

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЁТА ЗЕРКАЛ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАДАНЫХ ДВУМЕРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

Л.Л. Досколович^{1,2}, Е.С. Андреев^{1,2}, Е.В. Бызов^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара, Россия

Аннотация

Предложен новый вид лучевого отображения в задаче расчёта зеркал для формирования заданных двумерных распределений интенсивности. Результаты расчета показывают высокие рабочие характеристики предложенного метода. При формировании прямоугольных и эллиптических равномерных распределений интенсивности с угловыми размерами от $80^\circ \times 20^\circ$ до $40^\circ \times 20^\circ$ относительная среднеквадратичная ошибка формирования заданной интенсивности не превышает 8,5 %.

Ключевые слова: геометрическая оптика, зеркало, распределение интенсивности.

Цитирование: Досколович, Л.Л. Аналитический метод расчёта зеркал для формирования заданных двумерных распределений интенсивности / Л.Л. Досколович, Е.С. Андреев, Е.В. Бызов // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 3. – С. 346-352. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-3-346-352.

Введение

Оптические элементы с поверхностями свободной формы играют ключевую роль в современных системах освещения. Задача расчёта отражающей или преломляющей поверхности свободной формы из условия формирования заданного распределения освещённости или интенсивности относится к классу обратных задач неизображающей оптики. Данная задача является крайне сложной и сводится к решению нелинейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка [1, 2]. Аналитические решения данного уравнения получены только для задач, обладающих осевой симметрией, и для ряда задач формирования однопараметрических распределений освещённости [3–8]. В общем случае для решения данной обратной задачи используются численные и итерационные методы [1, 2, 9–15]. Одним из широко применяемых методов является метод, основанный на задании отображения между координатами лучей от источника и точками освещаемой области [12–16]. Как правило, лучи от источника задаются в сферических координатах $(\varphi, \theta) \in \Omega$, где Ω – область на единичной сфере, соответствующая телесному углу, в котором излучает источник, а точки освещаемой области D – в полярных координатах $(\rho, \gamma) \in D$. Для построения отображения $\Omega \rightarrow D$ используется закон сохранения светового потока. При этом отображение задается в виде, позволяющем разделить переменные и определить соответствие. Наиболее часто применяется отображение, при котором «меридианы» (линии $\varphi = \varphi_0$ на единичной сфере в области Ω) переходят в азимутальные прямые $\gamma = \gamma_0$ в освещаемой области D (см. рис. 1b в работе [13]). Данное отображение можно рассматривать как эвристическое обобщение отображений для задач с осевой симметрией. При отсутствии осевой симметрии такое отображение не удовлетворяет «условию интегрируемости». Под условием интегрируемости понимается возможность построения оптической поверхности, реализующей такое отображение. Несмотря на это, рассмотренный вид отображения позволяет рассчитывать преломля-

ющие оптические поверхности, формирующие освещаемые области заданной формы (прямоугольник, эллипс, ромб и т.п.) с приемлемой точностью. При этом метод обычно применяется для областей с небольшим аспектным отношением (отношением продольного и поперечного размеров), составляющим 1–2. При аспектном отношении 2 характерная ошибка метода (нормированное среднеквадратичное отклонение формируемого распределения освещённости от заданного распределения) составляет 20–25% [13]. Для улучшения качества формируемого распределения освещённости используются эвристические итерационные методы (*iterative feedback modification*) [13–15]. В ряде случаев данные методы позволяют снизить ошибку формирования заданной освещённости до 10%, однако требуют достаточно тонкой настройки в выборе параметров оптимизации. Важно отметить, что в известных работах не представлены рабочие характеристики рассмотренного метода в задаче расчета зеркал, формирующих заданные распределения освещённости. В [12] говорится о большой ошибке данного метода при расчете зеркал, однако не приведены конкретные результаты расчетов.

В настоящей работе предложен новый вид отображения в задаче расчёта зеркал для формирования заданных двумерных распределений интенсивности. Данное отображение является обобщением отображения из задачи расчёта зеркала для формирования однопараметрических распределений интенсивности (т.е. зависящих от одной угловой координаты) [5, 6]. Поскольку такие распределения можно считать заданными на линии на единичной сфере, то далее будем их называть *line-shaped intensity distributions*. В [5, 6] показано, что лучи, направляемые зеркалом в каждую точку линии, находятся на поверхности конуса с вершиной в источнике излучения. В данной работе предлагается использовать данный тип лучевого соответствия при формировании двумерных распределений интенсивности, соответствующих «полосе». Под полосой понимается область с высоким аспектным отношением, получаемая из отрезка прямой заменой каждой точки на отрезок, перпенди-

кулярный исходному (рис. 1). Представленные результаты расчета показывают хорошие рабочие характеристики предложенного метода, в том числе и для областей с небольшим аспектным отношением. При формировании прямоугольных и эллиптических распределений интенсивности с угловыми размерами от $80^\circ \times 20^\circ$ до $40^\circ \times 20^\circ$ относительная среднеквадратичная ошибка формирования заданной постоянной интенсивности не превышает 8,5 %.

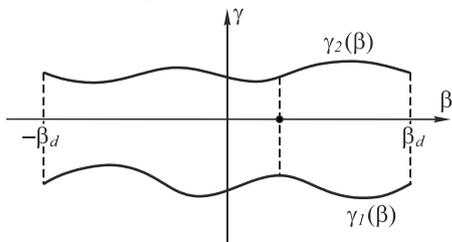


Рис. 1. Вид области, в которой задано двумерное распределение интенсивности

1. Расчет зеркала для формирования распределения интенсивности в виде отрезка

Аналитическое решение задачи расчёта зеркала для формирования однопараметрического распределения интенсивности в виде отрезка рассмотрено в [6]. Данная задача состоит в расчёте зеркала $S(u, \sigma) = (x(u, \sigma), y(u, \sigma), z(u, \sigma))$, где (u, σ) – некоторые криволинейные координаты, из условия, что направления отраженных от зеркала лучей имеют вид (рис. 2):

$$\mathbf{p}(\beta) = (-\sin(\beta), 0, \cos(\beta)), \beta \in [-\beta_d, \beta_d], \quad (1)$$

где β – угол в плоскости XOZ , отсчитываемый от оси z . Дополнительно зеркало должно обеспечивать формирование заданной интенсивности $I(\beta)$, $\beta \in [-\beta_d, \beta_d]$. Вектор-функция $\mathbf{p}(\beta)$ описывает направление на точки отрезка в дальней зоне, и поэтому далее будем называть её «отрезком».

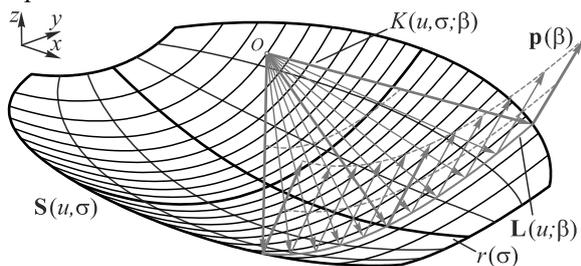


Рис. 2. Зеркало для формирования однопараметрического распределения интенсивности

Зеркало $S(u, \sigma)$ является огибающей однопараметрического семейства параболоидов с фокусом в начале координат (в точке расположения точечного источника O) и направлением осей $\mathbf{p}(\beta)$. В [5, 6] показано, что огибающую поверхность можно рассматривать как семейство парабол $L(u; \beta)$ по параметру β , на каждой из которых отраженные лучи имеют направление $\mathbf{p}(\beta)$ (рис. 2). При этом лучи от точечного источника, отраженные от параболы $L(u; \beta)$ по направлению $\mathbf{p}(\beta)$, лежат на поверхности конуса $K(u, \sigma, \beta)$ с

вершиной в источнике. Для пояснения геометрии конусов рассмотрим центральный профиль зеркала $r(\sigma)$, являющийся сечением зеркала $S(u, \sigma)$ плоскостью XOZ , где σ – угол, определяющий направление падающего луча (рис. 3). Обозначим $\beta(\sigma)$ угол между отраженным лучом и осью z . Угол β считается положительным, если отсчитывается от оси z против часовой стрелки, и отрицательным в противном случае. Сечение «конуса лучей» плоскостью XOZ показано на рис. 3: одна из образующих конуса совпадает с падающим лучом, а вторая – параллельна отраженному лучу. Для описания положения луча на конусе удобно ввести угол u , который описывает положение точки на окружности в основании конуса и отсчитывается от плоскости XOZ . В координатах (u, σ) уравнение огибающей имеет вид [6]:

$$S(\sigma, u) = \mathbf{e}(u, \sigma) \cdot l(u, \sigma; \beta) = \mathbf{e}(u, \sigma) \cdot \frac{2f(\sigma)}{1 - (\mathbf{e}(u, \sigma), \mathbf{p}(\beta(\sigma)))}, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{e}(u, \sigma) = \begin{pmatrix} \sin(\alpha) \sin(\tau) \cos(u) + \cos(\alpha) \cos(\tau) \\ \sin(u) \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \cos(\tau) \cos(u) + \cos(\alpha) \sin(\tau) \end{pmatrix} \quad (3)$$

– единичный вектор на поверхности конуса, где $\alpha(\sigma) = \pi/2 - (\sigma - \beta(\sigma))/2$ – угол при вершине конуса, $\tau(\sigma) = (\sigma + \beta(\sigma))/2$ – угол между осью конуса и осью Ox . Уравнение (2) является уравнением параболоида, где $l(u, \sigma, \beta)$ – расстояние от источника до точки параболоида по направлению $\mathbf{e}(u, \sigma)$, $f(\beta)$ – фокусное расстояние. Поверхность зеркала (2), (3) можно рассматривать как семейство кривых $S(\sigma_0, u)$ по параметру σ . При фиксированном $\sigma = \sigma_0$ кривая $S(\sigma_0, u)$ является параболой, лежащей на параболоиде с направлением оси $\mathbf{p}(\beta(\sigma))$ [6].

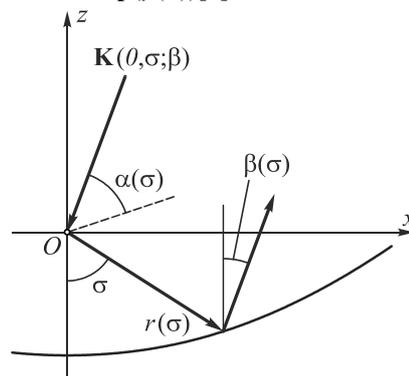


Рис. 3. Центральный профиль зеркала

При заданной функции $\beta(\sigma)$ функции $r(\sigma)$ и $f(\sigma)$ определяются соотношениями [6]:

$$r(\sigma) = r_0 \cdot \exp \left(\int_0^\sigma \operatorname{tg} \left(\frac{\xi - \beta(\xi)}{2} \right) d\xi \right), \quad (4)$$

$$f(\sigma) = r(\sigma) \cdot \cos^2\left(\frac{\sigma - \beta(\sigma)}{2}\right). \quad (5)$$

Функция $\beta(\sigma)$ рассчитывается из условия формирования заданной интенсивности $I(\beta)$ на основе закона сохранения светового потока. Расчёт $\beta(\sigma)$ сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения [6]:

$$\frac{d\beta(\sigma)}{d\sigma} = \frac{\cos\left(\frac{\sigma - \beta}{2}\right)[F_1(\sigma, g) + F_2(\sigma, g)]}{2 \cdot I(\beta) - \cos\left(\frac{\sigma - \beta}{2}\right)[F_1(\sigma, g) - F_2(\sigma, g)]}, \quad (6)$$

где

$$F_1(\sigma, g) = \int_0^{g(\sigma, \beta)} I_0(u, \sigma) \cos(u) du, \quad (7)$$

$$F_2(\sigma, g) = \int_0^{g(\sigma, \beta)} I_0(u, \sigma) du,$$

$I_0(u, \sigma)$ – интенсивность источника, $g = g(\sigma, \beta)$ – некоторая функция, определяющая размер зеркала по переменной u при фиксированном значении σ . Будем считать, что область излучения источника ограничена конусом C , ось конуса противоположна оси z , вершина конуса находится в начале координат, угол при вершине равен $2\alpha_0$. В этом случае функция $g(\sigma, \beta)$ определяется из условия пересечения конуса (3) с конусом C и может быть получена в виде:

$$g(\sigma, \beta) = \arccos\left(\frac{\cos(\alpha_0) + \sin\left(\frac{\sigma - \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\sigma + \beta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\sigma - \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\sigma + \beta}{2}\right)}\right). \quad (8)$$

Формулы (2)–(8) представляют законченное аналитическое решение задачи формирования заданной интенсивности $I(\beta)$, $\beta \in [-\beta_d, \beta_d]$ на «отрезке» (1).

2. Расчёт зеркала для формирования двумерного распределения интенсивности

Рассмотрим далее задачу формирования заданного двумерного распределения интенсивности $I(\beta, \gamma)$, $(\beta, \gamma) \in D$, где $D = [-\beta_d, \beta_d] \times [\gamma_1(\beta), \gamma_2(\beta)]$, γ – угол между лучом и плоскостью XOZ , а функции $\gamma_1(\beta)$, $\gamma_2(\beta)$ определяют границы области D по переменной γ (рис. 1). В предельном случае $\gamma_1(\beta) = \gamma_2(\beta) = 0$ область D соответствует отрезку (1). При формировании распределения интенсивности $I(\beta, \gamma)$ направления отражённых от зеркала лучей должны иметь вид:

$$\mathbf{p}(\beta, \gamma) = (-\sin(\beta)\cos(\gamma), \sin(\gamma), \cos(\beta)\cos(\gamma)). \quad (9)$$

Зададим соответствия между координатами отраженных лучей (β, γ) и координатами падающих лучей (σ, u) при формировании двумерного распределения интенсивности $I(\beta, \gamma)$. Функции $\beta = \beta(\sigma, u)$, $\gamma = \gamma(\sigma, u)$ предлагается определить из условия, что конуса лучей (3) преобразуются в отрезки $\gamma \in [\gamma_1(\beta), \gamma_2(\beta)]$. Элемент телесного угла, соответствующего вектор-

функции (9), несложно получить в виде $d\Omega = \cos(\gamma)d\beta d\gamma$. Положим $\beta(\sigma, u) = \beta(\sigma)$, где $\beta(\sigma)$ определяется уравнениями (6), (7) при распределении интенсивности на отрезке

$$I(\beta) = \int_{\gamma_1(\beta)}^{\gamma_2(\beta)} I(\beta, \gamma) \cos(\gamma) d\gamma, \quad \beta \in [-\beta_d, \beta_d]. \quad (10)$$

Запишем элемент телесного угла, соответствующего конусам лучей (3):

$$d\Omega_c = \left| \frac{\partial \mathbf{e}(u, \sigma)}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{e}(u, \sigma)}{\partial \sigma} \right| du d\sigma = \left(\cos(u) \frac{d\tau(\sigma)}{d\sigma} - \frac{d\alpha(\sigma)}{d\sigma} \right) du d\sigma. \quad (11)$$

При формировании интенсивности $I(\beta)$ (10) закон сохранения светового потока имеет вид [6]:

$$I(\beta) d\beta = d\sigma \int I_0(u, \sigma) \left| \frac{\partial \mathbf{e}(u, \sigma)}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{e}(u, \sigma)}{\partial \sigma} \right| du. \quad (12)$$

Именно из этого условия получается дифференциальное уравнение (6). При формировании двумерного распределения интенсивности $I(\beta, \gamma)$ закон сохранения светового потока, с учетом (11), примет вид:

$$I(\beta, \gamma) \cos(\gamma) d\beta d\gamma = I_0(u, \sigma) \sin(\alpha) \left(\cos(u) \frac{d\tau}{d\sigma} - \frac{d\alpha}{d\sigma} \right) du d\sigma. \quad (13)$$

Подставляя в (12) $\tau(\sigma) = (\sigma + \beta(\sigma))/2$, $\alpha(\sigma) = \pi/2 - (\sigma - \beta(\sigma))/2$ и учитывая, что $d\beta(\sigma)/d\sigma$ имеет вид (6), получим $\gamma(\sigma, u)$ в виде:

$$\gamma(\sigma, u) = \arcsin\left(\frac{I(\beta) \left\{ \frac{d\tau}{d\sigma} F_1(\sigma, u) - \frac{d\alpha}{d\sigma} F_2(\sigma, u) \right\}}{I(\beta, \gamma) \left\{ \frac{d\tau}{d\sigma} F_1(\sigma, g) - \frac{d\alpha}{d\sigma} F_2(\sigma, g) \right\}}\right). \quad (14)$$

Несложно показать, что в предельном случае $\gamma_1(\beta) = \gamma_2(\beta) = 0$ полученные функции лучевого соответствия $\beta(\sigma, u) = \beta(\sigma)$, $\gamma(\sigma, u) \equiv 0$ соответствуют случаю формирования распределения интенсивности в виде отрезка. Это позволяет предположить, что для двумерной области с малым поперечным размером $\Delta = \gamma_2 - \gamma_1$ (с большим аспектным отношением β_d/Δ) предложенное лучевое отображение обеспечит решение задачи формирования заданного распределения интенсивности $I(\beta, \gamma)$ с приемлемой точностью.

3. Примеры расчёта

Для исследования рабочих характеристик предложенного метода были рассчитаны зеркала, формирующие постоянные распределения интенсивности в прямоугольных областях с различными угловыми размерами от $80^\circ \times 20^\circ$ до $20^\circ \times 20^\circ$ (рис. 3). Расчёт функций $\beta = \beta(\sigma)$, $\gamma = \gamma(\sigma, u)$ производился по формулам (6), (10), (14) для постоянной интенсивности источника $I_0(\sigma, u) \equiv I_0$. Для восстановления поверхности

зеркала по построенному лучевому отображению $\beta = \beta(\sigma), \gamma = \gamma(\sigma, u)$ был использован численный геометрический метод, основанный на последовательном построении поверхности из сегментов плоскостей [13].

На рис. 4а-г показаны формы зеркал, а на рис. 4д-з – формируемые зеркалами распределения интенсивности

при компактном источнике с диаметром 0,06 мм. Положения источников на рис. 4а-г показаны черными кружками, расстояние от источников до вершин зеркал составляет 1 мм. Распределения интенсивности были рассчитаны в коммерческой программе для светотехнических расчётов TracePro [17] и показывают хорошую равномерность полученных распределений.

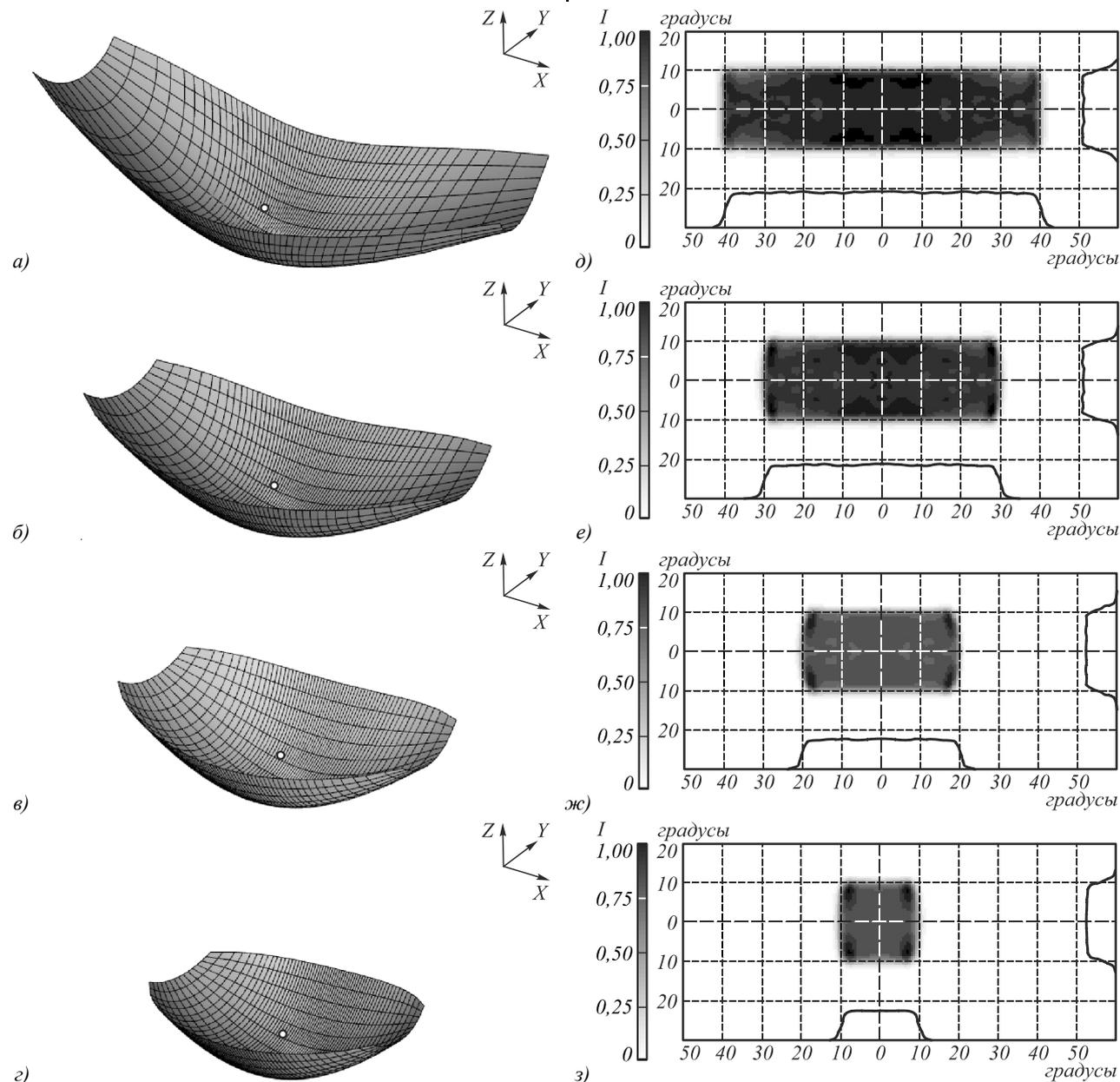


Рис. 4. Зеркала, формирующие постоянные распределения интенсивности в областях прямоугольной формы с угловыми размерами (а-г): 80°×20° (а), 60°×20° (б), 40°×20° (в), 20°×20° (г). Размеры зеркал по осям координат: 12,90×4,94×3,42 мм (а), 9,42×4,92×2,77 мм (б), 7,41×4,91×2,39 мм (в), 6,12×4,89×2,15 мм (г).

Распределения интенсивности (д-ж), формируемые зеркалами на рисунках (а-г) при компактном источнике с диаметром 0,06 мм. Источник показан точкой, расстояние от источников до вершин зеркал составляет 1 мм

Для распределений на рис. 4д-з относительная среднеквадратическая ошибка составляет 6%, 7%, 8,5% и 13,5% соответственно. Отметим, что разработанный метод ориентирован на формирование областей с малым поперечным размером (большим аспектным отношением). Несмотря на это, относительная

среднеквадратичная ошибка формирования заданной постоянной интенсивности становится менее 10% уже для прямоугольной области с размером 40°×20° (рис. 4ж). Для квадратной области 20°×20° (аспектное отношение равно 1) метод также сохраняет свою работоспособность, хотя в углах области явно видны пики

интенсивности, величина которых примерно на 20% превышает среднее значение интенсивности.

Интересно сравнить последний результат (рис. 4з, з) с зеркалом, рассчитанным на основе известного изображения, показанного на рис. 1б в работе [13]. В данном случае зеркало определяется в полярных координатах $(\varphi, \theta) \in \Omega$, и отображение строится из условия, что «меридианы» (линии $\varphi = \varphi_0$ на единичной сфере в области Ω) переходят в радиальные прямые $\gamma = \alpha\beta$ в освещаемой области D . Зеркало, рассчитанное на основе данного отображения, и формируемое зеркалом распределение интенсивности показаны на рис. 5. Полученное распределение интенсивности на рис. 5б является существенно более неравномерным, чем распределение интенсивности на рис. 4з. Отметим, что низкое качество распреде-

ления на рис. 5б согласуется с данными работ [12, 18], в которых говорится об ограниченной применимости отображения в задаче расчёта зеркал. При этом вид распределения на рис. 5б хорошо согласуется с видом распределения на рис. 2 в работе [18].

Таким образом, предложенное в данной работе отображение обладает значительно лучшими рабочими характеристиками даже в «худшем» случае, когда аспектное отношение равно 1.

Разработанный метод позволяет формировать области различной формы. Для примера были рассчитаны зеркала, формирующие постоянные распределения интенсивности в эллиптической области с угловыми размерами от $60^\circ \times 20^\circ$ и в области, соответствующей половине эллипса с размерами $60^\circ \times 10^\circ$ (рис. 6).

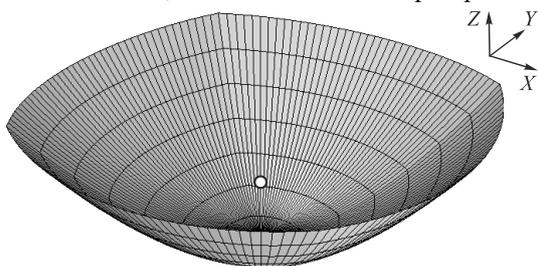


Рис. 5. Зеркало, рассчитанное на основе стандартного отображения (рис. 1б из работы [13]) для формирования постоянной интенсивности в квадратной области с угловыми размерами $20^\circ \times 20^\circ$. Размеры зеркала по осям координат: $6,77 \times 6,77 \times 2,33$ мм (а). Формируемое распределение интенсивности при компактном источнике с диаметром $0,06$ мм (б). Источник показан точкой, расстояние от источников до вершин зеркал составляет 1 мм

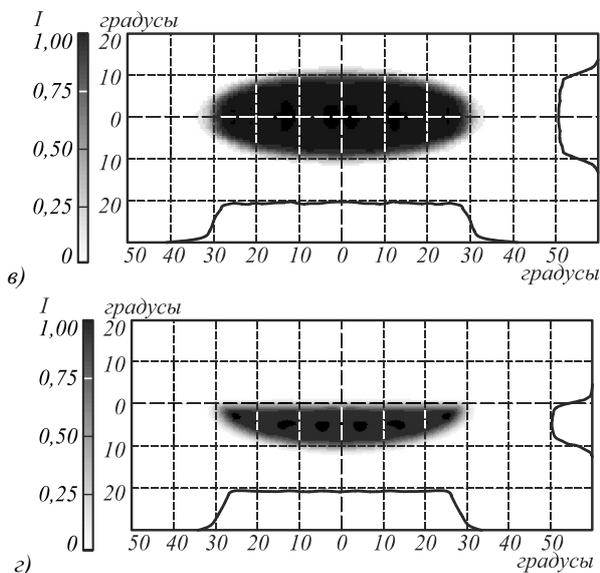
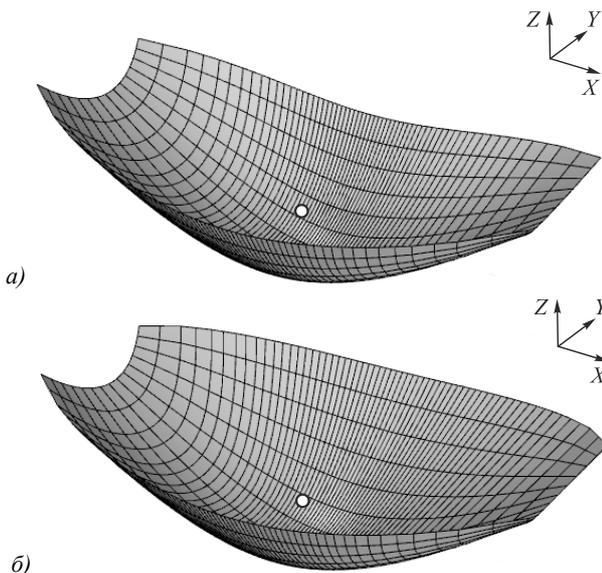


Рис. 6. Зеркала, формирующее постоянные распределения интенсивности в эллиптической области с размерами $60^\circ \times 20^\circ$ и в области в виде половины эллипса с размерами $60^\circ \times 10^\circ$ (а, б). Размеры зеркала по осям координат: $9,51 \times 4,92 \times 2,77$ мм (а) и $9,51 \times 5,85 \times 2,80$ мм (б). Распределения интенсивности, формируемые зеркалами на рис. а), б) при компактном источнике с диаметром $0,06$ мм (в, з). Источник показан точкой, расстояние от источников до вершин зеркал составляет 1 мм

Распределения интенсивности, рассчитанные в программе TracePro, показывают хорошую равномерность полученных распределений. Для распределений на рис. 6в, з относительная среднеквадратическая ошибка составляет 5,5% и 6,5% соответственно.

Заключение

Предложен новый вид лучевого отображения в задаче расчёта зеркал для формирования заданных

двумерных распределений интенсивности. Данное отображение является обобщением отображения, возникающего в задаче расчёта зеркал для формирования однопараметрического распределения интенсивности. Представленные результаты расчёта показывают высокую работоспособность предложенного метода. При формировании прямоугольных и эллиптических распределений интенсивности с угловыми

размерами от $80^\circ \times 20^\circ$ до $40^\circ \times 20^\circ$ относительная среднеквадратичная ошибка формирования заданной постоянной интенсивности не превышает 8,5 %.

Благодарности

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-19-00969).

Литература

1. **Wu, R.** Freeform illumination design: a nonlinear boundary problem for the elliptic Monge-Ampère equation / R. Wu, L. Xu, P. Liu, Y. Zhang, Z. Zheng, H. Li, X. Liu // *Optics Letters*. – 2013. – Vol. 38(2). – P. 229-231.
2. **Wu, R.** Influence of the characteristics of a light source and target on the Monge-Ampère equation method in freeform optics design / R. Wu, P. Benítez, Z. Yaqin, J.C. Miñano // *Optics Letters*. – 2014. – Vol. 39(3). – P. 634-637.
3. **Elmer, W.** Optical design of reflectors. Part 2 / W. Elmer, F. Cooke // *Applied Optics*. – 1978. – Vol. 17. – P. 977-979.
4. **Moiseev, M.** Design of TIR optics generating the prescribed irradiance distribution in the circle region / M. Moiseev, L. Doskolovich // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2012. – Vol. 29(9). – P. 1758-1763.
5. **Doskolovich, L.L.** Designing reflectors to generate a line-shaped directivity diagram / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S.I. Kharitonov, P. Perlo, S. Bernard // *Journal of Modern Optics*. – 2005. – Vol. 52(11). – P. 1529-1536.
6. **Doskolovich, L.L.** Designing a mirror to form a line-shaped directivity diagram / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S. Bernard // *Journal of Modern Optics*. – 2007. – Vol. 54(4). – P. 589-597.
7. **Doskolovich, L.** Analytical design of refractive optical elements generating one-parameter intensity distributions / L. Doskolovich, A. Dmitriev, M. Moiseev, N. Kazanskiy // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2014. – Vol. 31(11). – P. 2538-2544.
8. **Doskolovich, L.** Analytical design of freeform optical elements generating an arbitrary-shape curve / L. Doskolovich, A. Dmitriev, E. Bezus, M. Moiseev // *Applied Optics*. – 2013. – Vol. 52(12). – P. 2521-2526.
9. **Oliker, V.I.** Mathematical aspects of design of beam shaping surfaces in geometrical optics / V.I. Oliker. – In Book: *Trends in Nonlinear Analysis*. – ed. by V.I. Oliker, M. Kirkilionis, S. Krömker, R. Rannacher, F. Tomi. – Springer, 2003. – P. 193-224.
10. **Michaelis, D.** Cartesian oval representation of freeform optics in illumination systems / D. Michaelis, P. Schreiber, A. Bäuer // *Optics Letters*. – 2013. – Vol. 36(6). – P. 918-920.
11. **Doskolovich, L.** Design of mirrors for generating prescribed continuous illuminance distributions on the basis of the supporting quadric method / L. Doskolovich, K. Borisova, M. Moiseev, N. Kazanskiy // *Applied Optics*. – 2016. – Vol. 55(4). – P. 687-695.
12. **Fournier, F.** Fast freeform reflector generation using source-target maps / F. Fournier, W. Cassarly, J. Rolland // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18(5). – P. 5295-5304.
13. **Mao, X.** Polar-grids based source-target mapping construction method for designing freeform illumination system for a lighting target with arbitrary shape / X. Mao, H. Li, Y. Han, Y. Luo // *Optics Express*. – 2015. – Vol. 23(4). – P. 4313-4328.
14. **Hongtao, L.** A fast feedback method to design easy-molding freeform optical system with uniform illuminance and high light control efficiency / L. Hongtao, C. Shichao, H. Yanjun, L. Yi // *Optics Express*. – 2013. – Vol. 21. – P. 1258-1269.
15. **Luo, Y.** Design of compact and smooth free-form optical system with uniform illuminance for LED source / Y. Luo, Z. Feng, Y. Han, H. Li // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18(9). – P. 9055-9063.
16. **Ding, Y.** Freeform LED lens for uniform illumination / Y. Ding, X. Liu, Z. Zheng, P. Gu // *Optics Express*. – 2008. – Vol. 16(17). – P. 12958-12966.
17. Программное обеспечение для оптического проектирования TracePro [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.lambdare.com>.
18. **Fournier, F.R.** Freeform reflector design using integrable maps / F.R. Fournier, W.J. Cassarly, J.P. Rolland // *Proceedings of SPIE*. – 2010. – Vol. 7652. – 765221 (10 p). – DOI: 10.1117/12.871014.

Сведения об авторах

Сведения об авторах Досколович Леонид Леонидович и Андреев Евгений Сергеевич см. стр. 343 этого номера.

Бызов Егор Владимирович, 1988 года рождения. В 2014 году с отличием окончил обучение в магистратуре Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (СГАУ, ныне – Самарский университет) по направлению «Прикладные математика и физика». В списке научных работ Е.В. Бызова 15 публикаций и 1 авторское свидетельство. E-mail: xameak@bigmir.net.

ГРНТИ: 29.31.29.

Поступила в редакцию 23 марта 2016 г. Окончательный вариант – 27 апреля 2016 г.

ANALYTICAL DESIGN OF MIRRORS GENERATING PRESCRIBED TWO-DIMENSIONAL INTENSITY DISTRIBUTIONS

L.L. Doskolovich^{1,2}, E.S. Andreev^{1,2}, E.V. Byzov^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute of RAS, – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia

²Samara National Research University, Samara, Russia

Abstract

A new variant of source-to-target mapping for the design of mirrors generating prescribed two-dimensional intensity distributions is presented. Design examples show high performance of the

proposed technique: for rectangular and elliptical uniform intensity patterns of the angular size varying from $80^\circ \times 20^\circ$ to $40^\circ \times 20^\circ$ the relative error is less than 8.5%.

Keywords: geometrical optics, reflecting surface, mirror, intensity distribution.

Citation: Dосkоlоvich LL, Andreev ES, Byzov EV. Analytical design of mirrors generating prescribed two-dimensional intensity distributions. *Computer Optics* 2016; 40(3): 346-352. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-3-346-352.

Acknowledgements: The work was funded by the Russian Science Foundation (RSF), grant No. 14-19-00969.

References

- [1] Wu R, Xu L, Liu P, Zhang Y, Zheng Z, Li H, Liu X. Freeform illumination design: a nonlinear boundary problem for the elliptic Monge-Ampère equation. *Optics Letters* 2013; 38(2): 229-231.
- [2] Wu R, Benítez P, Zhang Y, Miñano JC. Influence of the characteristics of a light source and target on the Monge-Ampère equation method in freeform optics design. *Optics Letters* 2014; 39(3): 634-637.
- [3] Elmer WB, Cooke F. Optical design of reflectors. Part 2. *Applied Optics* 1978; 17(7): 977-979.
- [4] Moiseev MA, Dосkоlоvich LL. Design of TIR optics generating the prescribed irradiance distribution in the circle region. *JOSA A* 2012; 29(9): 1758-1763.
- [5] Dосkоlоvich LL, Kazanskiy NL, Kharitonov SI, Perlo P, Bernard S. Designing reflectors to generate a line-shaped directivity diagram. *Journal of Modern Optics* 2005; 52(11): 1529-1536.
- [6] Dосkоlоvich LL, Kazanskiy NL, Bernard S. Designing a mirror to form a line-shaped directivity diagram. *Journal of Modern Optics* 2007; 54(4): 589-597.
- [7] Dосkоlоvich LL, Dmitriev AY, Moiseev MA, Kazanskiy NL. Analytical design of refractive optical elements generating one-parameter intensity distributions. *JOSA A* 2014; 31(11): 2538-2544.
- [8] Dосkоlоvich LL, Dmitriev AY, Bezus EA, Moiseev MA. Analytical design of freeform optical elements generating an arbitrary-shape curve. *Applied Optics* 2013; 52(12): 2521-2526.
- [9] Olikier VI. Mathematical aspects of design of beam shaping surfaces in geometrical optics. In Book: Kirkilionis M, Krömker S, Rannacher R, Tomi F, eds. *Trends in Nonlinear Analysis*. Springer, 2003.
- [10] Michaelis D, Schreiber P, Bräuer A. Cartesian oval representation of freeform optics in illumination systems. *Optics Letters* 2011; 36(6): 918-920.
- [11] Dосkоlоvich LL, Borisova KV, Moiseev MA, Kazanskiy NL. Design of mirrors for generating prescribed continuous illuminance distributions on the basis of the supporting quadric method. *Applied Optics* 2016; 55(4): 687-695.
- [12] Fournier FR, Cassarly WJ, Rolland JP. Fast freeform reflector generation using source-target maps. *Optics Express* 2010; 18(5): 5295-5304.
- [13] Mao X, Li H, Han Y, Luo Y. Polar-grids based source-target mapping construction method for designing freeform illumination system for a lighting target with arbitrary shape. *Optics Express* 2015; 23(4): 4313-4328.
- [14] Hongtao L, Shichao C, Yanjun H, Yi L. A fast feedback method to design easy-molding freeform optical system with uniform illuminance and high light control efficiency. *Optics Express* 2013; 21(1): 1258-1269.
- [15] Luo Y, Feng Z, Han Y, Li H. Design of compact and smooth free-form optical system with uniform illuminance for LED source. *Optics Express* 2010; 18(9): 9055-9063.
- [16] Ding Y, Liu X, Zheng ZR, Gu PF. Freeform LED lens for uniform illumination. *Optics Express* 2008; 16(17): 12958-12966.
- [17] Optical Design Software TracePro. Source: (<http://www.lambdaires.com>).
- [18] Fournier FR, Cassarly WJ, Rolland JP. Freeform reflector design using integrable maps. *Proc SPIE* 2010; 7652: 765221. DOI: 10.1117/12.871014.

Authors' information

The information about authors **Leonid Leonidovich Dосkоlоvich** and **Evgeniy Sergeevich Andreev** you can find on page 345 of this issue.

Egor Vladimirovich Byzov (b. 1988) graduated with honors (2014) from Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov (presently, Samara University), majoring in Applied Mathematics and Physics. He is co-author of 15 scientific papers and 1 patent.

Received March 23, 2016. The final version – April 27, 2016
