

## РАСЧЁТ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН ПЛАНАРНОГО АНИЗОТРОПНОГО ВОЛНОВОДА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ

Моисеева Н.М.

Волгоградский государственный университет

### Аннотация

Для однородного планарного анизотропного волновода выполнено решение уравнений Максвелла. Получены фундаментальные матрицы решения для ТЕ- и ТМ-волн в анизотропном плоском однородном слое. Показано, что фазовый сдвиг ТМ-волны при отражении от границы «анизотропный слой – изотропная среда» зависит от угла наклона оптической оси. Выполнено численное решение дисперсионного уравнения ТМ-волны в анизотропном планарном волноводе при различных ориентациях оптической оси в плоскости распространения волны; найдена асимптотика дисперсионных кривых.

**Ключевые слова:** планарный волновод, анизотропия, уравнения Максвелла, дисперсионное уравнение, полное внутреннее отражение, фазовый сдвиг при отражении света, асимптотика дисперсионных кривых.

### Введение

В настоящее время происходит интенсивное развитие технологий оптоэлектроники и интегральной оптики, значительно вырос интерес исследователей к волноведущим оптическим структурам [1]. Это можно объяснить развитием оптических технологий обработки и передачи информации, разработкой фотонных интегральных схем, оптической памяти [17]. Преимуществами оптических волноведущих структур являются высокая скорость передачи информации, низкая стоимость сырья, компактные размеры. Планарные диэлектрические волноводы являются важнейшими элементами новых высокоскоростных технологий. Толщина волновода и его оптические параметры определяют особенности распространения и отражения в нём электромагнитных волн, то есть его собственные моды. Известно, что в анизотропных средах электромагнитные волны распространяются иначе, чем в изотропных средах [2]. В анизотропной среде оптические свойства зависят от направления распространения света, и поэтому ориентация оптической оси волновода должна влиять на условия распространения собственных волн. Новые оптические решения требуют создания сред со специальными оптическими свойствами. Как известно, интегрально-оптические компоненты изготавливаются в очень сложных технологических процессах, например, в процессе ионной имплантации. Чтобы создаваемые устройства функционировали так, как это планирует разработчик, необходим детальный анализ волноводных характеристик распространения, а также разработка простого набора расчётных инструментов для производства. Для этого требуется адекватная математическая модель взаимодействия электромагнитных волн с веществом, построенная на уравнениях Максвелла.

За последние десятилетия разработано множество аналитических и численных методов расчёта волноводных мод [3–4]. Метод распространения луча применён в работе [7] для анизотропного тонкого волновода. Рассматривалась трёхслойная система. В случае произвольной ориентации оптической оси анизотропного волновода в каждом слое будет происходить

кросс-поляризация, взаимодействие волн. Для описания этого явления в работе [8] Юхом была предложена новая  $4 \times 4$  матричная алгебра, которая комбинирует метод матриц  $2 \times 2$  и метод матриц Джонса. Она была применена для исследования распространения плоской волны в произвольной анизотропной среде. Для каждого слоя записывалась матрица распространения; было выяснено, что вид матрицы зависит от ориентации оптического тензора относительно осей волновода. Процедура, основанная на формализме матриц Юха  $4 \times 4$ , получила развитие в работе [9]. Было найдено асимптотическое решение для набора очень тонких слоёв, толщиной значительно меньше длины волны. Метод подбора нулевых элементов характеристической матрицы был предложен в статье [10]. Его применяли для многослойного планарного оптического волновода с заданным профилем показателя преломления. Постоянные распространения волновода были получены из условий равенства нулю элементов передаточной матрицы. Метод применялся к волноводам с потерями и анизотропией. В работе [11] был предложен метод передаточной матрицы. Это стандартный матричный метод  $2 \times 2$ , используемый для оптики тонких плёнок. Его применили к планарному многослойному волноводу. Получены выражения для расчёта профилей полей и энергии в каждом слое. Метод, применённый к поглощающему многослойному волноводу и к отражению плоской волны, был предложен в [12]; он является адаптированной для планарного волновода модификацией метода характеристических матриц [2]. В монографии [1] предложен детальный теоретический анализ различных видов оптических волноводов. Детально исследованы условия существования волн, получены дисперсионные уравнения для расчёта зависимости показателя преломления для первых двух мод от относительной толщины волновода, указан интервал для верхнего предела «изменения показателя преломления».

Для расчёта и анализа волноводных мод часто применяют модификации метода конечных разностей для временной и частотной области, а также метод конечных элементов. Оригинальный алгоритм был предложен Йи [13]. Новая полно-векторная конечно-

разностная дискретизация для волноводов с поперечной анизотропией была предложена в [14]. В отличие от предшествующих решений метод позволяет решать задачи для произвольной ориентации оптической оси относительно распространения волны. Метод конечных элементов применялся для расчёта мод при различных углах распространения в работах японских учёных [15] и [16]. Численные методы позволяют выполнить решения для собственных мод для волноводов с различными оптическими свойствами и геометрией. Однако их общими недостатками являются появление нефизических зависимостей, а также затруднённость в анализе решения.

**1. Постановка задачи**

В настоящей работе, исходя из уравнений классической электродинамики, выполнена сшивка решений на границах трёхслойного однородного волновода с внутренней анизотропной средой с помощью матрицы Коши. Выполнен расчёт решений дисперсионных уравнений для волн ТЕ и ТМ, распространяющихся в анизотропном волноводе, получена зависимость асимптотики дисперсионных кривых от угла наклона оптической оси волновода.

Рассмотрим распространение электромагнитной волны в анизотропном плоском слое. Он представлен на рис. 1. Покровная среда «1» и подложка «3» имеют меньшие значения диэлектрической проницаемости, чем значения  $\epsilon_0, \epsilon_e$  второй среды, и обеспечивают распространение электромагнитной волны в пределах слоя «2» в плоскости XOZ за счёт явления полного внутреннего отражения. Плоскость распространения волн XOZ, показанную на рисунке, будем называть плоскостью падения. Пусть оптическая ось анизотропной среды волновода ориентирована в плоскости падения под некоторым углом  $\phi$  к оси OX.

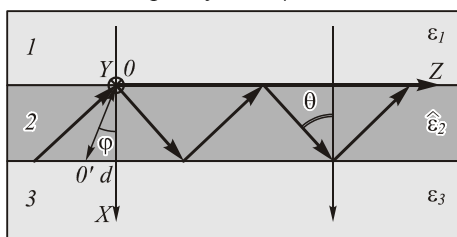


Рис. 1. Однородный анизотропный планарный волновод.  $OY'$  – оптическая ось анизотропной среды «2» расположена в плоскости XOZ под углом  $\phi$  к оси OX

При указанном положении оптической оси диэлектрическая проницаемость одноосной анизотропной среды «2» имеет вид:

$$\hat{\epsilon}_2 = \begin{pmatrix} \epsilon_e \cos^2 \phi + \epsilon_0 \sin^2 \phi & 0 & \frac{\epsilon_e - \epsilon_0}{2} \sin 2\phi \\ 0 & \epsilon_0 & 0 \\ \frac{\epsilon_e - \epsilon_0}{2} \sin 2\phi & 0 & \epsilon_0 \cos^2 \phi + \epsilon_e \sin^2 \phi \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Рассмотрим распространение в среде «2» волн двух типов. Первая волна будет обыкновенной волной в кристалле «2»; это ТЕ-волна. Векторы напря-

жённости электрического и магнитного полей для неё имеют вид:

$$\vec{E}_{TE} = (0 \quad E_y \quad 0), \quad (2a)$$

$$\vec{H}_{TE} = (H_y \quad 0 \quad H_z). \quad (2б)$$

Вторая волна в кристалле «2» является необыкновенной, это ТМ-волна. Вектор напряжённости электрического поля для данной волны лежит в плоскости падения и имеет компоненты  $E_x, E_z$ , а вектор  $\vec{H}$  перпендикулярен ей, поэтому имеет только компоненту  $H_y$ :

$$\vec{E}_{TM} = (E_x \quad 0 \quad E_z). \quad (3a)$$

$$\vec{H}_{TM} = (0 \quad H_y \quad 0). \quad (3б)$$

Подставим векторы (2) и (3) в уравнения Максвелла и учтём, что для всех компонент полей  $F_i$  выполняются условия:

$$\frac{\partial}{\partial y} F_i = 0, \quad (4a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} F_i = ik_0 \alpha F_i. \quad (4б)$$

Параметр  $\alpha$  зависит от угла падения волны на границы раздела  $x=0$  и  $x=d$  и от оптических свойств волновода. Значения углов падения  $\theta_1, \theta_3$  в средах «1» и «3», а также значения углов  $\theta_{TE}$  и  $\theta_{TM}$  в слое «2» связаны с оптическими свойствами материалов законом Снеллиуса:

$$\alpha = \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \sin \theta_1 = \sqrt{\epsilon_3 \mu_3} \sin \theta_3 = \sqrt{\epsilon_{yy} \mu} \sin \theta_{TE} = n_e \sin \theta_{TM} = \text{const}. \quad (5)$$

Здесь  $n_e = \sqrt{\epsilon_0 \cos^2(\theta - \phi) + \epsilon_e \sin^2(\theta - \phi)}$  – показатель преломления для волны ТМ в слое «2» [2, с. 627].

**2. Решение уравнений Максвелла**

Подстановка векторов (2) и (3) в уравнения Максвелла с учётом связей (4) и (5) позволяет получить две системы, состоящие из двух обыкновенных дифференциальных уравнений. Первая система ОДУ описывает распространение в среде «2» ТЕ-волны:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} E_y = ik_0 \mu H_z, \\ \frac{d}{dx} H_z = ik_0 \left( \epsilon_{yy} - \frac{\alpha^2}{\mu} \right) E_y. \end{cases} \quad (6)$$

Вторая система из двух ОДУ отвечает за распространение в среде «2» волны ТМ:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} H_y = -ik_0 \alpha \frac{\epsilon_{zx}}{\epsilon_{zz}} H_y - ik_0 \left( \epsilon_{zz} - \frac{\epsilon_{xz} \epsilon_{zx}}{\epsilon_{xx}} \right) E_z, \\ \frac{d}{dx} E_z = -ik_0 \left( \mu - \frac{\alpha^2}{\epsilon_{xx}} \right) H_y - ik_0 \alpha \frac{\epsilon_{xz}}{\epsilon_{xx}} E_z. \end{cases} \quad (7)$$

Для решения систем ОДУ (6) и (7) были найдены фундаментальные матрицы решения, а затем получены матрицы Коши для ТЕ- и ТМ-волн в анизотропном слое. Данный метод применялся в работах

5, 6, 18]. В работах [19, 20] были получены матричные решения для однородного анизотропного слоя. «Сшивку» решений на границах «1–2», когда  $x=0$ , и «2–3», когда  $x=d$ , для компонент полей ТЕ-волны имеет вид:

$$\begin{pmatrix} E_y(d) \\ H_z(d) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_{11}^{(TE)} & n_{12}^{(TE)} \\ n_{21}^{(TE)} & n_{22}^{(TE)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_y(0) \\ H_z(0) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Коэффициенты матрицы Коши в уравнении (8) имеют вид:

$$n_{11}^{(TE)} = n_{22}^{(TE)} = \cos(k_0 d \sqrt{\epsilon_{yy} \mu - \alpha^2}), \quad (8a)$$

$$n_{12}^{(TE)} = \frac{i\mu}{\sqrt{\epsilon_{yy} \mu - \alpha^2}} \sin(k_0 d \sqrt{\epsilon_{yy} \mu - \alpha^2}), \quad (8б)$$

$$n_{21}^{(TE)} = \frac{i\sqrt{\epsilon_{yy} \mu - \alpha^2}}{\mu} \sin(k_0 d \sqrt{\epsilon_{yy} \mu - \alpha^2}). \quad (8в)$$

Матричная «сшивка» решения для ТМ-волны на границах слоя «2» записывается в виде:

$$\begin{pmatrix} H_y(d) \\ E_z(d) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_{11}^{(TM)} & n_{12}^{(TM)} \\ n_{21}^{(TM)} & n_{22}^{(TM)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_y(0) \\ E_z(0) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Матрица Коши  $\hat{N}_p(d,0)$  в формуле (8) для волны ТМ имеет вид:

$$n_{11}^{(TM)} = n_{22}^{(TM)} = e^{-ik_0 \alpha d \frac{\epsilon_{xz}}{\epsilon_{xx}}} \cos\left(k_0 d \frac{\sqrt{\Delta(\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2)}}{\epsilon_{xx}}\right), \quad (9a)$$

$$n_{12}^{(TM)} = ie^{-ik_0 \alpha d \frac{\epsilon_{xz}}{\epsilon_{xx}}} \sqrt{\frac{\Delta}{\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2}} \sin\left(k_0 d \frac{\sqrt{\Delta(\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2)}}{\epsilon_{xx}}\right), \quad (9б)$$

$$n_{21}^{(TM)} = ie^{-ik_0 \alpha d \frac{\epsilon_{xz}}{\epsilon_{xx}}} \frac{\sqrt{\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2}}{\Delta} \sin\left(k_0 d \frac{\sqrt{\Delta(\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2)}}{\epsilon_{xx}}\right). \quad (9в)$$

Величина  $\Delta = \epsilon_{xx} \epsilon_{zz} - \epsilon_{xz} \epsilon_{zx} = \epsilon_0 \epsilon_e$  не зависит от ориентации оптической оси в плоскости ХОZ. Формулы (8) и (9) позволяют рассчитывать локализацию полей электромагнитной волны в волноводе. Из формул (9а)–(9в) видно, что собственные значения системы ОДУ (5) принимают значения:

$$\lambda_{1,2} = \pm ik_0 \frac{\sqrt{\Delta(\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2)}}{\epsilon_{xx}} - i\alpha k_0 \frac{\epsilon_{xz}}{\epsilon_{xx}}. \quad (10)$$

Второе слагаемое в формуле (9) объясняет появление фазового множителя в коэффициентах матрицы (9). Сшивки (8) и (9) получены путём решения систем ОДУ при помощи матрицанта. Как правило, при расчётах применяют метод передаточной матрицы [11], в котором фазовый множитель опускают. Исходя из уравнений Максвелла, связь между компонентами напряжённости электрического и магнитного полей ТМ-волны записывается в виде системы:

$$\begin{cases} k_z H_y = k_0 (\epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xz} E_z), \\ k_x H_y = -k_0 (\epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zz} E_z). \end{cases} \quad (11)$$

Из формул (10) и (11) следует, что связь между компонентами  $H_y$  и  $E_z$  имеет вид:

$$H_y = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2}} E_z. \quad (12)$$

Угол падения электромагнитной волны ТМ в слое «2» равен  $\theta_{TM}$ . Если  $\vec{E}_{TM}$  – вектор напряжённости электрического поля, то  $E_{TM} \cos \theta_{TM}$  – его проекция на ось ОZ. Теперь нам известны тангенциальные составляющие вектора  $\vec{H}$  для падающей и отражённой волн:

$$H_y = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2}} E_{TM} \cos \theta_{TM}. \quad (13)$$

«Сшивка» граничных условий на плоскости  $x=0$  для волны, распространяющейся из среды «2» в среду «1» и отражённой в слой «2», позволяет получить амплитудный коэффициент отражения для ТМ-волны:

$$R_p = \frac{\sqrt{\epsilon_1 (\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2)} - \sqrt{\Delta} \cos \theta_1}{\sqrt{\epsilon_1 (\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2)} + \sqrt{\Delta} \cos \theta_1}. \quad (14)$$

В слое «2» будет происходить полное внутреннее отражение при углах  $\theta_{TM}$ , больших угла  $\tilde{\theta}$ , определяемого по формуле:

$$\tilde{\theta} = \arcsin\left(\frac{\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_0 \sin^2(\tilde{\theta} - \phi) + \epsilon_e \cos^2(\tilde{\theta} - \phi)}}\right). \quad (15)$$

Исходя из формулы (14), по методу, показанному в работе [2, с. 65], получим выражение для сдвига фазы при отражении от границы «2–1»:

$$\delta_{21} = -2 \arctg\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{\epsilon_1} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2 - \epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2}}\right). \quad (16)$$

Аналогичная формула справедлива для границы «2–3».

$$\delta_{23} = -2 \arctg\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{\epsilon_3} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2 - \epsilon_3}}{\sqrt{\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2}}\right). \quad (17)$$

### 3. Решение дисперсионных уравнений

Величина  $\Delta$  при любом значении угла  $\phi$  остаётся неизменной, а значение  $\epsilon_{xx}$  является функцией этого угла.

Для того чтобы волна могла распространяться в волноводе, необходимо, чтобы при её распространении от границы «1–2» к границе «2–3», с учётом сдвига фаз при отражении, от покровной среды и от подложки изменение фазы было кратно  $\pi$ . Это условие определяет вид дисперсионного уравнения для мод ТМ планарного волновода:

$$k_0 d \frac{\sqrt{\Delta(\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2)}}{\epsilon_{xx}} - \arctg\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{\epsilon_1} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2 - \epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2}}\right) - \arctg\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{\epsilon_3} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2 - \epsilon_3}}{\sqrt{\epsilon_{xx} \mu - \alpha^2}}\right) = m\pi, \quad m \in N. \quad (18)$$

Уравнение, аналогичное (18), было получено в работе [12], однако в этой работе задача решалась для диагонального тензора  $\underline{\epsilon}$ . Величина  $\epsilon_{xx}$  несёт информацию об угле  $\varphi$ . Следовательно, несмотря на универсальный характер уравнения (18), его решения для анизотропного волновода должны определяться положением оптической оси.

Дисперсионное уравнение для ТЕ-волны будет совпадать с дисперсионным уравнением ТЕ-волн в изотропной среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2 = \epsilon_{yy}$ :

$$k_0 d \sqrt{\epsilon_{yy} \mu_2 - \alpha^2} - \arctg \left( \sqrt{\frac{\alpha^2 - \epsilon_1 \mu_1}{\epsilon_{yy} \mu_2 - \alpha^2}} \right) - \arctg \left( \sqrt{\frac{\alpha^2 - \epsilon_3 \mu_3}{\epsilon_{yy} \mu_2 - \alpha^2}} \right) = \pi m. \tag{19}$$

Между параметром  $\alpha$  и постоянной распространения  $\beta$  существует связь:  $\beta = k_0 \alpha$ . На рис. 2 представлены дисперсионные кривые для волны ТЕ для мод  $m = 0, 1, 2, 3, 4$ , являющиеся решениями уравнения (19). Случай распространения ТЕ-волны в анизотропной среде при заданной выше ориентации оптической оси аналогичен распространению волны ТЕ типа в изотропной среде, как это и следует из уравнения (19).

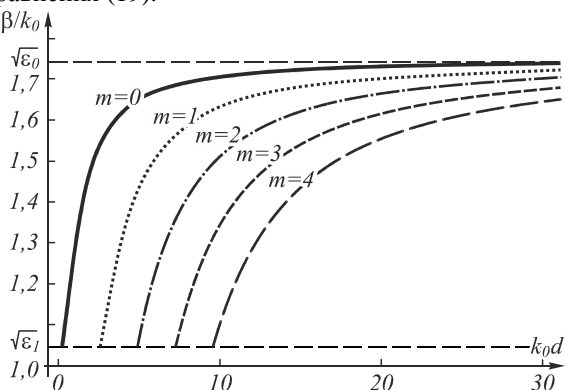


Рис. 2. Зависимость постоянной распространения  $\beta$  от фазы  $k_0 d$  волны ТЕ в анизотропном планарном волноводе для мод  $TE_0 - TE_4$

Решение уравнения (18) для ТМ-волн выполнялось численно для искусственной среды с параметрами тензора диэлектрической проницаемости  $\epsilon_o = 3$ ,  $\epsilon_e = 4$ . Значения угла  $\varphi$  между оптической осью кристалла и нормалью, проведённой к границам раздела сред (рис. 1), изменялись в пределах  $[0^\circ; 90^\circ]$ .

Расчёт показал, что для ТМ-волны положение дисперсионных кривых зависит от угла  $\varphi$ . Горизонтальная асимптота  $y = A$  ограничивает графики, составленные из точек, являющихся решениями дисперсионного уравнения, сверху. Значение  $A$  зависит от угла  $\varphi$  и связано с показателем преломления необыкновенной волны. Если угол  $\varphi = 0$ , высота горизонтальной линии будет равна величине:  $A = \sqrt{\epsilon_e}$ . Графики, рассчитанные при значении угла  $\varphi = 0$ , когда оптическая ось совпадает с осью ОХ, представлены на рис. 3а.

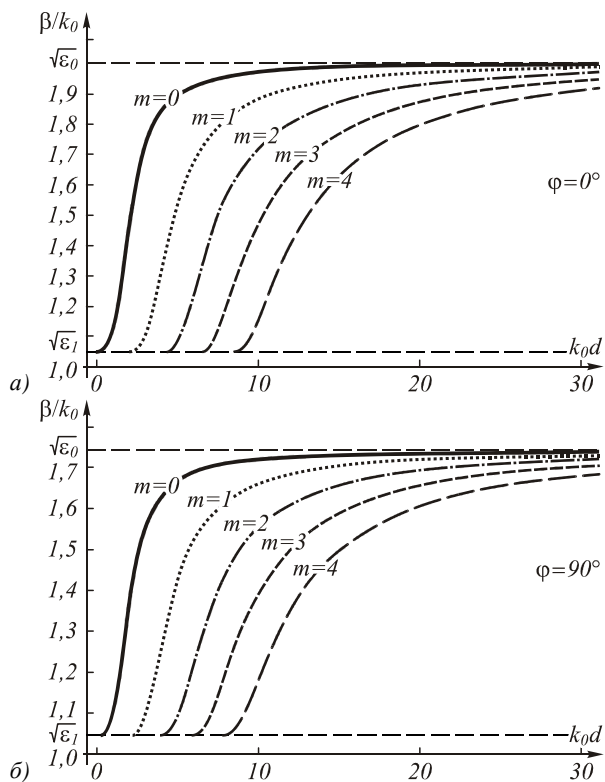


Рис. 3. Зависимость постоянной  $\beta$  от фазы  $k_0 d$  в анизотропном планарном волноводе для мод  $TM_0 - TM_4$ : угол  $\varphi = 0^\circ$  (а), угол  $\varphi = 90^\circ$  (б)

Параметр  $A$  в этом случае будет максимально отличаться от асимптоты графиков ТЕ-волны, приведённых на рис. 2. Если угол  $\varphi = 90^\circ$ , положение асимптоты будет таким же, как и в изотропном случае:  $A = \sqrt{\epsilon_o}$  (рис. 3б). Это не противоречит результатам, представленным в монографии [1]. Из них следует, что верхний предел изменения параметра  $n_B$ , равного  $\alpha$ , «заключён в интервале между  $n_1$  и  $n_3$ », иными словами, между  $\sqrt{\epsilon_o}$  и  $\sqrt{\epsilon_e}$ .

Для произвольного значения угла  $\varphi$  параметр  $A$  принимает значение, равное показателю преломления необыкновенной волны для максимально возможного угла  $(90^\circ - \varphi)$ , между волновым вектором и оптической осью:

$$A = \sqrt{\epsilon_o \sin^2 \varphi + \epsilon_e \cos^2 \varphi}. \tag{20}$$

Если угол наклона оси  $OO'$  равен  $\varphi$ , а волна распространяется вдоль оси  $OZ$ , что соответствует максимальному значению  $\alpha$ , то угол между волновым вектором и оптической осью будет равен  $(90^\circ - \varphi)$ .

На рис. 4а, б представлены дисперсионные кривые для случаев, когда угол  $\varphi$  составляет  $30^\circ$  и  $60^\circ$ . Нижняя штриховая линия на рис. 2–4 соответствует наименьшему значению параметра  $\alpha$  при угле полного внутреннего отражения  $\tilde{\theta}$ :  $\alpha_{\min} = \sqrt{\max(\epsilon_1, \epsilon_3)}$ . При изменении в формуле (1) для тензора диэлектрической проницаемости среды «2» угла  $\varphi$  на « $-\varphi$ » характер зависимостей не изменяется.

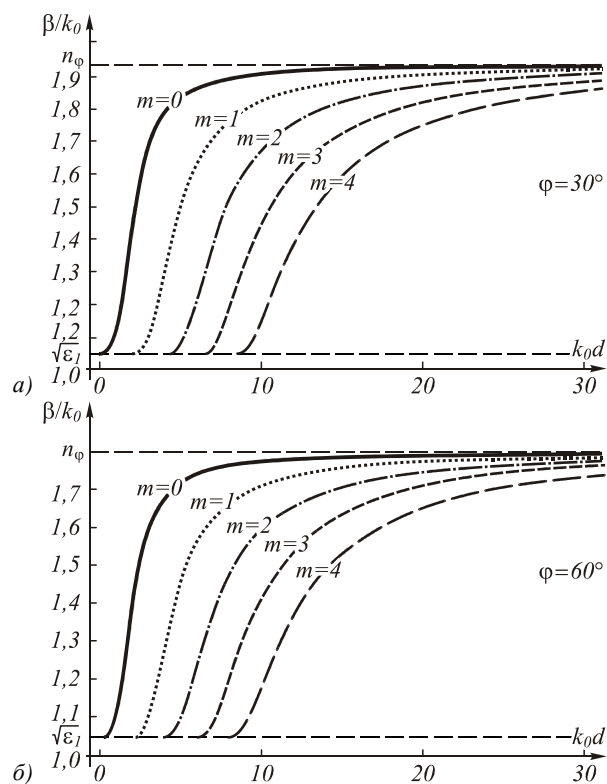


Рис. 4. Зависимость постоянной распространения волн  $TM$  в анизотропном волноводе для мод  $TM_0 - TM_4$  от фазы  $k_0d$  при различных значениях угла  $\varphi$ :  $\varphi = 30^\circ$  (а),  $\varphi = 60^\circ$  (б)

### Заключение

В данной работе была получена математическая модель для расчёта собственных мод планарного анизотропного волновода для произвольного наклона оптической оси в плоскости падения. Исследована асимптотика дисперсионных кривых для  $TM$ -волны в зависимости от угла ориентации оптической оси в плоскости распространения волны.

### Литература

1. Гончаренко, А.М. Основы теории оптических волноводов / А.М. Гончаренко, В.А. Карпенко. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 240 с.
2. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э.Вольф – М.: Наука, 1973. – 720 с.
3. Котляр, В.В. Моды планарного градиентного гиперболического секансного волновода / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, Я.Р. Триандафилов, А.Г. Налимов // Компьютерная Оптика. – 2010. – Т. 34, № 2. – С. 146-155. – ISSN 0134-2452.
4. Мусакаев, М.Р. Математические модели поляризационной модовой дисперсии высших порядков для кварцевого анизотропного оптического волновода / М.Р. Мусакаев, А.Х. Султанов // Компьютерная оптика – 2012. – Т. 36, № 2. – С. 165-171.
5. Моисеева, Н.М. Расчёт дисперсионных характеристик поверхностных поляритонов на границе неоднородных сред / Н.М. Моисеева, В.В. Яцьшен // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2004. – Т. 7, № 2. – С. 30-32.
6. Моисеева, Н.М. Расчёт дисперсионных характеристик поверхностных плазмонов на границе неоднородной анизотропной среды / Н.М. Моисеева, В.В. Яцьшен //

7. **Gia Russo, D.P.** Wave propagation in anisotropic thin film optical waveguides / D.P. Gia Russo, J.H. Harris // J. Opt. Soc. Am. – 1973. – Vol. 63, N 2. – P. 138-145.
8. **Yeh, P.** Optics of anisotropic layered media: a new 4x4 matrix algebra / P. Yeh // Surface Science. – 1980. – Vol. 96, N 1-3. – P. 41-53.
9. **Visnovsky, S.** Magneto-optic effects in ultrathin structures at longitudinal and polar magnetizations / S. Visnovsky // Czech. J. Phys. – 1998. – Vol. 48, N 9 – P. 1083-1104. – (Online).
10. **Walpita, L.M.** Solutions for planar optical waveguide equations by selecting zero elements in a characteristic matrix / L.M. Walpita // J. Opt. Soc. Am. A. – 1985 – Vol. 2, N 4. – P. 595-602. – (Online).
11. **Chilwell, J.** Thin-films field-transfer matrix theory of planar multilayer waveguides and reflection from prism-loaded waveguide / J. Chilwell, I. Hodgkinson // J. Opt. Soc. Am. A. – 1984. – Vol. 1. – P. 742-753. – (Online).
12. **Liao, W.** Explicit analysis of anisotropic planar waveguides by the analytical transfer-matrix method / W. Liao, X. Chen, Y. Chen, Y. Xia, Y. Chen // J. Opt. Soc. Am. A. – 2004. – Vol. 21, N 11. – P. 2196-2204. – (Online).
13. **Yee, K.S.** Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media / K.S. Yee // IEEE Trans. Antennas and Propag. – 1966. – Vol. 14, N 3. – P. 302-307.
14. **Fallahkhair, A.B.** Vector Finite Difference Modesolver for Anisotropic Dielectric Waveguide / A.B. Fallahkhair, K.S. Li, Th.E. Murphy // Journal of Lightwave Technol. – 2008. – Vol. 26, N 11. – P. 1423-1431.
15. **Koshiba, M.** Finite-Element Solution of Anisotropic Waveguides with Arbitrary Tensor Permittivity / M. Koshiba, K. Hayata, M. Suzuki // Lightw. Technol. – 1986. – Vol. 4, N 2. – P. 121-126.
16. **Tsuji, Y.** Finite element beam propagation method for anisotropic optical waveguides / Y. Tsuji, M. Koshiba, N. Takimoto // J. Lightw. Technol. – 1999. – Vol. 17, N 4. – P. 723-728.
17. **Burmaister, E.F.** Photonic integrated circuits optical buffer for packet-switched networks / E.F. Burmaister, J.P. Mack, H.N. Poulsen, M.L. Masanovic, B. Stamenik, D.J. Blumental // Optics Express – 2009 – Vol. 17, N 8. – P. 6629-6635. ISSN: 1094-4087.
18. **Моисеева, Н.М.** Особенности дисперсионных характеристик поверхностных плазмонов на границе неоднородной среды / Н.М. Моисеева, В.В. Яцьшен // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 9, выпуск 3. – 2003-2004. – Ч. 2. – С. 37-41.
19. **Моисеева, Н.М.** Зависимость главного и псевдоброустерсовского углов от ориентации оптической оси плоской одноосной анизотропной среды / Н.М. Моисеева // Лазеры. Измерения. Информация – 2011. – С.-Пб., Издательство Политехнического университета, 2011. – Т. 3. – С. 430-438.
20. **Моисеева, Н.М.** Кросс-поляризация электромагнитной волны при отражении на границе анизотропной среды / Н.М. Моисеева // Лазеры. Измерения. Информация – 2011. – С.-Пб. – Издательство Политехнического университета, 2011. – Т. 2. – С. 48-61.

### References

1. **Goncharenko, A.M.** Fundamentals of the theory of optical waveguides / A.M. Goncharenko, V.A. Karpenko – Moscow: Editorial URSS, 2004. 240 p. – (In Russian).
2. **Born, M.** Principles of optics / M. Born, E. Wolf. – Moscow: "Nauka" Publisher, 1973. – 720 p. – (In Russian).
3. **Kotlyar, V.V.** Modes of planar gradient-index hyperbolic secant waveguide / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, Ya.R. Triandafilov, A.G. Nalimov // Computer Optics. – 2010. – V. 34, N 2. – P. 146-155. – (In Russian).

4. **Musakaev, M.R.** Higher-order polarization mode dispersion mathematical models for silica anisotropic optical waveguide / M.R. Musakaev, A.Kh. Sultanov // Computer Optics. – 2012. – V. 36, N 2. – P. 165-171. – (In Russian).
5. **Moiseeva, N.M.** The calculation of the dispersion characteristics of surface polaritons on the boundary of non-homogeneous film / N.M. Moiseeva, V.V. Yatshishen // Physics of wave propagation and radio systems. – 2004. – V. 7, N 2. – P. 30-32. – (In Russian).
6. **Moiseeva, N.M.** Calculation of dispersion characteristics of surface plasmons on the boundary a non-homogeneous anisotropic medium / N.M. Moiseeva, V.V. Yatshishen // Physics of wave propagation and radio systems. – 2005. – V. 8, N 1. – P. 77-81. – (In Russian).
7. **Gia Russo, D.P.** Wave propagation in anisotropic thin film optical waveguides / D.P. Gia Russo, J.H. Harris // J. Opt. Soc. Am. – 1973. – Vol. 63, N 2. – P. 138-145.
8. **Yeh, P.** Optics of anisotropic layered media: a new  $4 \times 4$  matrix algebra / P. Yeh // Surface Science. – 1980. – Vol. 96, N 1-3. – P. 41-53.
9. **Visnovsky, S.** Magneto-optic effects in ultrathin structures at longitudinal and polar magnetizations / S. Visnovsky // Czech. J. Phys. – 1998. – Vol. 48, N 9 – P. 1083-1104. ISSN: 1572-9486 – (Online).
10. **Walpita, L.M.** Solutions for planar optical waveguide equations by selecting zero elements in a characteristic matrix / L.M. Walpita // J. Opt. Soc. Am. A. – 1985 – Vol. 2, N 4. – P. 595-602. – ISSN: 1520-8532 – (Online).
11. **Chilwell, J.** Thin-films field-transfer matrix theory of planar multilayer waveguides and reflection from prism-loaded waveguide / J. Chilwell, I. Hodgkinson // J. Opt. Soc. Am. A. – 1984. – Vol. 1. – P. 742-753. – (Online).
12. **Liao, W.** Explicit analysis of anisotropic planar waveguides by the analytical transfer-matrix method / W. Liao, X. Chen, Y. Chen, Y. Xia, Y. Chen // J. Opt. Soc. Am. A. – 2004. – Vol. 21, N 11. – P. 2196-2204. – (Online).
13. **Yee, K.S.** Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media / K.S. Yee // IEEE Trans. Antennas and Propag. – 1966. – Vol. 14, N 3. – P. 302-307.
14. **Fallahkhair, A.B.** Vector Finite Difference Modesolver for Anisotropic Dielectric Waveguide / A.B. Fallahkhair, K.S. Li, Th.E. Murphy // Journal of Lightwave Technol. – 2008. – Vol. 26, N 11. – P. 1423-1431.
15. **Koshiba, M.** Finite-Element Solution of Anisotropic Waveguides with Arbitrary Tensor Permittivity / M. Koshiba, K. Hayata, M. Suzuki // Lightw. Technol. – 1986. – Vol. 4, N 2. – P. 121-126.
16. **Tsuji, Y.** Finite element beam propagation method for anisotropic optical waveguides / Y. Tsuji, M. Koshiba, N. Takimoto // J. Lightw. Technol. – 1999. – Vol. 17, N 4. – P. 723-728.
17. **Burmeister, E.F.** Photonic integrated circuits optical buffer for packet-switched networks / E.F. Burmeister, J.P. Mack, H.N. Poulsen, M.L. Masanovic, B. Stamenik, D.J. Blumental // Optics Express – 2009 – Vol. 17, N 8. – P. 6629-6635.
18. **Moiseeva, N.M.** Features of the dispersion characteristics of surface plasmons at the boundary of the inhomogeneous medium / N.M. Moiseeva, V.V. Yatshishen // Journal of Volgograd State University. Series 9, Issue 3. – 2003-2004. – Part 2. – P. 37-41. – (In Russian).
19. **Moiseeva, N.M.** The dependence of the primary and pseudo-Brewster angles of orientation of the optical axis of the plane uniaxial anisotropic medium / N.M. Moiseeva // Lasers. Measurement. Information – 2011. – St.-Petersburg, Polytechnical University Publisher, 2011. – V. 3. – P. 430-438. – (In Russian).
20. **Moiseeva, N.M.** Cross-polarization of electromagnetic waves reflected at the boundary of an anisotropic medium / N.M. Moiseeva // Lasers. Measurement. Information – 2011. – St.-Petersburg: Polytechnical University Publisher, 2011. – V. 2. – P. 48-61. – (In Russian).

## THE CALCULATION OF EIGENVALUES MODES OF THE PLANAR ANISOTROPIC WAVEGUIDES FOR VARIOUS ANGLES THE OPTICAL AXIS

N.M. Moiseeva  
Volgograd State University

### Abstract

For a homogeneous anisotropic planar waveguide made solution of the Maxwell. We obtained fundamental matrices decision for the TE and TM waves in an anisotropic plane homogeneous layer. Was obtained the dependence of the phase shift of TM waves reflected from the boundaries of "anisotropic layer - isotropic medium" on the inclination angle the optical axis. The numerical solution of the dispersion equation TM waves in an anisotropic planar waveguide with different orientation of the optical axis in the plane of the wave. The asymptotic behavior of the dispersion curves was decided.

**Key words:** planar waveguide, anisotropy, the Maxwell equations, the dispersion, total internal reflection, the phase shift of the reflection of light.

### Сведения об авторе



**Моисеева Наталья Михайловна**, 1966 года рождения, в 1988 году окончила Волгоградский государственный университет по специальности «Физика». Кандидат физико-математических наук (2005г.). Доцент кафедры судебной экспертизы и физического материаловедения Волгоградского государственного университета. Область научных интересов: оптика, электродинамика, дифференциальные уравнения, математическое моделирование, вычислительная математика.

E-mail: [natalja2005@narod.ru](mailto:natalja2005@narod.ru).

**Natalja Michailovna Moiseeva** (b. 1966), was graduated from Volgograd State University in 1988, majoring in physics, candidate of science in physics and the mathematics (2005). She is the assistant professor of forensic science and materials science, Volgograd State University. Research interests: optics, electrodynamics, differential equations, mathematical modeling and computational mathematics.

Поступила в редакцию 26 сентября 2012 г.