

ДИФРАКЦИЯ СВЕТОВОГО ПУЧКА НА МИКРОСТРУКТУРНОМ ВОЛОКНЕ

Сотский А.Б.¹, Бельская О.А.¹, Сотская Л.И.²¹ Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова,² Белорусско-Российский университет

Аннотация

Методом, основанным на теореме Грина и теореме сложения цилиндрических функций Графа, получено решение двумерной задачи о поперечной дифракции светового пучка на микроструктурном волокне, образованном системой конечного числа параллельных цилиндров, заключённых в ограниченную оболочку. Показано, что данное решение может быть использовано для построения углового распределения интенсивности дальнего поля при дифракции на микроструктурном волокне трёхмерного пучка. Рассчитаны дифракционные поля, имеющие место при поперечном освещении микроструктурных волокон Гауссовыми пучками ТЕ- и ТМ-поляризации.

Ключевые слова: дифракция света на микроструктурном волокне, цилиндрические функции, Гауссов пучок, дальнее поле.

Введение

Из экспериментов известно, что интенсивность рассеянного света при поперечном освещении микроструктурного волокна (МВ) чувствительна к его внутренней структуре [1–4]. Это открывает возможность неразрушающего контроля параметров МВ путём измерения углового распределения названной интенсивности $S(\gamma)$. Такой контроль актуален при изготовлении микроструктурных тейперов, предназначенных для частотных фильтров и оптических сенсоров [2–6]. Исследование поперечной дифракции света на МВ представляет интерес также в связи с разработкой чувствительных элементов оптических сенсоров деформации объектов [7, 8] и перестраиваемых за счёт модификации заполняющих внутренние микропоры МВ сред дифракционных элементов [1]. Подобные расчёты могут быть использованы и для оценок границ применимости моделей диэлектрической проницаемости композитных сред [9].

Нахождение количественного соответствия между параметрами МВ и распределением $S(\gamma)$ предполагает решение соответствующей дифракционной задачи. В ней естественно использовать модель, в которой МВ представляется набором конечного числа параллельных цилиндров, заключённых в оболочку с ограниченным поперечным сечением [1–7].

К настоящему времени предложены различные методы расчёта оптических полей, рассеянных системами параллельных диэлектрических цилиндров, обладающих [10, 12–14, 16, 17] либо, в более общем случае, не обладающих [11, 15, 18] круговой симметрией. Эти методы применимы в ситуациях, когда цилиндры окружены неограниченной однородной средой [10, 11, 14, 15, 18], внедрены в полуограниченную подложку [17] либо находятся внутри плоскопараллельного слоя конечной толщины [13, 16]. Однако для решения дифракционной задачи по отысканию $S(\gamma)$ они неприменимы, так как не позволяют учесть отражение света от замкнутой внешней границы МВ.

В настоящей статье сформулирован метод расчёта дифракционных полей, свободный от указанного ограничения. Он позволяет рассчитать функцию $S(\gamma)$, реализующуюся в представляющей интерес для измере-

ний дальней зоне наблюдения при поперечном освещении МВ ограниченным световым пучком. Метод представляет собой обобщение подхода, разработанного в [18] при исследовании собственных мод микроструктурных волокон. Обоснование метода дано в первом параграфе статьи. Во втором параграфе проиллюстрирована внутренняя сходимости метода и представлены примеры расчёта распределений $S(\gamma)$, реализующихся при освещении МВ с различными внутренними структурами Гауссовыми световыми пучками.

1. Метод расчёта

Рассмотрим диэлектрическое МВ, ориентированное вдоль оси однородности Oz . Его поперечное сечение представлено на рис. 1а. Здесь извилистой линией изображена внешняя граница волокна. Она заключена между окружностями радиусов $\rho = A$ и $\rho = B \geq A$. В области $\rho > B$ находится однородная среда с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_a . Внутри волокна имеются k цилиндров сложного (в общем случае) сечения. Относительная диэлектрическая проницаемость внутренней области j -го цилиндра равна ϵ_j и может зависеть от поперечных координат. Цилиндры окружены однородной оболочкой с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_s . Величина ϵ_a предполагается вещественной, а ϵ_j и ϵ_s могут быть комплексными.

Будем считать, что МВ освещается пространственно-ограниченным монохроматическим световым пучком с временным множителем $\exp(i\omega t)$ (в дальнейшем этот множитель будет опускаться). Пучок падает нормально оси Oz . Под плоскостью падения пучка понимается плоскость $z = 0$. Ось пучка составляет угол ψ с координатной осью Oy . Интенсивность рассеянного поля регистрируется матрицей фотоприёмников Φ , расположенной при $y' = L$ и находящейся в дальней зоне ($k_0 L \gg 1$, где $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 2\pi / \lambda_0$ – волновое число вакуума).

В представленном описании использованы собственная декартова система координат МВ $Oxuz$, глобальные полярные координаты ρ, ϕ , локальные по-

лярные координаты ρ_j, Φ_j для каждого из цилиндров, а также собственная декартова система координат падающего пучка $0x'y'z$, в которой ось $0y'$ совпадает с осью пучка (рис.1а).

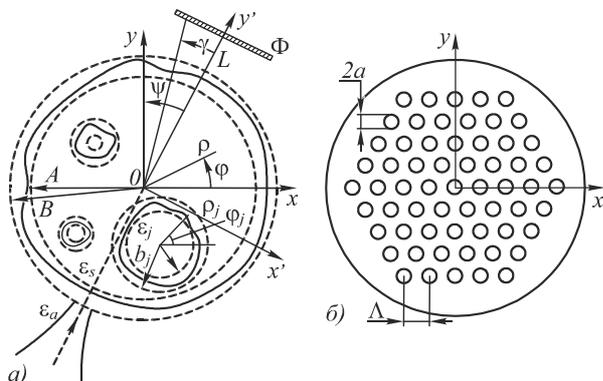


Рис.1. Общий вид поперечного сечения рассматриваемых МВ (а) и поперечное сечение МВ с гексагональной симметрией (б)

Покажем, что расчёт рассеянного поля в дальней зоне может быть сведён к решению двумерной дифракционной задачи.

Любая декартова компонента F рассеянного оптического поля в однородной области $y' \geq B$ может быть представлена интегралом [18]

$$F(x', y', z) = (y' - B)(2\pi)^{-1} \times \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \frac{F(x_1, B, z_1)(1 + ik_a R)}{R^3 \exp(ik_a R)}, \quad (1)$$

где $k_a = k_0 \sqrt{\epsilon_a}$, $R = \sqrt{(x_1 - x')^2 + (z_1 - z')^2 + (y' - B)^2}$.

Эффективные диапазоны интегрирования по переменным x_1 и z_1 в (1) имеют порядок радиуса возбуждающего пучка w . Поэтому в дальней зоне, т.е. при $r = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} \gg w$, $y' \gg B$, $k_0 r \gg 1$, выражение (1) путём разложения R по степеням отношений x_1/r , z_1/r , B/r может быть приведено к виду

$$F(x', y', z) = \frac{ik_a y'}{2\pi r^2} \exp(-ik_a r + ik_a B \frac{y'}{r}) \times \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} F(x_1, B, z_1) \exp\left[\frac{ik_a}{r}(x_1 x' + z_1 z)\right] dz_1 \times [1 + O(k_0 r)^{-1}]. \quad (2)$$

В дальнейшем мы будем интересоваться распределением дальнего рассеянного поля в плоскости падения пучка. В этом случае (2) упрощается:

$$F(x', y', 0) = \frac{ik_a \cos \gamma}{\rho} \exp[ik_a (B \cos \gamma - \rho)] \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{F}(x_1, B, 0)}{\exp(ik_a x_1 \sin \gamma)} dx_1 \cdot [1 + O(k_0 \rho)^{-1}], \quad (3)$$

где $\rho = \sqrt{x'^2 + y'^2}$, γ – угол на точку наблюдения (рис. 1а),

$$\hat{F}(x_1, B, 0) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} F(x_1, B, z_1) dz_1. \quad (4)$$

Для задания $\hat{F}(x_1, B, 0)$ представим электромагнитное поле интегралами Фурье по z :

$$\mathbf{E}(x', y', z) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\beta z) \hat{\mathbf{E}}(x', y', \beta) d\beta, \quad (5)$$

$$\mathbf{H}(x', y', z) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\beta z) \hat{\mathbf{H}}(x', y', \beta) d\beta. \quad (6)$$

Подстановка (5) и (6) в уравнения Максвелла приводит к дифференциальным уравнениям относительно компонент векторов

$$\hat{\mathbf{E}}(x', y', \beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\beta z) \mathbf{E}(x', y', z) dz, \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{H}}(x', y', \beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\beta z) \mathbf{H}(x', y', z) dz. \quad (8)$$

Поскольку параметры МВ не зависят от z , данные уравнения, относящиеся к различным β , независимы. Формально они совпадают с уравнениями (1.4.10)–(1.4.15) монографии [20], описывающими поля мод оптических волноводов. При $\beta = 0$ эти уравнения соответствуют двумерной дифракционной задаче, в которой $\partial/\partial z \equiv 0$, а вместо $\mathbf{E}(x', y', z)$ и $\mathbf{H}(x', y', z)$ фигурируют $\hat{\mathbf{E}}(x', y', 0)$ и $\hat{\mathbf{H}}(x', y', 0)$ соответственно. Отсюда следует, что функции $\hat{F}(x_1, B, 0)$ вида (4) могут быть рассчитаны в результате решения указанной двумерной задачи, в которой возбуждение МВ осуществляется двумерным пучком с полем $\hat{\mathbf{E}}(x', y', 0)$, $\hat{\mathbf{H}}(x', y', 0)$, связанным с полем реального трёхмерного пучка $\mathbf{E}(x', y', z)$, $\mathbf{H}(x', y', z)$ преобразованиями Фурье (7) и (8).

Двумерным аналогом (1) является [19]

$$\hat{F}(x', y', 0) = \frac{y' - B}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \hat{F}(x_1, B, 0) \times \frac{\exp(-ik_a R)}{R^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\tau^2)(\tau^2 + ik_a R)}{\sqrt{\tau^2 + 2ik_a R}} d\tau, \quad (9)$$

где R вычисляется при $z_1 = 0$. При $\rho \gg w$, $y' \gg B$, $k_0 \rho \gg 1$ (9) приводится к виду

$$\hat{F}(x', y', 0) = \sqrt{\frac{ik_a}{2\pi \rho}} \cos \gamma \exp[ik_a (B \cos \gamma - \rho)] \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{F}(x_1, B, 0)}{\exp(ik_a x_1 \sin \gamma)} dx_1 \cdot [1 + O(k_0 \rho)^{-1}]. \quad (10)$$

Сравнивая (3) и (10), заключаем, что с точностью до малых $O(k_0 \rho)^{-1}$

$$F(x', y', 0) = \sqrt{2\pi ik_a \rho^{-1}} \hat{F}(x', y', 0). \quad (11)$$

Из (11) следует, что для нахождения распределения дальнего рассеянного поля в плоскости падения на МВ трёхмерного пучка достаточно рассчитать подобное поле в описанной двумерной задаче.

В двумерной задаче возможно раздельное рассмотрение ТМ- ($\hat{E}_z \equiv 0, \hat{H}_x \equiv 0, \hat{H}_y \equiv 0$) и ТЕ ($\hat{H}_z \equiv 0, \hat{E}_x \equiv 0, \hat{E}_y \equiv 0$) волн [20].

Волны ТМ-поляризации подчиняются уравнению

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial y} + k_0^2 \right) \hat{H}_z = 0. \quad (12)$$

Применяя к (12) теорему Грина по схеме, описанной в [19], можно получить интегральное уравнение

$$\sum_{j=1}^k \Omega_j(x, y) + \Omega(x, y) = W(x, y). \quad (13)$$

Здесь

$$\Omega_j(x, y) = b_j \int_0^{2\pi} G(r) \frac{\partial \hat{H}_z(x', y', 0)}{\partial \rho'_j} - \hat{H}_z(x', y', 0) \frac{\partial G(r)}{\partial \rho'_j} \Big| d\varphi'_j, \quad (14)$$

$$\Omega(x, y) = -A \int_0^{2\pi} G(r) \frac{\partial \hat{H}_z(x', y', 0)}{\partial \rho'} - \hat{H}_z(x', y', 0) \frac{\partial G(r)}{\partial \rho'} \Big| d\varphi', \quad (15)$$

$G(r) = \frac{iH_0^{(2)}(k_s r)}{4}$, $k_s = k_0 \sqrt{\varepsilon_s}$, $r = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$, $H_0^{(2)}(k_s r)$ – функция Ханкеля, $W(x, y) \equiv 0$ при $\rho > A$ и при $\rho_j < b_j$, $W(x, y) \equiv \hat{H}_z(x, y, 0)$ в остальном пространстве. Штрихованные координаты в (14) и (15) определяются по формулам $x' = x_j + b_j \cos \varphi'_j$, $y' = y_j + b_j \sin \varphi'_j$ и $x' = A \cos \varphi'$, $y' = A \sin \varphi'$, где x_j, y_j – координаты центра j -го цилиндра.

С целью алгебраизации уравнения (13) представим поле в областях $\rho_j \leq b_j$ ($j = \overline{1, k}$) и $\rho \geq A$ полиномами Фурье:

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}_z &= \sum_{\nu=-m}^m h_\nu^{(j)}(\rho_j) \exp(i\nu\varphi_j), \\ -i\omega\varepsilon_0 \hat{E}_{\varphi_j} &= \varepsilon^{-1} \partial \hat{H}_z / \partial \rho_j = \\ &= \sum_{\nu=-m}^m e_\nu^{(j)}(\rho_j) \exp(i\nu\varphi_j), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}_z &= \sum_{\nu=-n}^n h_\nu(\rho) \exp(i\nu\varphi), \\ -i\omega\varepsilon_0 \hat{E}_\varphi &= \varepsilon^{-1} \partial \hat{H}_z / \partial \rho = \sum_{\nu=-n}^n e_\nu(\rho) \exp(i\nu\varphi), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где m и n – порядки редукции рядов Фурье по угловым переменным φ_j и φ . После подстановки (16) и

(17) в (12) и использования соотношений ортогональности для экспонент приходим к обыкновенным дифференциальным уравнениям

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh_\nu^{(j)}}{d\rho_j} &= \sum_{\mu=-m}^m \varepsilon_{j\nu\mu} e_\mu^{(j)}, \\ \frac{de_\nu^{(j)}}{d\rho_j} &= -k_0^2 h_\nu^{(j)} - \frac{e_\nu^{(j)}}{\rho_j} + \frac{\nu}{\rho_j^2} \sum_{\mu=-m}^m \mu \varepsilon_{j\nu\mu}^{-1} h_\mu^{(j)}, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh_\nu}{d\rho} &= \sum_{\mu=-n}^n \varepsilon_{\nu\mu} e_\mu, \\ \frac{de_\nu}{d\rho} &= -k_0^2 h_\nu - \frac{e_\nu}{\rho} + \frac{\nu}{\rho^2} \sum_{\mu=-m}^m \mu \varepsilon_{\nu\mu}^{-1} h_\mu, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{j\nu\mu} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[i(\mu - \nu)\varphi_j] \varepsilon(\rho_j, \varphi_j) d\varphi_j, \\ \varepsilon_{j\nu\mu}^{-1} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[i(\mu - \nu)\varphi_j] \varepsilon^{-1}(\rho_j, \varphi_j) d\varphi_j, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\nu\mu} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[i(\mu - \nu)\varphi] \varepsilon(\rho, \varphi) d\varphi, \\ \varepsilon_{\nu\mu}^{-1} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[i(\mu - \nu)\varphi] \varepsilon^{-1}(\rho, \varphi) d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Предположим, что в j -м цилиндре вокруг начала координат может быть описана некоторая окружность радиуса a_j , в пределах которой диэлектрическая проницаемость постоянна (рис.1а). Согласно (18), в данной окружности $\varepsilon_{j\nu\mu} = \delta_{\nu\mu} \varepsilon_j$, $\varepsilon_{j\nu\mu}^{-1} = \delta_{\nu\mu} \varepsilon_j^{-1}$, где $\delta_{\nu\mu}$ – символ Кронекера. Тогда система (18) сводится к независимым уравнениям Бесселя. Физический смысл имеют решения этих уравнений, регулярные при $\rho_j \rightarrow 0$. Следовательно, в области $\rho_j \leq a_j$ следует положить

$$\left. \begin{aligned} h_\nu^{(j)}(\rho_j) &= C_\nu^{(j)} J_\nu(k_j \rho_j), \\ e_\nu^{(j)}(\rho_j) &= \frac{k_0^2 C_\nu^{(j)}}{2k_j} [J_{\nu-1}(k_j \rho_j) - J_{\nu+1}(k_j \rho_j)], \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где $k_j = k_0 \sqrt{\varepsilon_j}$, $J_\nu(\dots)$ – функция Бесселя, $C_\nu^{(j)}$ – некоторые коэффициенты. Тогда общее решение системы (18) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} h_\nu^{(j)}(\rho_j) &= \sum_{\mu=-m}^m P_{\nu\mu}^{(j)}(\rho_j) C_\mu^{(j)}, \\ e_\nu^{(j)}(\rho_j) &= \sum_{\mu=-m}^m Q_{\nu\mu}^{(j)}(\rho_j) C_\mu^{(j)}, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

где $P_{\nu\mu}^{(j)}(\rho_j) = h_\nu^{(j)}(\rho_j)$, $Q_{\nu\mu}^{(j)}(\rho_j) = e_\nu^{(j)}(\rho_j)$, и подразумевается, что правые части последних двух равенств рассчитываются в результате решения системы (18) на промежутке $[a_j, \rho_j]$ с начальными условиями

$$h_\nu^{(j)}(a_j) = \delta_{\nu\mu} J_\mu(k_j a_j), \quad (24)$$

$$e_v^{(j)}(a_j) = \frac{\delta_{v\mu} k_0^2}{2k_j} [J_{\mu-1}(k_j a_j) - J_{\mu+1}(k_j a_j)]. \quad (25)$$

Полагая в (14) [21]

$$H_0^{(2)}(k_s r) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \exp[iv(\varphi_j - \varphi'_j)] \times \begin{cases} H_v^{(2)}(k_s \rho'_j) J_v(k_s \rho_j) & \text{при } \rho_j < \rho'_j \\ J_v(k_s \rho'_j) H_v^{(2)}(k_s \rho_j) & \text{при } \rho_j > \rho'_j \end{cases}$$

получаем

$$\Omega_j(x, y) = \sum_{v=-m}^m Z_v^{(l)}(\rho_j, \varphi_j) \sum_{\mu=-m}^m U_{jv\mu}^{(l)} C_\mu^{(j)}, \quad (26)$$

где $l=1$ при $\rho_j < b_j$, $l=2$ при $\rho_j \geq b_j$,

$$U_{jv\mu}^{(l)} = 0, 5i\pi k_s b_j [k_0^{-1} \sqrt{\epsilon_s} \bar{Z}_{jv}^{(l)} Q_{v\mu}^{(j)}(b_j) -$$

$$-0, 5(\bar{Z}_{jv-1}^{(l)} - \bar{Z}_{jv+1}^{(l)}) P_{v\mu}^{(j)}(b_j)], \quad (27)$$

$$Z_v^{(l)}(\rho, \varphi) = \exp(iv\varphi)[(2-l)J_v(k_s \rho) +$$

$$+(l-1)H_v^{(2)}(k_s \rho)],$$

$$\bar{Z}_{jv}^{(l)} = (2-l)H_v^{(2)}(k_s b_j) + (l-1)J_v(k_s b_j).$$

Для преобразования функции $\Omega(x, y)$ учтём, что поле вне волокна (область $\rho \geq B$) может быть представлено в виде [22]

$$\hat{H}_z = \sum_{v=-n}^n D_v^{(1)} J_v(k_a \rho) \exp(iv\varphi) +$$

$$+ \sum_{v=-n}^n D_v^{(2)} H_v^{(2)}(k_a \rho) \exp(iv\varphi), \quad (28)$$

где $k_a = k_0 \sqrt{\epsilon_a}$. Первая сумма в (28), где

$$D_v^{(1)} = \frac{\int_0^{2\pi} \hat{H}_z^{(i)}(B \cos \varphi, B \sin \varphi, 0) \exp(-iv\varphi) d\varphi}{2\pi J_v(k_a B)}, \quad (29)$$

описывает падающий пучок с компонентой магнитного поля $H_z^{(i)}(x, y, z)$, а вторая – поле, рассеянное МВ, где коэффициенты $D_v^{(2)}$ подлежат определению.

Повторяя выкладки, аналогичные представленным выше, находим:

$$\Omega(x, y) = \sum_{v=-n}^n Z_v^{(l)}(\rho, \varphi) \sum_{p=1}^2 \sum_{\mu=-n}^n V_{v\mu}^{(lp)} D_\mu^{(p)}, \quad (30)$$

где $l=1$ при $\rho < A$, $l=2$ при $\rho \geq A$,

$$V_{v\mu}^{(lp)} = -0, 5i\pi k_s A [k_0^{-1} \sqrt{\epsilon_s} \bar{Z}_v^{(l)} T_{v\mu}^{(p)}(A) -$$

$$-0, 5(\bar{Z}_{v-1}^{(l)} - \bar{Z}_{v+1}^{(l)}) R_{v\mu}^{(p)}(A)], \quad (31)$$

$$\bar{Z}_v^{(l)} = (2-l)H_v^{(2)}(k_s A) + (l-1)J_v(k_s A),$$

$R_{v\mu}^{(p)}(\rho) = h_v(\rho)$, $T_{v\mu}^{(p)}(\rho) = e_v(\rho)$; $h_v(\rho)$ и $e_v(\rho)$ рассчитываются в результате решения системы (19) на промежутке $[\rho, B]$ при начальных условиях

$$h_v(B) = \delta_{v\mu} [(2-p)J_\mu(k_a B) + (p-1)H_\mu^{(2)}(k_a B)], \quad (32)$$

$$e_v(B) = \frac{\delta_{v\mu} k_0^2}{2k_a} \{ (2-p)[J_{\mu-1}(k_a B) - J_{\mu+1}(k_a B)] +$$

$$+(p-1)[H_{\mu-1}^{(2)}(k_a B) - H_{\mu+1}^{(2)}(k_a B)] \}. \quad (33)$$

Выражения (26) и (30) записаны с использованием локальных полярных координат всех цилиндров и глобальных полярных координат. Но теорема сложения для цилиндрических функций Графа [21] позволяет привести каждое из этих выражений к любой из указанных систем координат. В результате в области $\rho > A$, а также в областях всех цилиндров уравнение (13) приводится к виду

$$\sum_{v=-n}^n Z_v^{(2)}(\rho, \varphi) \Phi_v = 0, \quad (34)$$

$$\sum_{v=-m}^m Z_v^{(1)}(\rho_j, \varphi_j) \Psi_{jv} = 0, \quad (35)$$

$$\Phi_v = \sum_{j=1}^k \sum_{\mu=-m}^m Z_{v-\mu}^{(1)}(\rho^{(j)}, \varphi^{(j)}) \sum_{\sigma=-m}^m U_{j\mu\sigma}^{(2)} C_\sigma^{(j)} +$$

$$+ \sum_{p=1}^2 \sum_{\mu=-n}^n V_{v\mu}^{(2p)} D_\mu^{(p)}, \quad (36)$$

$$\Psi_{jv} = \sum_{\mu=-m}^m U_{jv\mu}^{(1)} C_\mu^{(j)} +$$

$$+ \sum_{l \neq j}^m \sum_{\mu=-m}^m Z_{\mu-v}^{(2)}(\rho^{(l)}, \varphi^{(l)}) \sum_{\sigma=-m}^m U_{l\mu\sigma}^{(2)} C_\sigma^{(l)} +$$

$$+ \sum_{\mu=-n}^n Z_{\mu-v}^{(1)}(\rho^{(j)}, \varphi^{(j)}) \sum_{\sigma=-n}^n \sum_{p=1}^2 V_{\mu\sigma}^{(1p)} D_\sigma^{(p)},$$

$\rho^{(j)}$, $\varphi^{(j)}$ – глобальные полярные координаты начала локальной системы координат j -го цилиндра, $\rho^{(lj)}$, $\varphi^{(lj)}$ – полярные координаты начала локальной системы координат j -го цилиндра в системе координат l -го цилиндра.

Функции $Z_v^{(2)}(\rho, \varphi)$ в (34) и $Z_v^{(1)}(\rho_j, \varphi_j)$ в (35), относящиеся к различным v , линейно независимы, поэтому (34) и (35) эквивалентны системе алгебраических уравнений

$$\Phi_v = 0 \quad (v = \overline{-n, n}), \quad \Psi_{jv} = 0 \quad (j = \overline{1, k}, v = \overline{-m, m})$$

относительно коэффициентов $C_\mu^{(j)}$ и $D_\mu^{(2)}$. В соответствии с (36), (37) данная система имеет вид

$$\sum_{\beta=1}^N M_{\alpha\beta} X_\beta = \sum_{\kappa=-n}^n K_{\alpha\kappa} D_\kappa^{(1)}. \quad (38)$$

Здесь при $1 \leq \alpha \leq k(2m+1)$

$$X_\alpha = C_v^{(j)}, \quad K_{\alpha\kappa} = - \sum_{\sigma=-n}^n Z_{\sigma-v}^{(1)}(\rho^{(j)}, \varphi^{(j)}) V_{\sigma\kappa}^{(11)},$$

$$M_{\alpha\beta} = H[k(2m+1) - \beta] \times$$

$$\times \left[\delta_{jl} U_{jv\mu}^{(1)} + (1 - \delta_{jl}) \sum_{\sigma=-m}^m Z_{\sigma-v}^{(2)}(\rho^{(lj)}, \varphi^{(lj)}) U_{l\sigma\mu}^{(2)} \right] +$$

$$+ H[\beta - k(2m+1) - 1] \sum_{\sigma=-n}^n Z_{\sigma-v}^{(1)}(\rho^{(j)}, \varphi^{(j)}) V_{\sigma\mu}^{(12)},$$

а при $k(2m+1) < \alpha \leq N$

$$X_\alpha = D_v^{(2)}, K_{\alpha\kappa} = -V_{v\kappa}^{(21)},$$

$$M_{\alpha\beta} = H[k(2m+1) - \beta] \sum_{\sigma=-m}^m Z_{v-\sigma}^{(1)}(\rho^{(l)}, \varphi^{(l)}) U_{l\sigma\mu}^{(2)} +$$

$$+ H[\beta - k(2m+1) - 1] V_{v\mu}^{(22)};$$

$$j = \zeta(\alpha), l = \zeta(\beta), v = \tau(\alpha), \mu = \tau(\beta),$$

$$\tau(x) = H[k(2m+1) - x][x + m - \zeta(x)(2m+1)] +$$

$$+ H[x - k(2m+1) - 1][x - k(2m+1) - n - 1],$$

$$H(x) = 1 \text{ при } x \geq 0, H(x) = 0 \text{ при } x < 0,$$

$$\zeta(x) = \text{int}[(x-1)(2m+1)^{-1}] + 1,$$

int[...] означает выделение целой части числа.

В соответствии с (28) и (38), расчёт двумерного поля, рассеянного МВ, сводится к вычислению коэффициентов $D_v^{(2)}$ по формулам

$$D_v^{(2)} = \sum_{\mu=-n}^n S_{v\mu} D_\mu^{(1)}, \tag{39}$$

$$S_{v\mu} = \sum_{\alpha=1}^N (M^{-1})_{\beta\alpha} K_{\alpha\mu}, \tag{40}$$

где M^{-1} – матрица, обратная матрице M системы (38), $\beta = k(2m+1) + v + n + 1$.

При расчёте дальнего дифракционного поля можно воспользоваться в (28) асимптотическим представлением функций Ханкеля [21]

$$H_v^{(2)}(k_a \rho) = \sqrt{2(\pi k_a \rho)^{-1}} \exp\left[-i\left(k_a \rho - \frac{v\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right] \times$$

$$\times [1 + O(k_0 \rho)^{-1}],$$

а дальнейшее поле падающего пучка описать выражением (10), где $B = 0, \hat{F} = \hat{H}_z^{(i)}$. Тогда, опуская малые $O(k_0 \rho)^{-1}$ и учитывая, что $\varphi = 0,5\pi + \gamma - \psi$, в области $y' > 0$ (рис.1а) получим

$$\hat{H}_z(x', y', 0) = \sqrt{2i(\pi k_a \rho)^{-1}} \exp(-ik_a \rho) f(\gamma), \tag{41}$$

$$f(\gamma) = \frac{k_a \cos \gamma}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{H}_z^{(i)}(x_1, 0, 0)}{\exp(ik_a x_1 \sin \gamma)} dx_1 +$$

$$+ \sum_{v=-n}^n D_v^{(2)} \exp[iv(\pi + \gamma - \psi)], \tag{42}$$

где поле $H_z^{(i)}$ задано в системе координат $0x'y'z'$.

В рассматриваемой двумерной задаче можно формально определить интенсивность дальнего поля S_ρ в полупространстве $y' > 0$, погонные мощности $P_s^{(+)}$ и $P_s^{(-)}$ излучения, рассеянного в полупространства $y' > 0$ и $y' < 0$ соответственно, и погонную мощность падающего пучка P_i по формулам

$$S_\rho = k_0 Z (2k_a)^{-1} |\hat{H}_z|^2, \tag{43}$$

$$P_s^{(+)} = \rho \int_{-0,5\pi}^{0,5\pi} S_\rho d\gamma, \tag{44}$$

$$P_s^{(-)} = \frac{k_0 Z}{\pi k_a^2} \int_{0,5\pi}^{1,5\pi} \left| \sum_{v=-n}^n D_v^{(2)} \exp[iv(\pi + \gamma - \psi)] \right|^2 d\gamma, \tag{45}$$

$$P_i = \frac{k_0 Z}{4\pi k_a} \int_{-0,5\pi}^{0,5\pi} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{H}_z^{(i)}(x', 0, 0) \cos \gamma}{\exp(ik_a x' \sin \gamma)} dx' \right|^2 d\gamma, \tag{46}$$

где $Z = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$. В случае, когда МВ состоит из сред с вещественными диэлектрическими проницаемостями, выражения (43)–(46) позволяют проконтролировать корректность решения (39) путём проверки выполнения закона сохранения энергии ($P_s^{(+)} + P_s^{(-)} / P_i = 1$ (см. параграф 2).

Если МВ возбуждается поляризованным светом ТМ-поляризации, то для регистрируемой матрицей фотоприёмников Φ интенсивности рассеянного света в плоскости $z = 0$ из (11), где $F = H_z, \hat{F} = \hat{H}_z$, (41) и (43) находим:

$$S(\gamma) = \frac{2\pi k_a \cos \gamma}{\rho} S_\rho = \frac{2k_0 Z}{L^2 k_a} \cos^3 \gamma |f(\gamma)|^2. \tag{47}$$

В практически важном случае возбуждения МВ сфокусированным Гауссовым пучком имеем:

$$\begin{aligned} H_z^{(i)}(x', y', z) &= C w^2 (4\pi)^{-1} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} dk_1 \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-i(\lambda y' + k_1 x' + k_2 z')] \times \\ &\times \exp[-0,25(k_1^2 + k_2^2)w^2] dk_2, \end{aligned} \tag{48}$$

где $\lambda = \sqrt{k_a^2 - k_1^2 - k_2^2}$, C – амплитудный множитель. Тогда при обычно имеющем место в реальных экспериментах условии $\exp(-0,25k_a^2 w^2) \ll 1$ из (29), (42), (46), (48) получаем:

$$\begin{aligned} D_v^{(1)} &= C k_a w^2 (2\pi)^{-1} \exp[iv(\psi - \pi)] \times \\ &\times \int_0^{0,5\pi} \frac{\cos(\gamma) \cos(v\gamma)}{\exp(0,25k_a^2 w^2 \sin^2 \gamma)} d\gamma. \end{aligned} \tag{49}$$

$$f(\gamma) = C \frac{k_a w^2 \cos \gamma}{4 \exp(0,25k_a^2 w^2 \sin^2 \gamma)} +$$

$$+ \sum_{v=-n}^n D_v^{(2)} \exp[iv(\pi + \gamma - \psi)], \tag{50}$$

$$P_i = |C|^2 \frac{k_a k_0 Z w^4}{8\pi k_a} \int_0^{0,5\pi} \frac{\cos^2 \gamma}{\exp(0,5k_a^2 w^2 \sin^2 \gamma)} d\gamma. \tag{51}$$

Случай волн ТЕ-поляризации (электрический вектор поля направлен вдоль оси Oz) также может быть проанализирован по рассмотренной выше схеме. Данные волны описываются уравнением

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 \epsilon \right) \hat{E}_z = 0,$$

поэтому аналогами разложений (16)–(19) являются

$$\left. \begin{aligned} \hat{E}_z &= \sum_{\nu=-m}^m h_\nu^{(j)}(\rho_j) \exp(i\nu\varphi_j), \\ i\omega\mu_0 \hat{H}_{\varphi_j} &= \partial \hat{E}_z / \partial \rho_j = \sum_{\nu=-m}^m e_\nu^{(j)}(\rho_j) \exp(i\nu\varphi_j), \end{aligned} \right\} (52)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{E}_z &= \sum_{\nu=-n}^n h_\nu(\rho) \exp(i\nu\varphi), \\ i\omega\mu_0 \hat{H}_\varphi &= \partial \hat{E}_z / \partial \rho = \sum_{\nu=-n}^n e_\nu(\rho) \exp(i\nu\varphi), \end{aligned} \right\} (53)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh_\nu^{(j)}}{d\rho_j} &= e_\nu^{(j)}, \\ \frac{de_\nu^{(j)}}{d\rho_j} &= -k_0^2 \sum_{\mu=-m}^m \varepsilon_{j\nu\mu} h_\mu^{(j)} - \frac{e_\nu^{(j)}}{\rho_j} + \left(\frac{\nu}{\rho_j}\right)^2 h_\nu^{(j)}, \end{aligned} \right\} (54)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh_\nu}{d\rho} &= e_\nu, \\ \frac{de_\nu}{d\rho} &= -k_0^2 \sum_{\mu=-n}^n \varepsilon_{\nu\mu} h_\mu - \frac{e_\nu}{\rho} + \left(\frac{\nu}{\rho}\right)^2 h_\nu. \end{aligned} \right\} (55)$$

Остальные соотношения, полученные выше при анализе волн ТМ-поляризации, остаются практически неизменными. Из них модификации требуют только формулы (28), (41) и (43), в которых осуществляется замена $\hat{H}_z \rightarrow \hat{E}_z$, формулы (29), (42), (46) и (48), в которых $\hat{H}_z^{(i)} \rightarrow \hat{E}_z^{(i)}$, формулы (22) и (25), в которых $0,5k_0^2/k_j \rightarrow 0,5k_j$, формула (33), в которой $k_0^2/k_a \rightarrow k_a$, и формулы (27), (31), где $\sqrt{\varepsilon_s} \rightarrow 1$. Кроме того, в (43), (45), (46), (47), (51) следует заменить Z/k_a на k_a/Z .

Решение (39), (40) определено при рассмотрении МВ, внутренние цилиндры и внешняя граница которого имеют сложное сечение (рис.1а). В общем случае расчёт матричных элементов и свободных членов алгебраической системы (38) может быть выполнен путём численного интегрирования задач Коши (18) (либо (54)), (24), (25) и (19) (либо (55)), (32), (33) и не встречает принципиальных затруднений [19]. Вычисления существенно упрощаются, если упомянутые цилиндры и граница обладают круговой симметрией. В этом случае решение указанных задач может быть аналитически выражено через цилиндрические функции. Например, если цилиндры имеют круговое сечение и ε_j не зависит от ρ_j , то можно положить $a_j = b_j$ ($j = \overline{1, k}$), $A = B$. Тогда $P_{\nu\mu}^{(j)}(b_j)$ и $Q_{\nu\mu}^{(j)}(b_j)$ в (27) будут равны правым частям выражений (24) и (25), а $R_{\nu\mu}^{(p)}(A)$ и $T_{\nu\mu}^{(p)}(A)$ в (31) – правым частям выражений (32) и (33). Дальнейшее упрощение решения имеет место, если каналы внутри волокна отсутствуют ($b_j \rightarrow 0$ либо $\varepsilon_j \rightarrow \varepsilon_s$ при всех j). В этом случае матрица рассеяния $S_{\nu\mu}$ становится диагональной и решение (39) совпадает с известным аналитическим решением задачи о дифракции электромагнитных волн на одно-родном круговом цилиндре [22].

2. Численные примеры

Точность решения (28), (39), (43) – (45), (47) определяется только порядками редукции рядов Фурье m и n . Его внутреннюю сходимость иллюстрируют представленные ниже результаты расчёта дифракции Гауссовых пучков ТЕ- и ТМ-поляризации на МВ с гексагональной симметрией (рис.1б). Рассмотрены кварцевые МВ с круговой внешней границей, окружённые воздухом и имеющие внутренние цилиндры кругового сечения, заполненные воздухом. Использована модель геометрических параметров МВ, эмпирически установленная в [6]. В ней при условии

$$A \leq A_s = [a_0(\beta A_0)^{-1}]^{\alpha-1} (\bar{A} - A_c) + A_c$$

выполняются соотношения

$$\Lambda = \Lambda_0 A A_0^{-1}, \quad a_j = a \quad (j = \overline{1, k}),$$

$$a = \beta A [(A - A_c)(\bar{A} - A_c)^{-1}]^\alpha H(A - A_c),$$

$$A_c = \bar{A} [(0,51)^{\alpha-1} - 0,78] [(0,51)^{\alpha-1} - 1]^{-1},$$

где Λ – расстояние между центрами соседних цилиндров (рис.1б), Λ_0 , a_0 , A_0 , \bar{A} , α , β – технологические константы. Заметим, при $A \leq A_c$ имеет место коллапс воздушных каналов внутри МВ [6]. Вычисления выполнены при различных A и $\Lambda_0 = 5,5$ мкм, $a_0 = 1,4$ мкм, $A_0 = 62,5$ мкм, $\bar{A} = 25$ мкм, $\alpha = 0,35$, $\beta = 0,012$, $A_s = 56,88$ мкм, $A_c = 18,56$ мкм, $w = 5$ мкм, $\lambda_0 = 0,6328$ мкм, $\varepsilon_a = \varepsilon_j = 1$ ($j = \overline{1, k}$), $\varepsilon_s = 2,093243$ [6]. Исследовано МВ, в котором геометрический центр волокна, где воздушный канал отсутствует, окружён четырьмя гексагональными кольцами воздушных каналов (рис.1б). Угол ψ , характеризующий ориентацию оси пучка относительно системы координат МВ (рис.1а), выбран равным 0.

Рис. 2 и табл. 1 иллюстрируют внутреннюю сходимость метода.

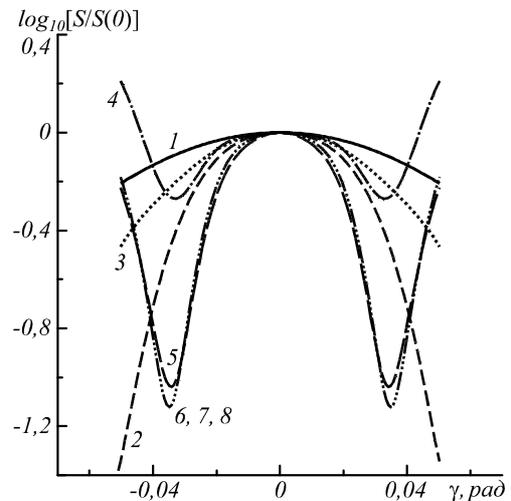


Рис. 2. $S(\gamma)$ при различных порядках редукции. Номера кривых соответствуют номерам строк в таблице; кривые с номерами 6, 7, 8 в масштабах рисунка совпадают

Таблица 1. Энергетический баланс при различных порядках редукции рядов Фурье m и n

№	m	n	$(P_s^{(+)} + P_s^{(-)}) / P_i$
1	0	100	0,95359
2	2	120	0,93039
3	4	140	0,96345
4	6	160	0,96185
5	8	180	0,99870
6	10	200	1,00000
7	12	220	1,00000
8	14	240	1,00000

Они соответствуют возбуждению МВ с $A = 35$ мкм ($\Lambda = 3,080$ мкм, $a = 0,583$ мкм) Гауссовым пучком ТЕ-поляризации.

Из приведённых данных видно, что практически стопроцентная сходимость решения наблюдается при порядках редукции $m \geq 10$, $n \geq 200$. Ещё следует отметить, что необходимое число гармоник Фурье в представлениях (53) поля вне волокна более чем на порядок превосходит число аналогичных гармоник в представлениях (52) поля во внутренних цилиндрах. Это означает, что в описанном методе, как и в известной теории дифракции электромагнитного поля на однородном цилиндре (см. [22]), основным фактором, влияющим на объём вычислений, является требование корректного описания быстро колеблющегося поля падающей волны на внешней границе МВ рядом по цилиндрическим гармоникам. При возбуждении МВ плоской волной имеет место оценка $n > k_0 A$ [22]. В рассмотренном примере $k_0 A = 350$, а неравенство $n \geq 200$ (см. табл. 1) объясняется тем, что распределение поля падающего Гауссова пучка на внешней границе МВ оказывается более пологим по сравнению с полем падающей плоской волны.

На рис. 3 и 4 сопоставлены распределения в случаях, когда радиус A близок к A_c .

Кривые на рис. 3а, 4а соответствуют порядку редукции $n \geq 10$, $m \geq 200$, а кривые на рис. 3б, 4б – $m \geq 200$ независимо от n . Как видно из рис. 3 и 4, распределения $S(\gamma)$, реализующиеся при использовании возбуждающих пучков ТЕ- и ТМ-поляризации, подобны. В обоих случаях коллапс воздушных каналов внутри МВ приводит к качественной перестройке данных распределений. Ещё из рис. 3 и 4 можно заключить, что если воздушные каналы внутри МВ имеют субволновые поперечные размеры, то для их дифракционного контроля необходимы измерения $S(\gamma)$ в широком диапазоне углов (в рассмотренных примерах ошутимое влияние таких каналов на распределение $S(\gamma)$ наблюдается при $|\gamma| > 0,25$ рад).

Заключение

Расчёт углового распределения интенсивности дальнего рассеянного поля в плоскости падения на МВ трёхмерного пучка при поперечном освещении МВ сведён к рассмотрению двумерной дифракционной задачи. Для решения последней предложен метод, основанный на теореме Грина и теореме сложения цилиндрических функций Графа.

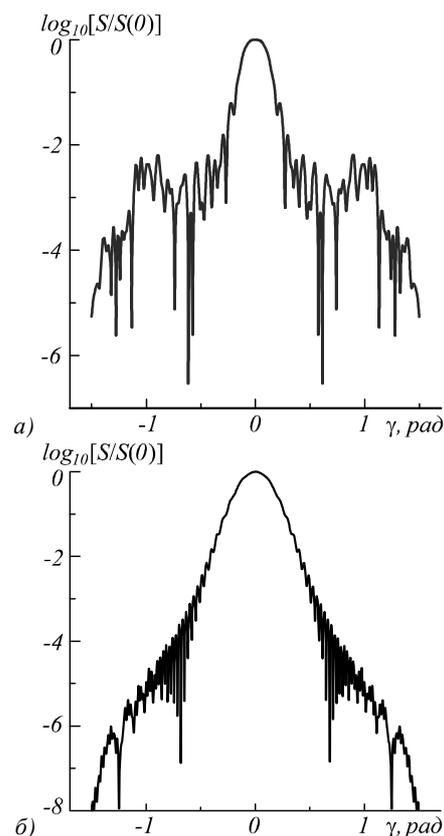


Рис. 3. Распределения $S(\gamma)$ при возбуждении МВ с $A = 19$ мкм ($\Lambda = 1,672$ мкм, $a = 0,089$ мкм) (а) и $A = 18$ мкм ($\Lambda = 1,584$ мкм, $a = 0$ мкм) (б) Гауссовым пучком ТЕ-поляризации

Метод достаточно прост в численной реализации и может быть использован для неразрушающего дифракционного контроля параметров МВ. Его применение проиллюстрировано на примерах построения дифракционных полей, возникающих при возбуждении МВ Гауссовыми пучками ТЕ- и ТМ-поляризации.

Литература

1. **Nguyen, H.C.** New slant on photonic crystal fibers / H.C. Nguyen, P. Domachuk, B.J. Eggleton, M.J. Steel, M. Straub, M. Gu, M. Sumetsky // *Opt. Express*. – 2004. – V. 12(8). – P. 1530-1539.
2. **Magi, E.C.** Tapered photonic crystal fibers / E.C. Magi, P. Steinvurzel, B.J. Eggleton // *Opt. Express*. – 2004. – V. 12(5). – P. 776-784.
3. **Magi, E.C.** Transverse characterization of tapered photonic crystal fibers / E.C. Magi, P. Steinvurzel, B.J. Eggleton // *J. Appl. Phys.* – 2004. – V. 96(7). – P. 3976-3982.
4. **Domachuk, P.** Transverse characterization of high air-fill fraction tapered photonic crystal fiber / P. Domachuk, A. Chapman, E. Magi, M.J. Steel, H.C. Nguyen, B.J. Eggleton // *Appl. Opt.* – 2005. – V. 44(19). – P. 3885-3892.
5. **Minkovich, V.P.** Holey fiber tapers with resonance transmission for high-resolution refractive index sensing / V.P. Minkovich, J. Villatoro, D. Monzón-Hernández, A.B. Sotsky, L.I. Sotskaya // *Opt. Express*. – 2005. – V. 13(19). – P. 7609-7714.
6. **Minkovich, V.P.** Modeling of holey fiber tapers with selective transmission for sensor applications / V.P. Minkovich, D. Monzon-Hernandez, J. Villatoro, A.B. Sotsky, L.I. Sotskaya // *IEEE Journal of Lightwave Technology*. – 2006. – V. 24(11). – P. 4319-4328.

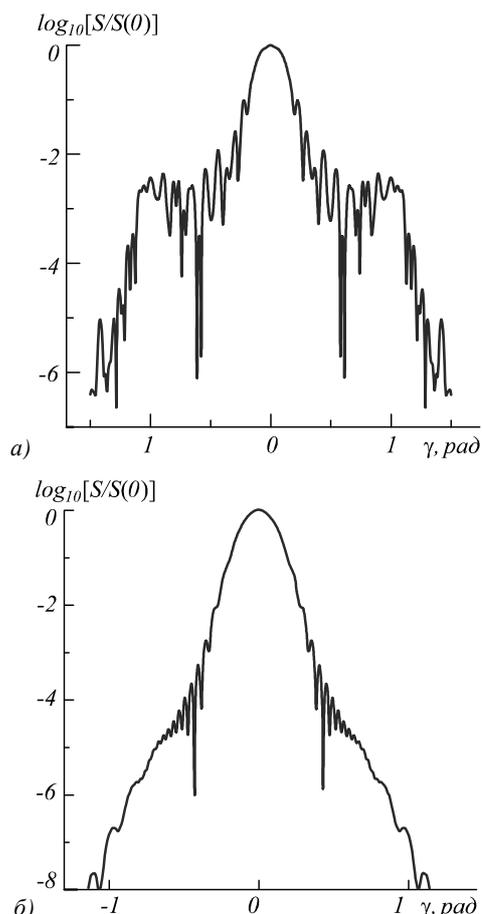


Рис. 4. Распределения $S(\gamma)$ при возбуждении МВ с $A = 19$ мкм ($\Lambda = 1,672$ мкм, $a = 0,089$ мкм) (а) и $A = 18$ мкм ($\Lambda = 1,584$ мкм, $a = 0$ мкм) (б) Гауссовым пучком ТМ-поляризации

7. **Brown, P.J.** Photonic crystal-based fibers / P.J. Brown, S.H. Foulger // National Textile Center Annual Report. – 2005. – Project M02-CL06. – P. 1-10.
8. **Gauvreau, B.** Color-changing and color-tunable photonic bandgap fiber textiles // B. Gauvreau, P.J. Brown, N. Guo, K. Schicker, K. Stoefler, F. Boismenu, A. Ajji, R. Wingfield, C. Dubois, M. Skorobogatiy // Opt. Express. – 2008. – V. 16(20). – P. 15677-15693.
9. **Нестеренко, Д.В.** Рассеяние света на диэлектрическом цилиндре, включающем двумерную решётку металлических наностержней / Д.В. Нестеренко, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2008. – Т. 32, № 1. – С. 23-28.
10. **Olaofe, G.O.** Scattering by an arbitrary configuration of parallel circular cylinders / G.O. Olaofe // J. Opt. Soc. Am. – 1970. – V. 60(9). – P. 1233-1236.
11. **Felback, D.** Scattering by a random set of parallel cylinders / D. Felbacq, G. Tayeb, D. Maystre // J. Opt. Soc. Am. – 1994. – V. 11(9). – P. 2526-2538.
12. **Lee, S.C.** Optical extinction by closely spaced parallel cylinders inside a finite dielectric slab / S.C. Lee, Siu-Chun // J. Opt. Soc. Am A. – 2006. – V. 23(9). – P. 2219-2232.
13. **Frezza, F.** Scattering by dielectric circular cylinders in a dielectric slab / F. Frezza, L. Pajewski, C. Ponti, G. Schettini, // J. Opt. Soc. Am A. – 2010. – V. 27(4). – P. 687-695.
14. **Pawliuk, P.** Scattering from cylinders using the two-dimensional vector plane wave spectrum / P. Pawliuk, M. Yedlin // J. Opt. Soc. Am A. – 2011. – V. 28(6). – P. 1177-1184.
15. **Yokota, M.** Two-dimensional scattering of a plane wave from a periodic array of dielectric cylinders with arbitrary shape / M. Yokota, M. Sesay // J. Opt. Soc. Am. A. – 2008. – V. 25(7). – P. 1691-1696.

16. **She, S.** Improved Dirichlet-to-Neumann map method for scattering by circular cylinders on a lattice / S. She, Y. Lu // J. Opt. Soc. Am. A. – 2012. – V. 29(9). – P. 1999-2004.
17. **Lee, S.** Scattering by a radially stratified infinite cylinder buried in an absorbing half-space / S.C. Lee // J. Opt. Soc. Am A. – 2013. – V. 30(4). – P. 565-572.
18. **Boyer, P.** Differential theory for anisotropic cylindrical objects with an arbitrary cross section / P. Boyer // J. Opt. Soc. Am. A. – 2013. – V. 30(4). – P. 596-603.
19. **Сотский, А.Б.** Теория оптических волноводных элементов / А.Б. Сотский. – Могилёв: МГУ им. А.А. Кулешова, 2011. – 456 с.
20. **Маркузе, Д.** Оптические волноводы / Д. Маркузе. – М.: Мир, 1974. – 576 с.
21. **Абрамовиц, М.** Справочник по специальным функциям / М. Абрамовиц, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 830 с.
22. **Иванов, Е.А.** Дифракция электромагнитных волн на двух телах / Е.А. Иванов. – Минск: Наука и техника, 1968. – 584 с.

References

1. **Nguyen, H.C.** New slant on photonic crystal fibers / H.C. Nguyen, P. Domachuk, B.J. Eggleton, M.J. Steel, M. Straub, M. Gu, M. Sumetsky // Opt. Express. – 2004. – V. 12(8). – P. 1530-1539.
2. **Magi, E.C.** Tapered photonic crystal fibers / E.C. Magi, P. Steinvurzel, B.J. Eggleton // Opt. Express. – 2004. – V. 12(5). – P. 776-784.
3. **Magi, E.C.** Transverse characterization of tapered photonic crystal fibers / E.C. Magi, P. Steinvurzel, B.J. Eggleton // J. Appl. Phys. – 2004. – V. 96(7). – P. 3976-3982.
4. **Domachuk, P.** Transverse characterization of high air-fill fraction tapered photonic crystal fiber / P. Domachuk, A. Chapman, E. Magi, M.J. Steel, H.C. Nguyen, B.J. Eggleton // Appl. Opt. – 2005. – V. 44(19). – P. 3885-3892.
5. **Minkovich, V.P.** Holey fiber tapers with resonance transmission for high-resolution refractive index sensing / V.P. Minkovich, J. Villatoro, D. Monzón-Hernández, A.B. Sotsky, L.I. Sotskaya // Opt. Express. – 2005. – V. 13(19). – P. 7609-7714.
6. **Minkovich, V.P.** Modeling of holey fiber tapers with selective transmission for sensor applications / V.P. Minkovich, D. Monzón-Hernandez, J. Villatoro, A.B. Sotsky, L.I. Sotskaya // IEEE Journal of Lightwave Technology. – 2006. – V. 24(11). – P. 4319-4328.
7. **Brown, P.J.** Photonic crystal-based fibers / P.J. Brown, S.H. Foulger // National Textile Center Annual Report. – 2005. – Project M02-CL06. – P. 1-10.
8. **Gauvreau, B.** Color-changing and color-tunable photonic bandgap fiber textiles // B. Gauvreau, P.J. Brown, N. Guo, K. Schicker, K. Stoefler, F. Boismenu, A. Ajji, R. Wingfield, C. Dubois, M. Skorobogatiy // Opt. Express. – 2008. – V. 16(20). – P. 15677-15693.
9. **Nesterenko, D.V.** Light scattering by the dielectric cylinder including 2-D grating of metallic nanowires / D.V. Nesterenko, V.V. Kotlar // Computer Optics. – 2008. – V. 32(1). – P. 23-28. – (In Russian).
10. **Olaofe, G.O.** Scattering by an arbitrary configuration of parallel circular cylinders / G.O. Olaofe // J. Opt. Soc. Am. – 1970. – V. 60(9). – P. 1233-1236.
11. **Felback, D.** Scattering by a random set of parallel cylinders / D. Felbacq, G. Tayeb, D. Maystre. // J. Opt. Soc. Am. – 1994. – V. 11(9). – P. 2526-2538.
12. **Lee, S.C.** Optical extinction by closely spaced parallel cylinders inside a finite dielectric slab / S.C. Lee, Siu-Chun // J. Opt. Soc. Am A. – 2006. – V. 23(9). – P. 2219-2232.
13. **Frezza, F.** Scattering by dielectric circular cylinders in a dielectric slab / F. Frezza, L. Pajewski, C. Ponti, G. Schettini, // J. Opt. Soc. Am A. – 2010. – V. 27(4). – P. 687-695.
14. **Pawliuk, P.** Scattering from cylinders using the two-dimensional vector plane wave spectrum / P. Pawliuk, M. Yedlin // J. Opt. Soc. Am. A. – 2011. – V. 28(6). – P. 1177-1184.

15. **Yokota, M.** Two-dimensional scattering of a plane wave from a periodic array of dielectric cylinders with arbitrary shape / M. Yokota, M. Sesay // J. Opt. Soc. Am. A. – 2008. – V. 25(7). – P. 1691-1696.
16. **She, S.** Improved Dirichlet-to-Neumann map method for scattering by circular cylinders on a lattice / S. She, Y. Lu // J. Opt. Soc. Am. A. – 2012. – V. 29(9). – P. 1999-2004.
17. **Lee, S.** Scattering by a radially stratified infinite cylinder buried in an absorbing half-space / S.C. Lee // J. Opt. Soc. Am. A. – 2013. – V. 30(4). – P. 565-572.
18. **Boyer, P.** Differential theory for anisotropic cylindrical objects with an arbitrary cross section / P. Boyer // J. Opt. Soc. Am. A. – 2013. – V. 30(4). – P. 596-603.
19. **Sotsky, A.B.** Theory of optical waveguide elements / A.B. Sotsky. – Mogilev: MSU Publisher, 2011. – 456 p. – (In Russian).
20. **Marcuse, D.** Light transmission optics / D. Marcuse. – Moscow: "Mir" Publisher, 1972. – 576 p. – (In Russian).
21. **Abramovitz, M.** Handbook of Mathematical Functions / M. Abramovitz, I. Stigan. – Moscow: "Nauka" Publisher, 1979. – 830 p. – (In Russian).
22. **Ivanov, E.A.** Diffraction of electromagnetic waves on two bodies / E.A. Ivanov. – Minsk: "Nauka i technika" Publisher, 1968. – 584 p. – (In Russian).

DIFFRACTION OF LIGHT BEAM ON MICROSTRUCTURED FIBER

A.B. Sotsky¹, O.A. Belskaya¹, L.I. Sotskaya²
¹Mogilev State A. Kuleshov University,
²Belarusian-Russian University

Abstract

A method based on the Green's theorem and the Graph's addition theorem is used to construct a solution of 2D problem on lateral diffraction of a light beam on a microstructured fiber. It is shown that the solution can be used for computing the angular distribution of the far field intensity in the case of three-dimensional beam diffraction on a microstructured fiber. Diffraction fields appeared at illumination of microstructured fibers by TE and TM polarized Gaussian beams are analyzed.

Key words: diffraction of light on a microstructured fiber, cylindrical functions, Gaussian beam, far field.

Сведения об авторах



Сотский Александр Борисович, 1953 года рождения. В 1976 году окончил Белорусский государственный университет. Доктор физико-математических наук (2002 г.), профессор, работает профессором кафедры экспериментальной и теоретической физики Могилёвского государственного университета им. А.А. Кулешова. Область научных интересов: дифракционная оптика, интегральная и волоконная оптика, обратные оптические задачи.

E-mail: ab_sotsky@mail.ru.

Alexandr Borisovich Sotsky (b. 1953). In 1976 graduated from Belarusian State University. Doctor of Physical and Mathematical Sciences (2002), professor, professor of Experimental and Theoretical Physics department at Mogilev State A. Kuleshov University. Research interests: diffractive optics, integrated and fiber optics, optical inverse problems.

Бельская Ольга Анатольевна, 1986 года рождения. В 2009 году окончила Могилёвский государственный университет имени А.А. Кулешова. Магистр физико-математических наук (2010), аспирант кафедры экспериментальной и теоретической физики Могилёвского государственного университета имени А.А. Кулешова. Область научных интересов: волноводная оптика.

E-mail: oa.belskaya@gmail.com.

Olga Anatol'evna Belskaya, (b. 1986). In 2008 graduated from Mogilev State A. Kuleshov University. Master of Mathematical and Physical Sciences (2010), postgraduate student of Experimental and Theoretical Physics department at Mogilev State A. Kuleshov University. Research interests: waveguide optics.



Сотская Людмила Ивановна. Кандидат физико-математических наук, доцент, работает доцентом кафедры высшей математики Белорусско-Российского университета (г. Могилёв). Область научных интересов: моделирование характеристик оптических волноводных элементов.

E-mail: li_sotskaya@tut.by.

Luidmila Ivanovna Sotskaya. PhD, docent, docent of Mathematics department at State Institution of Higher Professional Education "Belarusian-Russian University". Research interests: modeling of optical waveguide elements.

Поступила в редакцию 23 ноября 2013 г.