

КОНТУРНЫЙ АНАЛИЗ И СОВРЕМЕННАЯ ОПТИКА ГАУССОВЫХ ПУЧКОВ

Волостников В.Г.^{1,2}, Кишкин С.А.¹, Котова С.П.^{1,2}

¹ Самарский филиал федерального государственного бюджетного учреждения науки Физического института им. П.Н. Лебедева, Российская академия наук,

² Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ)

Аннотация

В работе представлено теоретическое исследование возможности использования математического аппарата спиральных пучков света в задачах распознавания контурных изображений. Дается оценка предлагаемого подхода с точки зрения его преимуществ и недостатков, приводятся результаты численного моделирования, обсуждаются аспекты применения метода в рамках существующих практических задач.

Ключевые слова: когерентная оптика, спиральные пучки света, контурные изображения.

Введение

Контурный анализ является одним из ключевых звеньев задачи распознавания изображений, суть которого заключается в исследовании изображения как набора контуров [1, 2]. В данной работе описывается новый способ распознавания контуров изображений, основанный на применении математического аппарата спиральных пучков – световых полей, сохраняющих свою структуру при фокусировке и распространении.

Сущность предлагаемого в работе подхода заключается в том, что все операции проводятся не с плоской кривой, задаваемой контуром, а с определяемым ею спиральным пучком. Это обусловлено тем, что выгоднее рассматривать обладающий рядом удобных свойств спиральный пучок (гарантированность его описания аналитическими равномерно-сходящимися функциями, большое количество способов его задания: амплитудой, корнями, коэффициентами разложения [3]).

Очевидно, что исход распознавания может (и должен) опираться на совокупность решений по многим выделенным на изображении контурам, и это легко достигается в том случае, когда существует механизм сравнения двух контуров. Именно нахождение качественных характеристик контура и извлечение из них информации о схожести является целью данной работы. Эта работа уточняет результаты, полученные в [4], а также обобщает подход распознавания на деформированные/зашумлённые контуры.

Отметим также, что область распознавания изображений разнообразна по применяемым методам и в последнее время ей уделяется значительное внимание как с теоретической, так и с практической точки зрения [5, 6].

1. Описание контура

В задаче распознавания контурных изображений первой и обязательной процедурой является выделение границ (контуров) объекта. Но в данной работе подразумевается, что контуры уже были выделены одним из существующих способов. Следующим шагом является грамотное описание полученных контуров информацией, на основании которой будет непосредственно производиться процесс распознавания, а именно: её характеристики должны быть однозначны и инвариантны относительно различных факторов

(в частности, они не должны зависеть от выбора начальной точки). Забегая вперёд, отметим, что роль такой информации будут играть коэффициенты разложения спирального пучка. На рис. 1 приведено изображение корабля, на котором для простоты выделен единственный контур – его граница.

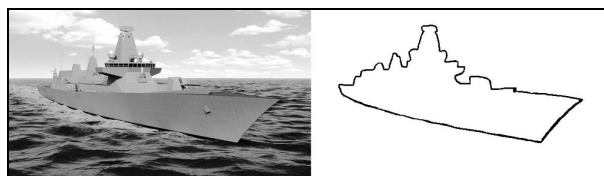


Рис. 1. Изображение (слева) и контур объекта (справа)

В данной работе математическим представлением контуров будем считать некоторые замкнутые плоские кривые, состоящие из упорядоченного набора точек:

$$\zeta(t) = x(t) + iy(t), \quad t \in [0, T]. \quad (1)$$

Очевидно, что любая замкнутая кривая представляет собой некоторую периодическую функцию с периодом T .

Конечно, каждый контур можно представить в виде бесконечного ряда по некоторой системе полных ортогональных функций. Задача разложения указанных функций детально освещена в [7], где приводятся классические базисы, применяемые в задачах распознавания изображений.

Проблема, однако, заключается в следующем. Конечный набор коэффициентов разложения по одномерному базису радикально зависит от того, с какой точки мы «начнём» кривую (задав её, таким образом, в интервале $[0, T]$ либо $[a, a+T]$). Конечно, с точки зрения кривой это не имеет никакого значения, но лишь при условии использования полного набора базисных функций, хотя на практике вычисления ведутся только с конечными суммами этих рядов. Следует отметить, что, если рассматривать кривую как двумерный объект, заданный на плоскости, эта проблема снимается. Однако платой за такой выбор является большое количество вычислений и асимптотический рост сложности таких алгоритмов. В данной работе рассматривается именно такой подход, в разделе 5 поясняется, как при этом бороться с указанными недостатками.

2. Контур как исходный объект для формирования спирального пучка

Исследование световых полей различного типа выявило новый тип световых пучков, названных спиральными [3]. Оказалось, что спиральный пучок представляет собой световое поле, сохраняющее свою структуру интенсивности с точностью до масштаба и вращения при распространении и фокусировке. Кроме того, структура такого светового поля может быть весьма разнообразной, в частности, оно может иметь форму произвольной плоской кривой, в том числе замкнутой.

Установлено, что комплексная амплитуда $S(z, \bar{z})$ такого пучка для порождающей кривой $\zeta(t)$ имеет вид:

$$S(z, \bar{z} | \zeta(t), t \in [0, T]) = \exp\left\{-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}\right\} \int_0^T \exp\left\{-\frac{\zeta(t)\bar{\zeta}(t)}{\rho^2} + \frac{2z\bar{\zeta}(t)}{\rho^2}\right\} \times \exp\left\{\frac{1}{\rho^2} \int_0^t [\zeta(\tau)\zeta'(\tau) - \zeta(\tau)\bar{\zeta}'(\tau)] d\tau\right\} |\zeta'(t)| dt, \quad (2)$$

где ρ – Гауссов параметр пучка, а черта означает комплексное сопряжение. Пример такой кривой и соответствующего ей спирального пучка приводится на рис. 2.

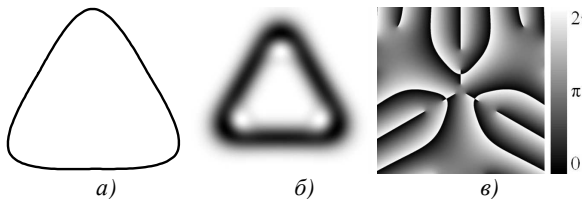


Рис. 2. Порождающая кривая (а) и распределения интенсивности (б) и фазы (в) соответствующего спирального пучка

Важным является следующее свойство «квантования» спиральных пучков в виде замкнутых кривых. Если выполняется условие (квантования):

$$S_{curve} = \frac{1}{2} \pi \rho^2 N_q, \quad N_q = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

где S_{curve} – площадь под кривой, то комплексная амплитуда пучка не зависит от начальной точки на кривой. Иными словами, спиральный пучок не определяется начальной точкой на контуре. Следовательно, любая конечная сумма ряда $S_N(z, \bar{z} | \zeta(t), t \in [a, a+T])$ также не будет зависеть от этой начальной точки с точностью до общего унимолярного члена, зависящего только от параметра a . Таким образом, снимается проблема начальной точки в анализе и распознавании входного контура. Это означает, что мы с любой требуемой степенью точности можем поставить в соответствие спиральному пучку $S(z, \bar{z} | \zeta(t), t \in [a, a+T])$ его конечную сумму ряда:

$$S_N(z, \bar{z} | \zeta(t), t \in [a, a+T]) = e^{-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}} \sum_{n=0}^{N_c} c_n z^n. \quad (4)$$

Приведённое ниже выражение показывает, что при этом снимается ещё и проблема поворота анализируемого контура, поскольку при его повороте на

угол α конечная сумма ряда изменяется следующим образом:

$$S_N(z e^{i\alpha}, \bar{z} e^{-i\alpha} | \zeta(t), t \in [a, a+T]) = e^{-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}} \sum_{n=0}^{N_c} (c_n e^{i\alpha n}) z^n = e^{-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}} \sum_{n=0}^{N_c} c'_n z^n, \quad (5)$$

что лишний раз доказывает, что коэффициенты разложения способны характеризовать углы поворота.

Здесь следует отметить ещё один весьма важный аспект. Параметр квантования, как было показано в [8], определяет число нулей комплексной амплитуды внутри контура и, фактически, степень полинома, остающегося от исходной аналитической функции спирального пучка после взятия конечной суммы с требуемым количеством коэффициентов разложения. Очевидно, что если анализируемый контур сложен, то параметр квантования не может быть мал: нельзя сложное описать просто. Тем не менее, тот факт, что снимается проблема зависимости от выбора начальной точки и угла поворота, является весьма существенным и делает предлагаемый метод заслуживающим детального исследования.

3. Контурный анализ

Пусть имеются два контура, входной и контрольный, находящийся в базе данных, и необходимо определить, соответствуют они друг другу или нет.

Перед построением пучков сделаем следующее: выберем шаг комплексных сеток, на которых будут вычисляться спиральные пучки так, чтобы площади, ограниченные кривыми, были равными. Приведение к одной площади позволяет снять проблему неизвестного масштаба изображения (он будет находиться через отношение шага одной сетки к шагу другой), сохраняя независимость от выбора начальной точки и угла поворота.

Построим для обоих контуров соответствующие спиральные пучки, оставляя необходимое количество членов [4]. По приведённой ранее схеме поставим контурам в соответствие два спиральных пучка, суть два набора комплексных коэффициентов: $\{c_n^{(1)}\}_{n=0}^{N_c}$ и $\{c_n^{(2)}\}_{n=0}^{N_c}$. В том случае, когда параметр квантования достаточно, чтобы различить два контура, указанные наборы коэффициентов совпадают с точностью до вращения:

$$\forall n \in \overline{1, N_c}, \quad \frac{|c_n^{(1)}|}{|c_n^{(2)}|} = 1, \quad \phi_n = \frac{1}{i} \ln \frac{c_n^{(1)} c_{n-1}^{(2)}}{c_n^{(2)} c_{n-1}^{(1)}}. \quad (6)$$

Если $\phi_n \equiv \text{const}$ для всех n , то ϕ_n – угол взаимного поворота контуров α . Этот факт легко получить, записывая соотношение двух комплексных амплитуд из представления спирального пучка в виде сумм (4).

Если же условие (6) не выполняется, можно констатировать несоответствие контуров друг другу.

4. Алгоритм контурного анализа

На основе вышесказанного можно кратко сформулировать пошаговую последовательность действий (блок-схема, рис. 3.) по определению схожести двух предложенных контуров. Во-первых, их необходимо

здать в виде упорядоченного набора точек плоскости – кривой (шаг 1). По полученным кривым следует вычислить соответствующие им спиральные пучки (шаг 2) и разложить по ортогональной системе (шаг 3), взяв требуемое количество коэффициентов разложения, которое эмпирически определяется рамками задачи. И наконец, на основании сравнения двух наборов коэффициентов можно сделать вывод о том, являются ли два контура одинаковыми с точностью до масштаба и вращения (шаг 4).

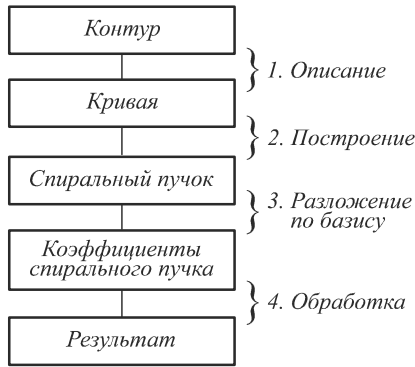


Рис. 3. Блок-схема алгоритма распознавания

Таким образом, реализуется алгоритм распознавания, обладающий следующими особенностями.

Во-первых, это независимость работы алгоритма от выбора начальной точки на контуре и масштаба контурного изображения. Во-вторых, контурный объект может быть произвольной формы; его сложность определяется только разрешением системы, а не количеством звеньев контура, характерным для других методов. В-третьих, все проводимые компьютерные вычисления на шагах 1–3 непосредственно используются при принятии решения, на них нет переборных операций-подсчетов, которые отбрасываются. Так, последние две особенности выглядят достаточно привлекательными на фоне такого общепризнанного метода распознавания контуров, как анализ с использованием корреляционных функций (см. [2]).

Далее отметим, что при первоначальном рассмотрении метода шаги 2 и 3 выглядят очень ресурсоёмкими, поскольку оперируют двумерными объектами: комплексными амплитудами на плоскости и базисами. Однако авторами был найден и проверен способ уменьшить количество вычислений на 2–3 десятичных порядка, сведя реальные подсчеты к одномерным. Фактически шаги 2 и 3 объединяются в один по прямому вычислению коэффициентов разложения с использованием лишь одномерных интегралов. К сожалению, такие важные в прикладном значении подробности выходят за рамки данной статьи, предполагающей изложение общей концепции распознавания контуров при помощи спиральных пучков света.

К недостаткам данного подхода можно отнести следующее. Во-первых, при вычислениях используется операция экспоненцирования, которая является весьма «тяжёлой» для подсчёта, особенно на мобильных устройствах. Во-вторых, на текущий момент не известны эффективные оценки на параметр квантова-

ния и количество членов остаточного ряда, достаточных (и необходимых) для устойчивости результатов распознавания. Этот вопрос ещё недостаточно проработан и требует дальнейшего исследования.

5. Учёт шумов

Итак, основная канва метода сформулирована и описана в виде последовательности шагов, однако при переходе от рассмотренных ранее теоретических выкладок к практической реализации подхода необходимо сделать некоторые дополнительные замечания. Следует отметить, что в реальных системах неизбежно присутствуют факторы, которые в данной статье пока не были учтены: шумы и искажения. Причин их наличия много: ошибки дискретизации в ПЗС-матрицах, сбои при передаче информации с устройств регистрации изображения на вычислительную технику, реализующую процесс распознавания, и прочее.

Авторами было проведено исследование того, как предлагаемый подход реагирует на искажения подобного рода. Метод оказался весьма устойчивым к наличию шумов в распознаваемом контуре. Прежде всего, это связано с тем, что в выражение для комплексной амплитуды спирального пучка (2) входит Гауссова экспонента, которая оказывает «сглаживающий» эффект, проявляющийся в том, что небольшие деформации контура приводят лишь к соответствующим изменениям комплексной амплитуды.

Несмотря на то, что комплексная амплитуда и её нули устойчивы к деформации контура, коэффициенты разложения (см. формулы Виета, например, в [9]) могут варьироваться, притом весьма значительно. Это не мешает продолжать их использовать для распознавания, поскольку усечённые ряды (4) сходятся равномерно и весьма «быстро», основные информационно-значимые коэффициенты имеют номера меньше параметра квантования.

Кроме того, есть возможность воспользоваться дополнительной, слегка модифицированной глобальной характеристикой (в отличие от «локальных» коэффициентов), которая в оптике световых полей известна как «коэффициент перекрытия», а в функциональном анализе – как нормированное скалярное произведение в гильбертовом пространстве $L_2(\mathbb{R}^2)$. Фактически $K(\theta)$ представляет собой корреляционную функцию по углу взаимного поворота θ спиральных пучков $S^{(1)}(z, \bar{z})$ и $S^{(2)}(z, \bar{z})$, где мерой близости выступает скалярное произведение из числителя формулы (7). Максимум модуля этой функции достигается при истинном угле взаимного поворота α распознаваемых контуров.

$$K(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\iint S^{(1)}(z, \bar{z})S^{(1)}(z, \bar{z}) dx dy}} \times \frac{\iint S^{(1)}(z, \bar{z})S^{(2)}(ze^{i\theta}, \bar{z}e^{-i\theta}) dx dy}{\sqrt{\iint S^{(2)}(z, \bar{z})S^{(2)}(z, \bar{z}) dx dy}}. \tag{7}$$

В отличие от метода распознавания посредством корреляционных функций, описанного, например, в [2], выражение (7) обладает следующими достоинствами: количество слагаемых в каждой сумме – это количество коэффициентов разложения (порядка десятков, одной – двух сотен штук), а не звеньев, задающих контур (более 500). Кроме этого возможно нахождение угла поворота с требуемой точностью: если шаг изменения угла θ для нахождения максимума функции корреляции мал – достигается большая точность, если велик – большая скорость.

При помощи формулы (4) и свойства ортогональности базиса Лагерра – Гаусса выражение (7) может быть с лёгкостью переписано в представлении с использованием только коэффициентов разложения:

$$K(\theta) = \frac{\sum_{n=0}^N c_n^{(1)} \overline{c_n^{(2)}} e^{in\alpha}}{\sqrt{\sum_{n=0}^N c_n^{(1)} \overline{c_n^{(1)}}} \sqrt{\sum_{n=0}^N c_n^{(2)} \overline{c_n^{(2)}}}}. \tag{8}$$

Таким образом, появляется новый инструмент, который может уточнить и подтвердить при необходимости результаты распознавания, рассчитанные исключительно при помощи коэффициентов.

6. Низкая детализация как экспресс-тест для сравнения

Факт неустойчивости коэффициентов разложения побудил к поиску дополнительных решений, позволяющих нивелировать влияние шумов на рассматриваемый метод. Это привело к рассмотрению уже упомянутых корреляций, а также ситуации, названной нами «случаем сверхмалой детализации».

Идея заключается в следующем: если в случае большого количества коэффициентов разложения их точность может ухудшаться с наличием шумов, то следует строить спиральные пучки с очень маленьким параметром квантования (от 2 до 5). При этом интенсивность такого светового поля уже не будет внешне напоминать порождающую кривую, как это было на рис. 2, однако с точки зрения применения теоремы Виета и энергетических характеристик порождающегося светового поля такой подход оправдан.

Как будет видно из раздела с численным моделированием, такое решение даёт неожиданно хорошие результаты, хотя неочевидно, что, если ограничиться лишь двумя-пятью коэффициентами разложения, не потеряется значительная доля информации о порождающей кривой. При этом скорость получения результата возрастает многократно. Это позволяет рассматривать случай сверхмалой детализации как своеобразный экспресс-тест на масштаб и потенциальный угол поворота, сохраняя все достоинства и нивелируя часть недостатков оригинального метода, кратко изложенного в 5-м разделе данной статьи. Повторимся, случай сверхмалой детализации не является основой для принятия решения о схожести объектов, он призван отфильтровать большое количество сильно различающихся контуров и выдать гипотетический угол

поворота, который может быть проверен корреляционной функцией (7) высокодетализированных спиральных пучков (в этом случае нахождение максимума корреляции существенно упрощается – поиск взаимного угла поворота следует производить в окрестности гипотетического угла).

7. Численное моделирование

В качестве тестового образца было выбрано изображение самолёта, вручную выделен контур границы, и построен для него спиральный пучок. После этого в графическом редакторе контур был повернут на 123 градуса, уменьшен до 75 % от исходного, и построен соответствующий ему спиральный пучок.

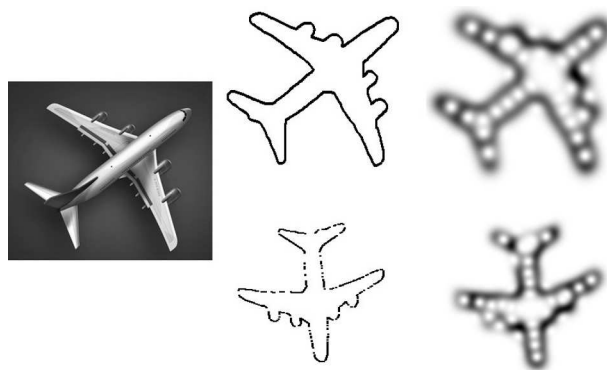


Рис. 4. Слева направо: исходное изображение самолёта, выделенный контур границы, интенсивность порождённого спирального пучка

С целью наглядной визуализации при построении, параметр квантования N_q был выбран равным 30, количество коэффициентов разложения $N_c = 120$. Значение Гауссова параметра $\rho = 1$, площади под кривой $S_{curve} = 15\pi$. Функция корреляции при этом достигает максимума своего абсолютного значения 0,8 при исходном угле 123 градуса и масштабном множителе 1,3. По определению $K(\theta)$, максимум её модуля не превосходит 1, иными словами, констатируется схожесть верхнего и нижнего контуров, но не абсолютная, что является следствием обработки (на рис. 4 заметны пропадания звеньев самолёта в районе «хвоста»).

Перейдём к случаю сверхмалой детализации (рис. 5). Для этого параметр квантования N_q и количество коэффициентов N_c были выбраны равными 3.

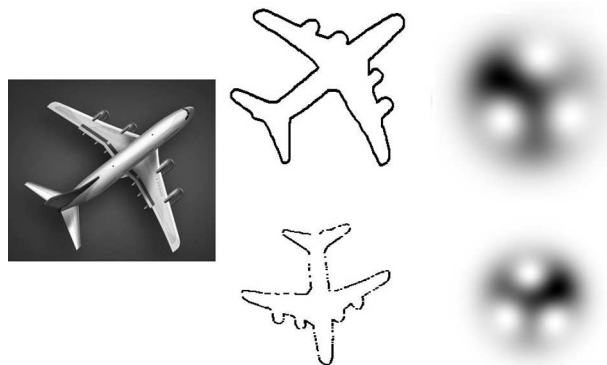


Рис. 5. Слева направо: исходное изображение самолёта, выделенный контур границы, интенсивность порождённого спирального пучка

Значение Гауссова параметра $\rho=1$, площади под кривой $S_{curve}=1,5\pi$. Функция корреляции при этом достигает максимума своего абсолютного значения 0,998 при угле 121 градус и масштабном множителе 1,3. Коэффициенты разложения, вычисленные для критерия (5), представлены в табл. 1.

Табл. 1. Коэффициенты разложения и применение критерия

n	$c_n^{(1)}$	$c_n^{(2)}$	$\frac{ c_n^{(1)} }{ c_n^{(2)} }$	Φ_n
1	-0,088 - 0,335i	-0,286 + 0,175i	1,034	-98
2	-0,482 + 0,517i	-0,577 + 0,155i	1,182	-139
3	1,175 - 2,049i	-0,365 + 2,131i	1,093	-128
Среднее значение угла поворота				-122

Следует отметить, что сами по себе углы потенциального поворота Φ_n не вполне удовлетворяют критерию, однако обнаружена специфическая особенность: их среднее арифметическое значение даёт искомый угол поворота с небольшой погрешностью. Этот факт привлекает наше внимание, поскольку он подтверждён многочисленными численными экспериментами, но ещё не был детально проанализирован.

Таким образом, численные эксперименты показывают, что представленный на рис. 3 алгоритм может успешно применяться и в ситуации, когда распознаваемый контур зашумлён или деформирован. В этом могут помочь дополнительные инструменты: корреляция $K(\theta)$ и случай сверхмалой детализации.

Заключение

В данной работе предлагается к рассмотрению новый подход в рамках контурного анализа, основанный на тесном взаимодействии когерентной оптики, теории функций и численных методов. Показан и теоретически обоснован алгоритм сопоставления контуров, позволяющий определить, являются ли два контура одинаковыми с точностью до масштаба и/или вращения. Продемонстрирована динамика развития предлагаемого подхода в случае присутствия шумов или деформаций на исследуемом изображении. Отмечен факт уменьшения количества производимых вычислений на ЭВМ путём сведения задачи к подсчёту одномерных интегралов. Введены в рассмотрение дополнительные инструменты, которые позволяют уточнить результаты распознавания: корреляция и сверхмалая детализация.

Предполагается продолжение исследований в следующих направлениях: во-первых, проведение анализа производительности по сравнению с классическими методами контурного анализа; во-вторых, получение асимптотических оценок на алгоритмическую сложность предлагаемых вычислений; в-третьих, разработка критериев оценки получаемых значений корреляции.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ.

Литература

1. **Визильтер, Ю.В.** Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения / Ю.В. Визильтер, С.Ю. Желтов, А.В. Бондаренко, М.В. Ососков, А.В. Моржин. – М.: Физматкнига, 2010. – 672 с.
2. **Фурман, Я.А.** Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов / Я.А. Фурман. – М.: Физматлит, 2003 – 592 с.
3. **Абрамочкин, Е.Г.** Современная оптика Гауссовых пучков / Е.Г. Абрамочкин, В.Г. Волостников. – М.: Физматлит, 2010. – 184 с.
4. **Волостников, В.Г.** Новый метод обработки контурных изображений на основе формализма спиральных пучков света / В.Г. Волостников, С.А. Кишкин, С.П. Котова // Квантовая электроника. – 2013. – Т. 43(7). – С. 646-650.
5. **Znak, V.I.** Computer-aided system of supporting the processing the periodic signals, their analysis and visual control of results / V.I. Znak // Pattern recognition and image analysis (Advances in mathematical theory and applications). – 2012. – V. 22(3). – P. 489-494. – ISSN 1054-6618.
6. **Furman, Ya.A.** Iterative algorithm for angular matching of group point objects with a priori uncertainty of parameters / Ya.A. Furman, I.L. Egoshina, R.V. Eruslanov // Pattern recognition and image analysis (Advances in mathematical theory and applications). – 2013. – V. 23(3). – P. 381.
7. **Дедус, Ф.Ф.** Классические ортогональные базисы в задачах аналитического описания и обработки сигналов / Ф.Ф. Дедус, Л.И. Куликова, А.Н. Панкратов, Р.К. Тетув; под ред. Ф.Ф. Дедуса. – М.: МГУ, 2004. – 141 с.
8. **Абрамочкин, Е.Г.** Спиральные пучки света / Е.Г. Абрамочкин, В.Г. Волостников // Успехи физических наук. – 2004. – Т. 174. – С. 1273-1300. – ISSN 0042-1294.
9. **Винберг, Э.Б.** Курс алгебры / Э.Б. Винберг. – М.: Изд-во «Факториал Пресс», 2001. – 544 с.

References

1. **Vizilter, Yu.V.** Image Processing and Analysis in Tasks of Computer Vision / Yu.V. Vizilter, S.Yu. Zheltov, A.V. Bondarenko, M.V. Ososkov, A.V. Morzhin – Moscow: “Fizmatkniga” Publisher, 2010. – 672 p. – (In Russian).
2. **Furman, Ya.A.** Introduction to Contour Analysis and its Applications in Image and Signal Processing / Ya.A. Furman. – Moscow: “Fizmatlit” Publisher, 2003. – 592 p. – (In Russian).
3. **Volostnikov, V.G.** Modern Optics of Gaussian Beams / E.G. Abramochkin, V.G. Volostnikov. – Moscow: “Fizmatlit” Publisher, 2010. – 184 p. – (In Russian).
4. **Volostnikov, V.G.** New method of contour image processing based on the formalism of spiral light beams / V.G. Volostnikov, S.A. Kishkin, S.P. Kotova // Quantum Electronics. – 2013. – Vol. 43(7). – P. 646-650. – (In Russian).
5. **Znak, V.I.** Computer-aided system of supporting the processing the periodic signals, their analysis and visual control of results / V.I. Znak // Pattern recognition and image analysis (Advances in mathematical theory and applications). – 2012. – V. 22(3). – P. 489-494. – ISSN 1054-6618.
6. **Furman, Ya.A.** Iterative algorithm for angular matching of group point objects with a priori uncertainty of parameters / Ya.A. Furman, I.L. Egoshina, R.V. Eruslanov // Pattern recognition and image analysis (Advances in mathematical theory and applications). – 2013. – V. 23(3). – P. 381.
7. **Dedus, F.F.** Classical and Orthogonal Bases for Tasks of Signals Analytical Description and Processing/ F.F. Dedus, L.I. Kulikova, A.N. Pankratov, R.K. Tetuev; ed. by F.F. Dedus. – Moscow: “MSU” Publisher, 2004. – 141 p. – (In Russian).

8. **Abramochkin, E.G.** Spiral Light Beams / E.G. Abramochkin, V.G. Volostnikov // Physics-Uspekhi. – 2004. – V. 47, – P. 1177–1203. – ISSN 1063-7869.
9. **Vinberg, E.B.** A course in algebra / E.B. Vinberg. – American Mathematical Society, 2003. – 511 p.

CONTOUR ANALYSIS AND MODERN OPTICS OF GAUSSIAN BEAMS

V.G. Volostnikov^{1,2}, S.A. Kishkin¹, S.P. Kotova^{1,2}

¹ Samara Branch of P.N. Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences,

² Samara State Aerospace University

Abstract

The paper brings forward a theoretical study of the usability of the mathematical apparatus of spiral beams for problems of the contour images identification. The estimation of the approach offered is given in the light of its advantages and shortcomings, numerical simulation results are offered and the method applications aspects are analyzed in the context of actual practical tasks.

Key words: coherent optics, spiral light beams, contour images.

Сведения об авторах

Сведения об авторе **Волостников Владимир Геннадьевич** – см. стр. 401 этого номера.



Кишкин Сергей Александрович, 1992 года рождения, студент механико-математического факультета специальности «Компьютерная безопасность» Самарского государственного университета, работает инженером СФ ФИАН. Область научных интересов: численные методы, компьютерное моделирование и программирование, математические дисциплины.

E-mail: kishkin.sergey@gmail.com.

Sergey Aleksandrovich Kishkin (b. 1992) student of Samara State University (SSU), Mechanical and Mathematical faculty, Computer Security department. He works as the engineer at Samara Branch of the P.N. Lebedev Physical Institute. His research interests are numerical analysis, computer modeling and programming, mathematical disciplines.



Котова Светлана Павловна родилась в 1953 году. Окончила в 1976 году Московский инженерно-физический институт по специальности «Физика твёрдого тела». В 1981 году защитила диссертацию на соискание степени кандидата физико-математических наук. В настоящее время работает в Самарском филиале ФИАН в должности заведующей лабораторией. Область научных интересов: управление характеристиками световых полей, лазерная манипуляция, оптическая обработка информации.

E-mail: kotova@fian.smr.ru.

Svetlana Pavlovna Kotova (b. 1953) graduated from Moscow Nuclear University National Research MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), NRNU MEPhI in 1976, specialty "Solid-state Physics". In 1981 she defended her PhD. Her current position is Head of the Laboratory at the Samara Branch of P.N. Lebedev Physical Institute. The area of her scientific interests includes control of light fields parameters, laser manipulation, optical data processing.

Поступила в редакцию 11 июня 2014 г.

Почтовый адрес для рассылки (в журнале не печатается):
Россия, 443011, Самара, ул. Ново-Садовая, 221