T. Lasser // Opt. Lett. – 2006. – Vol. 31, No. 16. – P.2450-2452.

Таблица 2. Результаты численного моделирования фраксиконов радиусом  $R = 10^4 \lambda$  при  $s = 1,5$ ,  $\sigma = 0,001 \cdot \lambda^{-1,5}$  и при  $s = 0,5$ ,  $\sigma = 20 \cdot \lambda^{-0,5}$ .

	Фаза ДОО	Картина распространения (приведенная интенсивность и топология)	Радиальное сечение интенсивности в заданной плоскости
<p>Фраксикон <math>s=1,5</math></p>	 <p><math>Z=0, r \in [9400\lambda, 10000\lambda]</math> <math>r_0 = 340\lambda</math></p>	  <p><math>z \in [4 \cdot 10^4 \lambda, 5 \cdot 10^5 \lambda]</math> <math>\rho \in [0, 50\lambda]</math></p>  <p><math>\rho = 0</math></p>	 <p><math>Z=4 \cdot 10^5 \lambda, \rho_0 = 16,6\lambda</math></p>  <p><math>Z=4 \cdot 10^4 \lambda, \rho_0 = 169\lambda</math></p>  <p><math>Z=4 \cdot 10^4 \lambda, \rho_0 = 125\lambda</math></p>
	<p>Фраксикон <math>s=0,5</math></p>  <p><math>Z=0, r \in [0, 360\lambda]</math> <math>r_0 = 3\lambda</math></p>  <p><math>Z=0, r \in [0, 4\lambda]</math> <math>r_0 = 0,07\lambda</math></p>	  <p><math>z \in [5 \cdot 10^4 \lambda, 7 \cdot 10^5 \lambda] \rho \in [0, 50\lambda]</math></p>  <p><math>\rho = 0</math></p>	 <p><math>Z=6,3 \cdot 10^5 \lambda, \rho_0 = 24,4\lambda</math> <math>\rho \in [0, 50\lambda] R = 10^4 \lambda</math></p>  <p><math>Z=6,3 \cdot 10^4 \lambda, \rho_0 = 11,1\lambda</math> <math>\rho \in [0, 50\lambda] R = 10^4 \lambda</math></p>  <p><math>Z=4 \cdot 10^4 \lambda, \rho_0 = 4,45\lambda, \rho \in [0, 20\lambda]</math></p>  <p><math>Z=100 \lambda, \rho_0 = 1,3\lambda, \rho \in [0, 10\lambda]</math> <math>R = 100\lambda</math></p>

7. **Lee, Kye-Sung** Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range / Kye-Sung Lee and Jannick P. Rolland // *Opt. Lett.* – 2008. – Vol. 33, No. 15. – P.1696-1698.
8. **Lu, Jian-yu** Producing deep depth of field and depth-independent resolution in NDE with limited diffraction beams / Jian-yu Lu, J. F. Greenleaf // *Ultrason. Imag.* – 1993. – Vol. 15, no. 2. – P. 134-149.
9. **Lunazzi, José J.** Photographing by means of a diffractive axicon / José J. Lunazzi, Daniel S. F. Magalhães // XXIX ENFMC, *Annals of Optics*, 2006. – P. 1-4.
10. **Arimoto, R.** Imaging properties of axicon in a scanning optical system, / R. Arimoto, C. Saloma, T. Tanaka, and S. Kawata // *Appl. Opt.* – 1992. – N 31 (31). – P. 6653-6657.
11. **Fortin, Mathieu** Optical tests with Bessel beam interferometry / Mathieu Fortin, Michel Piché and Ermanno F. Borra // *Optics Express.* – 2004. – Vol. 12, No. 24. – P.5887-5895.
12. **Reichelt, Stephan** Self-calibration of wavefront testing interferometers by use of diffractive elements, / Stephan Reichelt, Hans Tiziani, and Hans Zappe // *Proc. of SPIE.* – 2006. – Vol. 6292. – P. 629205.1-629205.10.
13. **Garcés-Chavez, V.** Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam, / V. Garcés-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett, and K. Dholakia // *Nature.* – 2002. – V. 419. – P.145-147.
14. **Hegner, Martin** The light fantastic. // *Nature.* – 2002. – V. 419. – P.125-126.
15. **Arlt, J.** Atom guiding along Laguerre-Gaussian and Bessel light beams / J. Arlt, T. Hitomi, and K. Dholakia // *Appl. Phys. B.* – 2000. – V. 71. – P.549-554.
16. **Arlt, Jochen** Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams / Jochen Arlt and Kishan Dholakia, Josh Soneson and Ewan M. Wright // *Physical Review A.* – 2001. – V 63. – P.063602-1 - 063602-8.
17. **Tsampoula, X.** Femtosecond cellular transfection using a non-diffracting light beam / X. Tsampoula, V. Garcés-Chávez, M. Comrie, D. J. Ste-venson, B. Agate, C. T. A. Brown, F. Gunn-Moore, and K. Dholakia // *Applied Physics Letters.* – 2007. – V. 91. – P.053902-1– 053902-3.
18. **Cizmar, T.** Generation of multiple Bessel beams for a biophotonics workstation, / T. Cizmar, V. Kollarov, X. Tsampoula, F. Gunn-Moore, W. Sibbett, Z. Bouchal, and K. Dholakia // *Optics Express.* – 2008. – Vol. 16, No. 18. – P. 14024-14035.
19. **Durnin, J.** Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1987. – V. 4, N.4. – P. 651–654.
20. **McLeod, J.H.** The axicon: a new type of optical element // *J. Opt. Soc. Am.* – 1954. – 44. – P. 592–597.
21. **Herman, R.M.** Production and uses of diffractionless beams, / R.M. Herman and T.A. Wiggins // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1991. – V.8(6). – P. 932-942.
22. **Davidson, N.** Holographic axicons: high resolution and long focal depth / N. Davidson, A. A. Friesem, and E. Hasman // *Opt. Lett.* 1991. – V. 16(7). – P. 523-525.
23. Design of microlenses with long focal depth based on the general focal length function, / Jie Lin, Jianlong Liu, Jiasheng Ye, and Shutian Liu // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2007. – Vol. 24(6). – P. 1747-1751.
24. **Lensacon** / V.P. Koronkevich, I.A. Mikhaltsova, E.G. Churin, and Yu.I. Yurlov // *Appl. Opt.* – 1993. – Vol. 34(25). – P. 5761-5772.
25. Spherical aberration effects in lens–axicon doublets: theoretical study / Christian Parigger, Y. Tang, D.H. Plemmons, and J.W.L. Lewis // *Appl. Opt.* – 1997. – Vol. 36(31). – P. 8214-8221.
26. **Burvall, A.** Axicon imaging by scalar diffraction theory – PhD thesis, Stockholm, 2004.
27. **Lopez-Mariscal, Carlos** Production of high-order Bessel beams with a Mach–Zehnder interferometer / Carlos Lopez-Mariscal, Julio C. Gutierrez-Vega, and Sabino Chavez-Cerda // *Applied Optics.* – 2004. – Vol. 43, No. 26. – P. 5060-5063.
28. **Hernández-Aranda, Raúl I.** Theory of the unstable Bessel resonator / Raúl I. Hernández-Aranda, Sabino Chávez-Cerda, Julio C. Gutiérrez-Vega // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2005. – Vol. 22, No. 9. – P.1909-1917.
29. Annular-aperture logarithmic axicon / Jacek Sochacki, Zbigniew Jaroszewicz, Leszek Rafal Staroiski, Andrzej Kolodziejczyk // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1993. – Vol. 10(8). – P. 1765-1768.
30. Imaging with extended focal depth by means of lenses with radial and angular modulation / G. Miłkuła, Z. Jaroszewicz, A. Kolodziejczyk, K.Petelczyc, and M. Sypek // *Opt. Express.* – 2007. – Vol. 15(15). – P. 9184-9193.
31. **Котляр, В.В.** Дифракционный расчет фокусаторов в продольный отрезок, / В.В. Котляр, В.А. Соифер, С.Н. Хонина // *Письма в ЖТФ.* – 1991. – № 17(24). – С. 63-66.
32. **Kotlyar, V.V.** Calculation of the focusators into a longitudinal line segment and study of a focal area / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // *J. Modern Optics.* – 1993. – Vol. 40(5). – P. 761-769.
33. **Turunen, J.** Holographic generation of diffraction-free beams / J. Turunen, A. Vasara, and A. T. Friberg // *J. Appl. Opt.* – 1988. – Vol. 27(19). – P. 3959-3962.
34. The phase rotor filter / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, M.V. Shinkaryev, V.A. Soifer, and G.V. Uspleniev // *J. Mod. Opt.* – 1992. – Vol. 39. – P. 1147–1154.
35. Generation of nondiffracting Bessel beams by use of a spatial light modulator / Narupon Chattrapiban, Elizabeth A. Rogers, David Cofield, Wendell T. Hill, Rajarshi Roy // *Opt. Lett.* – 2003. – Vol. 28(22). – P. 2183- 2185.
36. **Хонина, С.Н.** Сравнительный анализ распределений интенсивности, формируемых дифракционным аксиконом и дифракционным логарифмическим аксиконом / С.Н. Хонина, С.А. Балалаев // *Компьютерная оптика.* – 2009. – Т. 33, № 2. – С. 162-174.
37. **Балалаев, С.А.** Исследование возможности формирования гипергеометрических лазерных пучков методами дифракционной оптики / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина, Р.В. Скиданов, // *Известия Самарского научного центра РАН.* – 2008. – № 10(3). – С. 694-706.
38. **Friberg, A.T.** Stationary-phase analysis of generalized axicons // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1996. – Vol. 13(4). – P. 743–750.
39. **Гудмен, Дж.** Введение в Фурье-оптику /пер. с англ. – М.: Мир, 1970. – 364 с.
40. Rotating microobjects using a DOE-generated laser Bessel beam / S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer // *Proceedings of SPIE.* – 2004. – Vol. 5456. – P. 244-255.

#### Reference

1. A. E. Bereznyi, A. M. Prokhorov, I. N. Sisakyan and V. A. Soifer, *Bessel optics*, DAN SSSR, V. 274, No. 4, pp.802-805 (1984). – [in Russian].

2. A. E. Bereznyi, I. N. Sisakyan, Binary elements of Bessel-optics, *Computer optics*, iss. 1, pp. 132-133 (1987). – [in Russian].
3. J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly, Diffraction-free beams, *Phys. Rev. Lett.* V. 58, n. 15, 1499-1501 (1987)
4. K. Wang, L. Zeng, and Ch. Yin, Influence of the incident wave-front on intensity distribution of the nondiffracting beam used in large-scale measurement, *Opt. Commun.* 216, 99-103 (2003).
5. Jian-yu Lu and J. F. Greenleaf, Diffraction-limited beams and their applications for ultrasonic imaging and tissue characterization, *Proc. SPIE*, vol. 1733, pp. 92-119 (1992).
6. R. A. Leitgeb, M. Villiger, A. H. Bachmann, L. Steinmann, and T. Lasser, Extended focus depth for Fourier domain optical coherence microscopy, *Opt. Lett.*, Vol. 31, No. 16, 2450-2452 (2006).
7. Kye-Sung Lee and Jannick P. Rolland, Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range, *Opt. Lett.*, Vol. 33, No. 15, 1696-1698 (2008).
8. Jian-yu Lu, J. F. Greenleaf, "Producing deep depth of field and depth-independent resolution in NDE with limited diffraction beams," *Ultrason. Imag.*, vol. 15, no. 2, pp. 134-149 (1993).
9. José J. Lunazzi, Daniel S. F. Magalhães, Photographing by means of a diffractive axicon, *XXIX ENFMC - Annals of Optics*, pp. 1-4 (2006).
10. R. Arimoto, C. Saloma, T. Tanaka, and S. Kawata, Imaging properties of axicon in a scanning optical system, *Appl. Opt.* 31 (31) 6653-6657 (1992).
11. Mathieu Fortin, Michel Piché and Ermanno F. Borra, Optical tests with Bessel beam interferometry, *Optics Express* Vol. 12, No. 24, 5887-5895 (2004)
12. Stephan Reichelt, Hans Tiziani, and Hans Zappe, Self-calibration of wavefront testing interferometers by use of diffractive elements, *Proc. of SPIE*, vol. 6292, pp. 629205.1-629205.10 (2006)
13. V. Garcés-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett, and K. Dholakia, Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam, *Nature*, v. 419, 145-147 (2002)
14. Martin Hegner, The light fantastic, *Nature*, v. 419, 125-126 (2002)
15. J. Arlt, T. Hitomi, and K. Dholakia, Atom guiding along Laguerre-Gaussian and Bessel light beams. *Appl. Phys. B* v. 71, 549-554 (2000)
16. Jochen Arlt and Kishan Dholakia, Josh Sonesson and Ewan M. Wright, Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams, *Physical Review A*, v 63, 063602-1 - 063602-8 (2001)
17. X. Tsampoula, V. Garcés-Chávez, M. Comrie, D. J. Stevenson, B. Agate, C. T. A. Brown, F. Gunn-Moore, and K. Dholakia, Femtosecond cellular transfection using a non-diffracting light beam, *Applied Physics Letters*, v. 91, 053902-1 - 053902-3 (2007)
18. T. Cizmar, V. Kollarov, X. Tsampoula, F. Gunn-Moore, W. Sibbett, Z. Bouchal, and K. Dholakia, Generation of multiple Bessel beams for a biophotonics workstation, *Optics Express*, Vol. 16, No. 18, 14024-14035 (2008)
19. J. Durnin, Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory, *J. Opt. Soc. Am. A*, v. 4, n.4, 651-654 (1987)
20. McLeod J.H., The axicon: a new type of optical element, *J. Opt. Soc. Am.* 44, 592-597 (1954).
21. R. M. Herman and T. A. Wiggins, Production and uses of diffractionless beams, *J. Opt. Soc. Am. A* 8(6), 932-942 (1991)
22. N. Davidson, A. A. Friesem, and E. Hasman, Holographic axilens: high resolution and long focal depth, *Opt. Lett.* 16(7), 523-525 (1991)
23. Jie Lin, Jianlong Liu, Jiasheng Ye, and Shutian Liu, Design of microlenses with long focal depth based on the general focal length function, *J. Opt. Soc. Am. A* 24(6), 1747-1751 (2007).
24. V. P. Koronkevich, I. A. Mikhaltsova, E. G. Churin, and Yu. I. Yurlov, *Lensacon*, *Appl. Opt.* 34(25), 5761-5772 (1995)
25. Christian Parigger, Y. Tang, D. H. Plemmons, and J. W. L. Lewis, Spherical aberration effects in lens-axicon doublets: theoretical study, *Appl. Opt.* 36(31), 8214-8221 (1997)
26. A. Burvall, Axicon imaging by scalar diffraction theory, PhD thesis, Stockholm, 2004
27. Carlos Lopez-Mariscal, Julio C. Gutierrez-Vega, and Sabino Chavez-Cerda, Production of high-order Bessel beams with a Mach-Zehnder interferometer, *Applied Optics*, Vol. 43, No. 26, 5060-5063 (2004)
28. Raúl I. Hernández-Aranda, Sabino Chávez-Cerda, Julio C. Gutiérrez-Vega, Theory of the unstable Bessel resonator, *J. Opt. Soc. Am. A* Vol. 22, No. 9, 1909-1917 (2005)
29. Jacek Sochacki, Zbigniew Jaroszewicz, Leszek Rafal Staroiski, Andrzej Kolodziejczyk, Annular-aperture logarithmic axicon, *J. Opt. Soc. Am. A* 10(8), 1765-1768 (1993).
30. G. Miłkuła, Z. Jaroszewicz, A. Kolodziejczyk, K. Petelczyc, and M. Sypek, Imaging with extended focal depth by means of lenses with radial and angular modulation, *Opt. Express*. 15(15) 9184-9193 (2007)
31. Kotlyar V.V., Soifer V.A., Khonina S.N., Diffractive design of focusators forming axial line, *JETP Letters*, 17 (24), 63-66 (1991) – [in Russian].
32. Kotlyar V.V., Khonina S.N., Soifer V.A. Calculation of the focusators into a longitudinal linesegment and study of a focal area, *J. Modern Optics*, 40(5), 761-769 (1993)
33. J. Turunen, A. Vasara, and A. T. Friberg, Holographic generation of diffraction-free beams, *J. Appl. Opt.* 27(19), 3959-3962 (1988);
34. S. N. Khonina, V. V. Kotlyar, M. V. Shinkaryev, V. A. Soifer, and G. V. Uspleniev, The phase rotor filter, *J. Mod. Opt.* 39, 1147-1154 (1992).
35. Narupon Chatrapiban, Elizabeth A. Rogers, David Cofield, Wendell T. Hill, III, Rajarshi Roy, Generation of nondiffracting Bessel beams by use of a spatial light modulator, *Opt. Lett.* 28(22), 2183- 2185 (2003)
36. S.N. Khonina, S.A. Balalayev, The comparative analysis of the intensity distributions formed by diffractive axicon and diffractive logarithmic axicon, *Computer Optics*, 33(2), 162-174 (2009) – [in Russian].
37. S.A. Balalayev, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, Examination of possibility to form hypergeometric laser beams by means of diffractive optics, *Izvest. SNC RAS*, 10(3), 694-706 (2008) – [in Russian].
38. Friberg A. T., Stationary-phase analysis of generalized axicons *J. Opt. Soc. Am. A* 13(4) 743-750 (1996)
39. J. W. Goodman, Introduction to Fourier optics. McGraw-Hill Book Company, 1968. 364 p. – [in Russian].
40. S. N. Khonina, R.V. Skidanov, V. V. Kotlyar, V. A. Soifer. Rotating microobjects using a DOE-generated laser Bessel beam, *Proceedings of SPIE*, v.5456, 244-255, 2004.

---

**FRACXICON - DIFFRACTIVE OPTICAL ELEMENT WITH CONICAL FOCAL DOMAIN**

*Svetlana Nikolaevna Khonina<sup>1,2</sup> (leading researcher, professor, e-mail: [khonina@smr.ru](mailto:khonina@smr.ru)),*

*Sergey Gennadjevich Volotovskiy<sup>1</sup> (leading programmer, e-mail [sv@smr.ru](mailto:sv@smr.ru))*

*<sup>1</sup>Institution of Russian Academy of Sciences, Image Processing Systems Institute RAS,*

*<sup>2</sup>S.P. Korolyov Samara State Aerospace University*

***Abstract***

Parameters of a focal spot and depth of the field formed by DOE which phase function represents a tandem of lens+axicon (lensacon) are theoretically investigated. In this case in comparison with linear axicon the focal depth decreases and the focal spot size becomes variable and can diminish much more strongly than allow each of optical elements of a tandem separately.

The new type of phase DOE – fracxicon – optical element having fractional degree of dependence on radial coordinate is entered. Depending on value of fractional degree fracxicon allows to form reducing in scale Bessel beams (similarly as lensacon) and increasing in scale nondiffractive beams, that is close on properties to logarithmic axicon, but without singularity in the central part of an optical element.

***Key words:*** diffractive linear axicon, lensacon, diffractive fracxicon, size of a focal spot, depth of a field.

---

*В редакцию поступила 19.10.2009 г.*