# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОЛНОСТЬЮ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МОД В ОПТИЧЕСКОМ ВОЛОКНЕ ПРИ МАЛОМОДОВОМ РЕЖИМЕ ДЛЯ АДАПТИВНОЙ КОМПЕНСАЦИИ СМЕШЕНИЯ МОД

Любопытов В.С.<sup>1</sup>, Тлявлин А.З.<sup>1</sup>, Султанов А.Х.<sup>1</sup>, Багманов В.Х.<sup>1</sup>,

Хонина С.Н.<sup>2</sup>, Карпеев С.В.<sup>2</sup>, Казанский Н.Л.<sup>2</sup>

1 Уфимский государственный авиационный технический университет,

<sup>2</sup> Институт систем обработки изображений РАН

### Аннотация

В работе предлагается метод компенсации искажений, вызванных смешением мод в системах передачи с модовым мультиплексированием, основанный на оптической обработке сигнала. Предлагаемый метод базируется на пространственно-спектральной взаимосвязи между модовым составом и распределением электромагнитного поля в лазерном пучке, а также на использовании дифракционного оптического элемента, программируемого в режиме реального времени. Данный метод перспективен в плане снижения вычислительной сложности телекоммуникационных систем с модовым мультиплексированием и значительного повышения скорости передачи данных в модовых каналах благодаря исключению сложной цифровой обработки сигнала при компенсации смешения мод.

<u>Ключевые слова</u>: модовое мультиплексирование, дифракционные оптические элементы, орбитальный угловой момент, технология «множественный вход, множественный выход», пространственный модулятор света.

#### Введение

Современный уровень использования оптического волокна (OB) ограничен в традиционных областях (временной и частотной) и стремится к пределу пропускной способности, обусловленному нелинейными эффектами [1]. Однако объём мирового трафика ежегодно возрастает примерно в полтора раза из-за увеличивающихся потоков данных HD-видео, распределённых вычислений и других приложений [2]. Для обеспечения соответствия сетей связи постоянно растущим требованиям по пропускной способности необходимо рассмотреть дополнительные подходы к уплотнению каналов в OB. В связи с этим в последние годы чрезвычайно возрос интерес к телекоммуникационным системам с пространственным разделением каналов (spatial division multiplexing – SDM).

Технология SDM в оптическом волокне может быть реализована с помощью волокон с несколькими сердцевинами [3] или с помощью модового мультиплексирования (mode division multiplexing – MDM) в ОВ при маломодовом режиме передачи [4]. Волокна с несколькими сердцевинами предполагают сложное изготовление по сравнению с волокнами с осевой симметрией, поэтому системы MDM представляются экономически более эффективными. Однако при реализации телекоммуникационных систем на основе MDM возникают две основные проблемы:

- возбуждение определённой суперпозиции мод с заданным распределением энергии и фазы в передатчике и выделение отдельных мод в приёмнике.
- б) преодоление эффекта смешения мод.

Разработано множество методов возбуждения мод низшего порядка. Моды произвольных порядков могут быть эффективно выделены из лазерного пучка посредством оптического корреляционного анализа. Данный подход использует дифракционные оптические элементы (ДОЭ), согласованные с определёнными модами и называемые МОДАНами [5–9], которые позволяют генерировать и выделять любую комбинацию мод с точно заданными комплексными весовыми коэффициентами. ДОЭ позволяют достичь пика интенсивности желаемой моды в центре соответствующего дифракционного порядка при интенсивности в других порядках, близкой к шуму (не более 10% от пиковой интенсивности) [6, 7].

Как известно, явление смешения мод зависит от времени и обусловлено дефектами OB, такими как флуктуации диаметра волокна и профиля показателя преломления, а также микроизгибы [4,10,11]. В результате отдельные моды обмениваются энергией, распространяясь по OB. Кроме того, дифференциальная модовая задержка (differential mode delay – DMD) и хроматическая дисперсия (chromatic dispersion – CD) приводят к межсимвольной интерференции (МСИ) в каналах, передаваемых отдельными модами.

В целях предотвращения смешения мод в настоящее время разрабатываются два основных подхода:

- а) мультиплексирование по орбитальному угловому моменту (ОАМ), основанное на создании в ОВ ортогональных, пространственно разнесённых потоков [12];
- б) модовое мультиплексирование по технологии «множественный вход, множественный выход» (multiple-input multiple-output – MIMO), основанной на электронной коррекции межмодовой интерференции [12, 13].

Оба эти подхода обладают своими достоинствами и недостатками.

Мультиплексирование по ОАМ осуществляется полностью оптическим способом и не требует какихлибо вычислительных ресурсов, однако предполагает использование специального волокна со сложным профилем показателя преломления для достижения достаточной дальности передачи без существенного взаимного влияния между модами.

В системах с MIMO MDM, наоборот, проблема смешения мод решается только средствами цифровой обработки сигнала (ЦОС). Данный подход позволяет использовать потенциально любое волокно, в котором обеспечен маломодовый режим (маломодовость понимается в общепринятом смысле [7]), в том числе существующие волокна со ступенчатым профилем показателя преломления, возбуждаемые светом с длиной волны ниже длины волны отсечки [7, 15, 16]. Примечательно, что дальность передачи для МІМО MDM с использованием маломодового ОВ с низкой дифференциальной групповой задержкой (differential group delay - DGD) может достигать более чем тысячи километров [17]. Однако данный подход требует сложных алгоритмов обработки МІМО-сигнала, поэтому он потенциально ограничивает скорость модуляции в канале и может приводить к росту потребляемой мощности.

Следует заметить, что два указанных подхода разрабатываются независимо, хотя совместное их рассмотрение могло бы привести к синергетическому результату по направлению к компенсации смешения мод в оптической области.

### Модель МІМО МДМ-канала

Рассмотрим MIMO-систему  $N \times N$ . В общем случае, когда присутствуют DGD (обусловленная в основном эффектами DMD и CD) и смешение мод, наблюдаемая последовательность  $y_v[k]$  на v-м выходе может быть выражена как свёртка

$$y_{\nu}[k] = \sum_{\mu=1}^{N} \sum_{l=0}^{L} h_{\mu\nu}[l] \cdot x_{\mu}[k-l] + n_{\nu}[k], \ (1 \le \nu \le N),$$
(1)

где  $x_{\mu}[k]$  – входная сигнальная последовательность,  $h_{\mu\nu}[k]$  – импульсная характеристика со входа  $\mu$  на выход  $\nu$ ,  $n_{\nu}[k]$  – шумовая последовательность на  $\nu$ -м выходе. Здесь L означает максимальную память канала среди всех модовых каналов, выраженную в количестве символов. Это равенство может быть также определено в матричной форме:

$$\mathbf{y}[k] = \sum_{l=0}^{L} \boldsymbol{H}[l] \cdot \boldsymbol{x}[k-l] + \boldsymbol{n}[k].$$
<sup>(2)</sup>

Если DGD некоторым образом преодолена, то сложность обработки МІМО-сигнала существенно снижается. В частности, DGD может быть скомпенсирована при использовании ортогонального частотного мультиплексирования (orthogonal frequency domain multiplexing – OFDM) поверх каждого модового канала [13, 18]. Тогда выражение (2) упрощается:

$$y_{\nu} = \sum_{\mu=1}^{N} h_{\mu\nu} \cdot x_{\mu} + n_{\nu}, \ (1 \le \nu \le N).$$
(3)

Разработано множество методов пространственной коррекции МІМО-канала, включая как линейные (такие как сведение к нулю и коррекция по критерию минимума СКО на приёмной и передающей стороне), так и нелинейные методы (такие как матричная коррекция с решающей обратной связью и МІМО- предкодирование) [17]. В простейшем случае коррекции по критерию сведения к нулю (zero-forcing – ZF) оценка переданной последовательности может быть получена путём восстановления из равенства

$$\hat{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{Y} \,. \tag{4}$$

Согласно матричной модели распространения [9], MDM-канал может быть представлен оператором распространения  $\mathbf{M}(\omega) = \prod_{k=1}^{K} \mathbf{M}_{k}(\omega)$ , где каждая *k*-я матрица размером *N*×*N* описывает распространение сигнала через *k*-й участок OB или входящий в линию элемент:

$$\mathbf{M}_{k}(\omega) = \mathbf{V}_{k} \mathbf{\Lambda}_{k}(\omega) \mathbf{U}_{k}^{\mathrm{T}}, \qquad (5)$$

где  $\Lambda_k(\omega)$  – диагональная матрица, описывающая распространение мод без смешения и включающая DMD, CD и модово-зависимые потери (MDL);  $V_k$  и  $U_k$  – частотно-независимые унитарные матрицы, описывающие смешение мод на входе и выходе *k*-го участка соответственно, при этом каждый участок должен быть незначительно больше длины корреляции волокна. Так как в обычных многомодовых системах используются светодиоды, некогерентные в пространстве и во времени, классическая модель смешения мод принимает во внимание обмен энергией между модами и определяется вещественными коэффициентами [18]. Однако, учитывая, что MDM-системы предполагают когерентное лазерное излучение, необходимо использовать комплексные матрицы  $V_k$  и  $U_k$  [11].

## Физическая модель MDM-канала

Рассмотрим процесс маломодового распространения света в традиционном ступенчатом волокне с радиусом a, показателем преломления сердцевины  $n_1$  и показателем преломления оболочки  $n_2$ . Большинство коммерческих волокон относятся к слабо-направляющим волокнам, в которых разность между показателями преломления  $\Delta n = n_1 - n_2$  составляет менее 1% [15]. В этом случае уравнение на собственные значения [19] приводит к собственным решениям для мод, которые являются практически линейно поляризованными (моды LP). Тогда их доминирующая компонента электромагнитного поля выражается как:

$$\Psi_{pq}(\mathbf{u},z) = \Psi_{pq}(\mathbf{u}) \exp(-i\beta_{pq}z) =$$

$$= \exp(-i\beta_{pq}z) \exp(ip\varphi) \begin{cases} \frac{J_p(u_{pq}r/a)}{J_p(u_{pq})}, & 0 \le r \le a, \\ \frac{K_{p-1}(w_{pq}r/a)}{K_p(w_{pq})}, & a \le r \le b, \end{cases}$$
(6)

где **u** = (r,  $\phi$ ), параметры  $u_{pq}$  и  $w_{pq}$  выражаются как  $u = a\sqrt{(k_0n_1)^2 - \beta^2}$  и  $w = a\sqrt{\beta^2 - (k_0n_2)^2}$ ,  $\beta$  – коэффициент распространения,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ , а целые числа *p* и *q* обозначают азимутальный и радиальный индексы мод соответственно.

На рис. 1 приведены распределения амплитуды в поперечном сечении для некоторых LP-мод. Возбу-

Компьютерная оптика, 2013, том 37, №3

дить такие моды в оптическом волокне можно с помощью спиральных фазовых пластинок или многоуровневых ДОЭ [20].

Так как собственные решения  $\Psi_{pq}(\mathbf{u})$  образуют базис ортогональных функций, так что

$$\left\langle \Psi_{pq}, \Psi_{mn} \right\rangle = \iint_{\mathbb{R}^2} \Psi_{pq}^* (\mathbf{u}) \Psi_{mn} (\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u} =$$
  
=  $\delta (p - m, q - n),$  (7)

любая линейная суперпозиция LP-мод, определяемых выражением (6), в постоянной точке *z* может быть представлена в виде ряда:

$$\Psi(\mathbf{u}) = \sum_{p,q} \Psi[p,q] \Psi_{pq}(\mathbf{u}), \qquad (8)$$

где  $\psi[p,q]$  – комплексные коэффициенты, определяющие распределение мод и выражаемые как [9]:

$$\Psi[p,q] = \rho[p,q] \exp(i\phi[p,q]) = \iint_{\mathbb{R}^2} \Psi_{pq}^*(\mathbf{u})\Psi(\mathbf{u}) d^2\mathbf{u} \,. \tag{9}$$



Рис. 1. Поперечные распределения амплитуды (негатив) для мод: LP<sub>03</sub> (а), LP<sub>12</sub> (б), LP<sub>21</sub> (в), LP<sub>41</sub> (г)

С точки зрения квантового подхода каждый фотон переносит ОАМ, выражаемый как  $p\hbar$  [21], так что каждая LP-мода переносит ОАМ, пропорциональный индексу p. Если мы рассмотрим только набор из  $N = (2\Lambda + 1)$  мод, различающихся индексами p (индекс q будем считать постоянным, а коэффициенты  $\psi[q]$ равными единице), тогда линейная суперпозиция LPмод, подаваемых на вход в волокно, может быть записана как:

$$\Psi(\mathbf{u}, z) = \sum_{p=-\Lambda}^{\Lambda} \Psi[p] \Psi_{pq}(r, z) \exp(ip\varphi) .$$
(10)

В [22] экспериментально доказано, что распределение углового момента  $\psi[p]$  и угловое распределение  $\Psi(\phi)$  монохроматического светового поля связаны преобразованием Фурье, т.е.

$$\Psi[p] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Psi(\varphi) \exp(-ip\varphi) d\varphi .$$
 (11)

Выражение (13) связано с (9), но описывает частный случай, когда используются только моды, переносящие ОАМ. В квантовом режиме, как известно, это соотношение через преобразование Фурье связано с принципом неопределённости Гейзенберга.

## Принципы оптической компенсации смешения мод

Если пучок с поперечным распределением поля  $\Psi_{in}(\mathbf{u})$  падает на амплитудно-фазовую голограмму с

функцией передачи  $\Psi_H(\mathbf{u})$ , то распределение мод в выходном пучке согласно (9) может быть выражено как:

$$\Psi_{out}[p,q] = \iint_{\mathbb{R}^2} \Psi_{in}(\mathbf{u}) \cdot \Psi_H(\mathbf{u}) \Psi_{pq}^*(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u} .$$
(12)

Таким образом, было бы целесообразно предположить, что можно скомпенсировать смешение мод с помощью некоторой реконфигурируемой амплитудно-фазовой голограммы  $\Psi_H(\mathbf{u})$ , приближённо инвертирующей частотно-независимую часть оператора распространения OB  $\mathbf{M}(\omega)$ .

Рассмотрим линейную MDM-систему  $N \times N$ , описываемую матрицей распространения  $\mathbf{M}(\omega) = \mathbf{W}\mathbf{\Lambda}(\omega)$ , результирующей влияние всех K участков волокна, где частотно-независимая матрица  $\mathbf{W} = \prod_{k=1}^{K} \mathbf{V}_k \mathbf{U}_k^{\mathrm{T}}$ описывает общее смешение мод.

Как известно, в реальном волокне, являющемся распределённой системой, каждая мода претерпевает смешение с другими модами своим уникальным образом [9], поэтому оператор **W** и приближённый обратный оператор **W**<sup>-1</sup> в общем случае не могут быть смоделированы одной голограммой с амплитуднофазовым распределением  $\Psi_{mask}(\mathbf{u})$  (иначе должно было бы выполняться соотношение  $\forall \mu, \nu: w_{uv} = w_{(u+1)}(\nu_{(v+1)})$ .)

Оператор  $W^{-1}$  становится физически реализуемым при использовании МОДАНа, формирующего одномодовые пучки в различных дифракционных порядках [6– 9]. Данный подход позволяет пространственно разделить моды в дальней зоне и обрабатывать их независимо. В этом случае ДОЭ, формирующий одномодовые пучки в дифракционных порядках, в соответствии с их коэффициентами  $\Psi[p,q]$  имеет функцию передачи:

$$\Psi_{DOE}(\mathbf{u}) = \sum_{p,q} \Psi_{pq}^{*}(\mathbf{u}) \exp(i\mathbf{v}_{pq}\mathbf{u}), \qquad (13)$$

где  $\mathbf{v}_{pq}$  – пространственные несущие частоты в дальней зоне, реализуемой путём применения линзы с соответствующим фокусным расстоянием.

В общем случае такой реконфигурируемый ДОЭ является амплитудно-фазовым, но может быть закодирован как фазовая голограмма [6, 8, 15, 20, 23 – 25] и затем реализован с помощью пространственного модулятора света (spatial light modulator – SLM).

На рис. 2 показано формирование 64 дифракционных порядков с отдельными LP-модами и их суперпозициями с помощью бинарного фазового ДОЭ.

Другая проблема возникает в связи с тем, что смешение мод в отдельном ОВ зависит от времени и определяется такими факторами, как температура кабеля и механическая деформация. Поэтому компенсирующий ДОЭ должен быть адаптивным со временем адаптации не более времени корреляции смешения мод MDM-канала. Это условие легко реализуемо на практике, поскольку указанные выше факторы являются достаточно инерционными по сравнению со временем переключения в электронных компонентах системы. Для оценки MDM-канала рассматривается общепринятый подход с применением тестирующего сигнала. Важным является соблюдение условия  $T_{tr} > \tau_{GD}$ , где  $T_{tr}$  — длительность каждого тестового символа,  $\tau_{GD}$  — максимальная память модового канала.

Это условие обязательно для отделения матрицы **W** от частотно-зависимой матрицы  $\Lambda(\omega)$ . Таким образом, пропуская последовательно тестирующие символы  $g_{\mu}$  через каждый  $\mu$ -й модовый канал, мы можем определить каждую строку матрицы **W**, состоящую из элементов  $w_{\mu\nu}$ ,  $\nu = 1...N$ .



Рис. 2. Бинарная фаза кодированного 64-порядкового ДОЭ (а), экспериментально зафиксированное распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы при освещении ДОЭ плоской волной (б), схема расположения LP-мод

с номерами  $p = \overline{0,11}$ ,  $q = \overline{1,5}$  (сопряжённые моды с  $p = \overline{-11,0}$  располагаются симметрично в нижней части)

Как было указано выше, матрица W является комплексной, поэтому должны быть точно определены не только амплитуды её элементов |w<sub>uv</sub>|, но и межмодовые фазы фиу. Для получения всей информации о коэффициентах w<sub>иу</sub> может быть использован известный подход, основанный на сенсоре Шака-Хартманна [26, 27]. Принятая информация о форме фронта позволяет декомпозировать моды, используя выражение (9). Но для целей построения MDM-систем более предпочтительной представляется реализация всей обработки пучка только посредством ДОЭ. Во-первых, использование ДОЭ позволяет непосредственно извлечь распределение мод с минимальной вычислительной сложностью. Во-вторых, технология производства голограмм, генерируемых с помощью компьютера, достаточно развита для получения высокой разрешающей способности и точности, а также обладает потенциалом экономической эффективности при последующей интеграции в промышленные приложения.

Эффективный метод полной декомпозиции мод в режиме реального времени, использующий интерферометрическую суперпозицию между опорной модой и тестируемой модой, описан в [6, 9, 23, 24]. Соответствующий МОДАН имеет два дополнительных дифракционных порядка на каждую моду. Таким образом, анализирующий ДОЭ описывается функцией передачи:

$$\Psi_{DOE}^{allaysts}(\mathbf{u}) = \sum_{p,q} \Psi_{pq}^{*}(\mathbf{u}) \exp(i\mathbf{v}_{pq}\mathbf{u}) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{[p,q]\neq[p_{0},q_{0}]} \left(\Psi_{p_{0}q_{0}}^{*}(\mathbf{u}) + \Psi_{pq}^{*}(\mathbf{u})\right) \exp(i\mathbf{v}_{pq}^{\cos}\mathbf{u}) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{[p,q]\neq[p_{0},q_{0}]} \left(\Psi_{p_{0}q_{0}}^{*}(\mathbf{u}) + i\Psi_{pq}^{*}(\mathbf{u})\right) \exp(i\mathbf{v}_{pq}^{\sin}\mathbf{u}),$$
(14)

где  $\Psi_{p_0q_0}(\mathbf{u})$  обозначает распределение поля моды, фаза

которой ф  $[p_0, q_0]$  выбрана в качестве опорной. В этом случае селективный ДОЭ должен обладать (3N-2) порядками для получения комплексных коэффициентов  $w_{\mu\nu}$  [6, 9, 23, 24]. Этот анализирующий ДОЭ может быть закодирован как амплитудная или фазовая голо-

грамма и реализован с помощью лазерной литографии. В итоге, коэффициенты матрицы смешения мод **W** определяются как:

$$w_{\mu\nu} = \left| w_{\mu\nu} \right| \exp(i\phi_{\mu\nu}) = \frac{\left| \Psi[\nu] \right|}{\left| g_{\mu} \right|} \exp(i\phi_{\mu\nu}) = \frac{f}{2\pi k_0} \frac{\sqrt{I_{\nu}}}{\left| g_{\mu} \right|} \times \\ \times \exp\left( -i \left( \arctan \frac{2I_{\nu}^{\sin} - I_{\nu} - I_0}{2I_{\nu}^{\cos} - I_{\nu} - I_0} - \arg(g_{\mu}) \right) \right), \tag{15}$$
$$\mu, \nu = 1...N,$$

где  $g_{\mu}$  – тестирующий символ, соответствующий  $\mu$ -й передаваемой моде;  $I_{\nu}$  – интенсивность света в дальней зоне анализирующего ДОЭ, соответствующая  $\nu$ -й принимаемой моде и задаваемая пространственной несущей частотой  $\mathbf{v}_{pq}$ . Предполагается, что каждая передаваемая  $\mu$ -ая мода и принимаемая  $\nu$ -ая мода определяются своим собственным набором индексов [p,q], когда  $\mu = \nu$ . Значения  $I_{\nu}^{\sin}$  и  $I_{\nu}^{\cos}$  описывают интенсивности в дальней зоне в соответствии с пространственными несущими частотами  $\mathbf{v}_{pq}^{\sin}$  и  $\mathbf{v}_{pq}^{\cos}$  соответственно;  $I_0$  – интенсивность в дифракционном порядке, соответствующем модовому коэффициенту, фаза которого рассматривается в качестве начальной (например,  $w_{11}$ ). В выражении (15) f – фокусное расстояние линзы.

В описанном случае в целях упрощения мы считали, что все моды линейно поляризованы. Однако общий случай оценки MDM-канала с произвольно поляризованными модовыми каналами может быть обеспечен с помощью метода, представленного в [23, 24].

Как и в случае любой технологии коррекции, приближённая реализация обратного оператора распространения может быть осуществлена как на передающей, так и на приёмной стороне. Концепция предварительной компенсации, как известно, позволяет избежать усиления помехи, которое может возникать при применении приближённого обратного оператора распространения к принимаемому сигналу с аддитивным шумом. Однако данный подход требует информации о состоянии канала на передающей стороне. В настоящее время для определённости будем считать, что компенсация смешения мод осуществляется на приёмной стороне, однако сравнение данных двух концепций является предметом последующих исследований.

Модель MDM-системы с оптической компенсацией смешения мод показана на рис. 3, где постоянный ДОЭ1, имеющий *N* дифракционных порядков и формирующий одномодовые пучки в различных дифракционных порядках, предназначен для возбуждения мод; постоянный интерферометрический ДОЭ2, имеющий (3N-2) дифракционных порядков, предназначен для декомпозиции мод в процессе оценки MDM-канала; основанный на SLM программируемый ДОЭ3 применяется для приёма полезного сигнала с адаптивной компенсацией смешения мод.



Рис. 3. Модель N×N MDM-системы с оптической компенсацией смешения мод (ЭОМ – электрооптический модулятор, ЛФД – лавинный фотодиод, SLM – пространственный модулятор света)

Согласно (4) и (13), компенсирующий ДОЭЗ будет описываться функцией передачи:

$$\Psi_{DOE}^{comp}(\mathbf{u}) = \sum_{\neq 1}^{N} \left( \sum_{i=1}^{N} w_{\mu\nu}^{-1} \Psi_{\mu}^{*}(\mathbf{u}) \right) \exp(i\mathbf{v}, \mathbf{u}), \qquad (16)$$

где  $w_{\mu\nu}$  – коэффициенты матрицы  $\mathbf{W}^{-1}$ , обратной к матрице смешения мод  $\mathbf{W}$ ;  $\Psi_{\mu}(\mathbf{u})$  – распределение поля моды, соответствующей  $\mu$ -му каналу на передающей стороне;  $\mathbf{v}_{\nu}$  – пространственная несущая частота, соответствующая v-му каналу на приёмной стороне. Тогда для программирования SLM компенсирующий ДОЭ3, определяемый выражением (16), может быть закодирован как фазовый отражающий ДОЭ при использовании известных методов, описанных в [6].

Матрица  $\Lambda(\omega)$ , описывающая частотно-зависимые искажения, может быть компенсирована путём коррекции во временной или частотной областях, но порядок корректора будет в (*N*) раз меньше, чем для классической МІМО-системы. Однако более эффективным представляется одновременное применение оптической компенсации смешения мод и OFDM.

### Выводы

В данной работе предлагается метод, предназначенный для компенсации искажений, вызванных смешением мод в системах передачи с MDM, основанный на обработке сигнала полностью в оптической области. Предлагаемый метод основан на пространственно-спектральной взаимосвязи между модовым составом и распределением электромагнитного поля в лазерном пучке и на использовании дифракционного оптического элемента, программируемого в режиме реального времени. Несмотря на то, что этот метод направлен только на компенсацию эффекта смешения мод, он рассматривается как способ значительного снижения вычислительной сложности будущих коммерческих МDM-систем. Благодаря компенсации смешения мод в оптической области может быть исключена сложная цифровая обработка сигнала и тем самым повышена скорость передачи данных.

#### Литература (References)

- Essiambre, R. Capacity limits of optical fiber networks / R. Essiambre, G. Kramer, P.J. Winzer, G.J. Foschini and B. Goebel // J. Lightw. Technol. – 2010. – Vol. 28, Issue 4. – P. 662-701.
- Tkach, R. Scaling optical communications for the next decade and beyond / R. Tkach // Bell Labs Tech. J. – 2010. – Vol. 14, Issue 4. – P. 3-9.
- Sakaguchi, J. Space Division Multiplexed Transmission of 109-Tb/s Data Signals Using Homogeneous Seven-Core Fiber / J. Sakaguchi [et al.] // J. of Lightw. Technol. – 2012. – Vol. 30, Issue 4. – P. 658-665.
- Berdague, S. Mode division multiplexing in optical fibers / S. Berdague, P. Facq // Appl. Optics. – 1982. – Vol. 21. – P. 1950-1955.
- Soifer, V.A. Laser beam mode selection by computer-generated holograms / V.A. Soifer, M.A. Golub. – CRC Press, 1994.
- Computer design of diffractive optics / D.L. Golovashkin, L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.S. Pavelyev, R.V. Skidanov, V.A. Soifer, ed. by V.A. Soifer // Cambridge International Science Publishing Ltd. & Woodhead Pub. Ltd. UK, – 2012. – 896 p. – ISBN 978-1-84569-635-1.
- Karpeev, S.V. DOE-aided analysis and generation of transverse coherent light modes in a stepped-index optical fiber / S.V. Karpeev, V.S. Pavelyev, M. Duparre, B. Luedge, C. Rockstuhl, S. Schroeter // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). – 2003. – Vol. 12, N 1. – P. 27-34.
- Khonina, S.N. Phase diffractive filter to analyze an output stepindex fiber beam / S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, K. Jefimovs, J. Turunen // Optical Memory and Neural Networks (Allerton Press). – 2003. – Vol. 12(4). – P. 317-324.
- Kaiser, T. Complete modal decomposition for optical fibers using CGH-based correlation filters / T. Kaiser, D. Flamm, S. Schröter and M. Duparré // Opt. Express. – 2009. – Vol. 17, Issue 11. – P. 9347-9356.
- Karpeev, S.V. Fibre sensors based on transverse mode selection / S.V. Karpeev, V.S. Pavelyev, S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, A.V. Gavrilov, V.A. Eropolov // Journal of Modern Optics. – 2007. – Vol. 54, № 6. – P. 833-844. DOI:10.1080/09500340601066125.

- 11. Ho, K.-P. Mode Coupling and its Impact on Spatially Multiplexed Systems / Ho, K.-P. and Kahn, J.M. - in Optical Fiber Telecommunications VIB: Systems and Networks / I.P. Kaminow, T. Li and A.E. Willner, Eds. - Elsevier, 2013.
- 12. Bozinovic, N. Terabit-Scale Orbital Angular Momentum Mode Division Multiplexing in Fibers / N. Bozinovic [et al.] // Science. - 2013. - Vol. 340, N 6140. - P. 1545-1548.
- 13. Chen, X. Equalization of two-mode fiber based MIMO signals with larger receiver sets / Xi Chen, Jia Ye, Yue Xiao, An Li, Jiayuan He, Qian Hu, William Shieh // Optics Exoress. - 2012. - Vol. 20, Issue 26. - P. B413-B418.
- 14. Randel, S. 6×56-Gb/s mode-division multiplexed transmission over 33-km few-mode fiber enabled by 6×6 MIMO equalization / S. Randel [et al.] // Optics Express. - 2011. -Vol. 19, Issue 17. – P. 16697-16707.
- 15. Khonina, S.N. Optical Vortices in a Fiber: Mode Division Multiplexing and Multimode Self-Imaging / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy and V.A. Soifer. // Recent Progress in Optical Fiber Research; ed. by Dr Moh. Yasin. - InTech, 2012.
- 16. Hanzawa, N. Demonstration of mode-division multiplexing transmission over 10 km two-mode fiber with mode coupler K. Saitoh, T. Sakamoto, N. Hanzawa. T. Matsui. S. Tomita, M. Koshiba. - Optical Fiber Communication Conference and Exposition (OFC/NFOEC), 2011 and the National Fiber Optic Engineers Conference, - 2011.
- 17. Randel, S. Mode-Multiplexed 6×20-GBd QPSK Transmission over 1200-km DGD-Compensated Few-Mode Fiber / S. Randel, [et al.]. – Optical Fiber Communication Conference and Exposition (OFC/NFOEC), 2012 and the National Fiber Optic Engineers Conference, 2012.
- 18. Al Amin, A. Dual-LP<sub>11</sub> mode 4×4 MIMO-OFDM transmission over a two-mode fiber / A. Al Amin, A. Li, S. Chen, X. Chen, G. Gao and W. Shieh // Opt. Express. - 2011. -Vol. 19, Issue 17. - P. 16672-16679.

- 19. Marcuse, D. Light transmission optics / D. Marcuse. -Van Nostrand Reinhold electrical/computer science and engineering series, 1982.
- 20. Karpeev, S.V. Experimental excitation and detection of angular harmonics in a step-index optical fiber / S.V. Karpeev, S.N. Khonina // Optical Memory & Neural Networks (Information Optics). - 2007. - Vol. 16(4). - P. 295-300.
- 21. Allen, L. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes / L. Allen, M.W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, J.P. Woerdman // Phys. Rev. A. - 1992. - Vol. 45. - P. 8185-8189.
- 22. Yao, E. Fourier relationship between angular position and optical orbital angular momentum / E. Yao, S. Franke-Arnold, J. Courtial, S. Barnett and M.J. Padgett // Optics Express. -2006. - Vol. 14, Issue 20. - P. 9071-9076.
- 23. Khonina, S.N. Phase reconstruction using a Zernike decomposition filter / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, Y. Wang, D. Zhao // Computer Optics. - 1998. - Vol. 18. - P. 52-56.
- 24. Flamm, D. Mode analysis with a spatial light modulator as a correlation filter / D. Flamm, D. Naidoo, C. Schulze, A. Forbes and M. Duparré // Opt. Lett. - 2012. - Vol. 37, Issue 13. – P. 2478-2480.
- 25. Jeong, T.M. Laser Beam Diagnostics in a Spatial Domain / Tae Moon Jeong and Jongmin Lee. - In book: Laser Pulse Phenomena and Applications; ed. by Dr. F. J. Duarte. - In-Tech, 2010.
- 26. Starikov, F.A. Wavefront reconstruction of an optical vortex by a Hartmann-Shack sensor / F.A. Starikov [et al.] // Optical Letters. - 2007. - Vol. 32, Issue 16. - P. 2291-2293.
- 27. Schulze, C. Wavefront reconstruction by modal decomposition / C. Schulze, D. Naidoo, D. Flamm, O.A. Schmidt, A. Forbes and M. Duparré // Opt. Express. - 2012. -Vol. 20, Issue 18. – P. 19714-19725.

# MATHEMATICAL MODEL OF COMPLETELY OPTICAL SYSTEM FOR DETECTION OF MODE PROPAGATION PARAMETERS IN AN OPTICAL FIBER WITH FEW-MODE OPERATION FOR ADAPTIVE COMPENSATION OF MODE COUPLING

V.S. Lyubopytov<sup>1</sup>, A.Z. Tlyavlin<sup>1</sup>, A.Kh. Sultanov<sup>1</sup>, V.Kh. Bagmanov<sup>1</sup>, S.N. Khonina<sup>2</sup>, S.V. Karpeev<sup>2</sup>, N.L. Kazanskiy<sup>2</sup> <sup>1</sup> Ufa State Aviation Technical University,

<sup>2</sup> Image Processing Systems Institute RAS

## Abstract

In this article we propose a method for optical-domain compensation of distortions caused by the mode coupling in communication systems with mode division multiplexing. The proposed method is based on the spatial-spectral interrelation between the mode composition and the laser beam electromagnetic field distribution and on the using of a real-time programmable diffractive optical element implemented with a spatial light modulator. This method is promising to reduce the computational complexity of MDM-systems and increase significantly the modal channel baud rate due to exclusion of complex digital signal processing when mode-coupling compensating.

Key words: mode division multiplexing, diffractive optical elements, orbital angular momentum, "multiple-input multiple-output" technology, spatial light modulator.

#### Сведения об авторах



Любопытов Владимир Сергеевич, 1986 года рождения, в 2008 году с отличием окончил Уфимский государственный авиационный технический университет (УГАТУ) по специальности «Многоканальные телекоммуникационные системы». В 2013 году защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата технических наук. Работает младшим научным сотрудником и старшим преподавателем кафедры телекоммуникационных систем УГАТУ. Область научных интересов: коррекция цифровых сигналов; волоконно-оптические телекоммуникационные системы.

E-mail: lyubopytov.v@gmail.com .

Vladimir Sergeevich Lyubopytov (b. 1986) graduated with honours (2008) from the Ufa State Aviation Technical University (USATU) majoring in Multichannel Telecommunication Systems. In 2013 he has defended Candidate of Sciences theses. His current position is researcher and senior lecturer at the Chair for Telecommunication systems at the USATU. Current research interests include digital signal equalization and optical fiber telecommunication systems.



**Тлявлин Анвар Зуфарович**, 1954 года рождения, в 1976 году с отличием окончил Уфимский авиационный институт (ныне – Уфимский государственный авиационный технический университет, УГАТУ) по специальности «Электрические машины». Кандидат технических наук (1982 год), доцент; начальник учебно-методического управления УГАТУ, доцент кафедры телекоммуникационных систем УГАТУ. Специалист в области телекоммуникаций, теории электромагнитных полей и волн.

E-mail: <u>azt@ugatu.su</u>. **Anvar Zufarovich Tlyavlin** (b. 1950) graduated with honours (1976) from the Ufa Aviation Institute (at present Ufa State Aviation Technical University, USATU) majoring in «Electrical machines». Candidate of Sciences (1982), associate professor. His current position is the Head of the Education and methodology department at the USATU and associate professor of the Chair for Tele-

communication systems. Current research interests include telecommunication systems and electromagnetic field theory.



Султанов Альберт Ханович, 1950 года рождения. В 1973 году с отличием окончил Новосибирский электротехнический институт связи НЭИС (ныне – Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, СибГУТИ) по специальности «Многоканальная электросвязь». Доктор технических наук (1996 год), профессор, работает заведующим кафедрой телекоммуникационных систем Уфимского государственного авиационного технического университета. Директор Института инфокоммуникационных технологий, созданного на базе кафедры ТС. Является членом международного научного общества *SPIE*, действительным членом Академии телекоммуникаций. Специалист в области телекоммуникаций, оптических телекоммуникационных систем, оптоэлектроники, аэрокосмических систем, микроспутниковой связи. В списке научных работ А.Х. Султанова около 240 статей, 8 монографий, 30 авторских свидетельств и патентов. Е-mail: <u>tks@ugatu.ac.ru</u>.

**Albert Khanovich Sultanov** (b. 1950) graduated with honours (1973) from the Novosibirsk Electrotechnical Institute of Telecommunications (at present Siberia State University of Telecommunications and Informatics), majoring in «Multichannel electrocommunication». He received his Doctor in Technical Sciences (1996) from Ufa State Aviation Technical University (USATU). He is the Head of Chair for Telecommunication systems at USATU. He is also the director of the Institute of Infocommunication Technology based on the Chair for Telecommunication systems. He is a *SPIE* member, Academic of Telecommunication Academy. He is co-author of about 240 scientific papers, 8 monographs, and 30 inventions and patents. Current research interests include telecommunications, optical telecommunication systems, optoelectronics, aerospace systems, microsatellite communication.



Багманов Валерий Хусаинович, 1951 года рождения, окончил физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова. Доктор технических наук (2007 год), профессор кафедры телекоммуникационных систем Уфимского государственного авиационного технического университета. Является членом международного научного общества *SPIE*. Специалист в области моделирования и обработки сложных сигналов в телекоммуникационных системах. Автор более 200 статей и 4 монографий.

**Valeriy Khusainovich Bagmanov** (b. 1950), graduated from the Physics faculty at the Moscow State University named after M.V. Lomonosov. Doctor of Technical Sciences, Professor of the Chair for Telecommunication systems at the Ufa State Aviation Technical University. He is a *SPIE* member. He is co-author of about 200 scientific papers and 4 monographs.

Сведения об авторе **Хонина Светлана Николаевна** – см. стр. 306 этого выпуска. Сведения об авторе **Карпеев Сергей Владимирович** – см. стр. 331 этого выпуска.



Казанский Николай Львович, 1958 года рождения. В 1981 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (1996 год), профессор, работает заместителем директора по научной работе и заведующим лабораторией дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН), профессором кафедры технической кибернетики СГАУ. Руководитель научнообразовательного центра компьютерной оптики, созданного совместно ИСОИ РАН и СГАУ, заведующий базовой (СГАУ в ИСОИ РАН) кафедрой высокопроизводительных вычислений. Является членом международных научных обществ SPIE и IAPR. Н.Л. Казанский – специалист в области дифракционной оптики, математического моделирова-

ния, обработки изображений и нанофотоники. В списке научных работ Н.Л. Казанского 240 статей, 7 монографий, 35 авторских свидетельств и патентов.

# Страница в интернете: <u>http://www.ipsi.smr.ru/staff/kazansky.htm</u>. E-mail: <u>kazansky@smr.ru</u>.

**Nikolay Lvovich Kazanskiy** (b. 1958) graduated with honours (1981) from the S. P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, S. P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU)), majoring in Applied Mathematics. He received his Candidate in Physics & Maths (1988) and Doctor in Physics & Maths (1996) degrees from Samara State Aerospace University. He is the vice-director for research and the head of Diffractive Optics laboratory at the Samara Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of professor at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. He is the manager of the Research & Education Center of Computer Optics established jointly by SSAU and IPSI RAS, holding the chair of SSAU's base sub-department of High-Performance Computing at IPSI RAS. He is a SPIE and IAPR member. He is co-author of 240 scientific papers, 7 monographs, and 35 inventions and patents. His current research interests include diffractive optics, mathematical modeling, image processing, and nanophotonics.

Поступила в редакцию 2 июня 2013 г.