

ДВУХФАЗНЫЕ ОПЕРАЦИИ В БОЛЬШИХ СЕТЯХ НАНОСПУТНИКОВ

Мостовой Я.А.

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Аннотация

Рассматривается решение задачи дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) кластерами простых наноспутников (НС), объединённых в сеть, не обладающих автономным управлением движения центра масс и случайным образом распределённых в заданной зоне обслуживания межвиткового интервала трассы орбиты. При данной постановке получения информации от совокупности НС требуется не только изучение свойств каждого НС, но и рассмотрение свойств больших случайных кластеров объектов, образующих «сложную сеть». Вводится понятие управляемой перколяции зоны обслуживания, которая реализуется в две фазы: на первой создаётся стохастическая основа с относительно небольшой концентрацией НС, не обеспечивающей стохастическую перколяцию, а на второй в межкластерные интервалы оптимальным образом вводятся дополнительные наноспутники с целью получения кратчайшего перколяционного пути через стохастически образованные кластеры НС при сравнительно низком общем количестве НС и минимизации общих затрат.

Ключевые слова: статистическое моделирование, большие сети, кластеры наноспутников, порог перколяции, модальный закон распределения вероятностей, робастность.

Введение

В процессе эволюционного развития методы решения задачи глобального наблюдения со спутников ДЗЗ достигли высокого уровня. Для увеличения полосы наблюдения до значительной доли межвиткового интервала на этих аппаратах предусмотрены сложные системы навигации и угловой ориентации, позволяющие проводить наблюдение любых заданных целей, лежащих в стороне от трассы полёта, выполнять криволинейные маршруты съёмки, маршруты поперёк трассы и т. п. Такие спутники могут управлять параметрами своей орбиты и положением на ней за счёт бортовой двигательной установки автономно либо по командам с Земли. В рамках концепции ДЗЗ единичными или несколькими подобными сложными спутниками, образующими систему, развиваются классы тяжёлых спутников и так называемых малых спутников ДЗЗ.

В зависимости от поставленных целей и от достигаемых характеристик с учётом необходимости резервирования оборудования вес таких аппаратов ДЗЗ изменяется в диапазоне от нескольких сотен килограммов до нескольких тонн.

Рассматривается другая концепция получения информации ДЗЗ [2, 6] путём существования на орбите одновременно большого количества весьма простых сверхмалых спутников – наноспутников (НС), которые в совокупности и будут решать задачу глобального ДЗЗ.

В рамках этой концепции задача ДЗЗ решается не одиночным НС или системой нескольких НС, а кластерами НС, случайным образом распределённых по межвитковому интервалу трассы. Эти кластеры должны рассматриваться как единая большая сеть с распределением ролей между НС. Оценка необходимого количества НС в кластерах – первая задача, которую нужно решить в рамках этой концепции.

Учитывая, что простейшие НС из-за малой массы не могут иметь собственной двигательной установки и системы управления движением центра

масс и организованное размещение отдельных НС в кластере в процессе полёта НС не может быть поддержано, задачу определения необходимого количества случайным образом распределённых в пространстве спутников в таких кластерах предлагается решить путём статистического моделирования процессов в больших сетях, приводящих к образованию случайных кластеров связанных объектов.

Большие (сложные) сети характеризуются не просто большим количеством узлов и путей между ними, и задачи исследования больших сетей не исчерпываются исследованиями их топологии и свойств каждого узла. Прежде всего, в больших сетях исследуются совокупные свойства и их статистические феномены, в частности:

- статистические характеристики случайных операционных сред, образованных сетью;
- пути, проложенные в сетях по выбранным критериям качества;
- кластеры узлов (объектов), связанных по определённым условиям;
- статистические распределения узлов, связей, кластеров и трафиков.

Один из развиваемых подходов исследования больших сетей связан с моделью «протекания» по их ребрам информационного трафика, безопасного информационного трафика, транспортного трафика, потоков обслуживания и т. п.

Теория перколяции решает задачи анализа больших сетей в рамках этой модели. Название возникло в связи с тем, что ряд первых работ в этом направлении был посвящён процессам просачивания (протекания) жидкостей или газов через случайную пористую среду [1, 3].

Постановка задачи теории перколяции следующая. Имеется решётка из связей или матрица, случайная относительная часть ячеек которой (K) – «чёрная», проводящая поток, а остальная часть – «белая», не проводящая поток. Необходимо найти минималь-

ную концентрацию «чёрных» ячеек, при которой образуется сквозной путь по чёрным связям или ячейкам через всю матрицу в заданном направлении. Иными словами, требуется найти такую концентрацию K_l , при которой вся матрица в целом проводит.

При достижении проводимости свойства такой сети качественно и скачком меняются: образуется безопасный путь (или он разрушается), возникает (или затухает) эпидемия, воссоздается разрушенная социальная сеть, возникает пробка в дорожном движении и т. п. При этом концентрация K – доля чёрных узлов при случайно-однородном заполнении решётки или матрицы – является вероятностью наличия «чёрного» объекта в ячейке матрицы [1, 3, 6]. Поэтому далее в основном в подрисуночных подписях вместе с выражением «вероятность наличия объекта в ячейке матрицы» употребляется более краткое выражение «концентрация». Для начала примем, что вероятность нахождения НС в ячейке матрицы является величиной постоянной по всей матрице. В дальнейшем мы от этого предположения откажемся в пользу более общего.

Таким образом, случайная квадратная матрица – модель случайной операционной среды большой сети: либо информационно-вычислительной, либо сети обслуживания, либо социальной.

При этом имитируется в общем случае ячеистая топология сети, хотя имитация формы и размеров ячейки топологии реальной сети не требуется. Главное, что модель имитирует связность узлов – объектов сети: объекты сети связаны, если соприкасаются сторонами квадрата – ячейки матрицы, в которых они находятся. При выполнении этих условий по мере роста концентрации «чёрных» образуются и растут кластеры связанных «чёрных» объектов – узлов.

Статистическое моделирование на таких квадратных решётках позволяет обнаружить и исследовать статистический феномен порога перколяции как «пробоя» решётки проводящим перколяционным кластером [1].

Применительно к рассматриваемой задаче создания сетей наноспутников использование порога стохастической перколяции для определения необходимого числа спутников в сети приводит к их избыточному количеству, как показано в [6].

Там же исследован другой статистический феномен больших сетей – наличие устойчивого (робастного) значения вероятности нахождения в ячейке решётки объекта, при котором среднее число образовавшихся кластеров на решётке имеет максимум. При дальнейшем увеличении этой вероятности кластеры объектов растут, сливаются и их суммарное число падает.

Значение концентрации объектов для этой точки составляет $\sim 0,25$, что более чем в два раза меньше, чем для стохастической перколяции. Именно это малочувствительное к законам распределения вероятности нахождения в ячейке объекта значение концентрации может быть использовано для подсчёта необходимого числа НС в генеральном кластере.

При таком значении концентрации стохастическая перколяция отсутствует. Однако в матрице, моделирующей межвитковый интервал, уже в этом случае будут отсутствовать пустые строки, и это означает, что покрытие межвиткового интервала или другой заданной зоны обслуживания будет проведено, но в разное время в пределах одного витка.

1. Сеть наноспутников, её задачи и характеристики

По сложившейся классификации к наноспутникам относятся аппараты массой до 10 кг [2]. Каждый рабочий НС кластера с целью уменьшения массы должен иметь простую систему ориентации, с электромагнитными или электромеханическими исполнительными органами, не должен иметь двигательной установки, может не иметь прямой связи с Землёй. Зато этот «рой» наноспутников может решать, например, задачу безпропускного ДЗЗ в надире во всей заданной зоне обслуживания вплоть до всего межвиткового интервала за счёт количества спутников в кластерах.

Другая важная задача для подобных НС – возможность сетевой связи с себе подобными.

Важно отметить, что цель рассматриваемой концепции ДЗЗ состоит не в том, что вместо тяжёлого и дорогого спутника запускается простой и лёгкий и малой ракетой. Цель состоит в том, что повышается оперативность работ по ДЗЗ за счёт использования большого числа наноспутников, покрывающих одновременно заданную зону обслуживания вплоть до межвиткового интервала орбиты. При этом сложный уникальный спутник ДЗЗ заменяется большим количеством простых НС, производимых серийно.

Это должно сделать решение задачи ДЗЗ более экономически выгодным, несмотря на то что суммарная масса выводимых на орбиту наноспутников ДЗЗ вряд ли уменьшится значительно по сравнению с традиционными тяжёлыми или малыми спутниками.

При этом в кластерах НС должно иметься несколько спутников-серверов, не решающих целевую задачу, а поддерживающих связь с рабочими НС кластера, с одной стороны, и с Землёй, с другой стороны. Спутники-серверы принимают информацию с рабочих НС и передают её на Землю, а команды и данные, переданные с Земли, передаются ими же на рабочие НС. Наличие спутниковой навигационной системы на каждом НС позволит решать как задачу ДЗЗ, так и задачу сетевой связи.

Одна из основных задач создания сети наноспутников рассматриваемого типа – определение такого их количества – концентрации в пространстве, говоря языком теории перколяции, которое позволило бы надёжно решить поставленные задачи. При этом количество НС должно быть минимально возможным.

Наноспутники в составе кластеров могут решать задачи распределённого сбора данных, мониторинга миграции объектов на поверхности Земли, задачи ДЗЗ. В настоящее время возможно создание НС, решающих задачу ДЗЗ в «надире», массой менее

10 кг, и следует ожидать в ближайшее время снижения этой массы до 3–4 кг [2]. Выведение нескольких сотен, а возможно и тысяч таких НС, что определяется характеристиками зоны обслуживания целевой аппаратуры каждого НС, возможно специальным пуском одной ракеты, а возможно и попутно с выводением других полезных нагрузок.

Очевидно, что резервирование бортовой аппаратуры при такой постановке задачи ДЗЗ для НС не требуется, управление «строём» спутников для покрытия зоны обслуживания невозможно и не должно требоваться. Эти вопросы должны решаться количеством рабочих спутников в кластере и упомянутой структурой кластера (наличием спутников-серверов).

Конструкция НС, устройство его системы управления, энергоснабжения, целевой аппаратуры и других подсистем, проблемы разработки НС в настоящей статье не рассматриваются [2]. В статье рассматривается ключевой вопрос распределённой постановки задачи ДЗЗ: потребное количество НС.

При рассмотренной постановке получения информации от совокупности НС требуется не только изучение свойств каждого НС, но и рассмотрение свойств кластера НС и, в частности, статистических феноменов, свойственных большим случайным кластерам объектов, образующих «сложную сеть» [4, 5, 6].

Определим трассу кластера НС, вращающихся на орбитах ИСЗ с практически одинаковым периодом, как совокупность трасс всех НС кластера. С течением времени из-за малых случайных вариаций периодов вращения вокруг земли каждого из НС трассы НС разойдутся по долготам на экваторе и займут весь межвитковый интервал. Данный процесс распределения НС можно поддержать методикой отделения НС от ракеты-носителя и конструкцией систем отделения.

Процесс разведения НС по межвитковому интервалу – отдельный вопрос и в настоящей статье не рассматривается.

За целевой критерий, определяющий необходимое количество спутников в кластере, примем сплошное покрытие межвиткового интервала трассы орбиты выведения полосами наблюдения НС в «надире». Выполнение этого критерия позволяет оперативно в течение суток получить глобальную безпропускную информацию в широтном диапазоне, определяемом наклонением плоскости орбиты.

Если была бы возможность детерминированным образом «построить» кластер НС таким образом, чтобы его фронт покрывал полосами наблюдения межвитковый интервал $L_{\text{вм}}$ на экваторе, то поставленный целевой критерий был бы выполнен при количестве НС, равном N . Здесь N – число НС, определяемое из выражения:

$$L_{\text{вм}} = \sum_{i=1}^n l_i = N \cdot l_i, \quad (1)$$

где l_i – полоса наблюдения i -го НС или зона обслуживания для каждого НС, которую примем постоянной для каждого НС.

Однако отсутствие двигательной установки и других средств управления орбитой после отделения от ракеты-носителя, наличие случайных возмущений орбиты каждого из НС делает невозможным построение генерального кластера подобным детерминированным «строём», и приходится констатировать случайное с течением времени положение НС относительно друг друга в рамках совокупности НС, которая выше названа генеральным кластером.

Ясно, что количество случайным образом размещённых НС для сплошного покрытия межвиткового интервала должно быть при прочих равных условиях больше, чем определённое по выражению (1).

2. Результаты моделирования больших сетей на квадратных матрицах

Задача протекания информации ДЗЗ через сеть случайно размещённых спутников (случайную среду) хорошо ложится на формулировки теории перколяции. В этом случае появление при определённой концентрации вероятности нахождения объекта в заданной области пространства стохастического перколяционного кластера, который перекрывает межвитковый интервал, позволяет решить в первом приближении поставленную задачу определить число НС в кластере.

Геометрически распределённую совокупность НС в границах межвиткового интервала трассы представим размещённой случайным образом на квадратной решётке в дальнейшем квадратной матрицы с количеством узлов или ячеек, определяемым L – числом строк матрицы (1). При этом будем полагать, что геометрически межвитковый интервал отображается на высоту матрицы.

При этом переход от рассмотрения узлов и связей в решётках в классической постановке теории перколяции к рассмотрению смежных областей обслуживания, имитируемых соприкасающимися рёбрами смежных ячеек матрицы, в рассматриваемых задачах является предпочтительным.

Пусть в каждой ячейке матрицы (или узле решётки) находится НС с вероятностью K или ячейка пуста с вероятностью $1 - K$. Вероятность K можно интерпретировать как долю (концентрацию) занятых узлов при случайно-однородном заполнении решётки или матрицы [3].

Ответ на вопрос «Какова должна быть вероятность нахождения НС в ячейке K , чтобы возник перколяционный кластер, соединяющий верхнюю и нижнюю часть матрицы?» даёт теория перколяции.

Теория перколяции даёт метод моделирования важных прикладных задач, так как описывает широкий класс явлений, которые называются критическими и характеризуются движением потока через случайную среду.

Теория перколяции позволяет определить порог перколяции – уровень вероятности или концентрации K_n , при которой наступает перколяция, и имеет много точных аналитических результатов, но основной используемый ею метод – численный стати-

стическое моделирование на решётках, матрицах или деревьях [1, 3].

Нами рассматривались матрицы размером 30×30 , 50×50 , 100×100 , 1000×1000 , ячейки которых заполнялись случайным образом сначала с учётом равномерного распределения объектов по ячейкам. В дальнейшем нами рассмотрены и модальные законы распределения объектов по ячейкам матрицы. Математические эксперименты заключались в построении серии случайных матриц для каждого значения K -вероятности наличия НС в ячейке матрицы с дальнейшим распознаванием образовавшихся кластеров и определением численных характеристик полученного распределения случайных кластеров по выбранным параметрам.

В результате статистической обработки результатов математических экспериментов нами были определены пороги перколяции для различных размеров матрицы при равномерном появлении НС в каждой её ячейке. Зависимость порога перколяции от размера матрицы представлена на рис. 1.

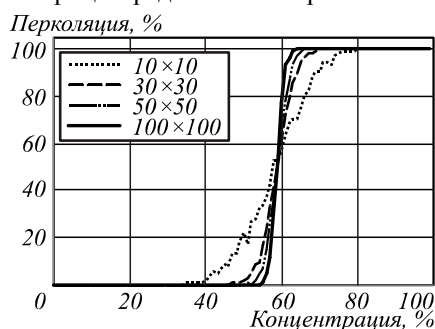


Рис. 1. Зависимость порога перколяции от вероятности наличия НС в ячейке (концентрации) для различных размеров матрицы

Из графика видно, что при увеличении размера матрицы диапазон значений порога перколяции сужается, и при бесконечном росте размера матрицы перколяция будет возникать скачком — ступенчато [1]. Часто в теории перколяции стремятся рассматривать бесконечную (очень большую) матрицу, однако в нашем случае в соответствии с постановкой задачи необходимо рассматривать матрицы конечных размеров. При этом возникает задача оценки влияния размеров матрицы на точность полученных результатов.

Отметим, что при числе НС, случайно размещённых в межвитковом интервале, большем, чем N , определённом по выражению (1), сплошное покрытие полосами наблюдения межвиткового интервала на экваторе может наступить раньше возникновения перколяционного кластера.

По рис. 1 можно определить диапазон значений порога перколяции для матрицы 50×50 . Он находится в диапазоне $0,50 \div 0,65$. При этом теоретическое значение для бесконечной матрицы равно $0,593$ [1].

По полученным случайным матрицам алгоритмом Хошена–Коппельмана [1, 3, 6] были распознаны все кластеры, определены их статистические характеристики и построены графики.

Визуализация нескольких из полученных матриц приведена на рис. 5. Все возникшие кластеры окрашивались разными цветами, что в чёрно-белой интерпретации отображается разной интенсивностью серого и чёрного цвета. На данных матрицах отображены также кратчайшие пути в направлении перколяции, проходящие через статистически образовавшиеся кластеры и реализованные путём дополнения их минимальным количеством объектов, что необходимо для рассмотрения двухфазных операций и введения понятия «управляемой перколяции».

На рис. 2а приведена зависимость среднего размера кластера матрицы от вероятности наличия объекта в ячейке — концентрации. По этому графику видно, что концентрации, меньшей $0,5$, соответствует небольшое значение среднего размера кластера, а при вероятности наличия объекта в ячейке больше, чем порог перколяции, функция возрастает стремительно.

Это объясняется тем, что при малых вероятностях наличия объектов в ячейке матрица заполнена большим количеством кластеров маленького размера, а при значениях этой вероятности близких и больших, чем порог перколяции, эти маленькие кластеры объединяются с перколяционным кластером, который стремительно увеличивается.

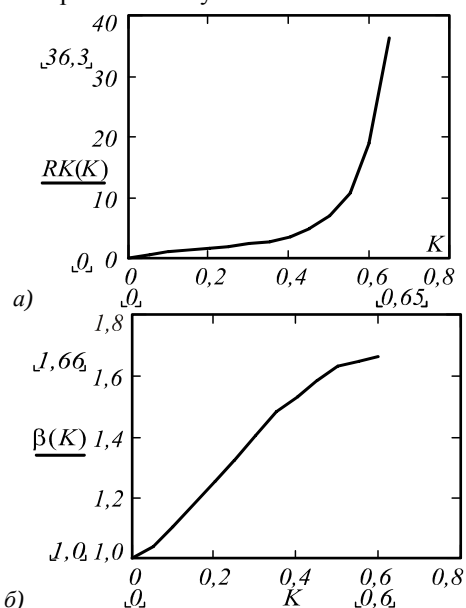


Рис. 2. Зависимость среднего размера кластера от концентрации (а); зависимость среднего нормированного пути управляемой перколяции от концентрации (б)

Зависимость среднего количества образовавшихся кластеров на матрице от вероятности наличия объекта в ячейке — концентрации (K) отражена на рис. 3. По мере увеличения этой вероятности в диапазоне $0,1 - 0,3$ матрица заполняется объектами и количество кластеров растёт. Максимальное значение количества кластеров достигается при вероятности наличия объекта в ячейке, равной $\sim 0,25$. При этом в матрице присутствует большое число кластеров небольших размеров. После этой точки при добавлении новых объектов с увеличением концен-

трации они начинают более активно присоединяться к уже образованным кластерам, происходит слияние кластеров и рост их размеров со снижением общего количества кластеров. На данном рисунке видна также зависимость числа кластеров от размеров матрицы, однако нормирование этих результатов по площади матрицы (L^2) избавляет от этой зависимости.

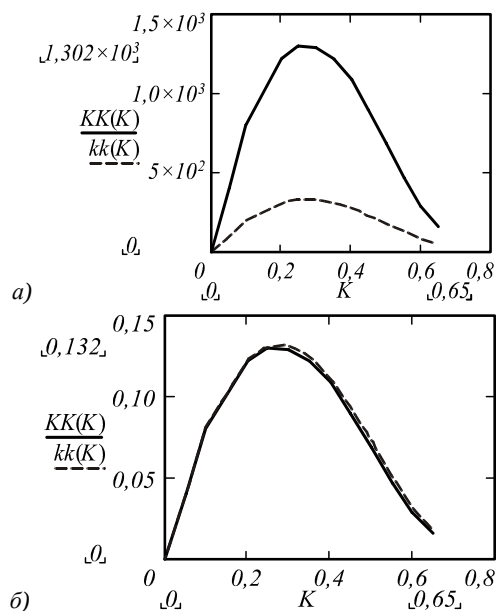


Рис. 3. Зависимость среднего количества кластеров от вероятности наличия объекта в ячейке для матрицы 50×50 и 100×100 (а) и нормированное по размеру матрицы среднее число кластеров (б)

Физические соображения подсказывают, что начиная с определённой величины матрицы от её размера не должны зависеть размеры кластеров, измеряемые числом образующих кластер ячеек, расстояния между кластерами. В то же время количество кластеров, образовавшихся на матрице при определённой концентрации, зависит от площади матрицы L^2 , где L – размер квадратной матрицы, измеряемый числом ячеек строки. Длины путей на матрице, например, длина пути перколяции, зависят от размера матрицы L .

От влияния размеров матрицы на результаты статистического моделирования можно избавиться, если их пронормировать путём деления соответственно на L и L^2 . Статистические исследования на матрицах различных размеров показали статистическую устойчивость нормированных подобным образом характеристик распределения кластеров и их независимость от размера матрицы при $L > 20$.

Рассмотренные результаты позволяют гарантированно оценивать порог перколяции значением 0,65, что даёт число наноспутников в перколяционном кластере $N_{нк}$, равное $N_{нк} = 0,65L^2$, где L^2 – число ячеек в матрице.

Однако такое количество НС будет явно избыточным, так как структура перколяционного кластера достаточно ветвиста и рыхла [1, 3], и в этом случае в любой строке матрицы находится (при верти-

кальном направлении перколяции, принятом в статье) множество ячеек, занятых НС.

Поэтому по условиям задачи возможно иметь не один сплошной перколяционный кластер, а множество небольших кластеров, проекции размеров которых на вертикальную ось, которая интерпретируется нами как межвитковый интервал, перекрывают друг друга и покрывают всю высоту матрицы (отсутствуют нулевые строки). Статистические исследования на множестве случайных матриц показали наличие нулевых строк при концентрации $K=0,1$ и меньше. Поэтому с учётом перекрытия полос наблюдения нерезервированных НС целесообразно использовать $K > 0,1$.

Точка максимума на кривой рис. 3 со значением вероятности нахождения в ячейке матрицы НС, равным $\sim 0,25$, даёт среднее максимальное количество кластеров. Средний размер кластера в этом случае имеет значение около 2 (рис. 2а). Использование для определения необходимого числа НС точки максимального среднего количества кластеров позволяет более чем в два раза снизить требуемое число НС, распределённых по межвитковому интервалу, для выполнения выбранного геометрического критерия покрытия.

Этот результат тем более важен, если учесть [6] замечательное свойство значения вероятности наличия НС в ячейке, равное $\sim 0,25$. Это значение мало изменяется при изменении законов распределения по матрице вероятности нахождения НС в ячейке при сохранении средней по матрице вероятности наличия НС в ячейке – концентрации.

3. Управляемая перколяция. Двухфазные операции в больших сетях

Дальнейшего снижения потребной концентрации НС и, следовательно, необходимого их количества для реализации перколяции зоны обслуживания можно достичь, если сначала создать опорную систему распределённых случайным образом наноспутников при сравнительно малой их концентрации, а затем на втором этапе операции в межкластерные интервалы «стохастической опоры» ввести управляемым образом ограниченное количество дополнительных наноспутников так, чтобы они совместно с имеющимися стохастическими кластерами образовали сплошной перколяционный путь минимальной длины в заданном направлении.

В этом случае мы можем говорить о программируемой или управляемой перколяции в отличие от классической стохастической перколяции.

При этом очевидно, что доставка и установка каждого дополнительного наноспутника в определённое место зоны обслуживания (матрицы зоны обслуживания) – операция гораздо более дорогая, чем операция по отделению группы спутников «стохастической основы» от носителя. Увеличивая концентрацию объектов в стохастической основе большой сети, можно уменьшить необходимое для создания кратчайшего перколяционного пути количество дополнительных управляемых наноспутников, и наоборот.

Учитывая различную стоимость наноспутников первого рода, распределённых стохастически, и наноспутников второго рода, внедряемых в определённые места зоны обслуживания для достижения искусственной управляемой перколяции с минимальной длиной пути, можно найти концентрацию наноспутников, при которой общие расходы на создание пути управляемой перколяции будут иметь минимум. Этот минимум расходов должен быть меньше расходов на создание чисто стохастического перколяционного кластера ($K = Kn$) или расходов на создание полностью управляемой перколяции заданной зоны обслуживания без стохастической основы ($K = 0$).

В других приложениях данной теории к большим сетям каждый из стохастически распределённых объектов также дешевле внедряемых в определённое место матрицы объекта за счёт двух причин: наличия у последнего средств, позволяющих установить его в требуемый межкластерный интервал, и за счёт стоимости самой операции внедрения.

Что касается управляемых НС второго рода, то очевидно, что усложнение их конструкции нежелательно и для их внедрения в определённую точку сети понадобится что-то вроде «автобуса» для НС, который при помощи бортовой двигательной установки либо при помощи тросовых космических систем будет расставлять дополнительные НС в межкластерных интервалах стохастической основы. Применению космических тросовых систем в этом случае благоприятствуют небольшие потребные приращения скорости НС и небольшая масса потребного для этих целей оборудования, устанавливаемого на НС.

Для подтверждения высказанных соображений было проведено статистическое моделирование подобной двухфазной операции. Сначала было определено минимальное число дополнительно вводимых объектов в межкластерные интервалы для создания совместно с имеющимися кластерами кратчайшего сквозного перколяционного пути в заданном направлении. Среднее число таких добавленных ячеек, как функция концентрации K , было определено путём статистического моделирования на большом количестве случайных матриц.

При этом в каждой полученной случайным образом матрице варьировалось также и положение начальной точки пути программируемой перколяции на основании матрицы.

На рис. 4а приведены средние числа добавленных объектов для получения программируемой управляемой перколяции в заданном направлении для матриц различных размеров. На рис. 4б данные зависимости нормированы по размеру матрицы. После чего они практически совпали.

Из рис. 4 видно, что с увеличением концентрации число добавленных объектов для образования минимального пути управляемой перколяции падает. С другой стороны, извилистость этого пути и, следовательно, его длина растут за счёт использова-

ния всё большего числа попутных кластеров вплоть до значения порога перколяции $Kn \approx 0,6$.

На рис. 2б приведена подсчитанная по результатам статистического моделирования средняя нормированная длина минимального пути управляемой перколяции, полученного сочетанием стохастически образованных кластеров и добавленных «управляемых» объектов, закрывающих межкластерные интервалы в соответствии с алгоритмом минимизации общего пути. Приведённая зависимость нормирована по размеру матрицы путём деления числа добавленных объектов на L . В нормированном виде число добавленных объектов и длина пути управляемой перколяции не зависит от размера матрицы начиная с $L = 20 - 30$.

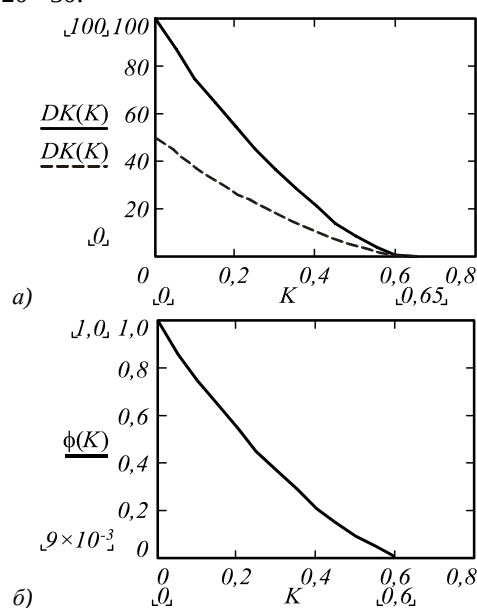


Рис. 4. Зависимость среднего числа добавленных объектов для обеспечения управляемой перколяции от вероятности наличия объекта в ячейке. Для матриц размером 50×50 и 100×100 (а). Эта же зависимость, нормированная по размеру матрицы (б)

На рис. 5 приведена визуализация нескольких матриц различного размера для различных значений вероятности наличия объекта в ячейке $K = 0,1$ (рис. 5а), $K = 0,25$ (5б), $K = 0,4$ (5б, в). Там же приведены пути управляемой перколяции. На рисунках виден рост извилистости пути управляемой перколяции с ростом вероятности нахождения объекта в ячейке матрицы K .

Разработанный алгоритм, определяющий минимальное число добавленных объектов к существующим на матрице случайным кластерам для получения кратчайшего пути перколяции и визуализирующий полученный путь на матрице, получил название «Молния».

Минимальной длине пути управляемой перколяции соответствует значение концентрации стохастической основы, равное 0, при этом само значение пути перколяции равно L . Максимальное среднее значение пути управляемой перколяции соответствует концентрации стохастической основы порога перко-

ляции, при этом стохастический перколяционный кластер в этот момент обладает максимальной извилистостью, а число добавленных объектов равно 0.

Обозначим стоимость каждого из распределённых случайным образом объектов α , а стоимость одного объекта, устанавливаемого в опреде-

лённое место большой сети (в нашем случае НС второго рода) обозначим $\theta(K)$. Тогда суммарная стоимость двухфазной операции P будет:

$$P = a \cdot K \cdot L^2 + \Theta(K) \cdot \phi(K) \cdot L. \quad (2)$$

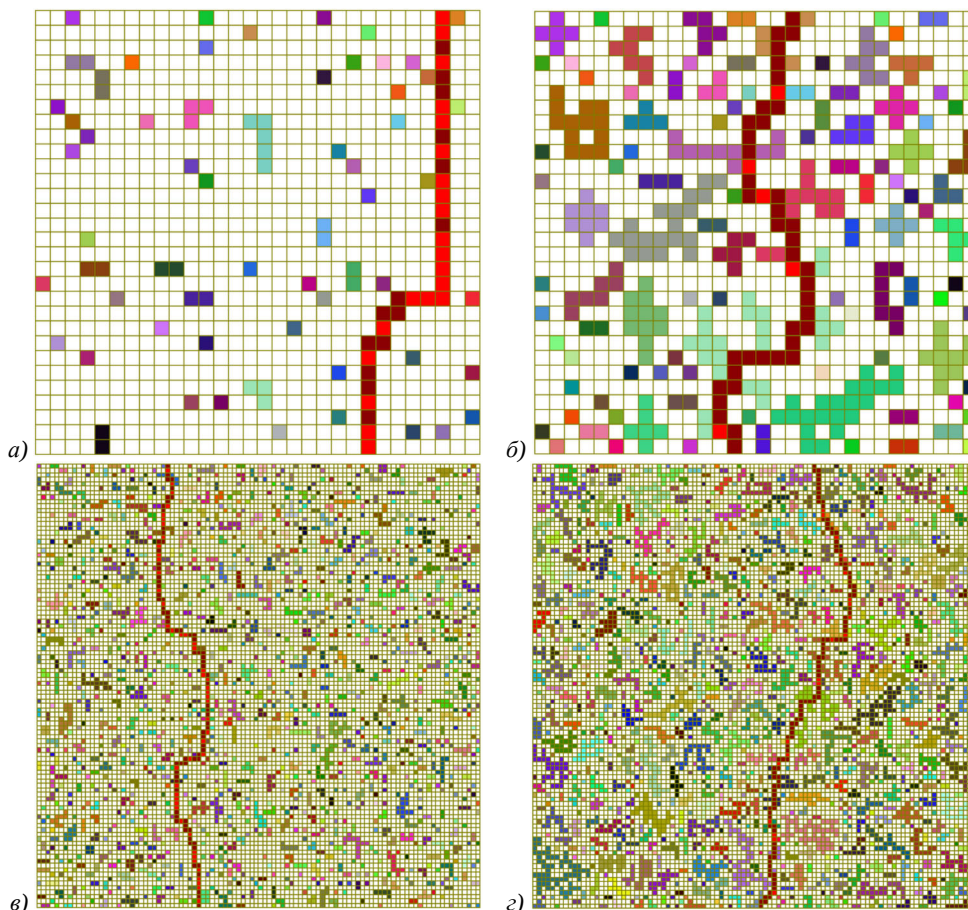


Рис.5. Визуализация кластеров на матрицах при указанной вероятности наличия объекта в ячейке и различных размерах матрицы (а,б)размер 30×30 , в,г) размер 100×100). Отмечены кратчайшие пути управляемой перколяции через стохастически образованные кластеры для каждой приведённой матрицы

Здесь первое слагаемое – стоимость стохастической основы большой сети, а $K \times L^2$ – количество НС первого рода в стохастической основе.

Второе слагаемое – стоимость добавленных для формирования кратчайшего управляемого перколяционного пути через стохастически образованные кластеры объектов второго рода, а $\phi(K) \times L$ – количество этих добавленных объектов, определённых по результатам статистического моделирования и приведённых в нормированной зависимости на рис. 4б.

Функция $\theta(K)$ отражает зависимость стоимости создания и установки каждого внедряемого в сеть объекта от концентрации стохастической основы.

Чем больше размер «межкластерных дыр», в которые надо устанавливать дополнительные объекты для создания сквозного минимального перколяционного пути через существующие стохастические кластеры, тем дороже будет стоить установка каждого из

них. Поэтому для малых значений концентрации K объектов стохастической основы, сопровождаемых наличием протяжённых межкластерных интервалов, стоимость одного дополнительного объекта (НС второго рода) будет больше и с ростом K стоимость таких объектов будет уменьшаться. В общем случае эту зависимость можно представить в виде

$$\theta(K) \approx \theta_0 \cdot \phi(K) \cdot L. \quad (3)$$

С другой стороны, экспериментально подтверждённое увеличение извилистости управляемого перколяционного пути с ростом K связано с увеличением доли случайных попутных кластеров в направлении перколяции при прокладке кратчайшего пути. Это означает, что дополнительные объекты чаще перемежаются объектами стохастической основы. Это должно приводить к меньшим трудностям в установке очередного дополнительного объекта в заданное место сети. Мерой извилистости управляемого перколяционного пути может служить

относительное увеличение длины пути перколяции по сравнению с кратчайшим путём – размером матрицы (см. рис. 2б).

Тогда окончательно

$$\theta(K) \approx \theta_0 \cdot \phi(K) \cdot L / \beta(K). \quad (4)$$

Подставляя значение $\theta(K)$ в выражение для суммарных затрат, получим

$$P = \alpha \cdot K \cdot L^2 + \theta_0 \cdot \phi(K)^2 \cdot L^2 / \beta(K). \quad (5)$$

Значения α и θ_0 зависят от множества факторов, характерных для конкретной конструкции наноспутников, поэтому целесообразно затраты на проведение двухфазной операции оценивать как функцию отношения стоимостей дополнительных объектов и объектов стохастической основы.

Рассмотрим относительную стоимость двухфазной операции, нормированной по стоимости чисто стохастической перколяции.

Разделим левую и правую часть полученного уравнения на $Pn = \alpha Kn L^2$, учитывая, что для концентрации порога перколяции $Kn \approx 0,6$ значение $\phi(Kn) \approx 0$.

Тогда

$$\begin{aligned} P_{\text{отн}} &= \frac{P}{Pn} = 1,7 \frac{K + \theta_0 \cdot \phi(K)^2}{\alpha \cdot \beta(K)} = \\ &= 1,7 \frac{K + R \cdot \phi(K)^2}{\beta(K)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где R – отношение стоимости дополнительного объекта к стоимости объекта стохастической основы.

Зависимости относительной стоимости двухфазной операции от концентрации НС приведены на рис. 6а–г для различных значений R отношения стоимости добавляемого НС к стоимости НС стохастической основы.

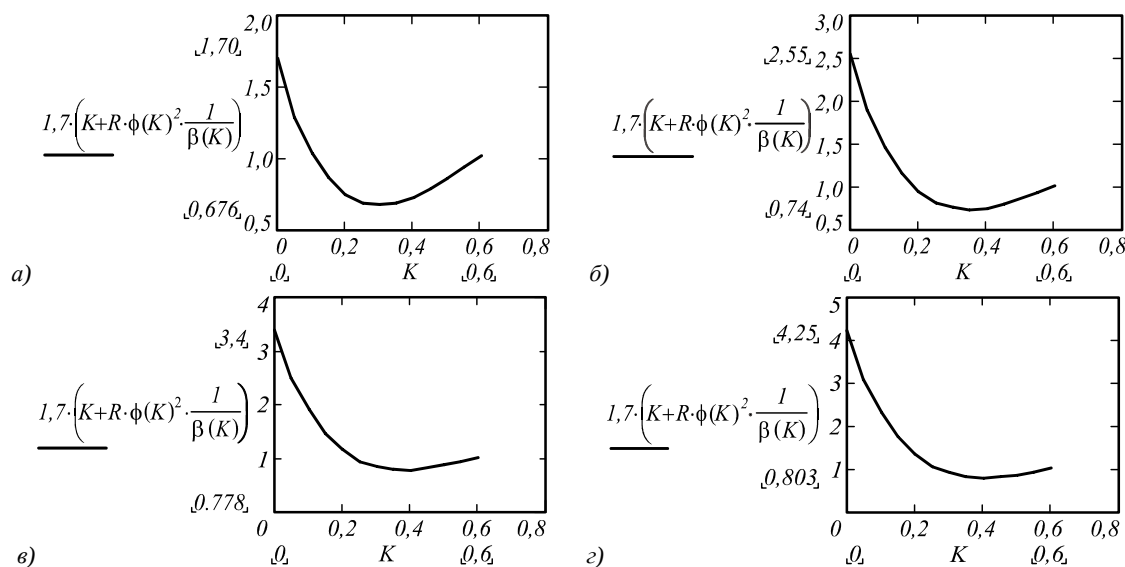


Рис. 6. Зависимости относительных затрат на проведение двухфазной операции от концентрации НС стохастической основы при различных отношениях R стоимости дополнительных НС и стоимости НС стохастической основы; $R = 1$ (а), $R = 1,5$ (б), $R = 2$ (в), $R = 2,5$ (г)

Анализ полученных зависимостей показывает, что при двухфазных операциях в больших сетях при незначительном увеличении стоимости дополнительных объектов, используемых для создания кратчайшего пути управляемой перколяции, относительно стоимости объектов стохастической основы ($R \approx 1$) оптимальное значение концентрации – вероятности наличия объекта в ячейке составляет $\sim 0,25$. Этому значению концентрации соответствует максимальное число кластеров стохастической основы.

Таким образом, в рассмотренной задаче создания кластеров наноспутников ДЗЗ оптимальное значение концентрации стохастической основы – вероятности нахождения НС в ячейке обслуживания равно 0,25, что $\sim$ в два с половиной раза меньше порога стохастической перколяции. При этом, принимая размер зоны обслуживания каждого НС 50 км, для покрытия межвиткового интервала полосами на-

блюдения необходимо ~ 600 НС стохастической основы, а среднее число добавленных НС для образования кратчайшего пути управляемой перколяции через кластеры стохастической основы не превышает 4% от числа НС стохастической основы для данной величины зоны обслуживания НС.

4. Статистическое моделирование больших сетей при модальных законах распределения вероятностей нахождения объекта в ячейке

Предположение о возможности равномерного распределения вероятности нахождения объекта в ячейке матрицы требует подтверждения для конкретных применений.

Рассмотрим в качестве общего случая направленную градиентную перколяцию, для которой вероятность нахождения объекта в ячейке переменна либо по ширине матрицы вдоль каждой строки, либо переменна по высоте матрицы вдоль

каждого столбца [3, 6]. При этом закон распределения этой вероятности имеет моду, т.е. вероятность возрастает к оси матрицы и уменьшается к краям матрицы.

Будем выдерживать при этом среднее значение концентрации – вероятности нахождения объекта в ячейке по всей матрице – и соответственно откладывать его по оси ординат графиков получаемых зависимостей. Такой подход позволяет выделять влияние неравномерности распределения вероятностей из-за наличия моды в законе распределения.

Будем оценивать увеличение вероятности нахождения объекта в ячейке на оси матрицы и уменьшение её к краям матрицы параметром f , характеризующим относительное увеличение вероятности нахождения объекта в ячейке по оси матрицы по сравнению со средним её значением. Мода закона распределения объектов по матрице может совпадать с

рассматриваемым направлением перколяции либо она может быть «поперёк» рассматриваемого направления перколяции. Проведённое статистическое моделирование показало, что оба рассмотренных статистических феномена: наличие порога перколяции и наличие точки максимальной кластеризации имеют место как в случае вертикального, так и в случае горизонтального градиентов распределения вероятности наличия объекта в ячейке.

При этом значение порога перколяции изменяется значительно, а значение средней по матрице концентрации в точке максимальной кластеризации, которую обозначим K_{mk} , практически не меняется (таблица 1).

В таблице 1 приведены результаты статистического моделирования для матрицы 50×50 при модальных законах распределения НС по матрице со значением параметра $f = 0,5$.

Таблица 1. Результаты статистического моделирования

Закон распределения вероятностей нахождения объектов по матрице	Значение порога стохастической перколяции	Значение концентрации в точке максимальной кластеризации	Среднее нормированное количество кластеров в точке K_{mk}	Максимальная средняя нормированная длина кратчайшего пути управляемой перколяции	Концентрация для максимума среднего кратчайшего пути управляемой перколяции
равномерный	0,55 – 0,65	~0,25	0,13	1,66	0,6
модальный, мода вдоль направления перколяции	0,45 – 0,55	~0,25	0,123	1,64	0,4
модальный, мода поперёк направления перколяции	0,65 – 0,75	~0,25	0,123	1,67	0,55

При этом нулевые строки при K_{mk} в матрицах отсутствуют в подавляющем числе экспериментов – сгенерировано и рассмотрено по 1000 случайных матриц для каждого из рассмотренных распределений и для каждого значения вероятности нахождения в ячейке объекта.

Таким образом, процедура определения необходимого числа наноспутников в кластере, обеспечивающих сплошное покрытие межвиткового интервала полосами наблюдения размером 50 км, для значения K_{mk} будет являться робастной, т.е. мало чувствительной к ошибкам и предположениям относительно законов распределения вероятностей нахождения объекта в ячейке.

Заключение и выводы

Рассмотрены статистические феномены образования случайных кластеров при моделировании больших сетей на матрицах.

Показано, что наряду со значением вероятности нахождения объекта в ячейке матрицы, описывающим порог перколяции, на оси вероятности нахождения объекта в ячейке имеется другая замечательная точка – точка максимальной кластеризации, в которой среднее число кластеров по матрице имеет

максимум. Максимальное значение количества кластеров достигается при вероятности наличия в ячейке НС (объекта), равной ~0,25. После этой точки при добавлении новых НС (объектов) они начинают более активно присоединяться к уже образованным кластерам и происходит слияние кластеров со снижением их общего количества.

Рассмотрено понятие управляемой перколяции, которое введено в отличие от классической стохастической перколяции. Опираясь на это понятие, рассмотрены двухфазные операции на больших сетях. В течение первой фазы создаётся стохастическая основа с концентрацией объектов значительно меньшей порога стохастической перколяции. На второй фазе через имеющиеся кластеры стохастической основы проводится перколяционный путь путём добавления в межкластерные интервалы дополнительных «управляемых» объектов. При этом алгоритм добавления управляемых объектов выбран таким образом, что обеспечивается минимум пути управляемой перколяции в заданном направлении.

Путём статистического моделирования получено значение среднего количества добавляемых объектов для различной концентрации объектов стохас-

тической основы. Также оценено среднее, максимальное и минимальное значение пути управляемой перколяции. Получены выражения для оценки суммарной эффективности двухфазной операции на больших сетях и значение концентрации объектов, обеспечивающее минимум суммарных затрат.

В качестве примера рассмотрена концепция получения информации ДЗЗ путём запуска одновременно большого количества весьма простых сверхмалых спутников – наноспутников (НС), которые будучи распределёнными по межвитковому интервалу трассы в основном случайным образом в совокупности будут оперативно решать задачу глобального ДЗЗ.

В рассмотренном примере создания кластеров наноспутников ДЗЗ значение концентрации стохастической основы – вероятности нахождения НС в ячейке обслуживания равно $\sim 0,25$, что в два с половиной раза меньше порога стохастической перколяции. При этом число добавленных НС для образования пути управляемой перколяции через имеющиеся кластеры стохастической основы не превышает 4% от числа НС стохастической основы. Этот процент падает с ростом размеров сети.

Полученные результаты могут быть использованы для анализа безопасности больших информационных, вычислительных и социальных сетей, а также для исчисления путей в неблагоприятной случайной среде.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №11-07-12062офи-м). Автор выражает благодарность Веричеву А.В., Ляховскому К.П., Малышкиной А.О., Пяткину А.С. за помощь в проведении статистических расчётов.

Литература

1. **Тарасевич, Ю.Ю.** Перколяция: теория, приложения, алгоритмы / Ю.Ю. Тарасевич. – М.: УРСС. – 2002. – 109 с.
2. **Москалев, П.В.** Математическое моделирование пористых структур / П.В. Москалев, В.В. Шитов. – М.: Физматлит, 2007. – 120 с.
3. http://ruslentarss.ru/nauka/news_2011-08-19-00-45-01-145.html.
4. **Ландэ, Д.В.** Интернетика: Навигация в сложных сетях: модели и алгоритмы / Д.В. Ландэ, А.А. Снарский, И.В. Безсуднов. – М.: Книжный дом «Либерком», 2009. – 264 с.
5. **Додонов, А.Г.** Живучесть информационных систем / А.Г. Додонов, Д.В. Ландэ. – Киев: Наукова думка, 2011. – 256 с.
6. **Мостовой, Я.А.** Статистические феномены больших распределённых кластеров наноспутников // Вестник самарского государственного университета имени академика С.П. Королева (национального исследовательского университета). – 2011. – №2 (26). – С. 80-91.

References

1. **Tarasevich, Y.Y.** Perkolyaciya: theory, exhibits, algorithms / Y.Y. Tarasevich. – Moscow: "URSS" Publisher, 2002. – 109 p. – (In Russian).
2. **Moskalev, P.V.** Mathematical modeling porous structures / P.V. Moskalev, V.V. Shitov. – Moscow: "Fizmatlit" Publisher, 2007. – 120 p. – (In Russian).
3. http://ruslentarss.ru/nauka/news_2011-08-19-00-45-01-145.html.
4. **Lande, A.A.** Internetika: Navigation in complex networks: models and algorithms / D.V. Lande, A.A. Snarskiy, I.V. Bezsudnov. – Moscow: Book house "Liberkom", 2009. – 264 p. – (In Russian).
5. **Dodonov, A.G.** Vitality information system / A.G. Dodonov, D.V. Lande // Kiev: "Naukova dumka" Publisher, 2011. – 256 p. – (In Russian).
6. **Mostovoi, J.A.** The statistical phenomenons large scale distributed clusters of nanospudniks// Herald Samara State Aerospace University of the name of the academician S.P. Korolyov (National Research University). – 2011. – Vol. 2(26). – P. 80-91. – (In Russian).

THE TWO-PHASE OPERATION IN LARGE-SCALE NETWORK

J.A. Mostovoi

*S.P. Korolyov Samara State Aerospace University
(National Research University)*

Abstract

It is considered decision of the problem of the remote flexing the Land (RFL) clusters simple nanospudnikov (NS), united in network, not possessing autonomous controlling of the moving the center of the masses, and casual image distributed in given a zone of the service interval of the route of the orbit. Under given stating the reception to information from collection NS is required not only study characteristic each NS, but also consideration characteristic large-scale casual clusters of object, forming "complex network". The results are received by way of statistical modeling of the large-scale networks on square matrix. It is entered notion controlled percolation of the zone of the service, which is realized in two phases: stochastic base on the first with comparatively small concentration NS, not providing stochastic percolation, but on the second in interclusters intervals are entered by optimum image additional nanospudniks to achieve the most short percolations way through stochastic formed clusters NS under relatively low gross amount NS and minimization of the general expenses.

Key words: statistical modeling, large-scale networks, clusters of nanospudniks, threshold of percolation, modal law of the distribution of probability.

Сведения об авторе

Мостовой Яков Анатольевич, д.т.н., профессор, профессор кафедры геоинформатики и информационной безопасности Самарского государственного аэрокосмического университета (национального исследовательского университета). До 2009 г. главный конструктор ГНПРКЦ ЦСКБ ПРОГРЕСС, лауреат Государственной Премии СССР. Область научных интересов: компьютерное управление сложными техническими системами (СТС), инженерия программного обеспечения для СТС, имитационное математическое моделирование для отладки, разработки и управления СТС.

E-mail: Jakob.Mostovoi@yandex.ru.

Jakob Anatolievich Mostovoi, the doctor of the technical sciences, the professor, the professor of the pulpit «geoinformatika and information safety» of Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). Before 2009 – Main constructor of FSUE SRPSRC «TsSKB-Progress». The Laureate State Prize USSR. The Area scientific interest: computer controlling of complex technical system (CTS), software ingenering for CTS, simulation mathematical modeling for debugging, designing and controlling CTS.

Поступила в редакцию 12 февраля 2012 г.