

СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ В НЕВЗАИМНЫХ ГИРОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Глушенко А.Г.¹, Глушенко Е.П.¹, Казанский Н.Л.^{2,3}, Топоркова Л.В.¹

¹Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики,

²Институт систем обработки изображений РАН,

³Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Аннотация

Рассмотрены особенности интерференции невзаимных прямых и обратных волн в продольно намагниченном ферритмагнетике. Показано, что невзаимность параметров структур существенно влияет на характер резонансного процесса, в частности, приводит к отсутствию синфазности колебаний в разнесённых точках пространства, расположенных между узлами.

Ключевые слова: интерференция, ферритмагнетик, невзаимность, стоячие волны.

Введение

Хорошо известно, что стоячие волны возникают при наложении когерентных волн, движущихся во взаимно противоположных направлениях. Способность накапливать энергию позволяет создать на их основе резонаторы от микроволнового до оптического диапазонов длин волн [1–3]. Физические свойства стоячих волн широко используются в резонаторах, например, микроволнового диапазона, построенных на отрезках волноводных структур. При подготовке специалистов по технике микроволнового и оптического диапазонов длин волн важно обеспечить понимание особенностей колебательных процессов в резонаторах как пустотельных, так и заполненных различными средами (в зависимости от параметров сред) [4–7]. Вместе с тем в учебной и специальной литературе представлены только результаты анализа физических свойств стоячих волн в изотропных средах и волноводных структурах. Описания более общей модели, включающей различные типы анизотропных сред, не проводится. Проведённый в данной работе анализ показывает, что свойства стоячих волн в невзаимных средах, а также в структурах, обладающих невзаимными свойствами, имеют существенные отличия от стоячих волн в изотропных средах. Установлена зависимость положений узлов и пучностей от параметра невзаимности. Показано, что на колебательный процесс стоячей волны за счёт невзаимных свойств сред дополнительно накладывается волновой процесс. Нарушается синфазность колебаний пространственно разнесённых точек стоячей волны.

1. Основные уравнения

Рассмотрим образование стоячих волн в результате наложения двух однонаправленных когерентных волн равной амплитуды, распространяющихся во взаимно противоположных направлениях. В одномерном приближении уравнение стоячей волны может быть представлено в виде (для простоты примем, что начальная фаза каждой из волн равна нулю, $\phi_1 = \phi_2 = 0$):

$$\begin{aligned} \xi(\omega, t) &= \xi_1(\omega, t) + \xi_2(\omega, t) = \\ &= A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx) = \\ &= 2A \cos(kx) \cdot \cos(\omega t) = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cdot \cos(\omega t). \end{aligned} \tag{1}$$

В силу когерентности прямой и обратной волн (требуемой для возбуждения стоячих волн), частоты

этих волн равны: $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Обычно, также без каких-либо оговорок, принимается, что равны и волновые числа прямой и обратной волн ($k_1 = k_2 = k$). Однако это справедливо только в частном (хотя и на практике весьма распространённом) случае сред и структур, обладающих взаимными свойствами. При наличии анизотропии скорость распространения волн может зависеть от направления их распространения, а среда или волноводная структура могут обладать невзаимными свойствами (рис. 1).

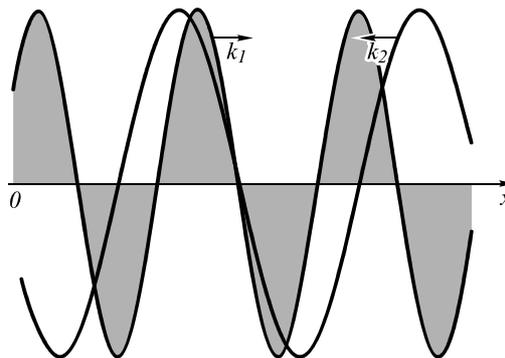


Рис. 1. Наложение прямой (k_1) и встречной (отражённой) (k_2) волн в невзаимной среде

Такие свойства наблюдаются в структурах и средах с электрической или магнитной гиротропией параметров. В этом случае сохраняется временная когерентность волн, но физические свойства стоячей волны изменяются. Для невзаимных сред уравнение стоячей волны приобретает вид:

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= \xi_1 + \xi_2 = \\ &= A \cos(\omega t - k_1 x) + A \cos(\omega t + k_2 x) = \\ &= 2A \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2} x\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{k_1 - k_2}{2} x\right). \end{aligned} \tag{2}$$

Или $\xi(x, t) = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_r} x\right) \cdot \cos(\omega t - k_r x)$,

где $\lambda_r = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$, $k_r = \frac{k_1 - k_2}{2}$, $2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_r} x\right)$ – амплитуда стоячей волны, зависит только от координат и параметров $\lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1}$, $\lambda_2 = \frac{2\pi}{k_2}$, характеризующих невзаимные свойства среды. Уравнение (2) описывает

особенности стоячих волн в невязимных структурах и средах и при $k_1 = k_2 = k$ сводится к известному уравнению стоячей волны (1).

Известно, что в выражение для фазы уравнения стоячей волны (1) не входит координата, поэтому колебательные процессы во всех точках между ближайшими узлами в областях:

$$-\frac{\lambda}{4} + m\lambda < x < \frac{\lambda}{4} + m\lambda, \tag{3}$$

$$\frac{\lambda}{4} + m\lambda < x < \frac{3\lambda}{4} + m\lambda, \tag{4}$$

синфазны по отношению друг к другу ($m = 0, 1, 2, \dots$). Колебательные процессы для любой пары точек, принадлежащих различным областям (3) и (4), наоборот, противофазны между собой.

Из уравнения (2), напротив, следует, что в невязимных средах синфазны только колебания в точках, для которых выполняется соотношение:

$$\omega t - \frac{k_1 - k_2}{2} x = \text{const}.$$

Таким образом, координаты точек, в которых происходят синфазные колебания, смещаются со скоростью $v_s = \frac{2v_1 v_2}{v_1 - v_2}$, где v_1, v_2 – скорости распространения волн в прямом и в обратном направлениях.

Расстояние между ближайшими точками пространства с синфазными колебаниями определяется соотношением:

$$\Delta x_s = \frac{4\pi}{k_1 - k_2} = \frac{2\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

В точках, где координаты удовлетворяют условию $\frac{k_1 + k_2}{2} x = \pm m\pi$,

функция $\cos\left(\frac{k_2 + k_1}{2} x\right) = 1$ и суммарная амплитуда

достигает максимального значения $2A$. В этих точках находятся пучности стоячей волны. Однако амплитуда колебаний в точках пучностей с течением времени меняется. Координаты пучностей определяются формулой:

$$x_{\text{max}, m} = \pm \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} m.$$

В точках, координаты которых удовлетворяют условию:

$$\frac{k_1 + k_2}{2} x = \pm \left(\frac{2m+1}{2}\right) \pi,$$

функция $\cos\left(\frac{k_2 + k_1}{2} x\right) = 0$ и суммарная амплитуда

колебаний равна нулю. Здесь находятся узлы стоячей волны, колебательный процесс отсутствует. Координаты узлов определяются соотношениями:

$$x_{\text{min}, m} = \pm \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \left(m + \frac{1}{2}\right).$$

Таким образом, различие скоростей распространения прямых и обратных волн при их наложении приводит к изменению расстояний между пучностями и между узлами стоячей волны; к формированию дополнительного волнового процесса с фазовой скоростью $v_s = 2v_1 v_2 / (v_1 - v_2)$; к нарушению синфазности колебаний в точках, расположенных между ближайшими узлами. Полученные результаты показывают возможность использования невязимных сред для управления параметрами резонансных структур, включающих эти среды.

2. Резонатор с гиромагнетиком

Рассмотрим резонатор с ферритом, подмагниченным вдоль оси Ox таким образом, что вектор внешнего магнитного поля H_0 совпадает с направлением распространения волн $H_0 = H_0 \cdot e_x$. Длину резонатора выберем таким образом, чтобы его длина была равна расстоянию между узлами стоячей волны. Волновые числа и скорости прямой и обратной волн равны [8]:

$$k_{1,2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon(\mu \pm \mu_a)}, \quad v_{1,2} = \frac{c}{\omega \sqrt{\epsilon(\mu \pm \mu_a)}}.$$

Расстояние между узлами стоячей волны, образованной наложением прямой и обратной волн:

$$l = \frac{4\pi}{k_1 + k_2} = \frac{4\pi c}{\omega \left(\sqrt{\epsilon(\mu + \mu_a)} + \sqrt{\epsilon(\mu - \mu_a)} \right)}.$$

С учётом частотных характеристик компонент магнитной проницаемости частота колебательного процесса определяется уравнением:

$$\omega \sqrt{\epsilon} \left(\sqrt{\frac{\omega + \omega_H + \omega_M}{\omega + \omega_H}} + \sqrt{\frac{\omega - \omega_H - \omega_M}{\omega - \omega_H}} \right) = \frac{4\pi c}{l},$$

где $\omega_H = \gamma H_0$, $\omega_M = \gamma \cdot 4\pi M_s$, γ – гиромагнитное отношение, M_s – намагниченность насыщения. Связь длины стоячей волны $\lambda_r = 2l$ и частоты (или от поля подмагничивания), определяемых параметром ω_H / ω , показана на рис. 2 (кривая 2), где для сравнения показана такая же зависимость в отсутствие гиромагнитных свойств (кривая 1, $\omega_M \rightarrow 0$, $\omega_H = 4\pi c / \epsilon$, c – скорость света в вакууме).

Введение гиромагнетика приводит к существенному изменению свойств структуры в области частот ферромагнитного резонанса.

При $\omega_M \rightarrow 0$ резонансная частота резонатора с идеально проводящими стенками, заполненного однородной изотропной средой, принимает известный вид ($\mu = 1, \mu_a = 0$):

$$\omega = \frac{2\pi c}{l \sqrt{\epsilon}}.$$

Введение гиротропии приводит как к сдвигу резонансной частоты (рис. 2), так и к формированию двух дополнительных резонансных процессов (с низкой добротностью) в области частот продольного ферромагнитного резонанса $\omega = \omega_H$ и поперечного ферромагнитного резонанса $\omega = \omega_H + \omega_M$.

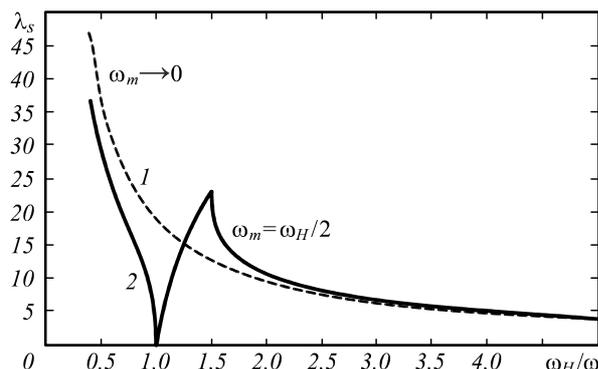


Рис. 2. Зависимость длины стоячей волны от частоты для изотропной (кривая 1) и гиротропной (кривая 2) сред

Заключение

Введение в резонаторы сред с невязимными параметрами существенно расширяет возможности резонансных структур в управлении их параметрами.

Благодарность

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках постановления Правительства Российской Федерации от 09.04.2010 г. № 218: договор № 02.Г36.31.0001 от 12.02.2013.

Литература

1. Головашкин, Д.Л. Дифракционная компьютерная оптика / Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский, В.В. Котляр, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина; под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2007. – 736 с.
2. Сойфер, В.А. Дифракционная нанофотоника / А.В. Гаврилов, Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович, П.Н. Дьяченко, А.А. Ковалев, В.В. Котляр, А.Г. Налимов, Д.В. Нестеренко, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина, Я.О. Шуюпова; под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2011. – 680 с.
3. Гончаренко, А.М. Основы теории оптических волноводов / А.М. Гончаренко, В.А. Карпенко – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 240 с.
4. Глушенко, А.Г. Стимулированная прозрачность запрещенных структур с активными средами / А.Г. Глушенко, Е.П. Захарченко. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 186 с.

5. Казанский, Н.Л. Использование фотоннокристаллических резонаторов для дифференцирования оптических импульсов по времени / Н.Л. Казанский, П.Г. Серафимович, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2012. – Т. 36, № 4. – С. 474-478.
6. Котляр, В.В. Моды планарного градиентного гиперболического секансного волновода / В.В. Котляр, А.А. Ковалев, Я.Р. Триандафилов, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, № 2. – С. 146-155.
7. Мусакаев, М.Р. Математические модели поляризационной модовой дисперсии высших порядков для кварцевого анизотропного оптического волновода / М.Р. Мусакаев, А.Х. Султанов // Компьютерная оптика. – 2012. – Т. 36, № 2. – С. 165-171.
8. Микаэлян, А.Л. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах / А.Л. Микаэлян. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 663 с.

References

1. Soifer, V.A. Computer design of diffractive optics / V.A. Soifer – Cambridge International Science Publishing Ltd. & Woodhead Pub. Ltd., 2012. – 896 p.
2. Diffraction nanophotonics / A.V. Gavrilov, D.L. Golovashkin, L.L. Doskolovich, P.N. Dyachenko, A.A. Kovaliov, V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, D.V. Nesterenko, V.S. Paveliev, R.V. Skidanov, V.A. Soifer, S.N. Khonina, Ya.O. Shuyupova; ed. by V.A. Soifer. – Moscow: "Fizmatlit" Publisher, 2011. – 680 p. – (In Russian).
3. Goncharenko, A.M. Fundamentals of the theory of optical waveguides / A.M. Goncharenko, V.A. Karpenko. – Moscow: Editorial URSS, 2004. – 240 p. – (In Russian).
4. Glushchenko, A.G. Stimulated transparency exorbitant structures with the help of active media / A.G. Glushchenko, E.P. Zakharchenko. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 186 p. – (In Russian).
5. Kazanskiy, N.L. Use of photonic crystal resonators for the differentiation of optical impulses in time / N.L. Kazanskiy, P.G. Serafimovich, S.N. Khonina // Computer Optics. – 2012. – Vol. 36, N 4. – P. 474-478. – (In Russian).
6. Kotlyar, V.V. Modes of planar gradient-index hyperbolic secant waveguide / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, Ya.R. Triandafilov, A.G. Nalimov // Computer Optics. – 2010. – V. 34, N 2. – P. 146-155. – (In Russian).
7. Musakaev, M.R. Higher-order polarization mode dispersion mathematical models for silica anisotropic optical waveguide / M.R. Musakaev, A.Kh. Sultanov // Computer Optics – 2012. – V. 36, N 2. – P. 165-171. – (In Russian).
8. Mikaelan, A.L. Theory and application of ferrites on microwave frequencies. – Moscow: "Gosenergoizdat" Publisher, 1963. – 663 p. – (In Russian).

STANDING WAVES IN NONRECIPROCAL MEDIA

A.G. Glushchenko¹, E.P. Glushchenko¹, N.L. Kazanskiy^{2,3}, L.V. Toporkova¹

¹Volga State University of Telecommunications and Informatics,

²Image Processing Systems Institute of the RAS,

³S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (National Research University)

Abstract

The features of the interference of forward and backward waves in longitudinally magnetized ferromagnetic material, which is due to the Faraday effect exhibits properties of non-reciprocity. It is shown that the nonreciprocity parameters of structures leads to the absence of phase oscillations in separated points in space located between the nodes.

Key words: interference, ferromagnetic material, properties of non-reciprocity, standing wave.

Сведения об авторах

Глушенко Александр Григорьевич, доктор физико-математических наук (ИРЭ РАН, 1991), профессор (1993), действительный член Академии телекоммуникаций (1996), Российской академии естествознания (2008), Европейской академии естествознания (2008), Мастер связи РФ (1996), Почётный работник Высшей школы РФ (2010). С 1996 по 2012 г. декан факультета базового телекоммуникационного образования, с 1992 г. заведующий кафедрой физики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики

(ПГУТИ). Область научных интересов: физические проблемы построения инфо- и телекоммуникационных систем, электродинамика нелинейных композитных структур с анизотропными, нестационарными параметрами, электродинамика субволновых структур, акустика невязимных структур. E-mail: gag646@vandex.ru.



Alexander G. Glushchenko, Doctor of Physical and Mathematical Sciences (IRE RAS, 1991), Professor (1993), member of the Academy of Telecommunications (1996), Russian Academy of Natural Sciences (2008), the European Academy of Natural Sciences (2008), Master of Communication of the Russian Federation (1996), Honorary Worker of Higher School of Russia (2010). 1996-2012 – dean of the Faculty of education basic telecommunications. Since 1992 the head of the Physics department of the Volga State University of Telecommunications and Informatics (VSUTI). Research interests: physical problems of building info- and telecommunication systems, electrodynamic of nonlinear composite structures with anisotropic, time-dependent parameters, electrodynamic of subwavelength structures, acoustics non structures.



Глушенко Евгения Павловна, с отличием окончила Поволжскую государственную академию телекоммуникаций и информатики в 2008 г. (ПАТИ). Кандидат физико-математических наук (2011), доцент кафедры физики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ). В списке научных работ 20 статей, 2 монографии, 2 учебных пособия. Область научных интересов: физические проблемы построения инфо - и телекоммуникационных систем, электродинамика, акустика субволновых невязимных структур. E-mail: gag646@vandex.ru.

Evgeniya Pavlovna Glushchenko, graduated with honors from the Volga State Academy of Telecommunications and Informatics (PSATI). Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2011), Associate Professor of Physics Department of Volga State University of Telecommunications and Informatics (PSUTI). In the list of scientific works there are 20 articles, 2 monographs, 2 manuals. Area of scientific interests: physical problems of construction of info

and telecommunication systems, electrodynamic, acoustics subwave non structures.



Казанский Николай Львович, 1958 года рождения. В 1981 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (1996 год), профессор, работает заместителем директора по научной работе и заведующим лабораторией дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН), профессором кафедры технической кибернетики СГАУ. Руководитель научно-образовательного центра компьютерной оптики, созданного совместно ИСОИ РАН и СГАУ, заведующий базовой (СГАУ в ИСОИ РАН) кафедрой высокопроизводительных вычислений. Является членом международных научных обществ *SPIE* и *IAPR*. Н.Л. Казанский – специалист в области дифракционной оптики, математического моделирования, обработки изображений и нанофотоники. В списке научных работ Н.Л. Казанского 240 статей, 7 монографий, 35 авторских свидетельств и патентов.

Страница в интернете: <http://www.ipsi.smr.ru/staff/kazanskiy.htm>. E-mail: kazanskiy@smr.ru.

Nikolay Lvovich Kazanskiy (b. 1958) graduated with honours (1981) from the S. P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, S. P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU)), majoring in Applied mathematics. He received his Candidate in Physics & Maths (1988) and Doctor in Physics & Maths (1996) degrees from Samara State Aerospace University. He is the vice-director for research and the head of Diffractive Optics laboratory at the Samara Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of professor at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. He is the manager of the Research & Education Center of Computer Optics established jointly by SSAU and IPSI RAS, holding the chair of SSAU's base sub-department of High-Performance Computing at IPSI RAS. He is a SPIE and IAPR member. He is co-author of 240 scientific papers, 7 monographs, and 35 inventions and patents. His current research interests include diffractive optics, mathematical modeling, image processing, and nanophotonics.



Топоркова Любовь Владимировна, 1966 года рождения. В 1988 году окончила Куйбышевский государственный университет, физический факультет. В настоящее время работает старшим преподавателем кафедры физики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ). Область научных интересов: электродинамика структур с бианизотропными параметрами, математическое моделирование, фотоннокристаллические устройства.

E mail: toporkova2005@vandex.ru.

Lyubov Vladimirovna Toporkova, (b.1966). In 1988 she graduated from the Kuibyshev State University (KSU), majoring in Physics. Currently a senior lecturer of the Physics department of the Volga State University of Telecommunications and Informatics (VSUTI). Her region of scientific interests: electrodynamic of bianisotropic parameters, mathematical modeling, photonic crystal devices.

Поступила в редакцию 21 сентября 2013 г.