# МЕТОД ОЦЕНКИ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЕЙ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СОПРЯЖЕНИЯ ВЫСОКОТОЧНЫХ ОПТИЧЕСКИХ И МЕХАНИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ

М.А. Болотов, В.А. Печенин, С.П. Мурзин

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева Самара, Россия

#### Аннотация

В работе представлен метод оценки неопределённостей пространственного сопряжения высокоточных деталей. Метод применим при компьютерном проектировании как оптических, так и механических систем с учётом погрешностей изготовления и взаимного расположения их элементов. Другим его применением может являться нахождение более приемлемого варианта сборки и настройки высокоточных оптических систем на основе результатов измерений геометрии сопрягаемых деталей. Метод включает анализ отклонений геометрии деталей по результатам измерений; создание геометрических моделей реальных поверхностей деталей, расчёт взаимного пространственного расположения деталей при моделировании их сопряжений с использованием модернизированного алгоритма ближайших точек (ICP).

<u>Ключевые слова</u>: оценка неопределённостей, методы предсказания, оптические системы, детали, юстирока.

<u>Цитирование:</u> Болотов, М.А. Метод оценки неопределённостей пространственного сопряжения высокоточных оптических и механических деталей / М.А. Болотов, В.А. Печенин, С.П. Мурзин // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 3. – С. 360-369. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-3-360-369.

### Введение

Качество оптических систем и их рабочие параметры, задаваемые при проектировании, в немалой степени определяются достигнутой в процессе производства геометрической точностью. Известно, что геометрическая точность изделий складывается из точности формы элементов (деталей) оптических систем и точности их взаимного расположения. В процессе разработки конструктором определяются требования к геометрической точности, исходя из существующих технологических возможностей, а также закладываются методы и технология её достижения в конструкторских решениях. Обзор литературных источников показывает значимость проведения исследований в области проблем точности производства оптических систем.

В отдельную группу можно выделить работы, посвящённые методам обеспечения точности формы оптических элементов и исследованию влияния отклонений их формы на качество оптических систем. Работа [1] посвящена вопросам технологии изготовления мультилинз посредством метода инжекционного литья. Приводится описание метода оптимизации параметров процесса инжекционного литья, позволяющего определять оптимальные параметры процесса, обеспечивающие требуемую точность формы мультилинз, используемых в составе оптической системы дорожного освещения. В работе формируется заключение о значительном влиянии точности расположения преломляющих поверхностей мультилинз относительно номинального расположения светодиодов на печатной плате на картину распределения светового потока. Для повышения точности формообразования оптических поверхностей и обеспечения заданных оптических параметров в работе [2] предлагается использование координатно-измерительных машин в процессе полировки оптических поверхностей. В качестве примера рассматривается изготовление внеосевого параболоида. Измерение и последующее вычисление таких параметров внеосевого параболоида, как фокусное расстояние, внеосевое смещение и топограммы остаточных ошибок поверхности в цикле доводочных работ, позволяет существенно повысить качество и достичь высоких оптических параметров технологическими методами. В работе [3] рассматриваются возможности технологии формообразования: литья под давлением в форму, в работе [4] – проекционной наноразмерной фотолитографии.

В другую группу можно выделить работы, посвящённые методам обеспечения точности взаимного расположения элементов [5-6] и исследованию влияния отклонений их расположения на качество оптических систем. Достижение требуемой точности сборки изделий возможно одним из пяти методов: полной, неполной и групповой взаимозаменяемости, регулирования (юстироки) и пригонки. Причины возникновения децентрировок линз в объективах, а также технологические и конструктивные методы их уменьшения и компенсации влияния на качество изображения приводятся в работе [7]. Проблемы и концепция построения автоматизированной линии сборки, юстировки и контроля качества серийных микрообъективов рассматриваются в работе [8]. Предлагается уменьшение ручного труда юстировки для устранения или компенсации влияния погрешностей на показатели качества собираемого узла посредством внедрения цикла адаптивно-селективной сборки в линию автоматизированной сборки микрообъективов. Адаптивно-селективная сборка предполагает комплектование изготовленных оптических элементов на основе виртуальной сборки микрообъективов по результатам измерений оптических элементов. В работе [9] приводятся результаты исследований погрешностей изготовления, установки и базирования при сборке отражательных призм на положение базовой линии (оптической оси). Результаты анализа влияния геометрии расположения оптической индикатрисы на двойное лучепреломление в деталях из лейкосапфира приводятся в работе [10]. В производстве светодиодных осветительных приборов обеспечение требуемой точности сборки зачастую достигается с использованием метода полной взаимозаменяемости [11]. Реализация этого метода предполагает изготовление элементов оптических систем с учётом таких требований по точности, которые позволят обеспечить требуемое взаимное положение элементов в массовом производстве. Предполагается, что любой сформированный комплект оптических систем из множества произведённых элементов будет соответствовать заданным требованиям распределения светового потока. В работе [12] отмечается высокие требования по точности взаимного расположения излучающего светодиода и отражателей и линз.

Актуальной проблемой является обоснованное назначение требований по точности к отдельным элементам, которые обеспечат требуемые показатели качества оптических систем для условий полной взаимозаменяемости в массовом и серийном производствах. В совокупности с разработанными методами расчёта [13-15] и учётом возможностей методов изготовления оптических элементов это позволит гарантированно обеспечить качество оптических систем в условиях массового производства, а в ряде случаев открыть резерв для снижения себестоимости за счёт обоснованного, а не завышенного назначения требований по точности. Следует отметить, что основным методом изготовления ДОЭ является метод литографии [16]. Обоснование назначений требований в оптических системах возможно с использованием метода виртуальной сборки, учитывающего погрешности, возникающие в ходе изготовления отдельных элементов.

Модели сборки деталей, учитывающие производственные погрешности, являются прогрессивной областью исследований. Виртуальная сборка сложных систем, учитывающая действительные размеры деталей, рассматривается с целью оценки достижимой точности и оптимизации размерно-точностных параметров. В работе [17] представлена сборка деталей, имеющих отклонения расположения поверхностей. Рассмотрены сборки деталей по плоским и цилиндрическим поверхностям, и для расчетов параметров сборки используется линейное программирование. В работе [18] при моделировании сопряжения пары поверхностей используются так называемые модальные коэффициенты (Modal Coefficients) для расчетов параметров сопряжения (точек контакта и положения поверхностей). Представлен пример сопряжения двух плоских поверхностей, имеющих отклонение формы относительно номинальной геометрии. Показатели качества промышленной продукции (Key Product Characteristics – KPCs) в значительной степени зависят от достигнутой геометрической точности деталей и сборочных единиц, обуславливающей сборочные параметры. В работе [19] разработаны передаточные функции (Assembly Transfer Function), позволяющие рассчитывать KPCs на основе исходных геометрических моделей поверхностей сопряжения деталей.

Для реализации метода виртуальной сборки необходимо разработать метод, позволяющий оценить неопределённости пространственного сопряжения высокоточных деталей. Разработка метода позволит также решать задачи обеспечения точности любых высокоточных механических систем.

# 1. Метод оценки неопределённостей пространственного сопряжения поверхностей деталей

Процесс сборки сложных систем состоит из множества этапов, каждый из которых выполняется при определённых условиях, которые влияют на формирование сопряжений поверхностей деталей. Значительные сложности при создании моделей процесса сборки заключаются в разработке моделей сопряжений поверхностей деталей. Такие модели должны учитывать сложную геометрию поверхностей деталей, взаимное расположение деталей, их закрепление и условия сборки.

Сопряжение поверхностей деталей сложных систем характеризуется неопределённостью, которая обусловлена разностью положений поверхностей деталей. Неопределённость сопряжений поверхностей деталей может быть вызвана отклонениями формы сопрягаемых поверхностей относительно номинальной геометрии вследствие действия погрешностей изготовления, а также варьированием условий сборки.

Сущность представляемого метода заключается в формализации процесса сборки сложных систем, последовательном создании моделей процесса сборки деталей и математической модели сопряжения. Метод оценки неопределённостей включает в себя следующие этапы:

- разработка формальной модели сборки оптической системы;
- разработка геометрических моделей деталей оптической системы с учётом отклонений, возникающих при их изготовлении;
- разработка математической модели сопряжения деталей оптической системы;
- проведение статистического эксперимента сборки деталей с использованием метода Монте-Карло;
- 5) обработка статистики, вычисление неопределённостей сопряжений.

В последующих параграфах будет приведено описание реализации этапов метода.

# <u>1.1. Формальное представление процесса сборки</u> <u>сложных систем</u>

Предложим формальное представление процесса сборки сложных систем, состоящих из множества объектов. Пусть имеется механическая система S, включающая множество деталей  $K = \{K_1, K_2, K_3, ...\}$ . Каждая из деталей  $K_i$  включает подмножество поверхно-

стей  $B_i = \{B_{i1}, B_{i2}, B_{i3}, ...\}$ , где I = 1..n,  $n \in N$ . Состояния системы S, характеризующиеся взаимным положением множества деталей K, описывается множеством  $\Omega$ . Каждый элемент множества  $\Omega$  определяется подмножеством  $R = \{R_1, R_2, R_3, ...\}$ . Элемент множества  $R_i$ , где I = 1...m,  $m \in N$  является матрицей преобразования опорных координат детали, которая определяет её положение относительно исходной системы координат. Исходная система координат определяется базисом  $\vec{e}(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  и начальной точкой  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ .

Множество  $\Omega$  состоит из двух подмножеств  $\Omega = \{\Omega_A, \Omega_B\}$ . Подмножество  $\Omega_A$  описывает состояния системы, в которых детали *K* находятся в разобранном виде. Подмножество  $\Omega_B$  описывает последовательные состояния системы в процессе сборки и возможные окончательные её варианты после сборки. Для собранных состояний системы *S* характерно наличие множества зазоров  $G = \{G_1, G_2, G_3, ...\}$ , каждый элемент которого образован функцией  $G = f(B_{ij}, B_{km})$ . Обозначим зазор в виде  $G(B_{ij}, B_{km})$ . В общем случае зазор можно представить пространственной функцией. Отдельную операцию процесса сборки можно определить следующим образом:

$$\Omega_i \xrightarrow{F_i(D,n,M)} \Omega_i, \tag{1}$$

где  $\Omega_i$  и  $\Omega_j \Omega_j$  – соответственно *i*-е и *j*-е состояния системы *S* до и после операции сборки;  $F_i(\vec{D}, n, \vec{M})$  – функционал, переводящий систему *S* из *i*-о в *j*-е состояние, который представляет операцию сборки;  $\vec{D}$  – вектор, указывающий направление приложения усилия сборки; *n* – номер детали в множестве *K*, к которой прилагаются усилия сборки;  $\vec{M}$  – вектор указателей на детали из множества *K*, по которым осуществляется закрепление.

При этом процесс сборки определяется как последовательность отдельных операций сборки, определяемых выражением (1).

Введём множество параметров сопряжений  $C = \{C_1, C_2, C_3, ...\}$ . Элемент  $C_1$  множества имеет следующую структуру:

$$C_{1} = \begin{cases} G_{1}(\mathbf{B}_{11}, \mathbf{B}_{ij}) & \dots & F_{p}(\vec{D}, n, M) \\ \dots & G_{k}(\mathbf{B}_{lm}, \mathbf{B}_{no}) & 0 \\ \dots & \dots & 0 \end{cases}$$
 (2)

Столбцы множества  $C_1$  содержат взаимосвязанные множества зазоров G, которые изменяются при изменении положения деталей. Последний столбец содержит функционал, переводящий систему S из состояния  $p \ge p+1$ , который описывает операцию сборки.

На рис. 1 приведено формализованное описание сборки сложных систем на примере системы, состоящей из трёх деталей  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$ .

Определение пространственного положения деталей осуществляется с использованием репера  $R_0$ , включающего базис  $\vec{e}(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  и точку отсчёта  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ . Положение каждой детали определяется соответствующими матрицами  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , описывающими правило трансформации опорных координат деталей относительно репера  $R_0$ . Рассматриваемые детали имеют сопрягаемые и не участвующие в сопряжении поверхности. Например, деталь  $K_1$  имеет сопрягаемые поверхности  $B_{11}$ ,  $B_{12}$  и  $B_{13}$ . Поверхности могут быть сложными. В результате сопряжения возникают зазоры, например, зазор  $G_1$  между поверхностями  $B_{11}$ ,  $B_{21}$ . Операцию сопряжения можно формализовано описать следующим образом:

$$C_{1} = \begin{cases} G_{1}(B_{11}, B_{21}) & F_{p}(\vec{D}, 1, \{2, 3\}) \\ G_{2}(B_{12}, B_{22}) & 0 \\ G_{3}(B_{12}, B_{31}) & 0 \end{cases}$$
(3)

Неопределённость сопряжений можно определить как разность положений опорных координат деталей в процессе сборки.



Рис. 1. Формализованное описание сборки сложных систем

## <u>1.2. Анализ результатов оптических измерений гео-</u> метрии поверхностей

При создании моделей сопрягаемых поверхностей необходимо выполнить анализ, целью которого является определение достоверности результатов, полученных с использованием оптических методов измерений, а также особенностей геометрии поверхностей деталей. При измерениях имеют место случайные и систематические погрешности. Для выявления и фильтрации случайных погрешностей использовалось вейвлет-разложение [20], которое позволяет получить комбинацию аппроксимирующих и детализирующих коэффициентов. Исходными данными являлись результаты измерений поверхностей. Детализирующие коэффициенты характеризуют случайную составляющую погрешности результатов измерений. Проведён анализ полученных коэффициентов для различных уровней разложения.

Для работы с пространственными сигналами, представленных в виде множества измеренных точек поверхностей используется двумерное вейвлет-преобразование. С помощью вейвлет-разложения информация о поверхности разбивается на 4 части: аппроксимирующая часть и три детализирующие части, называемые горизонтальным, вертикальным и диагональным разложениями. Диагональное вейвлет-разложение позволяет производить фильтрацию случайной составляющей для поверхности отклонения формы. Фильтрация случайных отклонений формы выполнялась с использованием вейвлет-разложения 1го, 2-го и 3-го уровней материнскими вейвлетами Добеши 3-го порядка (db3), описанного в работе [21].

## 1.3. Модель сопрягаемой поверхности

Сопрягаемые поверхности вследствие наличия отклонений имеют сложную форму. Кривые и поверхности сложной формы в САD-системах и метрологическом обеспечении измерительного оборудования описываются сплайновыми уравнениями. Сплайн – кусочный полином степени K с непрерывной производной степени K-1 в точках соединения сегментов, называемых задающими точками. Для математического представления сложных поверхностей использован нормализованный кубический сплайн 3-й степени – Эрмитова кривая, описанный в работе [22].

В основе описания поверхностей деталей, имеющих геометрические отклонения формы, использовались поверхности, образованные из бикубических лоскутов (лоскуты Кунса, Coons patch). Описываемая поверхность представляет собой сегмент, соответствующий значениям параметров  $0 \le u \le 1$ ,  $0 \le v \le 1$ . Лоскут Кунса образуется в результате сопряжения граничных сплайновых кривых и определяется выражением:

$$P(u,v) = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{3} a_{ij} u^{i} v^{j} , \qquad (4)$$

где *a<sub>ij</sub>* – алгебраические векторные коэффициенты с компонентами *x*, *y* и *z*.

Комбинирование лоскутов Кунса позволяет определить поверхность произвольной формы и размера. Сплайновая поверхность определена в пространстве параметров *и* и *v*.

### 1.4. Алгоритм нахождения сопряжённых поверхностей

В основе модели сопряжения кривых или поверхностей использована процедура наилучшего совмещения при наличии системы ограничений на пересечение поверхностей. Сопряжение двух поверхностей, имеющих отклонения формы, можно охарактеризовать величиной зазора между поверхностями. В случае пересечения поверхностей образуется отрицательный зазор – натяг. На рис. 2 приведен пример функции, описывающей зазор между двумя сопрягаемыми поверхностями.



Рис. 2. Пример функции, описывающей зазор между двумя сопрягаемыми поверхностями в пространстве

Каждая точка данной пространственной функции зазора определяется разностью координат точек со-

прягаемых поверхностей. Если функция зазора (поз. 1 на рис. 2) расположена выше плоскости ХОУ (поз. 2 на рис. 2), то между поверхностями имеет место положительный зазор. Если функция расположена ниже плоскости ХОУ – отрицательный зазор (поз. 3 на рис. 2).

Пространственная функция зазора характеризует достижение сопряжённого состояния поверхностей деталей и зависит от вектора взаимного расположения поверхностей  $\overline{V}$ . В общем случае вектор взаимного расположения содержит три линейных и три угловых параметра для соответствующих координатных осей. Обозначим функцию зазора как  $G(\overline{V})$ .

Разработан итерационный алгоритм, позволяющий рассчитать сопряжение деталей. В алгоритме нахождения сопряжённого состояния предполагается итерационное перемещение одной сопрягаемой поверхности относительно другой с вектором приложения усилия сборки поверхностей  $\overline{D_1}$ . Для расчёта функции  $G(\overline{V})$  на каждом этапе выполняется наилучшее совмещение сопрягаемых поверхностей. Распространённым алгоритмом, решающим проблему наилучшего совмещения, является итерационный алгоритм ближайших точек (ICP), представленный в работе [23]. Согласно данному алгоритму, на каждой итерации методами нелинейного оптимизационного поиска рассчитываются углы поворота и перемещения вдоль координатных осей. С учётом вектора приложения усилия сборки целевая функция алгоритма может быть определена в следующем виде:

$$f(R,t) = \frac{1}{n_p} \sum_{ip=1}^{N} w_i \left\| R \cdot \overline{p}_{nos2\_ip} + \overline{T} - \overline{p}_{nos1\_ip} \right\|^2 \to 0,$$
(5)

где  $n_p$  – количество точек совмещения;  $\overline{p}_{nos1\_ip}$  – вектор координат точки первой поверхности;  $\overline{T}$  – вектор перемещения; R – матрица вращения;  $\overline{p}_{nos2\_ip}$  – вектор координат точки второй поверхности, соответствующий  $\overline{p}_{nos1\_ip}$ ;  $w_i$  – весовой коэффициент для расстояния между точками поверхностей.

Весовой коэффициент для каждой точки рассчитывается по формуле:

$$w_i = \delta - \left\| \overline{D}_1 - \overline{n}_i \right\|,\tag{6}$$

где  $\delta$  – константа, равная максимальному значению разности векторов приложения усилия сборки и нормали в точке сопрягаемой поверхности;  $\overline{n_i}$  – вектора нормали *i*-й точки сопрягаемой первой поверхности.

Для поиска параметров функции (7) применяем метод последовательного квадратичного программирования, который является одним из методов нелинейной оптимизации. Для исключения пересечений двух поверхностей используем систему неравенств, представленную в работе [24], которая накладывает ограничения на функцию зазора  $G(\overline{V})$ :

$$\left[ \left( \overline{p}_{no62_{-1}} - \overline{p}_{no61_{-1}} \right)^T \cdot \overline{n}_1 \ge 0, \\ \dots \\ \left( \overline{p}_{no62_{-i}} - \overline{p}_{no61_{-i}} \right)^T \cdot \overline{n}_i \ge 0.$$

$$(7)$$

Графическое представление описанной модели наилучшего совмещения представлено на рис. 3.



Рис. 3. Графическое представление модели наилучшего совмещения: pnoв1\_i и pnoв2\_i – ближайшие точки для совмещения двух поверхностей

Разработанный алгоритм учитывает условия сопряжения, которые формализуются вектором движения  $\overline{D_1}$  с учётом ограничений на пересечение поверхностей.

# <u>1.5. Оценка неопределённостей сопряжений</u> <u>поверхностей</u>

Оценку неопределённостей сопряжения поверхностей выполняем на основе многократного моделирования сопряжений при различных исходных условиях согласно методу Монте-Карло. В качестве различных исходных условий возможно использовать:

- множество реализаций отклонений формы сопрягаемых поверхностей, определяемых амплитудой и фазой;
- 2) множество реализаций, характеризующих условия сборки и определяемых вектором направления приложения усилия сборки  $\overline{D_1}$ .

Необходимое количество реализаций  $n_n$  сопряжений определяется с учётом требуемой точности  $\delta$  при заданной доверительной вероятности P. В предположении, что моделируемые поля рассеиваний неопределённостей сопряжений описываются законом нормального распределения с величиной их среднеквадратичного отклонения  $\sigma_x$ , количество реализаций  $n_n$  может быть определено по формуле:

$$n_n \ge (z_p \cdot \sigma_x / \delta)^2, \tag{8}$$

где *z*<sub>*p*</sub> – квантиль нормального распределения.

### 2. Результаты исследований

В качестве объекта теоретических исследований выбрано осветительное устройство, состоящее из нескольких компонентов, приведенных на рис. 4.

Осветительное устройство состоит из излучающей подсборки  $K_1$ , на которой располагается светодиодный элемент, сборного корпуса  $K_2$  и рассеивающей

линзы К<sub>3</sub>. Характеристики освещённости осветительного устройства зависят от взаимного положения светодиодного элемента и рассеивающей линзы. Их взаимное расположение обеспечивается посредством сопряжения серии поверхностей обеспечивающих позиционирование подсборки  $K_1$  и сборного корпуса  $K_2$ , а также сборного корпуса К<sub>2</sub> и рассеивающей линзы Кз. Позиционирование К1 и К2 обеспечивается посредством сопряжения плоских поверхностей В11 и В<sub>21</sub>, цилиндрических B<sub>12</sub> и B<sub>22</sub>, а также B<sub>13</sub> и B<sub>23</sub>. Позиционирование К2 и К3 обеспечивается сопряжением множества плоских поверхностей В<sub>25</sub> и В<sub>34</sub>, В<sub>26</sub> и В<sub>32</sub>, *B*<sub>27</sub> и *B*<sub>33</sub>, *B*<sub>28</sub> и *B*<sub>34</sub>, *B*<sub>29</sub> и *B*<sub>35</sub>. Названные поверхности характеризуются наличием погрешностей формы и взаимного расположения относительно номинально заданных. Приведенная схема осветительного устройства может быть формализована в виде двух сопряжений С<sub>1</sub> и С<sub>2</sub> следующим образом:

$$C_{1} = \begin{cases} G_{1} (B_{11}, B_{21}) & F_{p1} (\overline{D_{1}}, 1, 2) \\ G_{2} (B_{12}, B_{22}) \\ G_{3} (B_{13}, B_{23}) \end{cases};$$
(9)

$$C_{2} = \begin{cases} G_{1}(B_{25}, B_{31}) & F_{p2}(\overline{D_{2}}, 3, \{1, 2\}) \\ G_{2}(B_{26}, B_{32}) \\ G_{3}(B_{27}, B_{33}) \\ G_{4}(B_{28}, B_{34}) \\ G_{5}(B_{29}, B_{35}) \end{cases}$$
(10)

Рассеивающая линза имеет габаритные размеры  $18 \times 27$  мм, расстояние от светодиодного элемента до рассеивающей линзы вдоль оси составляет 30 мм. Поверхности описывались сплайновыми кривыми со следующими параметрами сетки:  $B_{31} - 9 \times 13$ ,  $B_{32}$ ,  $B_{34} - 13 \times 6$ ,  $B_{33}$ ,  $B_{36} - 9 \times 6$ ,  $B_{11} - 14 \times 10$ ,  $B_{12}$ ,  $B_{13} - 73 \times 5$ .



Рис. 4. Схема сборки осветительного устройства

### <u>2.1. Схемы отклонений формы</u>

Анализ результатов измерений поверхностей изготовленных экспериментальных образцов показал, что отклонение формы поверхностей имеет гармонический характер и может быть представлено в следующем виде:

1) Для поверхностей отверстий в крышке (поверхности *B*<sub>12</sub>, *B*<sub>13</sub>):

$$dF_1 = A_1 \cdot \sin(k_1 \cdot t), \qquad (11)$$

где  $A_1$  – амплитуда гармоники, мм;  $k_1$  – частота гармоники; t – угол сечения цилиндрической поверхности, изменяется в диапазоне от 0 до 360 градусов.

2) Для боковых поверхностей линзы (поверхности В<sub>33</sub>, В<sub>36</sub>) отклонение формы определяется:

$$\mathrm{d}F_2 = \delta_s + \delta_m, \qquad (12)$$

где  $\delta_m$  – непериодическая составляющая отклонение формы;  $\delta_s$  – гармоническая составляющая отклонения.

Величина непериодической составляющей  $\delta_m$  может быть задана по двум схемам: квадратическое отклонение формы и отклонение формы сторон, описываемое уравнением арктангенса.

Квадратическое отклонение для сечения грани рассеивающей линзы (поверхности  $B_{33}$ ,  $B_{36}$ ) определяется по формуле:

$$\delta_m = -((4 \cdot A_{\delta_m}) / s^2) \cdot x^2 + A_{\delta_m}, \qquad (13)$$

где s – длина стороны в нормальном сечении;  $A_{\delta_m}$  – максимальное значение отклонения формы.

Вторая схема отклонения задана по формуле:

$$\delta_m = k_m \cdot \operatorname{arctg}(x / k_{arcte} \cdot s) + x_{shift}, \qquad (14)$$

где  $k_{arctg}$  – коэффициент для масштабирования значений функции по оси абсцисс;  $x_{shift}$  – величина сдвига значений отклонения вдоль оси абсцисс;  $k_m$  – коэффициент масштаба функции по оси ординат, вычисляется по формуле:

$$k_m = A_{\delta_m} / (2 \cdot \max(y_{arctg})), \qquad (15)$$

где  $y_{arctg} = \operatorname{arctg}(x / k_{arctg} \cdot s).$ 

Гармоническое отклонение формы может быть определено с использованием следующего выражения:

$$\delta_{s} = A \cdot \sin(w_{x} \cdot x + \phi_{\sin}), \qquad (16)$$

где *A* и *B* – амплитуды составляющих синуса и косинуса соответственно (*amplitudes of sine and cosine components respectively*);  $w_x$  задано как  $k_x \cdot 2\pi/s$ ,  $w_y$ ;  $k_x$  – частоты гармонических компонент вдоль оси x;  $\phi_{sin}$  – фаза угла синуса.

Кроме отклонения формы рассматриваемых поверхностей, существуют отклонения их расположения. Например, центрирующие штыри (поверхности *B*<sub>22</sub>, *B*<sub>23</sub>) имеют отклонение от перпендикулярности относительно поверхности опорной поверхности *B*<sub>21</sub>.

Величины переменных из формул (11–16) приведены в табл. 1.

## <u>2.2. Результаты оценки неопределённостей</u> сопряжений поверхностей

Исследования неопределённостей сопряжений проводились с учётом доверительной вероятности равной P = 0,999, при которой квантиль нормального распределения составляет  $z_p = 3,09$ . Принятая точность определения характеристик сопряжения составляла  $\delta = 0,5$  мкм; допуск на отклонение формы сопрягаемых колец – T = 0,01 мм. Для заданных параметров минимальное необходимое количество реализаций случайного процесса согласно (8) составляет 106.

Табл. 1. Моделируемые погрешности сопрягаемых
поверхностей

Параметр Возможные зна			
Рассеивающая линза К <sub>3</sub>			
П <sub>1</sub> (неперпендикулярность)	0,01; 0,03; 0,05		
Схемы отклонения формы	1; 2		
П <sub>2</sub> (отклонение формы)	2×0,002+0,01;		
	2×0,005+0,015		
П <sub>3</sub> (зазоры)	0,05; 0,1		
Подсбор	ка <i>K</i> 1		
П4 (зазор)	0,02; 0,04		
П <sub>5</sub> (волнистость)	2×0,004; 2×0,008		
	(схема одна, 2 волны)		
Направление вект	гора движения		
Положения вектора	(0,0,1); (1,0,1); (1,1,1);		
	(0,1,1); (-1,1,1); (-1,0,1);		
	(-1,-1,1); (0,-1,1); (1,-1,1);		
	(1,0,0); (1,1,0); (0,1,0);		
	(-1,1,0); (-1,0,0); (-1,-1,0);		
	(0,-1,0); (1,-1,0)		

Произведён расчёт неопределённостей сопряжений двух соединений: 1) излучающей подсборки с корпусом, выражение (9) и 2) линзы с корпусом, выражение (10). Каждое из сопряжений моделировалось с повторением 120 раз.

Для анализа точности сборки координаты центров были представлены полярной системе координат, в которой каждая точка характеризуется радиусвектором  $\rho$  и соответствующими полярными углами  $\phi$ , изменяющимся от 0 до 360° в плоскостях XOZ и YOZ. Дополнительно для анализа взаимного положения сопрягаемых поверхностей фиксировалось смещение  $\Delta z$  вдоль оси Z торцевых поверхностей внешнего кольца относительно внутреннего. Для каждой реализации рассчитывалась погрешность расчёта сопряжения  $\xi_a$ , равная значению целевой  $\phi$ ункции (5).

Гистограммы распределения неопределенностей пространственного сопряжения представлены на рис. 5.

Анализируя характер распределений, представленных на рис. 5, можно предположить, что величина радиус-вектора распределена по закону Релея, величина угол в плоскости XOZ распределена по равновероятностному закону. Для остальных величин сложно назвать вид закона распределения. Наиболее вероятно, что они имеют композиционный закон распределения.

Для каждого рассматриваемого параметра неопределённости, а также для погрешности расчёта сопряжения рассчитывалось математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение, а также верхняя и нижняя оценка погрешности измерения координат рассматриваемой точки с доверительной вероятностью 99,73 %. Данные расчёта приведены в табл. 2.

Аналогичные результаты были получены для соединения корпуса и линзы. На рис. 6 приведены гистограммы распределения неопределенностей пространственного сопряжения.



Рис. 5. Гистограммы распределения параметров неопределенностей пространственного сопряжения излучающей подсборки с корпусом



Параметр	М	СКО	МИН	MAX
ρ, мкм	23,45	10,85	1,48	43,76
фхог, град	-0,11	0,06	-0,22	0,00
фуог, град	0,10	0,06	0,01	0,21
$\Delta z$ , мкм	4,97	4,37	-0,52	10,44
<i>ξа</i> , мкм	-0,03	0,22	-2,43	0,00



Рис. 6. Гистограммы распределения параметров неопределенностей пространственного сопряжения линзы с корпусом

Анализируя характер распределений, представленных на рис. 5, можно предположить, что величина радиус-вектора распределена по закону Релея, величина угол в плоскости XOZ имеет композиционное распределение, включающее равновероятностный и нормальный законы, величина смещения вдоль оси *z* близка к экспоненциальному закону. Для величины угол в плоскости YOZ сложно установить вид закона распределения. Наиболее вероятно, что данная величина имеет композиционный закон распределения.

В табл. 3 приведены результаты расчёта неопределённостей сопряжений линзы и корпуса.

Табл. 3. Результаты расчёта неопределённостей
сопряжений линзы с корпусом

Параметр	М	СКО	МИН	MAX
ρ, мкм	57,07	27,53	1,38	113,87
фхог, град	-0,09	0,07	-0,26	0,10
фуог, град	0,10	0,06	-0,06	0,23
$\Delta z$ , мкм	0,01	0,03	-0,04	0,11
ξа, мкм	7,67	6,98	-0,15	26,26

Суммарная неопределённость сборки линзы относительно излучающей подсборки представлена в табл. 4.

Табл. 4. Результаты расчёта неопределённостей
сопряжений излучающей подсборки

Параметр	М	СКО	МИН	MAX
ρ, мкм	80,52	29,55	2,86	157,63
фхог, град	-0,21	0,09	-0,48	0,10
ф <sub>YOZ</sub> , град	0,20	0,09	-0,04	0,44
Δ <i>z</i> , мкм	12,63	8,23	-0,68	36,70
ξа, мкм	80,52	29,55	2,86	157,63

На рис. 7 приведена гистограмма распределения неопределенностей пространственного сопряжения Суммарная неопределённость сборки линзы относительно излучающей подсборки.

Результаты исследований показывают значительные неопределённости, возникающие в ходе сборки осветительного устройства.

Анализ полученных результатов показал, что разработанный алгоритм характеризуется достаточно малой величиной погрешности расчёта сопряжения, составляющей не более 0,7 мкм.



Рис. 7. Гистограммы распределения неопределенностей пространственного сопряжения сборки линзы относительно излучающей подсборки

## Выводы

В работе приведено описание метода оценки неопределённостей пространственного сопряжения высокоточных деталей с использованием оптических измерений. Сущность представляемого метода заключается в формализации процесса сборки сложных систем, последовательном создании моделей процесса сборки деталей и математической модели сопряжения. Метод применим при проектировании оптических систем для оценки влияния геометрических отклонений их элементов на точность сборки. Другим его применением может являться нахождение более приемлемого варианта сборки и настройки высокоточных оптических систем на основе результатов измерений геометрии сопрягаемых деталей.

Анализ полученных результатов показал, что разработанный алгоритм характеризуется достаточно малой величиной погрешности расчёта сопряжения. Неопределённость положения сопрягаемых конусных поверхностей составила не более трети от величины отклонения формы сопрягаемых поверхностей.

Результаты проведённых исследований позволили сделать вывод о существенном влиянии отклонения формы сопрягаемых поверхностей на неопределённость их сопряжения. Отклонения формы изготовленных деталей оказывают значительное влияние на их взаимное расположение. Использование оценок неопределённостей для проведения расчётов оптических систем позволяет оценить производственные допуски, а также решать задачи назначения допусков с учётом их влияния на физические процессы в оптических системах.

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках реализации федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014 – 2020 годы». Уникальный идентификатор ПНИЭР RFMEFI57815X0131.

### Литература

- Казанский, Н.Л. Оптимизация параметров инжекционного литья мультилинз из термопластичных полимеров / Н.Л. Казанский, И.С. Степаненко, А.И. Хаймович, С.В. Кравченко, Е.В. Бызов, М.А. Моисеев // Компьютерная оптика. - 2016. - т.40 (2). - с. 203-214.
- Чекаль, В.Н. Применение координатно-измерительных машин для оптимизации технологии автоматизированного формообразования оптических поверхностей / В.Н. Чекаль, Ю.И. Чудаков, С.Е. Шевцов // Оптический журнал. – 2008. – т.75, №11. – с.82-87.
- Abulkhanov, S.R. Technologies of laser radiation focusators / S.R. Abulkhanov // Research Journal of Applied Sciences. - 2014. - Vol. 9 (11). - P. 834-842.
- Bezus, E.A. Evanescent-wave interferometric nanoscale photolithography using guided-mode resonant gratings / E.A. Bezus, L.L. Doskolovich, N.L.Kazanskiy // Microelectronic Engineering. - 2011. - Vol. 88 (2). - P. 170-174.
- Карпеев, С.В. Юстировка и исследование макетного образца гиперспектрометра по схеме Оффнера / Карпеев С.В., Хонина С.Н. Мурдагулов А. Р., Петров М. В. // Вестник СГАУ. – 2016. - т. 15, №1. - С. 197-206.
- 6. Карпеев, С.В. Исследование дифракционной решётки на выпуклой поверхности как диспергирующего элемента /

С.В. Карпеев, С.Н. Хонина, С.И. Харитонов // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 2. – С. 211-217.

- Латыев, С.М. Конструкторские и технологические методы обеспечения центрировки линзовых систем / С.М. Латыев, Д.М. Румянцев, П.А. Курицын // Оптический журнал. – 2013. – т.80, №3. – с.92-96.
- Латыев, С.М. Концепция линии автоматизированной сборки микрообъективов на основе адаптивной селекции их компонентов / С.М. Латыев, А.П. Смирнов, А.А. Воронин, Б.С, Падун, Е.И. Яблочников, Д.Н. Фролов, А.Г. Табачков, Р.Тезка, П. Цохер // Оптический журнал. – 2009. – т.76, №7. – с.79-83.
- Зверев, В.А. Погрешности изготовления и установки отражательных призм / В.А. Зверев, Е.В. Рытова, И.Н. Тимощук // Оптический журнал. – 2011. – т.78, №3. – с.14-20.
- Ветров, В.Н. Определение двойного лучепреломления в полусферических оболочках из лейкосапфира / В.Н. Ветров, Б.А. Игнатенков // Оптический журнал. – 2009. – т.76, №7. – с.92-95.
- Берлиц Ш. Светодиоды сейчас, что дальше? / Ш. Берлиц // Светотехника. 2008. №5. с.9-12.
- 12. Варфоламеев Л.П. О конструировании осветительных приборов со светодиодами и целесообразных областях их применения / Л.П. Варфоламеев // Светотехника. – 2011. - №3. – с.4-11.
- Soifer, V.A. Synthesis of a binary DOE focusing into an arbitrary curve, using the electromagnetic approximation / V.A.Soifer, N.L.Kazanskiy, S.I. Kharitonov // Optics and Lasers in Engineering. 1998. Vol. 29 (4-5). P. 237-247
- Doskolovich, L.L. Calculation of diffraction optical elements for focusing in out-axis radial focal regions / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskij, V.S. Pavel'ev, V.A. Sojfer // Avtometriya. - 1995. - no 1. - P.114-119.
- Doskolovich, L.L. On using a supporting quadric method to design diffractive optical elements / L.L. Doskolovich, M.A. Moiseev, N.L. Kazanskiy // Computer Optics. - 2015.
   - Vol.39 (3). - P. 339-346.
- Berezny, A.E. Computer-generated holographic optical elements produced by photolithography / Berezny A.E., Karpeev S.V., Uspleniev G.V. // Optics and Lasers in Engineering. - 1991, vol. 15, pp. 331-340.
- Sodhi, R. Relative Positioning of Variational Part Models for design Analysis / R. Sodhi, J.U. Turner//Computer-Aided Design. - 1994. - Vol. 26(5). - P. 366-378.
- Samper, S. Modeling of 2D and 3D assemblies taking into account form errors of plane surfaces / S. Samper, P-A. Adragna, H. Favreliere, M. Pillet // Journal of computing and information science in engineering. - 2009. - Vol. 9 (2). P. 1-12.
- Das, A. Transfer function of assembly process with compliant non-ideal parts / A. Das, P. Franciosa, PRS. Prakash, D.Caglarek // Procedia CIRP. – 2014. -Vol. 21.- P. 177-182.
- Williams, J.R. Introduction to wavelets in engineering / J.R. Williams, K. Amaratunga // Int. J. Num. Meth. Eng. -1994. - Vol.37. - Pp. 2365–2388.
- 21. Ten Lectures on Wavelets / I. Daubechies. SIAM, 1992. 355 p.
- 22. Математические основы машинной графики / Д. Роджерс, Дж. Адамс. М. «Мир». 2001. 604 с.
- Besl, P.J. A method for registration of 3-D shapes / P.J. Besl, N.D. Mckay // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1992. - Vol. 14(2). – P.239-256.
- Pierce, R.S. Simulation of mating between nonanalytical programing formulation / R.S. Pierce, D.Rosen // Journal of Computing and Information Science in Engineering. - 2007. - Vol.7(4). P. 314-321.

## Сведения об авторах

Болотов Михаил Александрович, 1982 года рождения, в 2007 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва по специальности «Экономика и управление на предприятии». Кандидат технических наук (2012 год), работает доцентом кафедры технологий производства двигателей Самарского университета, руководитель лаборатории методов, средств измерения и нормирования точности в машиностроении. М.А. Болотов- специалист в области моделирования технических систем, проблем точности в машиностроении. Область научных интересов: координатные измерения, процессы сборки, математические методы. Е-mail: <u>maikl.bol@gmail.com</u>.

**Печенин Вадим Андреевич**, 1990 года рождения, в 2012 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва по специальности по специальности «Экономика и управление на предприятии». В.А. Печенин – специалист в области моделирования технических систем, проблем точности в машиностроении. Область научных интересов: координатные измерения, процессы сборки, математические методы. E-mail: <u>vadim.pechenin2011@yandex.ru</u>.

Сведения об авторе Мурзин Сергей Петрович см. стр. 358 этого номера.

### ГРНТИ: 29.31.29

Поступила в редакцию 10 февраля 2016 г. Окончательный вариант – 28 июня 2016 г.

# METHOD FOR UNCERTAINTY EVALUATION OF THE SPATIAL MATING OF HIGH-PRECISION OPTICAL AND MECHANICAL PARTS

M.A. Bolotov, V.A. Pechenin, S.P.Murzin Samara National Research University, Samara, Russia

#### Abstract

This paper presents a method for estimating the uncertainty of spatial mating of high-precision parts using optical measurements. The method is applicable in computer designing for optical and mechanical systems, taking into account the manufacturing uncertainties and relative position their elements. Another of its application can be to find the most acceptable method of assembly and adjustment of precision optical systems based on the results of measurements of the geometry of mating parts. The method involves the analysis of parts geometry deviation on the results of the optical measurements; creating of geometric models for real surfaces of the parts, the calculation of relative spatial arrangement of parts in modeling their mates using the modernized of the iterative closest points algorithm (ICP).

Keywords: uncertainty evaluate, propagating methods, optical systems, components, adjustment.

<u>*Citation*</u>: Bolotov MA, Pechenin VA, Murzin SP. Method for uncertainty evaluation of the spatial mating of high-precision optical and mechanical parts. Computer Optics 2016; 40(3): 360-9. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-3-360-369.

<u>Acknowledgements</u>: This work was supported by the Ministry of education and science of the Russian Federation in the framework of the implementation of the Program "Research and development on priority directions of scientific-technological complex of Russia for 2014-2020" within the project RFMEFI57815X0131.

## References

- [1] Kazanskiy NL, Stepanenko IS, Khaimovich AI, Kravchenko SV, Byzov EV, Moiseev MA. Injectional multilens molding parameters optimization. Computer Optics 2016; 40 (2): 203-214.
- [2] Chekal' VN, Chudakov UI, Shevcov SE. The use of coordinate measuring machines for the automated optimization technology forming optical surfaces. Journal of Optical Technology 2008; 75(11): 82-87.
- [3] Abulkhanov SR. Technologies of laser radiation fo-cusators . Research Journal of Applied Sciences 2014; 9(11): 834-842.
- Bezus EA. Doskolovich LL, Kazanskiy NL. Evanescent-wave interferometric nanoscale photolithography using guided-mode resonant gratings. Microelectronic Engineering 2011; 88(2): 170-174.
- [5] Karpeev SV, Khonina SN, Murdagulov AR, Petrov MV. Alignment and study of prototypes of the Offner hyperspectrometer. Vestnik SSAU 2016; 15(1): 197-206.
- [6] Karpeev SV, Khonina SN, Kharitonov SI. Study of the diffraction grating on a convex surface as a dispersive element. Computer Optics 2015; 39(2): 211-217.
- [7] Latyev SM, Rumyantsev DM, Kuritsyn PA. Design and process methods of centering lens systems. Journal of optical technology 2013; 80(3): 197-200.

- [8] Latyev SM, Smirnov AP, Voronin AA, Padun BS, Yablochnikov EI, Frolov DN, Tabachkov AG, Theska R, Zocher P. Optical instrumentation and technology: The concept of an automatic assembly line for microscope objectives, based on adaptive selection of their components. Journal of Optical Technology 2009; 76(7): 79-83.
- [9] Zverev VA, Rytova ES, Timoshchuk NN. Errors in fabricating and installing reflective prisms. Journal of Optical Technology 2011; 78(3): 14-20.
- [10] Vetrov VN, Ignatenkov BA. Determining birefringence in hemispherical shells of synthetic sapphire Journal of Optical Technology 2009; 76(7): 92-95.
- [11] Berlic Sh. LEDs now, what further? Light & Engineering 2008; no.5: P.9-12.
- [12] Varfolameev LP. About the design of lighting fixtures with LEDs and appropriate areas of their application. Light & Engineering 2011; no.3: 4-11.
- [13] Soifer VA, Kazanskiy NL, Kharitonov SI. Synthesis of a binary DOE focusing into an arbitrary curve, using the electromagnetic approxi-mation. Optics and Lasers in Engineering 1998; 29 (4-5): 237-247.
- [14] Doskolovich LL, Kazanskiy NL, Pavel'ev VS, Sojfer VA. Calculation of diffraction optical elements for focusing in out-axis radial focal regions. Avtometriya 1995; 1: 114-119.
- [15] Doskolovich LL, Moiseev MA, Kazanskiy NL. On using a supporting quadric method to design diffractive optical elements. Com-puter Optics 2015; 39 (3): 339-346.
- [16] Berezny AE, Karpeev SV, Uspleniev GV. Computer-generated holographic optical elements produced by photolithography. Optics and Lasers in Engineering 1991; 15: 331-340.
- [17] Sodhi R, Turner JU. Relative Positioning of Variational Part Models for design Analysis. Computer-Aided Design 1994; 26(5): 366-378.
- [18] Samper S, Adragna P-A, Favreliere H, Pillet M. Modeling of 2D and 3D assemblies taking into account form errors of plane surfaces. Journal of computing and information science in engineering 2009; 9 (2): 1-12.
- [19] Das A, Franciosa P, Prakash PRS, Caglarek D. Transfer function of assembly process with compliant non-ideal parts. Procedia CIRP 2014; 21: 177-182.
- [20] Williams JR, Amaratunga K. Introduction to wavelets in engineering. Int. J. Num. Meth. Eng 1994; 37: 2365–2388.
- [21] Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. SIAM; 1992.
- [22] Rogers DF, Adams JA. Mathematical Elements for Computer Graphics. New York: McGraw-Hill Publishing Company; 1990.
- [23] Besl PJ, Mckay ND. A method for registration of 3-D shapes. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 1992; 14(2): 239-256.
- [24] Pierce RS, Rosen D. Simulation of mating between nonanalytical programing formulation. Journal of Computing and Information Science in En-gineering 2007; 7(4): 314-321.

## Authors' information

**Michael Alexandrovich Bolotov** (b. 1982) graduated from Samara State Aerospace University in 2007, majoring in Economics and Management at the plant. He received his Candidate of Technical Sciences (2012) degree from Samara National Research University. He is holding a position of associate professor at Samara National Research University of engine manufacturing technologies department. He is the manager of the laboratory techniques, measuring instruments and precision rationing in engineering of Samara National Research University. He is a specialist in modeling of technical systems, the problem of precision in engineering. Research interests are coordinate measurements, assembly processes, and mathematical methods. E-mail: <u>maikl.bol@gmail.com</u>.

**Vadim Andreevich Pechenin** (b. 1990) graduated from Samara State Aerospace University in 2012, majoring in Economics and Management at the plant. He is a specialist in modeling of technical systems, the problem of precision in engineering. His research interests are coordinate measurements, assembly processes, and mathematical methods. E-mail: <u>vadim.pechenin2011@yandex.ru</u>.

The information about author Serguei Petrovich Murzin you can find on page 359 of this issue.

Received February 10, 2016. The final version – June 26, 2016.