

## ОБРАТНЫЙ ПОТОК ЭНЕРГИИ ДЛЯ ОПТИЧЕСКОГО ВИХРЯ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЦЕЛЫМ ТОПОЛОГИЧЕСКИМ ЗАРЯДОМ

В.В. Котляр<sup>1,2</sup>, А.А. Ковалёв<sup>1,2</sup>, А.Г. Налимов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара, Россия,

<sup>2</sup> Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия

### Аннотация

Для произвольного оптического вихря с целым топологическим зарядом  $m$  и круговой поляризацией получены явные выражения для всех проекций векторов напряженности электрического и магнитного поля вблизи фокуса, а также выражения для интенсивности (плотности энергии) и потока энергии (проекция вектора Пойнтинга) в плоскости фокуса в апланатической оптической системе. Из полученных выражений следует, что вблизи оптической оси в плоскости фокуса оптического вихря с  $m > 2$  и левой круговой поляризацией обратный поток энергии на самой оптической оси равен нулю и растет по модулю как степень  $2(m-2)$  радиальной координаты. Также из полученных формул следует, что вблизи плоскости фокуса обратный поток энергии вращается вокруг оптической оси.

**Ключевые слова:** обратный поток, оптический вихрь, вращающиеся пучки, вектор Умова–Пойнтинга.

**Цитирование:** Котляр, В.В. Обратный поток энергии для оптического вихря с произвольным целым топологическим зарядом / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 408-413. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-408-413.

### Введение

Начиная с работы [1], стало известно об обратном потоке энергии при распространении светового поля в свободном пространстве. В местах обратного потока продольная компонента вектора Пойнтинга принимает отрицательные значения. Этому явлению в оптике посвящено относительно немного работ [1–10]. В [1] показано, что при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией с помощью апланатической системы в плоскости фокуса в области первого тёмного кольца интенсивности имеется область, в которой поток световой энергии направлен в обратную сторону по отношению к направлению распространения падающей плоской волны. В [2] теоретически было показано наличие отрицательного значения продольной составляющей вектора Пойнтинга на оптической оси у линейной комбинации двух пучков Бесселя  $m$ -го порядка с ТЕ- и ТМ-поляризациями. В [3] рассмотрена практически реализуемая ситуация (фокусировка с помощью апланатической системы) и теоретически и численно показано, что при фокусировке моды Лагерра–Гаусса порядка  $(0, m) = (0, 2)$  и левой круговой поляризации ( $\sigma = -1$ ) на оптической оси в фокусе у продольной проекции вектора Пойнтинга имеются отрицательные значения. В [4] рассмотрена суперпозиция двух произвольных световых полей, у которых разные проекции волнового вектора на продольную ось. Показано, что у таких световых полей имеют место локальные области, в которых продольная компонента силы, действующей на микрочастицу, направлена против волнового вектора светового пучка. В [5] численно показано наличие обратного потока на оптической оси в фокусе вихревой металинзы. В [6] численно показано наличие обратного распространения энергии в векторном пучке Бесселя с дробным топологическим зарядом. Такой световой пучок фактически является линейной комби-

нацией счётного числа обычных мод Бесселя. В [7] теоретически получены выражения для плотности вектора Пойнтинга для векторных Х-пучков и необходимые условия для появления обратного потока энергии. В [8] численно показано наличие обратного течения энергии в непараксиальном ускоряющемся 2D-пучке Эйри. В [9] теоретически с помощью локального волнового вектора рассматриваются условия, которые нужно наложить на световое поле, чтобы оно локально имело обратное распространение (или имел место обратный поток энергии). В [10] численно показано, что в вихревом поле с круговой поляризацией, сформированном спиральной зонной пластинкой, вблизи оптической оси имеет место обратный поток световой энергии. Кроме того, известны теоретические работы по изучению свойств вектора Пойнтинга и вектора орбитального углового момента в произвольных и вихревых скалярных и векторных световых полях [11–14]. В [11] исследуются параксиальные вихревые пучки с несколькими фазовыми сингулярностями в поперечном сечении пучка. В [12] найдены спиральные траектории потока энергии для пучков Бесселя и Лагерра–Гаусса, а в [13] исследуется «оптический ток» (*optical current*) в вихревых пучках.

В данной работе получены общие формулы для проекций электрического и магнитного полей произвольного оптического вихря с целым топологическим зарядом и круговой поляризацией вблизи фокуса апланатической системы, а также выражения для интенсивности и проекций вектора Пойнтинга в плоскости фокуса. Теоретически показано, что при любом  $m > 2$  вблизи оптической оси в плоскости фокуса оптического вихря с левой круговой поляризацией имеет место обратный поток энергии, который возрастает по модулю как степень радиальной переменной и вращается вокруг оптической оси по спирали при распространении.

**Распределение интенсивности  
в плоскости фокуса оптического вихря**

Рассмотрим с помощью формул Ричардса–Вольфа [1] интенсивность и поток энергии (проекции вектора Пойнтинга) в плоскости острого фокуса произвольного оптического вихря с круговой поляризацией, сфокусированного апланатической системой. Выражения для трёх проекций вектора напряжённости электрического поля оптического вихря в области фокуса были получены в [14]. Ниже мы приведём также три проекции вектора напряжённости магнитного поля, выражение для интенсивности и для трёх проекций вектора Пойнтинга. Для напряжённости электрического поля с круговой поляризацией  $\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + i\sigma E_y \mathbf{e}_y$ , где  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$  – единичные векторы вдоль декартовых координат, будем считать, что при  $\sigma = 1$  – правая поляризация, а при  $\sigma = -1$  – левая поляризация, следуя [14]. Для оптического вихря с топологическим зарядом  $m$  и произвольной функцией аподизации зрачка (действительная функция  $A_m(\theta)$ )

$$A_m(\theta, \varphi) = A_m(\theta) \exp(im\varphi), \tag{1}$$

где  $(\theta, \varphi)$  – углы, задающие точку на сходящемся сферическом волновом фронте, запишем проекции электрического вектора  $\mathbf{E}$  вблизи фокуса в апланатической системе в цилиндрических координатах  $(r, \varphi, z)$ , следуя [14]:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= \\ &= -i^{m+1} e^{im\varphi} (I_{0,m} + \gamma_+ I_{2,m+2} e^{2i\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{-2i\varphi}), \\ E_y(r, \varphi, z) &= \\ &= i^m e^{im\varphi} (\sigma I_{0,m} - \gamma_+ I_{2,m+2} e^{2i\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{-2i\varphi}), \\ E_z(r, \varphi, z) &= -2i^m e^{im\varphi} (\gamma_+ I_{1,m+1} e^{i\varphi} - \gamma_- I_{1,m-1} e^{-i\varphi}), \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned} I_{0,m} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta, \\ I_{1,m\pm 1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m\pm 1}(x) d\theta, \\ I_{2,m\pm 2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta, \end{aligned} \tag{3}$$

где  $B = kf/2$ ,  $\alpha = \arcsin(N\alpha)$ ,  $x = kr \sin \theta$ ,  $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sigma)/2$ ,  $J_\nu(x)$  – функция Бесселя,  $k$  – волновое число света,  $f$  – фокусное расстояние апланатической системы с числовой апертурой  $NA$ .

На основе (2) можно записать выражение для интенсивности в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) произвольного оптического вихря (1):

$$\begin{aligned} I_m(r, \varphi, z = 0) &= \\ &= 2 \left[ I_{0,m}^2 + \gamma_+ (I_{2,m+2}^2 + 2I_{1,m+1}^2) + \gamma_- (I_{2,m-2}^2 + 2I_{1,m-1}^2) \right]. \end{aligned} \tag{4}$$

Из (4) видно, что распределение интенсивности в плоскости фокуса имеет осевую симметрию, так как

не зависит от азимутального угла  $\varphi$ . И так как у интегралов  $I_{p,q}$ , входящих в (3) и (4), второй индекс показывает порядок функции Бесселя, то из (4) можно заключить, что на оптической оси ( $r = 0$ ) интенсивность будет равна нулю при любом  $m > 2$ . При  $m = 1, 2$  на оптической оси интенсивность оптического вихря с левой круговой поляризацией ( $\sigma = -1$ ) будет отлична от нуля. Но в обоих случаях ( $m = 1, 2$ ) световой поток не будет распространяться вдоль положительного направления оптической оси: при  $m = 1$  поток энергии на оси будет нулевой, а при  $m = 2$  – обратный.

**Продольная проекция вектора Пойнтинга  
в фокусе оптического вихря**

Чтобы доказать наличие обратного потока в фокусе оптического вихря с произвольным целым топологическим зарядом  $m \neq 0$ , приведём выражения для трёх проекций вектора напряжённости магнитного поля:

$$\begin{aligned} H_x(r, \varphi, z) &= -i^m \sigma \bar{I}_{0,m} e^{im\varphi} + 2i^{m+1} \gamma_+ \sin \varphi \bar{I}_{1,m} e^{i(m+1)\varphi} + \\ &+ 2i^{m+1} \gamma_- \sin \varphi \bar{I}_{1,m} e^{i(m-1)\varphi} + \\ &+ i^m \gamma_+ e^{i(m+2)\varphi} \left( \bar{I}_{2,m+2} - \frac{2(m+1)}{kr} I_{1,m+1} \right) - \\ &- i^m \gamma_- e^{i(m-2)\varphi} \left( \bar{I}_{2,m-2} - \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right), \\ H_y(r, \varphi, z) &= -i^{m+1} \bar{I}_{0,m} e^{im\varphi} - 2i^{m+1} \gamma_+ \cos \varphi \bar{I}_{1,m} e^{i(m+1)\varphi} - \\ &- 2i^{m+1} \gamma_- \cos \varphi \bar{I}_{1,m} e^{i(m-1)\varphi} - \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} &- i^{m+1} \gamma_+ e^{i(m+2)\varphi} \left( \bar{I}_{2,m+2} - \frac{2(m+1)}{kr} I_{1,m+1} \right) - \\ &- i^{m+1} \gamma_- e^{i(m-2)\varphi} \left( \bar{I}_{2,m-2} - \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right), \\ H_z(r, \varphi, z) &= i^{m+1} \gamma_+ e^{i(m+1)\varphi} \left( \bar{I}_{2,m+1} + \frac{2m}{kr} I_{0,m} \right) - \\ &- i^{m+1} \bar{I}_{3,m-1} e^{im\varphi} (\sigma \cos \varphi + i \sin \varphi) + i^{m+1} \gamma_- \bar{I}_{2,m-1} e^{i(m-1)\varphi}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \bar{I}_{0,m} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta, \\ \bar{I}_{3,m-1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 + \cos \theta) J_{m-1}(x) d\theta, \\ \bar{I}_{1,m} &= B \int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) \times e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,m\pm 2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,m\pm 1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 - \cos \theta) J_{m\pm 1}(x) d\theta. \end{aligned} \tag{6}$$

С помощью (2), (3), (5) и (6) найдём продольную проекцию вектора Пойнтинга [1]  $\mathbf{S} = c \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}] / (8\pi)$

$$S_z = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(E_x H_y^* - E_y H_x^*), \quad (7)$$

с точностью до константы  $c/8\pi$ , где  $c$  – скорость света в вакууме,  $\operatorname{Re}(\dots)$  – действительная часть числа, в плоскости фокуса ( $z=0$ ):

$$\begin{aligned} S_{mz} = & 2I_{0,m}(\bar{I}_{0,m} + \bar{I}_{1,m}) + \\ & + 2\gamma_+ I_{2,m+2} \left( \bar{I}_{2,m+2} + \bar{I}_{1,m} - \frac{2(m+1)}{kr} I_{1,m+1} \right) + \\ & + 2\gamma_- I_{2,m-2} \left( \bar{I}_{2,m-2} + \bar{I}_{1,m} - \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Из (8) видно, что продольный поток энергии имеет круговую симметрию. Наличие в (8) слагаемых с отрицательными знаками показывает, что в плоскости фокуса можно найти локальные области, в которых продольная проекция вектора Пойнтинга будет отрицательной. Интересно выяснить, может ли эта локальная область располагаться вблизи оптической оси.

#### Обратный поток энергии вблизи оптической оси в плоскости фокуса

Из (8) следует, что при  $m=1$  продольный поток энергии оптического вихря с левой круговой поляризацией

$$S_{1z-} = 2 \left[ I_{0,1}(\bar{I}_{0,1} + \bar{I}_{1,1}) + I_{2,1}(\bar{I}_{2,1} - \bar{I}_{1,1}) \right] \quad (9)$$

на оптической оси ( $r=0$ ) равен нулю, а при  $m=2$  продольный поток для левой круговой поляризации

$$S_{2z-} = 2 \left[ I_{0,2}(\bar{I}_{0,2} + \bar{I}_{1,2}) + I_{2,0} \left( \bar{I}_{2,0} + \bar{I}_{1,2} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right) \right] \quad (10)$$

на оптической оси обратный:

$$\begin{aligned} S_{2z-}(r=0, z=0) = \\ = -2B^2 \left( \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 \leq 0. \end{aligned} \quad (11)$$

То есть вблизи оптической оси поток энергии (10) распространяется в обратном направлении по отношению к падающему потоку энергии. При  $m=3$  вместо (10) получим:

$$S_{3z-} = 2 \left[ I_{0,3}(\bar{I}_{0,3} + \bar{I}_{1,3}) + I_{2,1} \left( \bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{1,3} - \frac{4}{kr} I_{1,2} \right) \right]. \quad (12)$$

Из (12) следует, что вблизи оптической оси ( $kr \ll 1$ ) в плоскости фокуса имеет место обратный поток энергии, который на самой оси равен нулю и возрастает по модулю квадратично с ростом радиальной переменной  $r$ :

$$\begin{aligned} S_{3z-}(r \rightarrow 0) \approx -\frac{B^2(kr)^2}{2} \times \\ \times \left( \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 < 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Из сравнения (11) и (13) видно, что обратный поток при  $m=3$  примерно в 3–4 меньше, чем для  $m=2$ .

Далее приведём выражение, аналогичное (11) и (13), для оптического вихря с левой круговой поляризацией и произвольным целым топологическим зарядом. Вблизи оптической оси ( $kr \ll 1$ ) в плоскости фокуса для продольной проекции вектора Пойнтинга имеет место приближённое выражение:

$$\begin{aligned} S_{mz-}(r \rightarrow 0) \approx -\frac{2B^2(kr)^{2(m-2)}}{2^{2(m-2)} [(m-2)!]^2} \times \\ \times \left( \int_0^a \sin^{m-1} \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 < 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) видно, что при любом целом  $m > 2$  на оптической обратной оси поток равен нулю, а вблизи оси с ростом радиальной переменной обратный поток растёт по модулю как степень  $2(m-2)$  радиальной переменной.

#### Поперечные составляющие вектора Пойнтинга в плоскости фокуса

Можно показать, что поперечный поток энергии (как прямой, так и обратный) у оптического вихря с левой круговой поляризацией вблизи плоскости фокуса вращается. Для этого найдём поперечные составляющие вектора Пойнтинга:

$$S_{x-} = -Q_m(r) \sin \varphi, \quad S_{y-} = Q_m(r) \cos \varphi, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} Q_m(r) = & (I_{0,m} + I_{2,m-2})(\bar{I}_{2,m-1} + \bar{I}_{3,m-1}) + \\ & + 2I_{1,m-1} \left( \bar{I}_{0,m} - \bar{I}_{2,m-2} + \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Из (15) видно, что в плоскости фокуса поток энергии вращается вокруг оптической оси по часовой или против часовой стрелки, в зависимости от знака функции  $Q_m(r)$ . Вблизи плоскости фокуса поток энергии будет вращаться по спирали. Можно показать, что для  $m=2$  и  $m=3$  и левой круговой поляризации обратный поток энергии будет распространяться вдоль оптической оси по спирали, вращаясь против часовой стрелки. Например, при  $m=2$  вместо (16) получим:

$$\begin{aligned} Q_2(r) = & (I_{0,2} + I_{2,0})(\bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{3,1}) + \\ & + 2I_{1,1} \left( \bar{I}_{0,2} - \bar{I}_{2,0} + \frac{2}{kr} I_{1,1} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Заменяя в (17) функции Бесселя, входящие в интегралы (3) и (6), первыми членами ряда Тейлора, вблизи оптической оси ( $kr \ll 1$ ) вместо (17) получим приближённое выражение:

$$\begin{aligned} Q_2(r \rightarrow 0) \approx \\ \approx (kr) B^2 \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \times \\ \times \int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) d\theta > 0. \end{aligned} \quad (18)$$

При  $a < \pi/2$  и  $A_2(\theta) > 0$  выражение (18) положительное, и, значит, поперечный поток энергии для оп-

тического вихря с  $m=2$  вблизи оптической оси вращается против часовой стрелки.

**Моделирование FDTD-методом дифракции оптического вихря на зонной пластинке Френеля**

Мы провели моделирование острой фокусировки оптического вихря зонной пластинкой FDTD-методом. На рис. 1 показаны распределения фазы составляющих  $E_x$  и  $E_y$  падающего вихревого светового поля при  $m=2$  и  $m=3$  с левой круговой поляризацией, а также фаза зонной пластинки Френеля (черные кольца – фаза 0, белые кольца – фаза  $\pi$ ). Зонная пластинка размером  $10 \times 10$  мкм в материале с показателем преломления 1,5 и с глубиной бинарного рельефа 532 нм фокусиру-

ет падающее поле с длиной волны  $\lambda=532$  нм на расстоянии  $\lambda$ . На рис. 2 показаны распределения продольной составляющей вектора Пойнтинга в фокальной плоскости ( $z=\lambda$ ) при  $m=2$  (рис. 2а) и  $m=3$  (рис. 2б), а также сечения продольной составляющей вектора Пойнтинга вдоль оси  $x$  (рис. 2в) и распределения интенсивности при  $m=2$  (рис. 2г) и  $m=3$  (рис. 2д). Рис. 2а–д подтверждают наличие обратного потока световой энергии вблизи фокуса и оптической оси (или на самой оптической оси при  $m=2$ ). Стрелки на рис. 2г, д показывают прямой и обратный поток энергии вблизи оптической оси, вращающийся вокруг оптической оси по спирали против часовой стрелки.

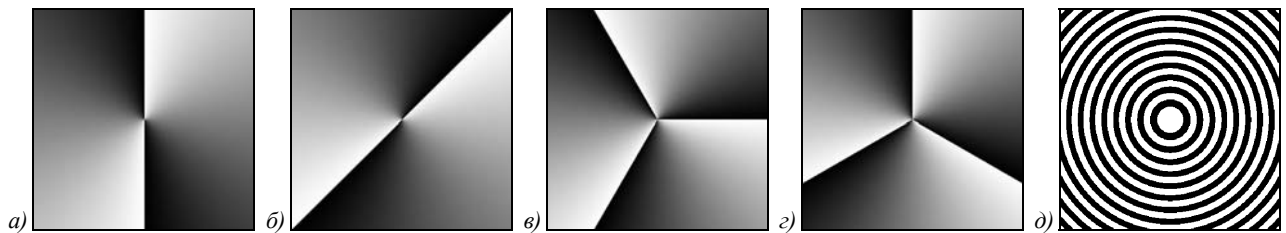


Рис. 1. Распределения фазы составляющих  $E_x$  (а, в) и  $E_y$  (б, д) падающего поля при  $m=2$  (а, б) и при  $m=3$  (в, г) соответственно, а также фаза зонной пластинки Френеля, осуществляющей острую фокусировку оптического вихря (д)

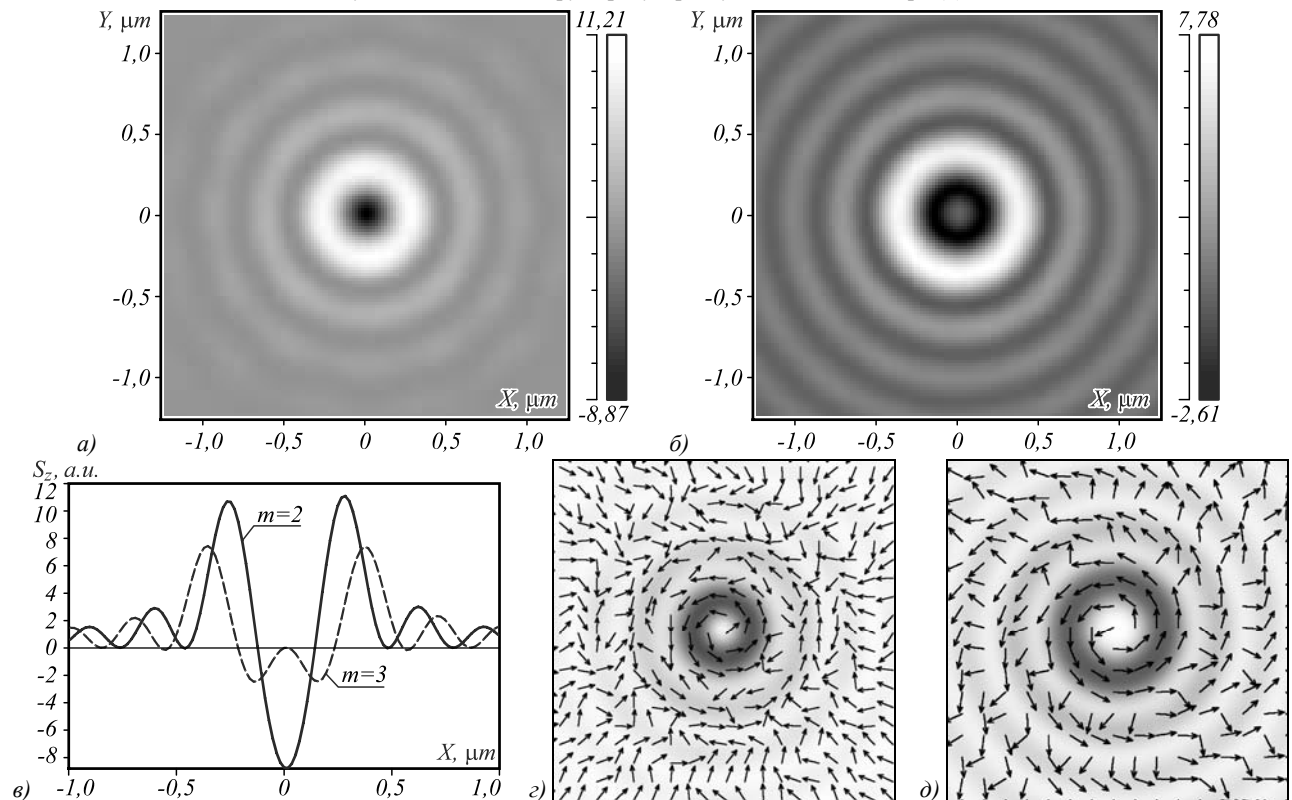


Рис. 2. Распределения продольной составляющей вектора Пойнтинга при  $m=2$  (а) и  $m=3$  (б) в фокальной плоскости ( $z=\lambda$ ), сечения продольной составляющей вектора Пойнтинга вдоль оси  $x$  при  $m=2$  (сплошная кривая) и  $m=3$  (пунктирная кривая) (в), и распределения интенсивности при  $m=2$  (г) и  $m=3$  (д), стрелками показаны поперечные направления вектора Пойнтинга. Размер областей на рисунках г, д равен  $2 \times 2$  мкм

**Заключение**

В работе получены общие формулы для интенсивности и потока энергии вблизи фокуса для произвольного оптического вихря с топологическим зарядом  $m$  и

круговой поляризацией, сфокусированного идеальной сферической линзой (апланатической системой). На основе этих формул было показано, что при  $m > 2$  и левой круговой поляризации ( $\sigma=-1$ ) вблизи оптической оси световая энергия распространяется по спирали в обрат-

ном направлении. Причём на самой оси при  $m > 2$  обратный поток равен нулю, а вблизи оси растёт по модулю с ростом радиальной переменной как её  $2(m-2)$ -я степень. Поведение обратного потока световой энергии вдоль спирали вокруг оптической оси вблизи фокуса было подтверждено FDTD-моделированием острой фокусировки оптического вихря с круговой поляризацией с помощью фазовой зонной пластинки Френеля с числовой апертурой, близкой к 1. Понятно, что для оптических вихрей с отрицательным топологическим зарядом  $m < 0$  обратный поток энергии вблизи оптической оси и вблизи фокуса будет иметь место для правой круговой поляризации ( $\sigma = 1$ ). Полученные соотношения позволяют быстро и качественно анализировать поведение интенсивности и потока энергии произвольного оптического вихря вблизи острого фокуса. Микрочастица, захваченная вблизи оптической оси такого острого фокуса, будет двигаться в обратном направлении, демонстрируя эффект «оптического трактора» [15, 16].

#### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в частях «Продольная проекция вектора Пойнтинга в фокусе оптического вихря» и «Обратный поток энергии вблизи оптической оси в плоскости фокуса», Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части «Распределение интенсивности в плоскости фокуса оптического вихря», Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16-47-630483) в части «Моделирование FDTD-методом дифракции оптического вихря на зонной пластинке Френеля».

#### Литература

1. **Richrds, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richrds, E. Wolf // Proceedings of the Royal Society A. - 1959. - Vol. 253, Issue 1274 - P. 358-379. - DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
2. **Novitsky, A.V.** Negative propagation of vector Bessel beams / A.V. Novitsky, D.V. Novitsky // Journal of the Optical Society of America A. - 2007. - Vol. 24, Issue 9. - P. 2844-2849. - DOI: 10.1364/JOSAA.24.002844.
3. **Monteiro, P.B.** Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation / P.B. Monteiro, P.A.M. Neto, H.M. Nussenzveig // Physical Review A. - 2009. - Vol. 79. - 033830. - DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
4. **Sukhov, S.** On the concept of "tractor beams" / S. Sukhov, A. Dogariu // Optics Letters. - 2010. - Vol. 35, Issue 22. - P. 3847-3849. - DOI: 10.1364/OL.35.003847.
5. **Котляр, В.В.** Формирование и фокусировка векторного оптического вихря с помощью металлинзы / В.В. Котляр, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. - 2017. - Т. 41, № 5. - P. 645-653. - DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
6. **Mitri, F.G.** Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves / F.G. Mitri // Journal of the Optical Society of America A. - 2016. - Vol. 33, Issue 9. - P. 1661-1667. - DOI: 10.1364/JOSAA.33.001661.
7. **Salem, M.A.** Energy flow characteristics of vector X-wave / M.A. Salem, H. Bagci // Optics Express. - 2011. - Vol. 19, Issue 9. - P. 8526-8532. - DOI: 10.1364/OE.19.008526.
8. **Vaveliuk, P.** Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams / P. Vaveliuk, O. Martinez-Matos // Optics Express. - 2012. - Vol. 20, Issue 24. - P. 26913-26921. - DOI: 10.1364/OE.20.026913.
9. **Berry, M.V.** Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation / M.V. Berry // Journal of Physics A: Mathematical & Theoretical. - 2010. - Vol. 43, Issue 41. - 415302. - DOI: 10.1088/1751-8113/43/41/415302.
10. **Стафеев, С.С.** Поведение продольной компоненты вектора Пойнтинга при острой фокусировке оптических вихрей с круговой поляризацией / С.С. Стафеев, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. - 2018. - Т. 42, № 2. - С. 190-196. - DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-190-196.
11. **Bekshaev, A.Yu.** Transverse energy flow in vectorial fields of paraxial beams with singularities / A.Yu. Bekshaev, M.S. Soskin // Optics Communications. - 2007. - Vol. 271, Issue 2. - P. 332-348. - DOI: 10.1016/j.optcom.2006.10.057.
12. **Berry, M.V.** Exact and geometrical optics energy trajectories in twisted beams / M.V. Berry, K.T. McDonald // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. - 2008. - Vol. 10, Issue 3. - 035005. - DOI: 10.1088/1464-4258/10/3/035005.
13. **Berry, M.V.** Optical currents / M.V. Berry // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. - 2009. - Vol. 11, Issue 9. - 094001. - DOI: 10.1088/1464-4258/11/9/094001.
14. **Chen, B.** Tight focusing of elliptically polarized vortex beams / B. Chen, J. Po // Applied Optics. - 2009. - Vol. 48, Issue 7. - P. 1288-1294. - DOI: 10.1364/AO.48.001288.
15. **Dogariu, A.** Optically induced 'negative forces' / A. Dogariu, S. Sukhov, J.J. Saenz // Nature Photonics. - 2012. - Vol. 7, Issue 1. - P. 24-27. - DOI: 10.1038/nphoton.2012.315.
16. **Shvedov, V.** A long-range polarization-controlled optical tractor beam / V. Shvedov, A.R. Davoyan, C. Hnatovsky, N. Engheta, W. Krolikowski // Nature Photonics. - 2014. - Vol. 8, Issue 11. - P. 846-850. - DOI: 10.1038/nphoton.2014.242.

#### Сведения об авторах

Сведения об авторах **Котляр Виктор Викторович** и **Налимов Антон Геннадьевич** см. стр. 398 этого выпуска.

**Ковалёв Алексей Андреевич** 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. В списке научных работ более 150 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: [alanko@smr.ru](mailto:alanko@smr.ru).

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 29 марта 2018 г. Окончательный вариант – 10 мая 2018 г.

## BACKWARD FLOW OF ENERGY FOR AN OPTICAL VORTEX WITH ARBITRARY INTEGER TOPOLOGICAL CHARGE

V.V. Kotlyar<sup>1,2</sup>, A.A. Kovalev<sup>1,2</sup>, A.G. Nalimov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Samara National Research University, Samara, Russia,

<sup>2</sup> Image Processing Systems Institute of RAS, – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia

### Abstract

We analyze the sharp focusing of an arbitrary optical vortex with the integer topological charge  $m$  and circular polarization in an aplanatic optical system. Explicit formulas to describe all projections of the electric and magnetic fields near the focal spot are derived. Expressions for the near-focus intensity (energy density) and energy flow (projections of the Poynting vector) are also derived. The expressions derived suggest that for a left-hand circularly polarized optical vortex with  $m > 2$ , the on-axis backward flow is equal to zero, growing in the absolute value as a power  $2(m-2)$  of the radial coordinate. These relations also show that upon the negative propagation, the energy flow rotates around the optical axis.

**Keywords:** backward energy flow, optical vortex, rotating beams, Umov-Poynting vector.

**Citation:** Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Backward flow of energy for an optical vortex with arbitrary integer topological charge. *Computer Optics* 2018; 42 (3): 408-413. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-408-413.

**Acknowledgements:** The work was partially funded by the Russian Science Foundation under grant No. 18-19-00595 (“Longitudinal projection of the Poynting vector in the focus”) and (“Backward near-axis energy flow in the focal plane”), Federal Agency for Scientific Organizations under contract No. 007-GZ/Ch3363/26 (“Intensity distribution in the vortex beam focal plane”), and the Russian Foundation for Basic Research under grant No. 16-47-630483 (“FDTD-aided simulation of diffraction of an optical vortex by a Fresnel zone plate”).

### References

- [1] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc Roy Soc A* 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [2] Novitsky AV, Novitsky DV. Negative propagation of vector Bessel beams. *JOSA A* 2007; 24(9): 2844-2849. DOI: 10.1364/JOSAA.24.002844.
- [3] Monteiro PB, Neto PAM, Nussenzeveig HM. Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation. *Phys Rev A* 2009; 79: 033830. DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
- [4] Sukhov S, Dogariu A. On the concept of "tractor beams." *Opt Lett* 2010; 35(22): 3847-3849. DOI: 10.1364/OL.35.003847.
- [5] Kotlyar VV, Nalimov AG. A vector optical vortex generated and focused using a metalens. *Computer Optics* 2017; 41(5): 645-654. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
- [6] Mitri FG. Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves. *JOSA A* 2016; 33(9): 1661-1667.
- [7] Salem MA, Bagci H. Energy flow characteristics of vector X-wave. *Opt Express* 2011; 19(9): 8526-8532. DOI: 10.1364/OE.19.008526.
- [8] Vaveliuk P, Martinez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. *Opt Express* 2012; 20(24): 26913-26921. DOI: 10.1364/OE.20.026913.
- [9] Berry MV. Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation. *J Phys A: Math Theor* 2010; 43(41): 415302. DOI: 10.1088/1751-8113/43/41/415302.
- [10] Stafeev SS, Nalimov AG. Longitudinal component of the Poynting vector of a tightly focused optical vortex with circular polarization. *Computer Optics*, 2018; 42(2): 190-196. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-190-196.
- [11] Bekshaev AYu, Soskin MS. Transverse energy flow in vectorial fields of paraxial beams with singularities. *Opt Commun* 2007; 271(2): 332-348. DOI: 10.1016/j.optcom.2006.10.057.
- [12] Berry MV, McDonald KT. Exact and geometrical optics energy trajectories in twisted beams. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2008; 10(3): 035005. DOI: 10.1088/1464-4258/10/3/035005.
- [13] Berry MV. Optical currents. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2009; 11(9): 094001. DOI: 10.1088/1464-4258/11/9/094001.
- [14] Chen B, Po J. Tight focusing of elliptically polarized vortex beams. *Appl Opt* 2009; 48(7): 1288-1294. DOI: 10.1364/AO.48.001288.
- [15] Dogariu A, Sukhov S, Saenz JJ. Optically induced 'negative forces'. *Nat Photon* 2012; 7(1): 24-27. DOI: 10.1038/nphoton.2012.315.
- [16] Shvedov V, Davoyan AR, Hnatovsky C, Engheta N, Krolikowski W. A long-range polarization-controlled optical tractor beam. *Nat Photon* 2014; 8(11): 846-850. DOI: 10.1038/nphoton.2014.242.

### Author's information

The information about authors **Victor Victorovich Kotlyar** and **Anton Gennadyevich Nalimov** you can find on page 400 of this issue.

**Alexey Andreevich Kovalev** (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. He is a co-author of more than 150 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices.

Received March 29, 2018. The final version – May 10, 2018.