

## РАСЧЁТ ПРЕЛОМЛЯЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ В ВИДЕ ЛИНИИ

Дмитриев А.Ю., Досколович Л.Л.

*Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН,  
Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королёва*

### Аннотация

Рассмотрен расчёт преломляющей поверхности для формирования диаграммы направленности, представленной векторной функцией одного аргумента. Получено общее представление преломляющей поверхности в виде огибающей семейства эллипсоидов или гиперболоидов вращения (в зависимости от соотношения показателей преломления сред, разделённых преломляющей поверхностью). Каждый эллипсоид или гиперболоид в семействе преобразует сферический пучок от точечного источника в пучок с плоским волновым фронтом заданного направления. При этом падающие на поверхность и преломлённые лучи лежат на поверхности кругового конуса. Рассчитаны преломляющие поверхности для формирования диаграммы направленности в виде отрезка.

**Ключевые слова:** геометрическая оптика, преломляющая поверхность свободной формы, диаграмма направленности.

### Введение

Формирование заданных диаграмм направленности (ДН) является актуальным для задач лазерной оптики, радиофизики и светотехники. Задача расчёта оптического элемента для формирования заданной ДН состоит в определении формы преломляющей (или отражающей) поверхности элемента из условия, что преломлённые (отражённые) лучи имеют заданные направления. Решение данной задачи сводится к решению нелинейного дифференциального уравнения типа уравнения Монже-Ампера [1, 2]. В общем трёхмерном случае решение данного уравнения является крайне сложным. Аналитическое решение возможно только в частном случае радиальной или цилиндрической симметрии.

Методы решения задач данного класса в приближении геометрической оптики хорошо разработаны для дифракционных оптических элементов [3-5]. В этом случае задача ставится как задача расчёта эйконала светового поля на некоторой поверхности (обычно на плоскости), обеспечивающего заданные направления распространения лучей. Восстановление формы поверхности дифракционного элемента по функции эйконала предполагает использование приближенных соотношений типа приближения тонкого оптического элемента [6]. Использование приближенных соотношений для восстановления поверхности дифракционного микрорельефа позволяет рассчитывать оптические элементы только для формирования осевых ДН с малым угловым размером в 5-10 градусов [3, 5].

Для формирования ДН в виде линии (ДН, представленных вектор-функцией одного аргумента) разработан ряд методов. В работах [7-9] приведено общее решение задачи расчёта зеркала для формирования ДН в виде линии при точечном источнике излучения. Поверхность зеркала в [7-9] имеет вид огибающей семейства параболоидов вращения. Наибольшее практическое значение имеет задача формирования ДН в виде отрезка. Данная задача является эталонной при формировании сложных ДН, состоящих из набора отрезков. Законченное аналитическое решение этой задачи получено в [10, 11]. Расчёт преломляющих оптических эле-

ментов для формирования ДН в виде линии и отрезка в работах [7-11] не рассматривался.

Представление зеркала в виде огибающей семейства эллипсов также использовалось в [12, 13] для фокусировки излучения и в задаче формирования светового поля с заданным распределением эйконала на некоторой поверхности.

В настоящее время широкое распространение получили светодиоды. В этой связи методы расчёта преломляющих оптических элементов (головок светодиодов) имеют большую практическую значимость. В [14] рассмотрена конструкция преломляющего оптического элемента светодиода для формирования ДН в виде отрезка. В элементе используются преломляющие поверхности, работающие по принципу полного внутреннего отражения, за счет чего достигается высокая энергетическая эффективность (порядка 90%). Однако данный подход эффективен только при формировании ДН в виде отрезка с большим угловым размером (более 90°).

В данной работе впервые рассматривается расчёт преломляющей поверхности для формирования ДН в виде линии. Преломляющую поверхность предлагается определить в виде огибающей семейства эллипсоидов или гиперболоидов вращения (в зависимости от соотношения показателей преломления сред, разделённых преломляющей поверхностью). С помощью предложенного подхода были рассчитаны преломляющие поверхности, формирующие диаграмму направленности в виде отрезка.

### 1. Расчёт преломляющей поверхности

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Поверхность  $Q$  является границей раздела двух сред с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ . Точечный (компактный) источник находится в начале координат в среде с показателем преломления  $n_1$ . Лучи, исходящие из источника, преломляются на поверхности  $Q$ . Задача состоит в расчёте формы преломляющей поверхности из условия, что направления преломлённых лучей описываются заданной единичной векторной функцией одного аргумента

$$\mathbf{p}(\sigma) = (p_x(\sigma), p_y(\sigma), p_z(\sigma)), |\mathbf{p}(\sigma)| = 1, \quad (1)$$

где  $\sigma$  – некоторый параметр. Следуя работам [7-11], будем называть функцию (1) ДН в виде линии.

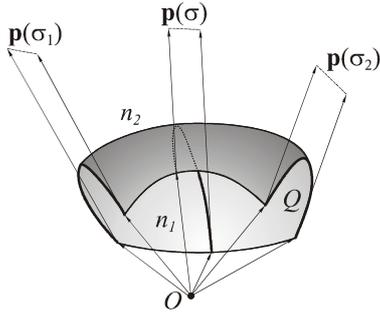


Рис. 1. Геометрия задачи формирования ДН

Рассмотрим предварительно расчёт преломляющей поверхности  $\mathbf{S}(u, v; \sigma)$ , преобразующей сферический пучок от источника в пучок с плоским волновым фронтом и направлением  $\mathbf{p}(\sigma)$ . Определим поверхность следующим образом

$$\mathbf{S}(u, v; \sigma) = \mathbf{e}(u, v) \cdot l(u, v; \sigma), \quad (2)$$

где  $(u, v)$  – некоторые криволинейные координаты,  $\mathbf{e}(u, v)$  – единичный вектор направления луча,  $l(u, v; \sigma)$  – расстояние от точечного источника до точки поверхности. Функцию  $l(u, v; \sigma)$  несложно получить из принципа Ферма [6] (из условия постоянства оптической длины пути от точечного источника до плоского волнового фронта) в виде:

$$l(u, v; \sigma) = \frac{\psi(\sigma)}{1 - n_2/n_1 (\mathbf{e}(u, v), \mathbf{p}(\sigma))}, \quad (3)$$

где  $\psi(\sigma)$  – некоторая константа. Подставим (3) в (2) и получим выражение для поверхности в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(u, v; \sigma) &= \mathbf{e}(u, v) \cdot l(u, v; \sigma) = \\ &= \mathbf{e}(u, v) \cdot \frac{\psi(\sigma)}{1 - n_{21} (\mathbf{e}(u, v), \mathbf{p}(\sigma))}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $n_{21} = n_2/n_1$ . Поверхность (4) является эллипсоидом вращения (при  $n_2 < n_1$ ) или гиперboloидом вращения (при  $n_2 > n_1$ ) с первым фокусом в начале координат (в точке расположения точечного источника) и направлением большой оси  $\mathbf{p}(\sigma)$ . При этом  $\psi(\sigma)$  и  $n_{21}$  в (4) имеют смысл фокального параметра и эксцентриситета поверхности соответственно. Преломляющую поверхность для формирования заданной ДН (1) предлагается определить в виде огибающей  $\mathbf{E}(u, \sigma)$  семейства поверхностей (4) по параметру  $\sigma$ . По определению, огибающая поверхность касается каждой из поверхностей семейства (4) вдоль некоторой кривой. Поскольку направления нормали огибающей поверхности и поверхностей  $\mathbf{S}(u, v; \sigma)$  вдоль кривых касания совпадают, то преломлённые лучи будут иметь заданные направления (1). Таким образом, расчёт преломляющей поверхности для формирования ДН (1) сводится к построению огибающей для семейства поверхностей, определённых в параметрическом виде (4). Уравнение огибающей поверхности определяется уравнением (4) и условием равенства нулю смешанного произведения векторов

$$(\mathbf{S}_u \mathbf{S}_v \mathbf{S}_\sigma) = 0, \quad (5)$$

где  $\mathbf{S}_u = \partial \mathbf{S} / \partial u$ ,  $\mathbf{S}_v = \partial \mathbf{S} / \partial v$ ,  $\mathbf{S}_\sigma = \partial \mathbf{S} / \partial \sigma$  [15]. Подставляя (4) в (5), получим

$$(\mathbf{e}_u(u, v), \mathbf{e}_v(u, v), \mathbf{e}(u, v)) \cdot l(u, v; \sigma) \frac{\partial l(u, v; \sigma)}{\partial \sigma} = 0, \quad (6)$$

где  $\mathbf{e}_u(u, v) = \partial \mathbf{e}(u, v) / \partial u$ ,  $\mathbf{e}_v(u, v) = \partial \mathbf{e}(u, v) / \partial v$ . Поскольку первые два множителя в (6) не обращаются в ноль, то уравнение (6) принимает вид

$$\frac{\partial l(u, v; \sigma)}{\partial \sigma} = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7) позволяет записать уравнение огибающей поверхности в виде

$$\begin{cases} \mathbf{S}(u, v; \sigma) = \mathbf{e}(u, v) \cdot \frac{\psi(\sigma)}{1 - n_{21} (\mathbf{e}(u, v), \mathbf{p}(\sigma))}, \\ \left( \mathbf{e}(u, v), \frac{\mathbf{v}(\sigma)}{|\mathbf{v}(\sigma)|} \right) = \alpha(\sigma), \end{cases} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(\sigma) &= \left( \mathbf{p}(\sigma) \frac{d\psi(\sigma)}{d\sigma} - \frac{d\mathbf{p}(\sigma)}{d\sigma} \psi(\sigma) \right), \\ \alpha(\sigma) &= \frac{1}{n_{21}} \frac{d\psi(\sigma)}{d\sigma} / |\mathbf{v}(\sigma)|. \end{aligned} \quad (9)$$

В случае, когда  $\alpha(\sigma) \leq 1$ , второе уравнение в (8) является уравнением кругового конуса с вершиной в начале координат. Тогда при фиксированном  $\sigma$  уравнения (8) определяют кривую  $\mathbf{L}(u, \sigma)$ , которая соответствует пересечению поверхности (4) с конусом

$$(\mathbf{e}(u, v), \mathbf{a}(\sigma)) = \alpha(\sigma), \quad (10)$$

где  $\mathbf{a}(\sigma) = \mathbf{v}(\sigma) / |\mathbf{v}(\sigma)|$  – единичный вектор оси, а  $\alpha(\sigma)$  – косинус угла при вершине конуса. Это позволяет рассматривать поверхность (8) как семейство кривых  $\mathbf{L}(u, \sigma)$  по параметру  $\sigma$ , на каждой из которых преломлённые лучи имеют направление  $\mathbf{p}(\sigma)$ . При  $n_2 < n_1$  возможно полное внутреннее отражение лучей от поверхности. В этом случае  $\alpha(\sigma) > 1$  и косинус угла при вершине конуса становится комплексным.

Лучи, преломлённые кривой  $\mathbf{L}(u, \sigma)$ , находятся в одной и той же плоскости. Для установления этого факта запишем уравнение огибающей поверхности в декартовых координатах. Неявное уравнение эллипсоида (гиперboloида) в декартовых координатах имеет вид

$$|\mathbf{M}| - n_{21} \cdot (\mathbf{p}(\sigma), \mathbf{M}) = \psi(\sigma), \quad (11)$$

где  $\mathbf{M} = (x, y, z)$  – радиус-вектор точки поверхности. В декартовых координатах уравнение огибающей поверхности имеет вид [15]

$$\begin{cases} |\mathbf{M}| - n_{21} (\mathbf{p}(\sigma), \mathbf{M}) = \psi(\sigma), \\ \left( \frac{d\mathbf{p}(\sigma)}{d\sigma}, \mathbf{M} \right) = -\frac{1}{n_{21}} \frac{d\psi(\sigma)}{d\sigma}. \end{cases} \quad (12)$$

Уравнения (12) показывают, что преломляющая поверхность состоит из кривых, которые соответствуют пересечениям поверхностей (11) с плоскостями

$$\left( \frac{d\mathbf{p}(\sigma)}{d\sigma}, \mathbf{M} \right) = -\frac{1}{n_{21}} \frac{d\psi(\sigma)}{d\sigma}. \quad (13)$$

Сечением эллипсоида (гиперboloида) вращения плоскостью, параллельной его большой оси, являет-

ся эллипс (гипербола). Таким образом, кривые (12) являются частями эллипсов (гипербол).

Функция  $\psi(\sigma)$  в (8), (12) определяет распределение энергии вдоль ДН и может быть рассчитана из условия формирования заданной интенсивности на ДН [7-11]. Уравнение для расчёта  $\psi(\sigma)$  имеет такой же вид, как для зеркала, и приведено в [7-11].

## 2. Примеры расчёта преломляющих поверхностей для формирования ДН в виде отрезка

Рассмотрим расчёт преломляющей поверхности, преобразующей сферический пучок от точечного источника в цилиндрический пучок, у которого все преломлённые лучи параллельны плоскости  $y=0$ . Такая ДН в [10,11,14] называется ДН в виде отрезка. В качестве параметра  $\sigma$  в (1) в этом случае удобно использовать угол между осью  $Oz$  и лучом, выходящим из источника и лежащим в плоскости  $y=0$ . Направление лучей цилиндрического пучка зададим в виде

$$\mathbf{p}(\sigma) = (\sin(\beta(\sigma)), 0, \cos(\beta(\sigma))), \quad (14)$$

$$\sigma \in [-\sigma_{\max}, \sigma_{\max}],$$

где  $\beta(\sigma) = C\sigma$  – угол, который образует преломлённый луч с осью  $Oz$ ,  $C$  – константа. При  $C=1$  преломляющая поверхность, формирующая ДН (14), преобразует сферический пучок от источника в цилиндрический пучок с осью  $Oy$ . Соответственно константу  $C$  можно рассматривать как коэффициент масштабирования углового размера пучка в плоскости  $y=0$ .

Аналогично [10,11], предлагается расчёт трёхмерной преломляющей поверхности  $\mathbf{Q}(u, \sigma)$  для формирования ДН (14) проводить через расчёт цилиндрического профиля  $r(\sigma)$ , являющегося сечением поверхности плоскостью  $y=0$ . Функция  $r(\sigma)$  определяется из дифференциального уравнения, разрешённого относительно производной [16, 17].

$$\frac{dr(\sigma)}{d\sigma} = -r(\sigma) \frac{\sin(\sigma - \beta(\sigma))}{n_1/n_2 - \cos(\sigma - \beta(\sigma))}. \quad (15)$$

Интегрируя (15) при  $\beta(\sigma) = C\sigma$ , получим

$$r(\sigma) = r_0 \left| n_1/n_2 - \cos(\sigma - \beta(\sigma)) \right|^{1/(C-1)}, \quad (16)$$

где  $r_0$  – расстояние от начала координат до центра профиля.

Потребуем, чтобы каждый эллипсоид (гипербола) в семействе (11)

$$|\mathbf{M}| - n_{21}(\mathbf{p}(\sigma), \mathbf{M}) = |\mathbf{M}| - n_{21}(x \cdot \sin(\beta(\sigma)) + z \cdot \cos(\beta(\sigma))) = \psi(\sigma) \quad (17)$$

содержал точку  $(r(\sigma) \sin(\sigma), 0, r(\sigma) \cos(\sigma))$  центрального профиля. Это условие позволяет определить функцию  $\psi(\sigma)$  в виде:

$$\psi(\sigma) = r(\sigma) \cdot (1 - n_{21} \cos(\sigma - \beta(\sigma))). \quad (18)$$

Формулы (8), (16), (18) представляют законченное аналитическое решение задачи формирования ДН вида (14).

На рис. 2 показаны рассчитанные поверхности, формирующие ДН в виде отрезков с угловым размером  $40^\circ$ .

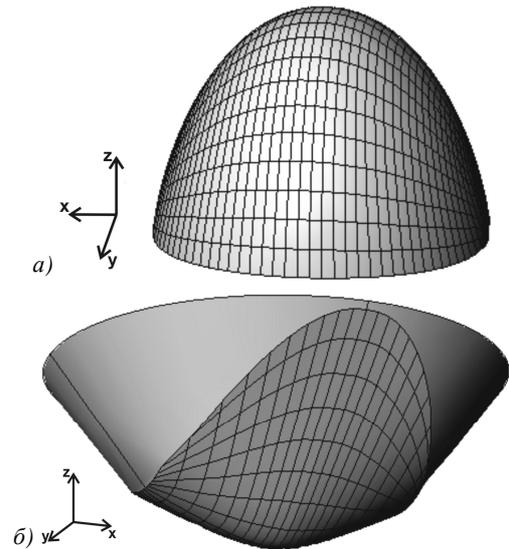


Рис. 2. Рассчитанные поверхности для формирования ДН в виде отрезка: огибающая семейства эллипсоидов вращения при  $n_1=1,5$ ,  $n_2=1$  (а); огибающая семейства гиперboloидов вращения при  $n_1=1$ ,  $n_2=1,5$  (б)

При этом поверхности рассчитаны для источника, излучающего в пределах телесного угла, соответствующего конусу с углом при вершине в  $80^\circ$ . В этом случае  $-40^\circ \leq \sigma \leq 40^\circ$  и  $\beta(\sigma) = \sigma/2$  в (14). Таким образом, рассматриваемые поверхности преобразуют сферический пучок от источника в цилиндрический пучок с двукратным уменьшением углового размера.

Поверхность на рис. 2а является огибающей семейства эллипсоидов вращения и рассчитана при следующих параметрах:  $n_1 = 1,5$ ,  $n_2 = 1$ ,  $r_0 = 5$ . Размеры поверхности по осям координат в пределах указанного телесного угла равны  $4,38 \times 3,95 \times 2,5$  мм.

На рис. 2б изображён составной оптический элемент. Сверху элемент ограничен плоскостью, сбоку – конической поверхностью, представляющей границу телесного угла, в пределах которого излучает источник. Внутренняя поверхность элемента является огибающей семейства гиперboloидов вращения, рассчитанной при  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1,5$  и  $r_0 = 5$ . Размеры поверхности равны  $21,56 \times 11,59 \times 13$  мм. Отметим, что поперечные размеры поверхности (размеры по осям  $Ox$ ,  $Oy$ ) примерно в 5 раз больше, чем у огибающей семейства эллипсоидов на рис. 2а.

Для подтверждения правильности расчётов было выполнено моделирование работы оптических элементов на рис. 2 с использованием специализированной программы по светотехнике TracePro [18]. На рис. 3 приведены расчётные распределения интенсивности, формируемые при компактных изотропных источниках с диаметром 0,5 мм. Распределения интенсивности показаны в плоскостях  $y=0$  (непрерывные линии) и  $x=0$  (штриховые линии). Согласно рис. 3 в плоскостях  $y=0$  формируются ДН с заданным полным угловым размером в  $40^\circ$ . В плоскостях  $x=0$  размер формируемых ДН составляет около  $3^\circ$ . Указанная расходимость обусловлена конечным размером источника излучения. Таким образом, результаты моделирования подтверждают формирование ДН (14).

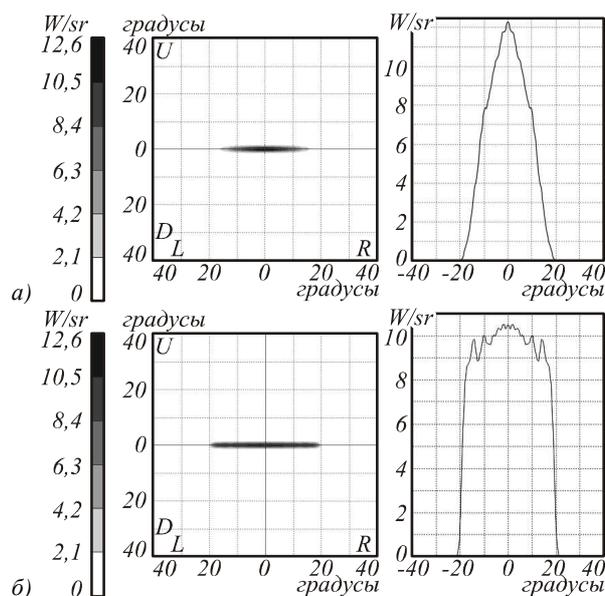


Рис. 3. Расчётные ДН, формируемые оптическими элементами на рис. 2 в плоскости  $u = 0$

### Заключение

Получено общее представление преломляющей поверхности для формирования однопараметрической ДН в виде огибающей семейства эллипсоидов или гиперболоидов вращения. Установлен тип соответствия между лучами от источника и лучами ДН. Показано, что лучи, имеющие после преломления фиксированное направление, лежат на поверхности кругового конуса. Преломлённые лучи с фиксированным направлением находятся в плоскости, перпендикулярной диаграмме направленности. Расчётные примеры демонстрируют возможность расчёта гладких преломляющих поверхностей, осуществляющих преобразование сферического пучка в цилиндрический пучок с заданным изменением углового размера пучка. Метод может быть обобщён на случай фокусировки в линию. В этом случае преломляющая поверхность представляется в виде огибающей анаберрационных поверхностей (картезианских овалов), обеспечивающих фокусировку лучей от источника в текущую точку кривой фокусировки.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-7414.2010.9 и российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1).

### Литература

1. **Muschaweck, J.** Tailored freeform optical surface / J. Muschaweck, H. Ries // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2002. – V. 19, N 3. – P. 590-595.
2. **Guan, P.** On a Monge-Ampere equation arising in geometric optics / P. Guan, X-J. Wang // *J. Differential Geometry.* – 1998. – V. 48, N 2. – P. 205-223.
3. Дифракционная компьютерная оптика / под ред. В.А. Сойфера М.: Физматлит, 2007. – 736 с.
4. **Doskolovich, L.L.** A DOE to form a line-shaped directivity diagram. / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, V.A. Soifer,

- S.I. Kharitonov, P. Perlo // *Journal of Modern Optics.* – 2004. – V. 51, N 13. – P. 1999.
5. **Soifer, V., Kotlyar V., Doskolovich L.** Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation – London, Taylor & Francis Ltd., 1997. – 256 p.
6. **Борн, М.** Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф – М.: Наука, 1973.
7. **Досколович, Л.Л.** Расчет зеркала для формирования однопараметрической диаграммы направленности / Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский // *Автометрия.* – 2004. – Т. 40, № 5. – С. 104-111.
8. **Doskolovich, L.L.** Designing reflectors to generate a line-shaped directivity diagram / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S.I. Kharitonov, P. Perlo, S. Bernard // *J. of Mod. Opt.* – 2005. – V. 52, N 11. – P. 1529-1536.
9. **Досколович, Л.Л.** Расчёт формы поверхности зеркал для формирования изображения в виде линии / Л.Л. Досколович, С.И. Харитонов // *Оптический журнал.* – 2005. – Т. 72, № 4. – С. 34.
10. **Doskolovich, L.L.** Designing a mirror to form a line-shaped directivity diagram / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S. Bernard // *Journal of Modern Optics.* – 2007. – V. 54, N 4. – P. 589-597.
11. **Досколович, Л.Л.** Расчёт зеркала для формирования диаграммы направленности в виде отрезка / Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский, М.А. Тренина // *Автометрия.* – 2006. – Т. 42, № 4. – С. 67-75.
12. **Criadol, C.** Reflecting profiles that produce a given phase distribution of light / C. Criadol, N. Alamo // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2010. – V. 27, N 3. – P. 598-601.
13. **Weigand, R.** Envelope mirror: a new concept of focusing reflecting optics / R. Weigand, J. M. Guerra // *Appl. Opt.* – V. 29, N 31. – P. 4608-4613.
14. **Досколович, Л.Л.** Расчёт преломляющего оптического элемента, формирующего диаграмму направленности в виде отрезка / Л.Л. Досколович, М.А. Моисеев // *Компьютерная оптика.* – 2008. – Т. 32, № 4. – С. 366-369.
15. Математическая энциклопедия. – Т.3. – М.: Советская энциклопедия, 1982.
16. **Elmer, W.B.** Optical design of reflectors – N.Y.: Wiley, 1985.
17. **Досколович, Л.Л.** Расчёт радиально-симметричных преломляющих поверхностей с учётом френелевских потерь / Л.Л. Досколович, М.А. Моисеев // *Компьютерная оптика.* – 2008. – Т. 32, № 2. – С. 201-203.
18. [http://www.lambdaires.com/software\\_products/tracepro/](http://www.lambdaires.com/software_products/tracepro/) [Электронный ресурс].

### References

1. **Muschaweck, J.** Tailored freeform optical surface / J. Muschaweck, H. Ries // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2002. – V. 19, N 3. – P. 590-595.
2. **Guan, P.** On a Monge-Ampere equation arising in geometric optics / P. Guan, X-J. Wang // *J. Differential Geometry.* – 1998. – V. 48, N 2. – P. 205-223.
3. *Diffraction computer optics* / ed. by V. Soyfer. – M.: Fizmatlit, 2007. – 736 p. – (in Russian).
4. **Doskolovich, L.L.** A DOE to form a line-shaped directivity diagram / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, V.A. Soifer, S.I. Kharitonov, P. Perlo // *Journal of Modern Optics.* – 2004. – V. 51, N 13. – P. 1999.
5. **Soifer, V., Kotlyar, V., Doskolovich, L.** Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation. – London, Taylor & Francis Ltd., 1997. – 256 p.
6. **Born, M.** Principles of optics / M. Born, E. Wolf – Moscow: “Nauka” Publisher, 1973. – (in Russian).

7. **Doskolovich, L.L., Kazanskiy, N.L.** Designing reflectors to generate a line-shaped directivity diagram // *Avtometriya*. – 2004. – V. 40, N 5. – P. 104-111. – (in Russian).
8. **Doskolovich, L.L.** Designing reflectors to generate a line-shaped directivity diagram / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S.I. Kharitonov, P. Perlo, S. Bernard // *J. of Mod. Opt.* – 2005. – V. 52, N 11. – P. 1529-1536.
9. **Doskolovich, L.L.** Designing a mirror to form a line-shaped directivity diagram / L.L. Doskolovich, S.I. Kharitonov // *Optics journal*. – 2005. – V. 72, N 4. – P. 34. – (in Russian).
10. **Doskolovich, L.L.** Designing a mirror to form a line-shaped directivity diagram / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S. Bernard // *Journal of Modern Optics*. – 2007. – V. 54, N 4. – P. 589-597.
11. **Doskolovich, L.L.** Designing a mirror to form a line-segment directivity diagram / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, M.A. Trenina // *Avtometriya*. – 2006. – V. 42, N. 4. – P. 67-75. – (in Russian).
12. **Criadol, C.** Reflecting profiles that produce a given phase distribution of light / C. Criadol, N. Alamo // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2010. – V. 27, N 3. – P. 598-601.
13. **Weigand, R., Guerra, J.M.** Envelope mirror: a new concept of focusing reflecting optics, *Appl. Opt.* – V. 29, N 31. – P. 4608-4613.
14. **Doskolovich, L.L.** Designing a refractive elements to form a line-segment directivity diagram / L.L. Doskolovich, M.A. Moiseev // *Computer Optics*. – 2008. – V. 32, N 4. – P. 366-369. – (in Russian).
15. *Mathematical encyclopaedia*. – V. 3. – Moscow: "Soviet encyclopaedia" Publisher, 1982.
16. **Elmer, W.B.** *Optical design of reflectors* – N.Y.: Wiley, 1985.
17. **Doskolovich, L.L. Moiseev, M.A.** Designing a radial-symmetric refractive elements taking into account Fresnel losses // *Computer Optics*. – 2008. – V. 32, N 2. – P. 201-203. – (in Russian)
18. [http://www.lambdare.com/software\\_products/tracepro/](http://www.lambdare.com/software_products/tracepro/)

## DESIGNING REFRACTING SURFACES TO GENERATE A LINE-SHAPED DIRECTIVITY DIAGRAM

*A.Yu. Dmitriev, L.L. Doskolovich*  
*Image Processing Systems Institute of the RAS,*  
*S. P. Korolyov Samara State Aerospace University*

### Abstract

A method of designing a refracting surface to generate a directivity diagram represented as a vector function of one argument is presented. A general relationship for the refracting surface is derived as an envelope of a parametric family of rotational ellipsoids or hyperboloids (depend on of the refractive indexes of the mediums, divided by the refracting surface). Each ellipsoid or hyperboloid in the family transforms a spherical illuminating beam from the point source into a beam with plane wavefront of desired direction. The incident and refracted rays lie on the circular cone. We design a refracting surfaces to generate a line-segment directivity diagram.

**Key words:** geometric optics, refractive freeform surface, directivity diagram.

### Сведения об авторах:



**Дмитриев Антон Юрьевич**, стажёр-исследователь Учреждения Российской академии наук Института систем обработки изображений РАН. Учёной степени нет.

**E-mail:** [tonydm@yandex.ru](mailto:tonydm@yandex.ru)

Область научных интересов: геометрическая оптика, дифракционная оптика.

**Anton Yurievich Dmitriev**, apprentice-researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS. Academic degree: none. E-mail: [tonydm@yandex.ru](mailto:tonydm@yandex.ru).

Research interests: geometric optics, diffraction optics.



**Досколович Леонид Леонидович**, доктор физико-математических наук, профессор Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва; ведущий научный сотрудник Учреждения Российской академии наук Института систем обработки изображений РАН. E-mail: [leonid@smr.ru](mailto:leonid@smr.ru)

Область научных интересов: дифракционная оптика, лазерные информационные технологии, нанофотоника.

**Leonid Leonidovich Doskolovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of the Samara State Aerospace University named after S.P. Korolev. Leading researcher of the Image processing systems institute of the RAS. **E-mail:** [leonid@smr.ru](mailto:leonid@smr.ru)

Research interests: diffraction optics, laser information technologies, nanophotonics.

*Поступила в редакцию 7 сентября 2010 г.*