

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КОНИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ С КРУГОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ В ВИХРЕВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ ПУЧОК В МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

С.И. Харитонов^{1,2}, С.Н. Хонина^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Аннотация

В данной работе разработан математический аппарат для описания распространения волны в металлическом волноводе в цилиндрической системе координат. Показано преобразование конической волны с круговой поляризацией в вихревой цилиндрически поляризованный пучок на основе разложения поля по векторным цилиндрическим модам. Результаты моделирования, основанные на разложении по плоским волнам, качественно согласуются с теоретическими выкладками.

Ключевые слова: моды цилиндрического металлического волновода, лазерный импульс, коническая волна, круговая поляризация, вихревой пучок с цилиндрической поляризацией.

Цитирование: Харитонов, С.И. Преобразование конической волны с круговой поляризацией в вихревой цилиндрически поляризованный пучок в металлическом волноводе / С.И. Харитонов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 2. – С. 197-211. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-197-211.

Введение

Поляризационное состояние лазерных пучков играет существенную роль в различных приложениях, включая визуальное улучшение и дистанционное зондирование [1], микроскопию [2–4], медицину и биофизику [5–7], дисплеи [8], манипулирование микро- и наночастицами [9, 10], литографию, нелинейную оптику [11, 12], обработку материалов [13–15], телекоммуникации [16–18].

Также важна пространственная структура лазерного пучка. В частности, пучки Бесселя обладают, с одной стороны, бездифракционными свойствами и протяжённым фокусом [19], а с другой стороны, обеспечивают центральное световое пятно меньше дифракционного предела [20, 21]. Эти свойства конических пучков востребованы в различных приложениях [22–28].

Существуют различные способы формирования конических пучков, среди которых наиболее эффективным является использование конического аксикона [29]. Дифракционным аналогом конического аксикона является кольцевая решётка [30]. Удобство использования кольцевой дифракционной решётки состоит в возможности динамического изменения характеристик оптического элемента за счёт периода полос [31]. Недостатком является потеря эффективности, связанная с перераспределением части энергии в высокие дифракционные порядки, которые, тем не менее, не влияют на формирование светового отрезка вдоль оптической оси.

Применение дифракционных аксиконов с высокой числовой апертурой обеспечивает формирование мощной продольной компоненты электрического поля на оптической оси [32–34], причём наибольшее усиление достигается при использовании радиальной поляризации [35].

Существуют различные методы формирования лазерных пучков Бесселя с неоднородной поляризацией. Универсальным подходом является использование жидкокristаллических модуляторов света [36], однако данные устройства характеризуются низким разрешением, что не позволяет формировать непараксиальные ко-

нические пучки высокого качества. В работе [37] исходный пучок Бесселя производился при помощи рефракционного аксикона, а дальнейшее формирование поляризационного состояния осуществлялось в двухосном двулучепреломляющем кристалле. Аналогичный подход использовался в работе [38], но при использовании дифракционных элементов для генерации исходных пучков. В этом случае можно создать коническую волну с предельной числовой апертурой, что недостижимо при использовании конических аксиконов в связи с эффектом полного внутреннего отражения [39]. Кроме того, использование дифракционных элементов позволяет формировать произвольные пучки [10, 18, 38, 40], а не только конические. Вместо анизотропного кристалла можно также использовать стопу Столетова [41], которая, однако, имеет довольно низкую энергетическую эффективность. Поэтому для достижения хорошего поляризационного контраста лучше применять многослойную структуру [42].

Практически все перечисленные подходы основаны на преобразовании исходной круговой поляризации в цилиндрическую, что приводит к появлению в пучке вихревой фазы [42, 43]. В данной работе этот эффект рассматривается для конических волн в рамках строгой векторной теории.

1. Векторное решение системы уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат

Уравнения Максвелла имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= ik_0 \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}), \\ \operatorname{rot} \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= -ik_0 \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}), \\ \operatorname{div} \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= 0, \\ \operatorname{div} \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{r} – вектор пространственных координат, ε , μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды соответственно, $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda_0$ – волновой вектор в вакууме, λ_0 – длина волны в вакууме, $k = k_0 \sqrt{\mu\varepsilon}$ – волновой вектор в среде.

Общее решение системы уравнений Максвелла (1) можно записать как суперпозицию частных решений:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = i \sum_m [a^m \mathbf{M}_m(\mathbf{r}) + b^m \mathbf{N}_m(\mathbf{r})], \quad (2)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = (k/\mu k_0) \sum_m [a^m \mathbf{N}_m(\mathbf{r}) + b^m \mathbf{M}_m(\mathbf{r})].$$

В качестве решений можно взять следующие функции [44]:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(\mathbf{r}) &= (\nabla \Psi_m(\mathbf{r})) \times \mathbf{c}, \\ \mathbf{N}_m(\mathbf{r}) &= \frac{\nabla \times \mathbf{M}_m(\mathbf{r})}{k}, \end{aligned} \quad (3)$$

где \mathbf{c} – постоянный вектор, а функция $\Psi_m(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\nabla^2 \Psi_m(\mathbf{r}) + k^2 \Psi_m(\mathbf{r}) = 0. \quad (4)$$

Рассмотрим цилиндрическую систему координат. Уравнение Гельмгольца (4) в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Psi_m(r, \varphi, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi_m(r, \varphi, z)}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{\partial^2 \Psi_m(r, \varphi, z)}{\partial z^2} + k^2 \Psi_m(r, \varphi, z) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Представим решение в виде:

$$\begin{aligned} \Psi_{m\gamma}(r, \varphi, z) &= \\ &= Z_{m\gamma} \left(\sqrt{k^2 - \gamma^2} r \right) \exp(im\varphi) \exp(i\gamma z), \end{aligned} \quad (6)$$

тогда уравнение (5) можно переписать в виде

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Z_{m\gamma}}{\partial r} \right) + \left[(k^2 - \gamma^2) r^2 - m^2 \right] Z_{m\gamma} = 0. \quad (7)$$

Когда $k^2 - \gamma^2 > 0$, решением (7) будут цилиндрические функции Бесселя.

Также уравнение (5) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial B_{m\gamma}}{\partial r} \right) - \\ - \left[(\gamma^2 - k^2) r^2 + m^2 \right] B_{m\gamma} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Когда $\gamma^2 - k^2 > 0$, решением будут модифицированные цилиндрические функции Бесселя.

В цилиндрической системе координат, считая $\mathbf{c} = \mathbf{e}_z$, вместо (3) получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(r, \varphi, z) &= \begin{pmatrix} M_{m,r}(r, \varphi, z) \\ M_{m,\varphi}(r, \varphi, z) \\ M_{m,z}(r, \varphi, z) \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_m(r, \varphi, z)}{\partial \varphi} \\ - \frac{\partial \Psi_m(r, \varphi, z)}{\partial r} \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_m(r, \varphi, z) &= \begin{pmatrix} N_{m,r}(r, \varphi, z) \\ N_{m,\varphi}(r, \varphi, z) \\ N_{m,z}(r, \varphi, z) \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \frac{i\gamma}{k} \frac{\partial \Psi_m(r, \varphi, z)}{\partial r} \\ \frac{i\gamma}{k} \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_m(r, \varphi, z)}{\partial \varphi} \\ \frac{(k^2 - \gamma^2)}{k} \Psi_m(r, \varphi, z) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

2. Моды металлического волновода

Поле внутри металлического волновода радиусом R представим на основе выражений (2) – (10):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(r, \varphi, z) &= i \sum_{m,\gamma} [a^{m\gamma} \mathbf{M}_{m\gamma}(r, \varphi, z) + \\ &+ b^{m\gamma} \mathbf{N}_{m\gamma}(r, \varphi, z)], \\ \mathbf{H}(r, \varphi, z) &= \frac{k}{\mu k_0} \sum_{m,\gamma} [a^{m\gamma} \mathbf{N}_{m\gamma}(r, \varphi, z) + \\ &+ b^{m\gamma} \mathbf{M}_{m\gamma}(r, \varphi, z)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Граничные условия для электрических z - и φ -компонент имеют вид:

$$\begin{cases} i(a^{m\gamma} M_{m\gamma z}(R, \varphi, z) + \\ + b^{m\gamma} N_{m\gamma z}(R, \varphi, z)) = 0, \\ i(a^{m\gamma} M_{m\gamma \varphi}(R, \varphi, z) + \\ + b^{m\gamma} N_{m\gamma \varphi}(R, \varphi, z)) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

После преобразования система уравнений (12) приобретает вид

$$\begin{cases} J_m(\sqrt{k^2 - \gamma_{TM}^2} R) = 0, \\ \frac{\partial J_m(\sqrt{k^2 - \gamma_{TE}^2} R)}{\partial r} = 0. \end{cases}$$

Первое уравнение – это условие существования для ТМ-моды. Второе уравнение – условие существования ТЕ-моды.

Обозначим

$$\alpha = \sqrt{k^2 - \gamma_{TE}^2}, \quad \beta = \sqrt{k^2 - \gamma_{TM}^2}$$

и выпишем моды в явном виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{m\alpha}(r, \varphi, z) &= \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \frac{im}{r} J_m(\alpha r) \\ - \frac{\partial J_m(\alpha r)}{\partial r} \\ 0 \end{pmatrix} \times \\ &\times \exp\left(i\left(m\varphi + \sqrt{k^2 - \alpha^2} z\right)\right), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{N}_{m\beta}(r, \varphi, z) = \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \frac{i\gamma_{TM}}{k} \frac{\partial J_m(\beta r)}{\partial r} \\ \frac{i\gamma_{TM}}{k} \frac{im}{r} J_m(\beta r) \\ \frac{\beta^2}{k} J_m(\beta r) \end{pmatrix} \times \quad (14)$$

$$\times \exp\left(i\left(m\varphi + \sqrt{k^2 - \beta^2}z\right)\right).$$

Рассмотрим теперь поле только с поперечными электрическими компонентами:

$$\mathbf{E}_\perp(r, \varphi, z) = \sum_{m,p} a^{mp} \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \frac{im}{r} J_m(\alpha_{mp} r) \\ -\frac{\partial J_m(\alpha_{mp} r)}{\partial r} \end{pmatrix} \times \quad (15)$$

$$\times \exp\left(i\left(m\varphi + \sqrt{k_1^2 - \alpha_{mp}^2}z\right)\right) +$$

$$+ \sum_{m,p} b^{mp} \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \frac{\partial J_m(\beta_{mp} r)}{\partial r} \\ \frac{im}{r} J_m(\beta_{mp} r) \end{pmatrix} \times$$

$$\times \exp\left(i\left(m\varphi + \sqrt{k_1^2 - \beta_{mp}^2}z\right)\right),$$

где $\frac{\partial J_m(\alpha_{mp} R)}{\partial r} = 0, J_m(\beta_{mp} R) = 0.$ (16)

Рассмотрим выражение для поля (15) при $z = 0$:

$$\mathbf{E}_0(r, \varphi) = \sum_{m,p} \left\{ \left[a^{mp} \mathbf{F}_{mp}^{TE}(r) + b^{mp} \mathbf{F}_{mp}^{TM}(r) \right] \times \right. \quad (17)$$

$$\left. \times \exp(im\varphi) \right\},$$

где $\mathbf{F}_{mp}^{TE}(r) = \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \frac{im}{r} J_m(\alpha_{mp} r) \\ -\frac{\partial J_m(\alpha_{mp} r)}{\partial r} \end{pmatrix},$ (18)

$$\mathbf{F}_{mp}^{TM}(r) = \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \frac{\partial J_m(\beta_{mp} r)}{\partial r} \\ \frac{im}{r} J_m(\beta_{mp} r) \end{pmatrix}.$$

С учётом ортогональности функций (18), коэффициенты разложения в (17) находятся по формулам:

$$a^{mp} = \frac{1}{2\pi \|\mathbf{F}_{mp}^{TE}(r)\|^{1/2}} \times \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[\mathbf{F}_{mp}^{TE}(r) \right]^+ \mathbf{E}_0(r, \varphi) \exp(-im\varphi) r dr d\varphi, \quad (19)$$

$$b^{mp} = \frac{1}{2\pi \|\mathbf{F}_{mp}^{TM}(r)\|^{1/2}} \times$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R \left[\mathbf{F}_{mp}^{TM}(r) \right]^+ \mathbf{E}_0(r, \varphi) \exp(-im\varphi) r dr d\varphi,$$

где $[\mathbf{F}(r)]^+ = (F_r^*(r), F_\varphi^*(r)),$

$$\|\mathbf{F}(r)\| = \int_0^R [\mathbf{F}(r)]^+ \mathbf{F}(r) r dr.$$

Рассчитав коэффициенты (19), получим поле на любом расстоянии:

$$\mathbf{E}(\rho, \theta, z) = \sum_{m,p} \left\{ a^{mp} \mathbf{M}_{mp}(\rho, \theta, z) + b^{mp} \mathbf{N}_{mp}(\rho, \theta, z) \right\} \quad (20)$$

или

$$\mathbf{E}(\rho, \theta, z) = \sum_{m,p} a^{mp} \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \frac{im}{\rho} J_m(\alpha_{mp} \rho) \\ -\frac{\partial J_m(\alpha_{mp} \rho)}{\partial \rho} \\ 0 \end{pmatrix} \times \quad (21)$$

$$\times \exp\left(i\left(m\theta + \sqrt{k^2 - \alpha_{mp}^2}z\right)\right) +$$

$$+ \sum_{m,p} b^{mp} \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \frac{\partial J_m(\beta_{mp} \rho)}{\partial \rho} \\ \frac{im}{\rho} J_m(\beta_{mp} \rho) \\ -\frac{i\beta_{mp}^2}{\sqrt{(k^2 - \beta_{mp}^2)}} J_m(\beta_{mp} \rho) \end{pmatrix} \times$$

$$\times \exp\left(i\left(m\theta + \sqrt{k^2 - \beta_{mp}^2}z\right)\right).$$

3. Описание распространения импульсов

Выражение (21) описывает комплексную амплитуду электрического поля. Электрическое поле выражается:

$$\mathbf{E}_{Re}(\rho, \theta, z, t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \mathbf{E}(\rho, \theta, z, \omega) \exp(-i\omega t) + \mathbf{E}^*(\rho, \theta, z, \omega) \exp(i\omega t) \right\} d\omega. \quad (22)$$

При этом комплексная амплитуда должна удовлетворять условию:

$$\mathbf{E}(\rho, \theta, z, -\omega) = \mathbf{E}^*(\rho, \theta, z, \omega). \quad (23)$$

Тогда вместо (22) после алгебраических преобразований получим:

$$\mathbf{E}_{Re}(\rho, \theta, z, t) = 2 \operatorname{Re} \left[\int_0^{\infty} \left\{ \mathbf{E}(\rho, \theta, z, \omega) \exp(-i\omega t) \right\} d\omega \right]. \quad (24)$$

Функция в квадратных скобках называется аналитическим сигналом:

$$\mathbf{V}(\rho, \theta, z, t) = \int_0^\infty \mathbf{E}(\rho, \theta, z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (25)$$

Для функции (21) аналитический сигнал будет выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{V}(\rho, \theta, z, t) = \int_0^\infty \sum_{m,p} \{ a^{mp}(\omega) \mathbf{M}_{mp}(\rho, \theta, z, \omega) + b^{mp}(\omega) \mathbf{N}_{mp}(\rho, \theta, z, \omega) \} \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (26)$$

Зависимость коэффициентов от частоты связана с пространственным распределением, а частотная зависимость импульса может быть учтена в виде дополнительной функции $G_{mp}(\omega)$:

$$\mathbf{V}(\rho, \theta, z, t) = \int_0^\infty \sum_{m,p} G_{mp}(\omega) \{ a^{mp}(\omega) \mathbf{M}_{mp}(\rho, \theta, z, \omega) + b^{mp}(\omega) \mathbf{N}_{mp}(\rho, \theta, z, \omega) \} \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (27)$$

Запишем (27) в более удобной для анализа форме:

$$\mathbf{V}(\rho, \theta, z, t) = \int_0^\infty \sum_{m,p} G_{mp}(\omega) \{ a^{mp}(\omega) \mathbf{M}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega) \exp(i\sqrt{k^2 - \alpha_{mp}^2} z) \} \exp(-i\omega t) d\omega + \int_0^\infty \sum_{m,p} G_{mp}(\omega) \{ b^{mp}(\omega) \mathbf{N}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega) \exp(i\sqrt{k^2 - \beta_{mp}^2} z) \} \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (28)$$

Обозначим $k_{mp\alpha} = \sqrt{k^2 - \alpha_{mp}^2}$, $k_{mp\beta} = \sqrt{k^2 - \beta_{mp}^2}$, тогда

$$\mathbf{V}(\rho, \theta, z, t) = \int_0^\infty \sum_{m,p} G_{mp}(\omega) \{ a^{mp}(\omega) \mathbf{M}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega) \exp(ik_{mp\alpha}(\omega)z) \} \exp(-i\omega t) d\omega + \int_0^\infty \sum_{m,p} G_{mp}(\omega) \{ b^{mp}(\omega) \mathbf{N}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega) \exp(ik_{mp\beta}(\omega)z) \} \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (29)$$

Приближение групповой скорости

Рассмотрим достаточно длинный квазимонохроматический импульс с несущей частотой ω_0 . Тогда можно приближённо положить $G_{mp}(\omega) = G(\omega - \omega_0)$.

Разложим $k_{mp\alpha}(\omega)$ в ряд Тейлора в окрестности ω_0 :

$$k_{mp\alpha}(\omega) = k_{mp\alpha}(\omega_0) + (\omega - \omega_0) \left. \frac{dk_{mp\alpha}(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} =$$

$$= k_{mp\alpha}(\omega_0) + (\omega - \omega_0) / v_{mp\alpha}(\omega_0),$$

где $v(\omega) = dk/d\omega$ – групповая скорость.

Аналогично для $k_{mp\beta}(\omega)$. Подставим полученные разложения в (29):

$$\mathbf{V}(\rho, \theta, z, t) = \int_0^\infty G(\omega - \omega_0) \sum_{m,p} \left\{ a^{mp}(\omega) \mathbf{M}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega) \exp\left(i \left(k_{mp\alpha}(\omega_0) + \frac{(\omega - \omega_0)}{v_{mp\alpha}(\omega_0)} \right) z \right) \right\} \exp(-i\omega t) d\omega + \int_0^\infty G(\omega - \omega_0) \sum_{m,p} \left\{ b^{mp}(\omega) \mathbf{N}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega) \exp\left(i \left(k_{mp\beta}(\omega_0) + \frac{(\omega - \omega_0)}{v_{mp\beta}(\omega_0)} \right) z \right) \right\} \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (30)$$

После преобразований получим

$$\mathbf{V}(\rho, \theta, z, t) = \int_0^\infty \sum_{m,p} \{ a^{mp}(\omega) \mathbf{M}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega) \exp(ik_{mp\alpha}(\omega_0)z - i\omega_0 t) \} G(\omega - \omega_0) \exp\left(i \left[\frac{z}{v_{mp\alpha}(\omega_0)} - t \right] (\omega - \omega_0) \right) d\omega + \int_0^\infty \sum_{m,p} \{ b^{mp}(\omega) \mathbf{N}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega) \exp(ik_{mp\beta}(\omega_0)z - i\omega_0 t) \} G(\omega - \omega_0) \exp\left(i \left[\frac{z}{v_{mp\beta}(\omega_0)} - t \right] (\omega - \omega_0) \right) d\omega. \quad (31)$$

Полагая, что коэффициенты и функции слабо меняются от частоты по сравнению с $G(\omega - \omega_0)$, можно приближённо записать:

$$\mathbf{V}(\rho, \theta, z, t) \approx \sum_{m,p} \left\{ a^{mp}(\omega_0) \mathbf{M}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega_0) \exp(ik_{mp\alpha}(\omega_0)z - i\omega_0 t) \int_0^\infty G(\omega - \omega_0) \exp\left(i \left[\frac{z}{v_{mp\alpha}(\omega_0)} - t \right] (\omega - \omega_0) \right) d\omega \right\} + \sum_{m,p} \left\{ b^{mp}(\omega_0) \mathbf{N}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega_0) \exp(ik_{mp\beta}(\omega_0)z - i\omega_0 t) \int_0^\infty G(\omega - \omega_0) \exp\left(i \left[\frac{z}{v_{mp\beta}(\omega_0)} - t \right] (\omega - \omega_0) \right) d\omega \right\}. \quad (32)$$

С учётом того, что $G(\omega)$ узкая, расширяем пределы интегрирования до бесконечных и получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega - \omega_0) \exp\left\{i\left[\frac{z}{v_g(\omega_0)} - t\right](\omega - \omega_0)\right\} d\omega = [(\omega - \omega_0) = \xi] = \int_{-\infty}^{\infty} G(\xi) \exp\left\{i\left[\frac{z}{v_g(\omega_0)} - t\right]\xi\right\} d\xi = F\left(\frac{z}{v_g(\omega_0)} - t\right). \tag{33}$$

Из (33) видно, что функция $F(x)$ является преобразованием Фурье от функции $G(\omega)$. Тогда

$$\mathbf{V}(\rho, \theta, z, t) \approx \sum_{m,p} \left\{ a^{mp}(\omega_0) \mathbf{M}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega_0) \exp(ik_{mp\alpha}(\omega_0)z - i\omega_0 t) F\left(\frac{z}{v_{mp\alpha}(\omega_0)} - t\right) \right\} + \sum_{m,p} \left\{ b^{mp}(\omega_0) \mathbf{N}_{mp}(\rho, \theta, 0, \omega_0) \exp(ik_{mp\beta}(\omega_0)z - i\omega_0 t) F\left(\frac{z}{v_{mp\beta}(\omega_0)} - t\right) \right\}. \tag{34}$$

Таким образом, аналитический сигнал представляет собой промодулированную суперпозицию набора волн, распространяющихся с разными скоростями.

4. Векторное вихревое поле в волноводе

Пусть входное векторное поле задано в декартовых координатах следующим образом:

$$\mathbf{E}_{m_0}^d(r, \varphi) = \begin{pmatrix} E_x(r) \\ E_y(r) \end{pmatrix} \exp(im_0\varphi), \tag{35}$$

где m_0 – фиксировано.

Заметим, что ТЕ- и ТМ-моды (18) заданы в цилиндрической системе координат.

Перепишем их в декартовых координатах:

$$\mathbf{F}_{mp}^{d,TE}(r) = \frac{1}{k_0} \times \begin{pmatrix} \frac{im}{r} J_m(\alpha_{mp}r) \cos\phi + \frac{\partial J_m(\alpha_{mp}r)}{\partial r} \sin\phi \\ \frac{im}{r} J_m(\alpha_{mp}r) \sin\phi - \frac{\partial J_m(\alpha_{mp}r)}{\partial r} \cos\phi \end{pmatrix}, \tag{36}$$

$$\mathbf{F}_{mp}^{d,TM}(r) = \frac{1}{k_0} \times \begin{pmatrix} \frac{\partial J_m(\alpha_{mp}r)}{\partial r} \cos\phi - \frac{im}{r} J_m(\alpha_{mp}r) \sin\phi \\ \frac{\partial J_m(\alpha_{mp}r)}{\partial r} \sin\phi + \frac{im}{r} J_m(\alpha_{mp}r) \cos\phi \end{pmatrix}.$$

При $m = 0$ получим:

$$\mathbf{F}_{0p}^{d,TE}(r) = -\frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} -\sin\phi \\ \cos\phi \end{pmatrix} \frac{\partial J_0(\alpha_{0p}r)}{\partial r}, \tag{37}$$

$$\mathbf{F}_{0p}^{d,TM}(r) = \frac{1}{k_0} \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix} \frac{\partial J_0(\alpha_{0p}r)}{\partial r}.$$

Очевидно, ТЕ-мода соответствует азимутальной поляризации, а ТМ-мода – радиальной.

Используя соотношение для производной, можно записать:

$$\mathbf{F}_{0p}^{d,TE}(r) = \begin{pmatrix} -\sin\phi \\ \cos\phi \end{pmatrix} \frac{\alpha_{0p}}{k_0} J_1(\alpha_{0p}r), \tag{38}$$

$$\mathbf{F}_{0p}^{d,TM}(r) = -\begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix} \frac{\alpha_{0p}}{k_0} J_1(\alpha_{0p}r).$$

Т.е. в центральной точке моды имеют нулевую интенсивность.

Далее для удобства вычислений преобразуем поле (35) в декартовы координаты и учтём коэффициенты пропускания Френеля t_{TE}, t_{TM} :

$$\begin{pmatrix} E_r(r) \\ E_\varphi(r) \\ E_z(r) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} t_{TM} & 0 & 0 \\ 0 & t_{TE} & 0 \\ 0 & 0 & t_{TM} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_x(r) \\ E_y(r) \\ E_z(r) \end{pmatrix}. \tag{39}$$

Таким образом, поле (35) примет следующий вид:

$$\mathbf{E}_{m_0}(r, \varphi) = \begin{pmatrix} E_r(r) \\ E_\varphi(r) \end{pmatrix} \exp(im_0\varphi) = \begin{pmatrix} t_{TM} [E_x(r) \cos\phi + E_y(r) \sin\phi] \\ t_{TE} [-E_x(r) \sin\phi + E_y(r) \cos\phi] \end{pmatrix} \times \exp(im_0\varphi). \tag{40}$$

Разложим поле (40) по векторным модам (18). Используя выражения (19), выпишем коэффициенты разложения:

$$a^{np} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{in}{r} J_n(\alpha_{np}r) t_{TM} (E_x(r) \cos\phi + E_y(r) \sin\phi) \exp(i(m_0 - n)\varphi) r dr d\varphi - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{\partial J_n(\alpha_{np}r)}{\partial r} t_{TE} (E_y(r) \cos\phi - E_x(r) \sin\phi) \exp(i(m_0 - n)\varphi) r dr d\varphi, \tag{41}$$

$$b^{np} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{\partial J_n(\beta_{np} r)}{\partial r} t_{TM} (E_x(r) \cos \varphi + E_y(r) \sin \varphi) \exp(i(m_0 - n)\varphi) r dr d\varphi -$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{i n}{r} J_n(\beta_{np} r) t_{TE} (E_y(r) \cos \varphi - E_x(r) \sin \varphi) \exp(i(m_0 - n)\varphi) r dr d\varphi. \tag{42}$$

Возьмём интеграл по углу:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} \exp(i(m-n)\varphi) d\varphi =$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta(m-n+1) + \delta(m-n-1) \\ -i\delta(m-n+1) + i\delta(m-n-1) \end{pmatrix}. \tag{43}$$

Обозначим

$$T_{n(x,y)1}(\alpha) = \int_0^R \frac{i n}{r} J_n(\alpha r) E_{x,y}(r) r dr,$$

$$T_{n(x,y)2}(\alpha) = \int_0^R \frac{\partial J_n(\alpha r)}{\partial r} E_{x,y}(r) r dr. \tag{44}$$

Тогда коэффициенты

$$a^{np} = \frac{t_{TM}}{2} \{ \delta(m-n+1) [T_{nx1}(\alpha_p) - iT_{ny1}(\alpha_p)] +$$

$$+ \delta(m-n-1) [T_{nx1}(\alpha_p) + iT_{ny1}(\alpha_p)] \} -$$

$$- \frac{t_{TE}}{2} \{ \delta(m-n+1) [T_{ny2}(\alpha_p) + iT_{nx2}(\alpha_p)] +$$

$$+ \delta(m-n-1) [T_{ny2}(\alpha_p) - iT_{nx2}(\alpha_p)] \}, \tag{45}$$

$$b^{np} = \frac{t_{TM}}{2} \{ \delta(m-n+1) [T_{nx2}(\beta) - iT_{ny2}(\beta)] +$$

$$+ \delta(m-n-1) [T_{nx2}(\beta) + iT_{ny2}(\beta)] \} +$$

$$+ \frac{t_{TE}}{2} \{ \delta(m-n+1) [T_{ny1}(\beta) + iT_{nx1}(\beta)] +$$

$$+ \delta(m-n-1) [T_{ny1}(\beta) - iT_{nx1}(\beta)] \}. \tag{46}$$

При круговой поляризации входное поле (35) можно записать следующим образом:

$$\mathbf{E}_{m_0}^{d,circ}(r, \varphi) = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} E(r) \exp(im_0\varphi). \tag{47}$$

Тогда поле (47) в цилиндрических координатах примет вид:

$$\mathbf{E}_{m_0}(\rho, \theta, z) = \sum_p \left\{ it_{TE} T_{(m_0+1)x2}(\alpha_p) - t_{TM} T_{(m_0+1)x1}(\alpha_p) \right\} \begin{pmatrix} (i(m_0+1)/\rho) J_{(m_0+1)}(\alpha_p \rho) \\ -\frac{\partial J_{(m_0+1)}(\alpha_p \rho)}{\partial \rho} \\ 0 \end{pmatrix} \exp\left(i\left((m_0+1)\theta + \sqrt{k^2 - \alpha_p^2} z\right)\right) +$$

$$+ \sum_p \left\{ t_{TM} T_{(m_0+1)x2}(\beta_p) - it_{TE} T_{(m_0+1)x1}(\beta_p) \right\} \begin{pmatrix} \frac{\partial J_{(m_0+1)}(\beta_p \rho)}{\partial \rho} \\ \frac{i(m_0+1)}{\rho} J_{(m_0+1)}(\beta_p \rho) \\ -\frac{i\beta_p^2}{\sqrt{(k^2 - \beta_p^2)}} J_{(m_0+1)}(\beta_p \rho) \end{pmatrix} \exp\left(i\left((m_0+1)\theta + \sqrt{k^2 - \beta_p^2} z\right)\right). \tag{52}$$

$$\mathbf{E}_{m_0}^{circ}(r, \varphi) = \begin{pmatrix} t_{TM} [\cos \varphi + i \sin \varphi] \\ t_{TE} [i \cos \varphi - \sin \varphi] \end{pmatrix} \times$$

$$\times E(r) \exp(im_0\varphi) =$$

$$= \begin{pmatrix} t_{TM} \\ it_{TE} \end{pmatrix} E(r) \exp(i(m_0+1)\varphi). \tag{48}$$

В этом случае интегралы (44) можно переписать:

$$\mathbf{T}_{n1}(\alpha) = \begin{pmatrix} T_{nx1}(\alpha) \\ T_{ny1}(\alpha) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \int_0^R \frac{i n}{r} J_n(\alpha r) E(r) r dr,$$

$$\mathbf{T}_{n2}(\alpha) = \begin{pmatrix} T_{nx2}(\alpha) \\ T_{ny2}(\alpha) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \int_0^R \frac{\partial J_n(\alpha r)}{\partial r} E(r) r dr. \tag{49}$$

Из (49) следует:

$$T_{ny1}(\alpha) = iT_{nx1}(\alpha),$$

$$T_{ny2}(\alpha) = iT_{nx2}(\alpha). \tag{50}$$

Используя связь (50), получаем, что

$$a^{np} = \delta(m_0 - n + 1) \times$$

$$\times \{ it_{TE} T_{nx2}(\alpha_{np}) - t_{TM} T_{nx1}(\alpha_{np}) \},$$

$$b^{np} = \delta(m_0 - n + 1) \times$$

$$\times \{ t_{TM} T_{nx2}(\beta_{np}) - it_{TE} T_{nx1}(\beta_{np}) \}. \tag{51}$$

Таким образом, коэффициенты не равны нулю только при $n = (m_0 + 1)$. Если поляризация будет противоположного направления, то останутся коэффициенты при $n = (m_0 - 1)$.

Подставим коэффициенты (51) в суперпозицию (17). Учитывая дельта-функции, в сумме остаются только слагаемые с $n = (m_0 + 1)$:

5. Поле, формируемое аксиконом, при круговой поляризации освещающего пучка

Пусть входное поле в (47) представляет собой сходящуюся коническую волну:

$$E(r) = \exp(-ik\gamma r). \tag{53}$$

Рассмотрим случай, когда размер волновода значительно больше длины волны. Тогда в (52) вместо сумм будут интегралы в бесконечных пределах и с учётом $\alpha_p \approx \beta_p \approx k\gamma$, а также $T_{m+1}(\alpha) \approx \delta(\alpha - k\gamma) / (k\gamma)$, получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{m_0}(\rho, \theta, z) = & \frac{(it_{TE} - t_{TM})}{k\gamma} \begin{pmatrix} \frac{i(m_0 + 1) J_{(m_0+1)}(k\gamma\rho)}{\rho} \\ -\frac{\partial J_{(m_0+1)}(k\gamma\rho)}{\partial \rho} \\ 0 \end{pmatrix} \exp\left(i\left((m_0 + 1)\theta + \sqrt{k^2 - (k\gamma)^2} z\right)\right) + \\ & + \frac{(t_{TM} - it_{TE})}{k\gamma} \begin{pmatrix} \frac{\partial J_{(m_0+1)}(k\gamma\rho)}{\partial \rho} \\ \frac{i(m_0 + 1) J_{(m_0+1)}(k\gamma\rho)}{\rho} \\ -\frac{it_{TM} (k\gamma)^2}{\sqrt{(k^2 - (k\gamma)^2)}} J_{(m_0+1)}(k\gamma\rho) \end{pmatrix} \exp\left(i\left((m_0 + 1)\theta + \sqrt{k^2 - (k\gamma)^2} z\right)\right). \end{aligned} \tag{54}$$

При $m_0 = 0$ вместо (54) получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{m_0=0}(\rho, \theta, z) = & \frac{(it_{TE} - t_{TM})}{k\gamma} \times \\ & \times \begin{pmatrix} \frac{iJ_1(k\gamma\rho)}{\rho} \\ \frac{\partial J_1(k\gamma\rho)}{\partial \rho} \\ 0 \end{pmatrix} \exp\left(i\left(\theta + k\sqrt{1 - \gamma^2} z\right)\right) + \frac{(t_{TM} - it_{TE})}{k\gamma} \begin{pmatrix} \frac{\partial J_1(k\gamma\rho)}{\partial \rho} \\ \frac{iJ_1(k\gamma\rho)}{\rho} \\ -\frac{it_{TM} k\gamma^2}{\sqrt{1 - \gamma^2}} J_1(k\gamma\rho) \end{pmatrix} \exp\left(i\left(\theta + k\sqrt{1 - \gamma^2} z\right)\right). \end{aligned} \tag{55}$$

При прохождении поля через интерференционный многослойный поляризатор [42], выделяющий ТЕ- или ТМ-волну, в сформированном поле останется верхнее или нижнее слагаемое соответственно.

В частности, в декартовых координатах:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{m_0=0}^{d,TE}(\rho, \theta, z) = & \frac{(it_{TE} - t_{TM})}{k\gamma} \begin{pmatrix} \frac{iJ_1(k\gamma\rho)}{\rho} \cos \theta + \frac{\partial J_1(k\gamma\rho)}{\partial \rho} \sin \theta \\ \frac{iJ_1(k\gamma\rho)}{\rho} \sin \theta - \frac{\partial J_1(k\gamma\rho)}{\partial \rho} \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} \exp\left(i\left(\theta + k\sqrt{1 - \gamma^2} z\right)\right), \\ \mathbf{E}_{m_0=0}^{d,TM}(\rho, \theta, z) = & \frac{(t_{TM} - it_{TE})}{k\gamma} \begin{pmatrix} \frac{\partial J_1(k\gamma\rho)}{\partial \rho} \cos \theta - \frac{iJ_1(k\gamma\rho)}{\rho} \sin \theta \\ \frac{\partial J_1(k\gamma\rho)}{\partial \rho} \sin \theta + \frac{iJ_1(k\gamma\rho)}{\rho} \cos \theta \\ -\frac{it_{TM} k\gamma^2}{\sqrt{1 - \gamma^2}} J_1(k\gamma\rho) \end{pmatrix} \exp\left(i\left(\theta + k\sqrt{1 - \gamma^2} z\right)\right). \end{aligned} \tag{56}$$

С учётом соотношения для производной:

$$\frac{\partial J_n(\alpha\rho)}{\partial \rho} = \frac{\alpha}{2} [J_{n-1}(\alpha\rho) - J_{n+1}(\alpha\rho)] \quad (57)$$

выражения (56) примут следующий вид:

$$\mathbf{E}_{m_0=0}^{d,TE}(\rho, \theta, z) = \frac{(it_{TE} - t_{TM})}{k\gamma} \begin{pmatrix} \frac{iJ_1(k\gamma\rho)}{\rho} \cos \theta + \frac{k\gamma}{2} [J_0(k\gamma\rho) - J_2(k\gamma\rho)] \sin \theta \\ \frac{iJ_1(k\gamma\rho)}{\rho} \sin \theta - \frac{k\gamma}{2} [J_0(k\gamma\rho) - J_2(k\gamma\rho)] \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} \exp(i(\theta + k\sqrt{1-\gamma^2}z)), \quad (58)$$

$$\mathbf{E}_{m_0=0}^{d,TM}(\rho, \theta, z) = \frac{(t_{TM} - it_{TE})}{k\gamma} \begin{pmatrix} \frac{k\gamma}{2} [J_0(k\gamma\rho) - J_2(k\gamma\rho)] \cos \theta - \frac{iJ_1(k\gamma\rho)}{\rho} \sin \theta \\ \frac{k\gamma}{2} [J_0(k\gamma\rho) - J_2(k\gamma\rho)] \sin \theta + \frac{iJ_1(k\gamma\rho)}{\rho} \cos \theta \\ -\frac{it_{TM}k\gamma^2}{\sqrt{1-\gamma^2}} J_1(k\gamma\rho) \end{pmatrix} \exp(i(\theta + k\sqrt{1-\gamma^2}z)).$$

При больших значениях радиуса ρ сформированные поля будут иметь ожидаемую поляризацию:

$$\mathbf{E}_{m_0=0}^{d,TE}(\rho, \theta, z) = -\frac{(it_{TE} - t_{TM})}{2} \begin{pmatrix} -[J_0(k\gamma\rho) - J_2(k\gamma\rho)] \sin \theta \\ [J_0(k\gamma\rho) - J_2(k\gamma\rho)] \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} \exp(i(\theta + k\sqrt{1-\gamma^2}z)), \quad (59)$$

$$\mathbf{E}_{m_0=0}^{d,TM}(\rho, \theta, z) = \frac{(t_{TM} - it_{TE})}{2} \begin{pmatrix} [J_0(k\gamma\rho) - J_2(k\gamma\rho)] \cos \theta \\ [J_0(k\gamma\rho) - J_2(k\gamma\rho)] \sin \theta \\ -\frac{2it_{TM}\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} J_1(k\gamma\rho) \end{pmatrix} \exp(i(\theta + k\sqrt{1-\gamma^2}z)).$$

Т.е. в первом случае будет вихревая азимутальная поляризация, а во втором – вихревая радиальная поляризация. С учётом асимптотического поведения функций Бесселя:

$$J_\nu(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\nu\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (60)$$

поля (59) будут выглядеть как концентрические кольца с косинусной или синусной угловой зависимостью в зависимости от компоненты:

$$\mathbf{E}_{m_0=0}^{d,TE}(\rho, \theta, z) = -\sqrt{\frac{2}{\pi k\gamma\rho}} (it_{TE} - t_{TM}) \begin{pmatrix} -\cos\left(k\gamma\rho - \frac{\pi}{4}\right) \sin \theta \\ \cos\left(k\gamma\rho - \frac{\pi}{4}\right) \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} \exp(i(\theta + k\sqrt{1-\gamma^2}z)), \quad (61)$$

$$\mathbf{E}_{m_0=0}^{d,TM}(\rho, \theta, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi k\gamma\rho}} (t_{TM} - it_{TE}) \begin{pmatrix} \cos\left(k\gamma\rho - \frac{\pi}{4}\right) \cos \theta \\ \cos\left(k\gamma\rho - \frac{\pi}{4}\right) \sin \theta \\ -\frac{2it_{TM}\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} J_1(k\gamma\rho) \end{pmatrix} \exp(i(\theta + k\sqrt{1-\gamma^2}z)).$$

Заметим, однако, что в центральной точке поля (58), в отличие от мод (36)–(38), будет ненулевая интенсивность с круговой поляризацией:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{m_0=0}^{d,TE}(\rho \approx 0, \theta, z) &= \\ &= (it_{TE} - t_{TM})i \exp(-i\theta) \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \exp(ik\sqrt{1-\gamma^2}z), \\ \mathbf{E}_{m_0=0}^{d,TM}(\rho \approx 0, \theta, z) &= \\ &= (t_{TM} - it_{TE}) \exp(-i\theta) \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \exp(ik\sqrt{1-\gamma^2}z). \end{aligned} \quad (62)$$

Таким образом, чтобы сформировать пучок с цилиндрической поляризацией, исходный пучок с круговой поляризацией должен иметь компенсирующую вихревую фазовую особенность первого порядка. Причём направление вращения оптического вихря должно быть противоположным направлению вращения поляризации. Такой подход был использован при формировании цилиндрических пучков с помощью анизотропных кристаллов [38, 45].

6. Численное моделирование

В данном параграфе приведены результаты численного моделирования формирования конической волны с помощью бинарного дифракционного аксикона. Рассмотрен случай волновода большого радиуса в соответствии с параграфами 4 и 5. Числовая апертура аксикона, представляющего собой кольцевую решетку, определяется по следующей формуле:

$$NA = \lambda/d, \quad (63)$$

где λ – длина волны освещающего аксикон излучения, d – период колец аксикона.

Используя числовую апертуру (63), можно определить угол сходимости конического волнового фронта:

$$\alpha = \arcsin(\lambda/d). \quad (64)$$

В частности, при освещении дифракционного аксикона с периодом колец 2 мкм лазерным излучением с длиной волны 0,633 мкм (гелий-неоновый лазер) получим конический волновой фронт, сходящийся под углом $\alpha \approx 18,45^\circ$.

В лучевом приближении (если не учитывать дифракцию) все лучи будут распространяться под этим углом к оптической оси. При этом формируется пучок Бесселя нулевого порядка. Дифракционные явления можно учесть, если численно рассчитать угловой спектр излучения, прошедшего через дифракционный аксикон. В представленной работе такое численное моделирование выполнялось с помощью метода разложения по плоским волнам [46] с использованием быстрого алгоритма расчёта для осесимметричных пучков с вихревой фазовой зависимостью [47].

Результаты моделирования формирования пучка Бесселя нулевого порядка с круговой поляризацией показаны на рис. 1. Как видно, x- и y-компоненты вы-

глядят как обычный пучок Бесселя нулевого порядка, а z-компонента (её вклад в общую интенсивность невелик) представляет собой пучок Бесселя первого порядка.

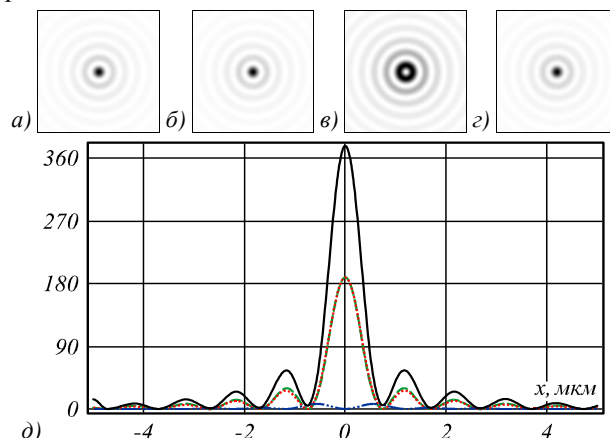


Рис. 1. Результаты моделирования формирования пучка Бесселя нулевого порядка с круговой поляризацией, показана интенсивность центральной части компонент электрического поля: x-компонента (а), y-компонента (б), z-компонента (в), а также полная интенсивность (г) и соответствующие сечения (д) (x-компонента – точечная линия, y-компонента – пунктирная линия, z-компонента – штрихпунктирная линия, полная интенсивность – сплошная линия)

На рис. 2 и 3 представлены результаты моделирования для вихревого пучка Бесселя с радиальной и азимутальной поляризацией соответственно. Картины поперечных компонент имеют ожидаемую синусную или косинусную зависимость. Этот результат находится в полном соответствии с теоретическими результатами, полученными в предыдущем параграфе при прохождении интерференционного многослойного поляризатора в соответствии с выражением (61).

Выделение отдельных x- и y-компонент можно выполнить с помощью линейного поляризационного анализатора.

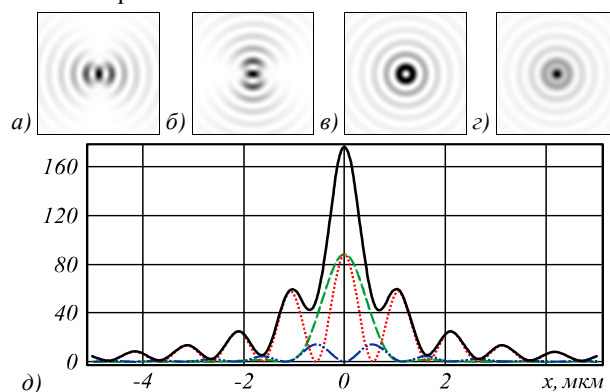


Рис. 2. Результаты моделирования формирования вихревого пучка Бесселя с радиальной поляризацией (аналогично рис. 1)

Продольная компонента присутствует только для радиальной поляризации. Также хорошо видно присутствие ненулевой интенсивности в центре пучка, которое обсуждалось выше.

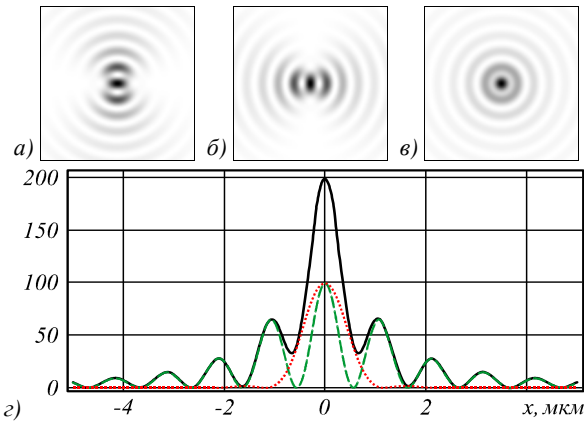


Рис. 3. Результаты моделирования формирования вихревого пучка Бесселя с азимутальной поляризацией, показана интенсивность центральной части компонент электрического поля: x-компонента (а), y-компонента (б), а также полная интенсивность (в) и соответствующие сечения (г) (x-компонента – точечная линия, y-компонента – пунктирная линия, полная интенсивность – сплошная линия)

Таким образом, результаты моделирования для бинарного аксикона, основанные на разложении по плоским волнам, показали качественное согласование с теоретическими выкладками, основанными на разложении сходящейся конической волны по векторным модам Бесселя.

Заключение

В данной работе распространение произвольного поля представлено на основе разложения по векторным цилиндрическим модам. При этом также учтён возможный импульсный характер излучения. Получены общие формулы для разложения поля с круговой поляризацией, формируемого осесимметричным элементом при наличии вихревой фазовой сингулярности. Для конической волны показано преобразование круговой поляризации в вихревую цилиндрическую при прохождении поля через поляризационную пластину. Результаты моделирования, основанные на разложении по плоским волнам, показали качественное согласование с теоретическими выкладками.

Приложение А

Докажем ортогональность функций (18) по масштабному множителю:

$$\int_0^R [\mathbf{F}_{mp}^{TE}(r)]^+ \mathbf{F}_{mq}^{TE}(r) r dr = \int_0^R \left[\left(\frac{im}{r} J_m(\alpha_p r) \right) \right]^+ \left(\frac{im}{r} J_m(\alpha_q r) \right) r dr = \int_0^R \left[\left(\frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} \right) \right]^+ \left(\frac{\partial J_m(\alpha_q r)}{\partial r} \right) r dr = \int_0^R \left[\left(\frac{m}{r} \right)^2 J_m(\alpha_p r) J_m(\alpha_q r) + \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} \frac{\partial J_m(\alpha_q r)}{\partial r} \right] r dr. \tag{A1}$$

Уравнение Бесселя имеет вид

$$r^2 \frac{\partial^2 J_m(\alpha r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial J_m(\alpha r)}{\partial r} + (\alpha^2 r^2 - m^2) J_m(\alpha r) = 0 \tag{A2}$$

или

$$\frac{\partial^2 J_m(\alpha r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial J_m(\alpha r)}{\partial r} + \left(\alpha^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) J_m(\alpha r) = 0. \tag{A3}$$

Из уравнения (A3) следует:

$$\frac{m^2}{r^2} J_m(\alpha r) = \frac{\partial^2 J_m(\alpha r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial J_m(\alpha r)}{\partial r} + \alpha^2 J_m(\alpha r). \tag{A4}$$

Тогда подынтегральное выражение в (A1) с учётом (A4) можно переписать:

$$\left(\frac{m}{r} \right)^2 J_m(\alpha_p r) J_m(\alpha_q r) + \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} \frac{\partial J_m(\alpha_q r)}{\partial r} = \left[\frac{\partial^2 J_m(\alpha_p r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} + \alpha_p^2 J_m(\alpha_p r) \right] \times J_m(\alpha_q r) + \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} \frac{\partial J_m(\alpha_q r)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) + \alpha_p^2 J_m(\alpha_p r) J_m(\alpha_q r). \tag{A5}$$

В результате в (A1) получается:

$$\int_0^R [\mathbf{F}_{mp}^{TE}(r)]^+ \mathbf{F}_{mq}^{TE}(r) r dr = \int_0^R r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) \right) + \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) + \alpha_p^2 r J_m(\alpha_p r) J_m(\alpha_q r) dr. \tag{A6}$$

В (A6) интеграл от последнего слагаемого равен нулю по свойству ортогональности функций Бесселя и с учётом граничных условий. Первый интеграл в (A6) можно взять по частям:

$$\int_0^R r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) \right) dr =$$

$$= \left(r \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) \right) \Big|_0^R -$$

$$- \int_0^R \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) dr.$$
(A7)

После подстановки (A7) в (A6) получим

$$\int_0^R [\mathbf{F}_{mp}^{TE}(r)]^+ \mathbf{F}_{mq}^{TE}(r) r dr =$$

$$= \left(r \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) \right) \Big|_0^R -$$

$$- \int_0^R \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) dr +$$

$$+ \int_0^R \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) dr =$$

$$= \left(r \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} J_m(\alpha_q r) \right) \Big|_0^R$$

$$= R \frac{\partial J_m(\alpha_p R)}{\partial r} J_m(\alpha_q R) = 0.$$
(A8)

Последнее равно нулю в соответствии с граничными условиями (16).

Таким образом, из выражения (A8) следует, что базисные функции одной поляризации, но отвечающие различным масштабам α_p и α_q , ортогональны.

Теперь докажем ортогональность для различных поляризаций:

$$\int_0^R [\mathbf{F}_{mp}^{TE}(r)]^+ \mathbf{F}_{mq}^{TM}(r) r dr =$$

$$= \int_0^R \left[\left(\frac{im}{r} J_m(\alpha_p r) \right) \right]^+ \left[\left(\frac{\partial J_m(\beta_q r)}{\partial r} \right) \right] r dr =$$

$$= -im \int_0^R \left[\frac{1}{r} J_m(\alpha_p r) \frac{\partial J_m(\beta_q r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial J_m(\alpha_p r)}{\partial r} \times \right.$$

$$\left. \times J_m(\beta_q r) \right] r dr = -im \int_0^R \frac{\partial}{\partial r} [J_m(\alpha_p r) J_m(\beta_q r)] dr =$$

$$= -im [J_m(\alpha_p r) J_m(\beta_q r)] \Big|_0^R =$$

$$= -im [J_m(\alpha_p R) J_m(\beta_q R)] = 0.$$
(A9)

Последнее равно нулю в соответствии с граничными условиями (16).

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 16-29-11698-офи_м) и Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26).

Литература

1. **Tyo, J.S.** Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications / J.S. Tyo, D.L. Goldstein, D.B. Chenault, J.A. Shaw // *Applied Optics*. – 2006. – Vol. 45, Issue 22. – P. 5453-5469. – DOI: 10.1364/AO.45.005453.
2. **Oldenbourg, R.** Polarized light microscopy of spindles / R. Oldenbourg. - In book: *Methods in Cellular Biology*. Vol. 61. *Mitosis and Meiosis* / ed. by C.L. Rieder. - San Diego, London: Academic Press, 1998. - ISBN: 978-0-12-544163-6. - Chap 10. – P. 175-208. – DOI: 10.1016/S0091-679X(08)61981-0.
3. **Khonina, S.N.** How low can STED go? Comparison of different write-erase beam combinations for stimulated emission depletion microscopy / S.N. Khonina, I. Golub // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2012. – Vol. 29, Issue 10. – P. 2242-2246. – DOI: 10.1364/JOSAA.29.002242.
4. **Zhang, Y.** Wide-field imaging of birefringent synovial fluid crystals using lensfree polarized microscopy for gout diagnosis / Y. Zhang, S.Y.C. Lee, Y. Zhang, D. Furst, J. Fitzgerald, A. Ozcan // *Scientific Reports*. – 2016. – Vol. 6. – P. 28793. – DOI: 10.1038/srep28793.
5. **Baumann, B.** Polarization sensitive optical coherence tomography: A review of technology and applications / B. Baumann // *Applied Sciences*. – 2017. – Vol. 7, Issue 5. – P. 474. – DOI: 10.3390/app7050474.
6. **Jacques, S.L.** Imaging superficial tissues with polarized light / S.L. Jacques, J.R. Roman, K. Lee // *Lasers in Surgery and Medicine*. – 2000. – Vol. 26, Issue 2. – P. 119-129. – DOI: 10.1002/(SICI)1096-9101(2000)26:23.0.CO;2-Y.
7. **Moscato, M.** Depolarization and blurring of optical images by biological tissue / M. Moscato, J.B. Keller, G. Papanicolaou // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2001. – Vol. 18, Issue 4. – P. 948-960. – DOI: 10.1364/JOSAA.18.000948.
8. **Yeh, P.** *Optics of liquid crystal displays* / P. Yeh, C. Gu. – 2nd ed. – Hoboken, NJ: John Wiley and Sons, 2009. – 792 p. – ISBN: 978-0-470-18176-8.
9. **Simpson, N.B.** Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner / N.B. Simpson, K. Dholakia, L. Allen, M.J. Padgett // *Optics Letters*. – 1997. – Vol. 22, Issue 1. – P. 52-54. – DOI: 10.1364/OL.22.000052.
10. **Сойфер, В.А.** Оптическое манипулирование микрообъектами: достижения и новые возможности, порождённые дифракционной оптикой / В.А. Сойфер, В.В. Котляр, С.Н. Хонина // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. – 2004. – Т. 35, Вып. 6. – P. 1368-1432.
11. **Agrawal, G.P.** *Applications of nonlinear fiber optics* / G.P. Agrawal. – 2nd ed. – New York: Academic Press, 2008. – 528 p. – ISBN: 978-0-12-374302-2.
12. **Dennis, M.R.** Singular optics: Optical vortices and polarization singularities / M.R. Dennis, K. O'Holleran, M.J. Padgett. – In Book: *Progress in optics* / ed. by E. Wolf. – London, New York: Elsevier, 2009. – Chap. 5. – P. 293-363. – DOI: 10.1016/S0079-6638(08)00205-9.
13. **Kraus, M.** Microdrilling in steel using ultrashort pulsed laser beams with radial and azimuthal polarization / M. Kraus, M.A. Ahmed, A. Michalowski, A. Voss, R. Weber, T. Graf // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18, Issue 21. – P. 22305-22313. – DOI: 10.1364/OE.18.022305.

14. **Hnatovsky, C.** Polarization-dependent ablation of silicon using tightly focused femtosecond laser vortex pulses / C. Hnatovsky, V.G. Shvedov, N. Shostka, A.V. Rode, W. Krolikowski // *Optics Letters*. – 2012. – Vol. 37, Issue 2. – P. 226-228. – DOI: 10.1364/OL.37.000226.
15. **Kuchmizhak, A.** On-fly femtosecond-laser fabrication of self-organized plasmonic nanotextures for chemo- and bio-sensing applications / A. Kuchmizhak, E. Pustovalov, S. Syubaev, O. Vitrik, Y. Kulchin, A. Porfirev, S. Khonina, S.I. Kudryashov, P. Danilov, A. Ionin // *ACS Applied Materials & Interfaces*. – 2016. – Vol. 8, Issue 37. – P. 24946-24955. – DOI: 10.1021/acsmi.6b07740.
16. **Majumdar, A.K.** Free-space laser communications: principles and advances / A.K. Majumdar, J.C. Ricklin. – New York: Springer Science & Business Media; 2008. – 418 p. – ISBN: 978-0-387-28652-5.
17. **Huang, H.** 100 Tbit/s free-space data link enabled by three-dimensional multiplexing of orbital angular momentum, polarization, and wavelength / H. Huang, G. Xie, Y. Yan, N. Ahmed, Y. Ren, Y. Yue, D. Rogawski, M.J. Willner, B.I. Erkmen, K.M. Birnbaum, S.J. Dolinar, M.P.J. Lavery, M.J. Padgett, M. Tur, A.E. Willner // *Optics Letters*. – 2014. – Vol. 39, Issue 2. – P. 197-200. – DOI: 10.1364/OL.39.000197.
18. **Soifer, V.A.** Vortex beams in turbulent media: review / V.A. Soifer, O. Korotkova, S.N. Khonina, E.A. Shchepakina // *Computer Optics*. – 2016. – Vol. 40(5). – P. 605-624. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
19. **Durnin, J.** Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, Jr., J.H. Eberly // *Physical Review Letters*. – 1987. – Vol. 58, Issue 15. – P. 1499-1501. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.58.1499.
20. **Kalosha, V.P.** Toward the subdiffraction focusing limit of optical superresolution / V.P. Kalosha, I. Golub // *Optics Letters*. – 2007. – Vol. 32, Issue 24. – P. 3540-3542. – DOI: 10.1364/OL.32.003540.
21. **Khonina, S.N.** Sharper focal spot for a radially polarized beam using ring aperture with phase jump / S.N. Khonina A.V. Ustinov // *Journal of Engineering*. – 2013. – Vol. 2013. – P. 512971. – DOI: 10.1155/2013/512971.
22. **Wang, K.** Influence of the incident wave-front on intensity distribution of the nondiffracting beam used in large-scale measurement / K. Wang, L. Zeng, Ch. Yin // *Optics Communication*. – 2003. – Vol. 216, Issues 1-3. – P. 99-103. – DOI: 10.1016/S0030-4018(02)02307-6.
23. **Leitgeb, R.A.** Extended focus depth for Fourier domain optical coherence microscopy / R.A. Leitgeb, M. Villiger, A.H. Bachmann, L. Steinmann, T. Lasser // *Optics Letters*. – 2006. – Vol. 31, Issue 16. – P. 2450-2452. – DOI: 10.1364/OL.31.002450.
24. **Arimoto, R.** Imaging properties of axicon in a scanning optical system / R. Arimoto, C. Saloma, T. Tanaka, S. Kawata // *Applied Optics*. – 1992. – Vol. 31, Issue 31. – P. 6653-6657. – DOI: 10.1364/AO.31.006653.
25. **Fortin, M.** Optical tests with Bessel beam interferometry / M. Fortin, M. Piché, E.F. Borra // *Optics Express*. – 2004. – Vol. 2, Issue 24. – P. 5887-5895. – DOI: 10.1364/OPEX.12.005887.
26. **Garces-Chavez, V.** Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam / V. Garces-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett, K. Dholakia // *Nature*. – 2002. – Vol. 419, Issue 6903. – P. 145-147. – DOI: 10.1038/nature01007.
27. **Arlt, J.** Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams / J. Arlt, K. Dholakia, J. Soneson, E.M. Wright // *Physical Review A*. – 2001. – Vol. 63. – P. 063602. – DOI: 10.1103/PhysRevA.63.063602.
28. **Skidanov, R.V.** Micromanipulation in higher-order Bessel beams / R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, A.V. Volkov, V.A. Soifer // *Optical Memory & Neural Networks (Information Optics)*. – 2007. – Vol. 16(2). – P. 91-98. – DOI: 10.3103/S1060992X07020051.
29. **McLeod, J.H.** The axicon: a new type of optical element / J.H. McLeod // *Journal of the Optical Society of America*. – 1954. – Vol. 44, Issue 8. – P. 592-597. – DOI: 10.1364/JOSA.44.000592.
30. **Vasara, A.** Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms / A. Vasara, J. Turunen, A.T. Friberg // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1989. – Vol. 6, Issue 11. – P. 1748-1754. – DOI: 10.1364/JOSAA.6.001748.
31. **Khonina, S.N.** Diffractive axicon with tunable fill factor for focal ring splitting / S.N. Khonina, A.P. Porfirev, A.V. Ustinov // *Proceedings of SPIE*. – 2017. – Vol. 10233. – P. 102331P. – DOI: 10.1117/12.2265017.
32. **Хонина, С.Н.** Дифракция на бинарных микроаксиконах в ближней зоне / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев, П.Г. Серафимович, И.А. Пустовой // *Оптический журнал*. – 2012. – Т. 79, № 10. – С. 22-29.
33. **Khonina, S.N.** Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15, Issue 8. – P. 085704. – DOI: 10.1088/2040-8978/15/8/085704.
34. **Хонина, С.Н.** Высокоапертурные бинарные аксиконы для формирования продольной компоненты электрического поля на оптической оси при линейной и круговой поляризации освещающего пучка / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2013. – Т. 144, Вып. 4(10). – С. 718-726. – DOI: 10.7868/S0044451013100039.
35. **Khonina, S.N.** A longitudinally polarized beam generated by a binary axicon / S.N. Khonina, S.A. Degtyarev // *Journal of Russian Laser Research*. – 2015. – Vol. 36, Issue 2. – P. 151-161. – DOI: 10.1007/s10946-015-9488-x.
36. **Shiyao, F.** Bessel beams with spatial oscillating polarization / F. Shiyao, Z. Shikun, G. Chunqing // *Scientific Reports*. – 2016. – Vol. 6 – P. 30765. – DOI: 10.1038/srep30765.
37. **Khilo, N.** A high-efficient method for generating radially and azimuthally polarized Bessel beams using biaxial crystals / N. Khilo, T.S. Al-Saud, S.H. Al-Khowaiter, M.K. Al-Muhanna, S. Solonevich, N. Kazak, A. Ryzhevich // *Optics Communications*. – 2012. – Vol. 285, Issue 24. – P. 4807-4810. – DOI: 10.1016/j.optcom.2012.07.130.
38. **Khonina, S.N.** Polarization conversion under focusing of vortex laser beams along the axis of anisotropic crystals / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, V.D. Parani, A.A. Morozov // *Physics Letters A*. – 2017. – Vol. 381, Issue 30. – P. 2444-2455. – DOI: 10.1016/j.physleta.2017.05.025.
39. **Khonina, S.N.** Focused, evanescent, hollow, and collimated beams formed by microaxicons with different conical angles / S.N. Khonina, S.A. Degtyarev, D.A. Savelyev, A.V. Ustinov // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25, Issue 16. – P. 19052-19064. – DOI: 10.1364/OE.25.019052.
40. **Khonina, S.N.** Generating inhomogeneously polarized higher-order laser beams by use of diffractive optical elements / S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2011. – Vol. 28, Issue 10. – P. 2115-2123. – DOI: 10.1364/JOSAA.28.002115.
41. **Скиданов, Р.В.** Дифракционные аксиконы для формирования радиально-поляризованного света на основе использования стопы Столетова / Р.В. Скиданов, А.В. Морозов // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 4. – С. 614-618.
42. **Karpeev, S.** Generation of a controlled double-ring-shaped radially polarized spiral laser beam using a combination of a binary axicon with an interference polarizer / S. Karpeev,

- V. Pararin, S. Khonina // Journal of Optics. – 2017. – Vol. 19, Issue 5. – 055701. – DOI: 10.1088/2040-8986/aa640c.
43. **Kawauchi, H.** Simultaneous generation of helical beams with linear and radial polarization by use of a segmented half-wave plate / H. Kawauchi, Y. Kozawa, S. Sato, T. Sato, S. Kawakami // Optics Letters. – 2008. – Vol. 33, Issue 4. – P. 399-401. - DOI: 10.1364/OL.33.000399.
44. **Zhang, H.** Expansion of the electromagnetic fields of a shaped beam in terms of cylindrical vector wavefunctions / H. Zhang, Y. Han, G. Han // Journal of the Optical Society of America B. – 2007. – Vol. 24, Issue 6. – P. 1383-1391. – DOI: 10.1364/JOSAB.24.001383.
45. **Khonina, S.N.** Generation of cylindrical vector beams of high orders using uniaxial crystals / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, V.A. Soifer // Journal of Optics. – 2015. – Vol. 17, Issue 6. – 065001. – DOI: 10.1088/2040-8978/17/6/065001.
46. **Zhang, Y.** Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon / Y. Zhang, L. Wang, C. Zheng // Journal of the Optical Society of America A. – 2005. – Vol. 22, Issue 11. – P. 2542-2546. – DOI: 10.1364/JOSAA.22.002542.
47. **Khonina, S.N.** Near-field propagation of vortex beams: models and computation algorithms / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.A. Kovalyov, S.G. Volotovskiy // Optical Memory and Neural Networks. – 2014. – Vol. 23, Issue 2. – P. 50-73. – DOI: 10.3103/S1060992X14020027.

Сведения об авторах

Харитонов Сергей Иванович, 1961 года рождения. Доктор физико-математических наук, доцент кафедры технической кибернетики, старший научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. 1984 г. – окончил физический факультет Самарского государственного университета. 1993 г. – защитил кандидатскую диссертацию на тему «Асимптотические методы дифракционного расчёта фокусаторов лазерного излучения». 2010 г. – защитил докторскую диссертацию на тему «Асимптотические методы расчёта дифракции когерентного электромагнитного излучения на дифракционных оптических элементах». Область научных интересов: дифракционная, квантовая оптика, физика плазмы. В списке научных работ С.И. Харитонova 87 статей, 5 авторских свидетельств и патентов. E-mail: prognoz2007@gmail.com.

Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, профессор Самарского университета; главный научный сотрудник ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: khonina@smr.ru.

ГРПТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 6 марта 2018 г. Окончательный вариант – 23 марта 2018 г.

CONVERSION OF A CONICAL WAVE WITH CIRCULAR POLARIZATION INTO A VORTEX CYLINDRICALLY POLARIZED BEAM IN A METAL WAVEGUIDE

S.I. Kharitonov^{1,2}, S.N. Khonina^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia,

² Samara National Research University, Samara, Russia

Abstract

In this paper, we have developed a mathematical base for describing the propagation of waves in a metal waveguide in a cylindrical coordinate system. The transformation of a conical wave with circular polarization into a cylindrically polarized vortex beam is shown on the basis of the expansion of the field in vector cylindrical modes. The results of modeling, based on the expansion in plane waves, qualitatively agree with theoretical calculations.

Keywords: cylindrical metal waveguide modes, laser impulse, conical wave, circular polarization, vortex cylindrically polarized beams.

Citation: Kharitonov SI, Khonina SN. Conversion of a conical wave with circular polarization into a vortex cylindrically polarized beam in a metal waveguide. Computer Optics 2018; 42(2): 197-211. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-197-211.

Acknowledgement: This work was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant No. 16-29-11698-ofi_m) and by the Federal Agency of Scientific Organizations (agreement No. 007-GZ/C3363/26).

References

- [1] Tyo JS, Goldstein DL, Chenault DB, Shaw JA. Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications. Appl Opt 2006; 45(22): 5453-5469. DOI: 10.1364/AO.45.005453.
- [2] Oldenbourg R. Polarized light microscopy of spindles In book: Reider CL, ed. Methods in Cellular Biology. Vol. 61. Mitosis and Meiosis. Chap 10. San Diego, London: Academic Press; 1998. ISBN: 978-0-12-544163-6. DOI: 10.1016/S0091-679X(08)61981-0.
- [3] Khonina SN, Golub I. How low can STED go? Comparison of different write-erase beam combinations for stimulated emission depletion microscopy. JOSA A 2012; 29(10): 2242-2246. DOI: 10.1364/JOSAA.29.002242.
- [4] Zhang Y, Lee SYC, Zhang Y, Furst D, Fitzgerald J, Ozcan A. Wide-field imaging of birefringent synovial fluid crystals.

- tals using lensfree polarized microscopy for gout diagnosis. *Sci Rep* 2016; 6: 28793. DOI: 10.1038/srep28793.
- [5] Baumann B. Polarization sensitive optical coherence tomography: A review of technology and applications. *Appl Sci* 2017; 7(5): 474. DOI: 10.3390/app7050474.
- [6] Jacques SL, Roman JR, Lee K. Imaging superficial tissues with polarized light. *Lasers Surg Med* 2000; 26(2): 119-129. DOI: 10.1002/(SICI)1096-9101(2000)26:23.0.CO;2-Y.
- [7] Moscoso M, Keller JB, Papanicolaou G. Depolarization and blurring of optical images by biological tissue. *JOSA A* 2001; 18(4): 948-960. DOI: 10.1364/JOSAA.18.000948.
- [8] Yeh P, Gu C. *Optics of liquid crystal displays*. 2nd ed. Hoboken, NJ: John Wiley and Sons; 2009. ISBN: 978-0-470-18176-8.
- [9] Simpson NB, Dholakia K, Allen L, Padgett MJ. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner. *Opt Lett* 1997; 22(1): 52-54. DOI: 10.1364/OL.22.000052.
- [10] Soifer VA, Kotlyar VV, Khonina SN. Optical microparticle manipulation: Advances and new possibilities created by diffractive optics. *Physics of Particles and Nuclei* 2004; 35(6): 733-766.
- [11] Agrawal GP. *Applications of nonlinear fiber optics*. 2nd ed. New York: Academic Press; 2008. ISBN: 978-0-12-374302-2.
- [12] Dennis MR, O'Holleran K, Padgett MJ. Singular optics: Optical vortices and polarization singularities. In Book: Wolf E, ed. *Progress in optics*. London, New York: Elsevier; 2009: 293-363. DOI: 10.1016/S0079-6638(08)00205-9.
- [13] Kraus M, Ahmed MA, Michalowski A, Voss A, Weber R, Graf T. Microdrilling in steel using ultrashort pulsed laser beams with radial and azimuthal polarization. *Opt Express* 2010; 18(21): 22305-22313. DOI: 10.1364/OE.18.022305.
- [14] Hnatovsky C, Shvedov VG, Shostka N, Rode AV, Krolikowski W. Polarization-dependent ablation of silicon using tightly focused femtosecond laser vortex pulses. *Opt Lett* 2012; 37(2): 226-228. DOI: 10.1364/OL.37.000226.
- [15] Kuchmizhak A, Pustovalov E, Syubaev S, Vitrik O, Kulchin Y, Porfirev A, Khonina S, Kudryashov SI, Danilov P, Ionin A. On-fly femtosecond-laser fabrication of self-organized plasmonic nanotextures for chemo- and biosensing applications. *ACS Appl Mater Interfaces* 2016; 8(37): 24946-24955. DOI: 10.1021/acsami.6b07740.
- [16] Majumdar AK, Ricklin JC. *Free-space laser communications: principles and advances*. New York: Springer Science & Business Media; 2008. ISBN: 978-0-387-28652-5.
- [17] Huang H, Xie G, Yan Y, Ahmed N, Ren Y, Yue Y, Rogawski D, Willner MJ, Erkmen BI, Birnbaum KM, Dolinar SJ, Lavery MPJ, Padgett MJ, Tur M, Willner AE. 100 Tbit/s free-space data link enabled by three-dimensional multiplexing of orbital angular momentum, polarization, and wavelength. *Opt Lett* 2014; 39(2): 197-200. DOI: 10.1364/OL.39.000197.
- [18] Soifer VA, Korotkova O, Khonina SN, Shchepakina EA. Vortex beams in turbulent media: Review. *Computer Optics* 2016; 40(5): 605-624. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
- [19] Durnin J, Miceli JJ Jr, Eberly JH. Diffraction-free beams. *Phys Rev Lett* 1987; 58(15): 1499-1501.
- [20] Kalosha VP, Golub I. Toward the subdiffraction focusing limit of optical superresolution. *Opt Lett* 2007; 32(24): 3540-3542. DOI: 10.1364/OL.32.003540.
- [21] Khonina SN, Ustinov AV. Sharper focal spot for a radially polarized beam using ring aperture with phase jump. *Journal of Engineering* 2013; 2013: 512971. DOI: 10.1155/2013/512971.
- [22] Wang K, Zeng L, Yin Ch. Influence of the incident wavefront on intensity distribution of the nondiffracting beam used in large-scale measurement. *Opt Commun* 2003; 216(1-3): 99-103. DOI: 10.1016/S0030-4018(02)02307-6.
- [23] Leitgeb RA, Villiger M, Bachmann AH, Steinmann L, Lasser T. Extended focus depth for Fourier domain optical coherence microscopy. *Opt Lett* 2006; 31(16): 2450-2452. DOI: 10.1364/OL.31.002450.
- [24] Arimoto R, Saloma C, Tanaka T, Kawata S. Imaging properties of axicon in a scanning optical system. *Appl Opt* 1992; 31(31): 6653-6657. DOI: 10.1364/AO.31.006653.
- [25] Fortin M, Piché M, Borra EF. Optical tests with Bessel beam interferometry. *Opt Express* 2004; 2(24): 5887-5895. DOI: 10.1364/OPEX.12.005887.
- [26] Garces-Chavez V, McGloin D, Melville H, Sibbett W, Dholakia K. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam. *Nature* 2002; 419(6903): 145-147. DOI: 10.1038/nature01007.
- [27] Arlt J, Dholakia K, Soneson J, Wright EM. Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams. *Phys Rev A* 2001; 63: 063602. DOI: 10.1103/PhysRevA.63.063602.
- [28] Skidanov RV, Kotlyar VV, Khonina SN, Volkov AV, Soifer VA. Micromanipulation in higher-order Bessel beams. *Optical Memory & Neural Networks* 2007; 16(2): 91-98. DOI: 10.3103/S1060992X07020051.
- [29] McLeod JH. The axicon: a new type of optical element. *JOSA* 1954; 44(8): 592-597. DOI: 10.1364/JOSA.44.000592.
- [30] Vasara A, Turunen J, Friberg AT. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms. *JOSA A* 1989; 6(11): 1748-1754. DOI: 10.1364/JOSAA.6.001748.
- [31] Khonina SN, Porfirev AP, Ustinov AV. Diffractive axicon with tunable fill factor for focal ring splitting. *Proc SPIE* 2017; 10233: 102331P. DOI: 10.1117/12.2265017.
- [32] Khonina SN, Serafimovich PG, Savelyev DA, Pustovoi IA. Diffraction at binary microaxicons in the near field. *J Opt Techn* 2012; 79(10): 626-631. DOI: 10.1364/JOT.79.000626.
- [33] Khonina SN, Karpeev SV, Alferov SV, Savelyev DA, Laukkanen J, Turunen J. Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams. *J Opt* 2013; 15(8): 085704. DOI: 10.1088/2040-8978/15/8/085704.
- [34] Khonina SN, Savelyev DA. High-aperture binary axicons for the formation of the longitudinal electric field component on the optical axis for linear and circular polarizations of the illuminating beam. *JETP* 2013; 117(4): 623-630. DOI: 10.1134/S1063776113120157.
- [35] Khonina SN, Degtyarev SA. A longitudinally polarized beam generated by a binary axicon. *JORR* 2015; 36(2): 151-161. DOI: 10.1007/s10946-015-9488-x.
- [36] Shiyao F, Shikun Z, Chunqing G. Bessel beams with spatial oscillating polarization. *Scientific Reports* 2016; 6: 30765. DOI: 10.1038/srep30765.
- [37] Khilo N, Al-Saud TS, Al-Khowaiter SH, Al-Muhanna MK, Solonevich S, Kazak N, Ryzhevich A. A high-efficient method for generating radially and azimuthally polarized Bessel beams using biaxial crystals. *Opt Commun* 2012; 285: 4807-4810. DOI: 10.1016/j.optcom.2012.07.130.

- [38] Khonina SN, Karpeev SV, Parani V, Morozov AA. Polarization conversion under focusing of vortex laser beams along the axis of anisotropic crystals. *Phys Lett A* 2017; 381: 2444-2455. DOI: 10.1016/j.physleta.2017.05.025.
- [39] Khonina SN, Degtyarev SA, Savelyev DA, Ustinov AV. Focused, evanescent, hollow, and collimated beams formed by microaxicons with different conical angles. *Opt Express* 2017; 25(16): 19052-19064. DOI: 10.1364/OE.25.019052.
- [40] Khonina SN, Karpeev SV. Generating inhomogeneously polarized higher-order laser beams by use of diffractive optical elements. *JOSA A* 2011; 28(10): 2115-2123. DOI: 10.1364/JOSAA.28.002115.
- [41] Skidanov RV, Morozov AA. Diffractive optical elements for forming radially polarized light, based on the use stack of Stoletov. *Computer Optics* 2014; 38(4): 614-618.
- [42] Karpeev S, Parani V, Khonina S. Generation of a controlled double-ring-shaped radially polarized spiral laser beam using a combination of a binary axicon with an interference polarizer. *J Opt* 2017; 19(5): 055701. DOI: 10.1088/2040-8986/aa640c.
- [43] Kawauchi H, Kozawa Y, Sato S, Sato T, Kawakami S. Simultaneous generation of helical beams with linear and radial polarization by use of a segmented half-wave plate. *Opt Lett* 2008; 33(4): 399-401. DOI: 10.1364/OL.33.000399.
- [44] Zhang H, Han Y, Han G. Expansion of the electromagnetic fields of a shaped beam in terms of cylindrical vector wavefunctions. *JOSA B* 2007; 24(6): 1383-1391. DOI: 10.1364/JOSAB.24.001383.
- [45] Khonina SN, Karpeev SV, Alferov SV, Soifer VA. Generation of cylindrical vector beams of high orders using uniaxial crystals. *J Opt* 2015; 17: 065001. DOI: 10.1088/2040-8978/17/6/065001.
- [46] Zhang Y, Wang L, Zheng C. Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon. *JOSA A* 2005; 22(11): 2542-2546. DOI: 10.1364/JOSAA.22.002542.
- [47] Khonina SN, Ustinov AV, Kovalyov AA, Volotovskiy SG. Near-field propagation of vortex beams: models and computation algorithms. *Optical Memory and Neural Networks* 2014; 23(2): 50-73. DOI: 10.3103/S1060992X14020027.

Authors' information

Sergey Ivanovich Kharitonov, leading researcher of Diffractive Optics laboratory in the IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Doctor of Physical and Mathematical Sciences. 1984 – graduated from Physics department of Samara State University. 1993 – defended his dissertation “Asymptotic methods of calculation of the diffraction of laser radiation focuser”. 2010 – defended his doctoral thesis on “Asymptotic methods for calculating the diffraction of coherent electromagnetic radiation in diffractive optical elements”. Research interests: diffraction, quantum optics, plasma physics. The list of scientific papers S.I. Kharitonov's 87 articles, 5 patents. E-mail: prognoz2007@gmail.com.

Svetlana Nikolaevna Khonina, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara National Research University. Main researcher of the IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: khonina@smr.ru.

Received March 6, 2018. The final version – March 23, 2018.