

## АДАПТИВНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ КОМПРЕССИИ

А.И. Максимов<sup>1</sup>, М.В. Гашников<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Россия, Самарская область, г. Самара, Московское шоссе, д. 34,

Аннотация

Исследуются алгоритмы интерполяции многомерных сигналов при дифференциальной компрессии. Предлагается подход к построению адаптивных интерполяторов, основанный на автоматическом выборе интерполирующей функции в каждой точке сигнала на основе признаков, вычисляемых по локальной окрестности. В рамках этого подхода предлагается адаптивный многомерный интерполятор, автоматически выбирающий в каждой точке сигнала интерполирующую функцию, обеспечивающую повышенную точность интерполяции для контуров. Для реализации этого выбора предлагается решающее правило, основанное на локальном признаке, характеризующем выраженность и направленность контура в каждой точке сигнала. Предложенный интерполятор реализован для трёхмерного случая, в котором переключение производится между шестью интерполирующими функциями: усредняющей функцией и функциями, учитывающими контуры пяти направлений. Производится экспериментальное исследование предложенного алгоритма на трёхмерных гиперспектральных данных дистанционного зондирования Земли. Экспериментально подтверждается, что использование предложенного интерполятора позволяет существенно повысить эффективность дифференциальной компрессии.

**Ключевые слова:** интерполяция, многомерный сигнал, адаптивность, компрессия, коэффициент сжатия, погрешность.

**Цитирование:** Максимов, А.И. Адаптивная интерполяция многомерных сигналов при дифференциальной компрессии / М.В. Гашников, А.И. Максимов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 4. – С. 679-687. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-679-687.

### Введение

Область использования многомерных сигналов по-прежнему расширяется. Под многомерными сигналами здесь понимаются, прежде всего, видеосигналы [1], гиперспектральные и мультиспектральные изображения [2], результаты дистанционного зондирования Земли [2, 3] и т.п. При этом известно огромное количество алгоритмов интерполяции и аппроксимации многомерных сигналов: от тривиальных (билинейная, бикубическая интерполяция и т.п.) до гораздо более сложных и ресурсоёмких решений, в области которых работали такие исследователи, как В.Н. Вапник (метод опорных векторов [4]), Ю.Н. Бахвалов (метод многомерной интерполяции и аппроксимации [5]), Ю.Г. Васин (локально оптимальные хорошо приспособленные базисы [6]), К.В. Гулаков (аппроксимация многомерной функции многомерными ортогональными полиномами [7]) и др.

Несмотря на огромное количество известных решений, разработка новых и совершенствование известных алгоритмов интерполяции и аппроксимации активно продолжается и в настоящее время. В частности, по-прежнему появляются работы, развивающие метод наименьших квадратов [8–9]. Продолжает совершенствоваться также тензорная аппроксимация [10], аппроксимация на основе сплайнов [11], аппроксимация на основе Кронекеровских базисов [12] и, естественно, интерполяция и аппроксимация на основе искусственных нейронных сетей [7, 13]. Также стоит отметить метод разреженной аппроксимации [14], вплотную подводящий к подходу «compressed sensing» [15–16], который активно исследуется в последние годы (преимущественно в зарубежной литературе).

Однако в большинстве своём упомянутые алгоритмы являются довольно ресурсоёмкими (за исключением тривиальных обобщений билинейной интерполяции, которые недостаточно эффективны в силу своей неадаптивности). В данной работе решается задача разработки быстрых адаптивных алгоритмов интерполяции многомерных сигналов, которые должны обеспечить возможность автоматического переключения между интерполирующими функциями для каждого отсчёта сигнала при низкой вычислительной сложности, сравнимой с вычислительной сложностью простейших усредняющих интерполяционных схем. Предлагаемые адаптивные интерполяторы многомерных сигналов исследуются в рамках задачи дифференциальной компрессии [17–18].

Статья выстроена следующим образом: вначале приводится общая структура алгоритма адаптивной интерполяции многомерных сигналов, далее даётся краткое описание методов дифференциальной компрессии, затем описываются процедуры оптимизации параметров предлагаемого интерполятора, после чего приводятся результаты экспериментального исследования интерполяторов в рамках дифференциальной компрессии.

### 1. Общая структура алгоритма адаптивной интерполяции многомерных сигналов

Предлагается следующая общая структура алгоритма адаптивной интерполяции многомерных сигналов, обобщающая алгоритмы интерполяции двумерных сигналов, описанные в [19–20]. Пусть  $C(\vec{x})$  – многомерный сигнал,  $\vec{x}$  – вектор аргументов. Пусть сигнал обрабатывается в порядке некоторой развёрт-

ки (тип развертки зависит от решаемой прикладной задачи).

Рассмотрим произвольный текущий отсчёт  $C(\bar{x})$ , который необходимо интерполировать на основе ближайших отсчётов  $\{C_k(\bar{x})\}$ . Пусть  $\{\mathbf{P}_i(\{C_k(\bar{x})\})\}$  – множество простых (быстрых) интерполирующих функций текущего отсчёта. Таким образом, для каждого отсчёта может быть вычислено несколько интерполирующих значений:

$$P_i(\bar{x}) = \mathbf{P}_i(\{C_k(\bar{x})\}). \quad (1)$$

Выбор интерполирующего значения в каждой точке производится с помощью параметризованного решающего правила  $R$ :

$$P(\bar{x}) = C_i(\bar{x}), \quad i = R(\eta(\bar{x}), \eta^{\text{lim}}), \quad (2)$$

принимającego на вход вектор локальных признаков  $\eta(\bar{x})$ , который вычисляется на основе ближайших отсчётов  $\{C_k(\bar{x})\}$ . При этом решающее правило зависит также от параметра  $\eta^{\text{lim}}$ , значение которого определяется на основе оптимизации некоторого критерия (например, погрешности интерполяции), вид которого определяется конкретной прикладной задачей.

## 2. Дифференциальная компрессия многомерных сигналов

Дифференциальная компрессия многомерных сигналов, которую также называют ДИКМ (дифференциальная импульсно-кодовая модуляция [17–18]) основана на интерполяции (предсказании) отсчётов сигнала на основе уже обработанных отсчётов с последующим кодированием ошибок этой интерполяции (постинтерполяционных остатков). Реальные цифровые сигналы обычно характеризуются высокой корреляцией, поэтому переход к разностному представлению влечёт за собой существенную неравномерность распределения вероятностей постинтерполяционных остатков, что, в свою очередь, приводит к понижению энтропии [17] сжимаемых данных и, соответственно, повышению коэффициента сжатия.

При дифференциальной компрессии многомерного сигнала отсчёты просматриваются в порядке какой-либо развертки, обобщающей построчную развертку двумерного случая. При этом для каждого текущего отсчёта  $C(\bar{x})$  выполняются следующие действия:

### 1. Интерполяция.

На основе уже обработанных (компрессированных и декомпрессированных) соседних отсчётов  $\{C_k(\bar{x})\}$  вычисляется интерполированное значение  $P(\bar{x})$  текущего отсчёта:

$$P(\bar{x}) = \mathbf{P}(\{\hat{C}_k(\bar{x})\}) \quad (3)$$

с помощью интерполирующей функции  $\mathbf{P}$ .

2. Формирование разностного сигнала  $f$  (разности исходного и интерполирующего значений):

$$f(\bar{x}) = C(\bar{x}) - P(\bar{x}), \quad (4)$$

где  $f(\bar{x})$  – разностный сигнал.

3. Квантование разностного сигнала:

$$f_q(\bar{x}) = Q(f(\bar{x})), \quad (5)$$

где  $f_q(\bar{x})$  – квантованный разностный сигнал,  $Q$  – функция квантования.

В данной работе использовался квантователь с равномерной шкалой:

$$f_q(\bar{x}) = \text{sign}(f(\bar{x})) \left[ \frac{|f(\bar{x})| \varepsilon_{\text{max}}}{2\varepsilon_{\text{max}} + 1} \right], \quad (6)$$

где  $\varepsilon_{\text{max}}$  – заданная максимальная погрешность (параметр алгоритма компрессии), функция  $\text{sign}$  возвращает знак аргумента, а  $[..]$  обозначает выделение целой части числа. Этот квантователь обеспечивает контроль максимальной погрешности между исходным  $C(\bar{x})$  и восстановленным  $\hat{C}(\bar{x})$  (декомпрессированным) сигналами:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \max_{\bar{x}} |C(\bar{x}) - \hat{C}(\bar{x})|. \quad (7)$$

4. Восстановление значения текущего отсчёта:

$$\hat{C}(\bar{x}) = P(\bar{x}) + f_q(\bar{x})(2\varepsilon_{\text{max}} + 1), \quad (8)$$

т.е. вычисление такого же восстановленного значения  $\hat{C}(\bar{x})$ , какое впоследствии будет получено при декомпрессии. На этапе компрессии это значение станет опорным при интерполяции (3) следующих отсчётов. Эта обратная связь нужна для обеспечения идентичности работы интерполяторов при компрессии и декомпрессии.

5. Кодирование (дожатие) квантованного разностного сигнала. В данной работе используется кодер Хаффмана [17].

## 3. Адаптивный многомерный интерполятор при дифференциальной компрессии

Для уменьшения вычислительной сложности при дифференциальной компрессии обычно [18] используются интерполяторы, основанные на усреднении по ближайшим уже обработанным отсчётам:

$$P(\bar{x}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{C}_k(\bar{x}), \quad (9)$$

где  $\hat{C}_k(\bar{x})$  – опорные отсчёты,  $N$  – количество опорных отсчетов.

Такой интерполятор довольно точно работает на относительно гладких участках сигнала за счёт усреднения шумовых отсчётов, но имеет большую ошибку на контурах (протяжённых перепадах яркости). При интерполяции контурных отсчётов более точно работают интерполяторы, основанные на ин-

терполяции «вдоль» контура. Примером такого интерполятора для двумерного случая является интерполятор Грэхема [18].

Интерполированное значение при его использовании равно значению того из опорных отсчётов, в направлении которого идёт контур. Однако такой интерполятор, естественно, менее точен на ровных участках сигнала.

В данной работе предлагается адаптивный интерполятор, совмещающий достоинства обоих описанных подходов. Этот интерполятор работает в рамках подхода, предложенного в параграфе 1, и автоматически переключается между усредняющей интерполяцией и интерполяцией «вдоль контура» в зависимости от наличия и выраженности контура в локальной окрестности каждой точки сигнала.

Опишем предложенный алгоритм, т.е. конкретизируем вид интерполирующих функций (1) и решающего правила (2). Пусть  $L$  – количество рассматриваемых направлений контура (обычно оно не меньше размерности сигнала). Пусть

$\{\lambda_i(\bar{x}) : 0 \leq i < L\}$  – множество усреднённых модулей разностей  $|\hat{C}_i(\bar{x}) - \hat{C}_\tau(\bar{x})|$  уже обработанных отсчётов  $\hat{C}_k(\bar{x})$  в каждом из возможных направлений (это

множество строится в каждой точке сигнала). Если контур в данной точке отсутствует, то все значения этих разностей будут примерно одинаковы. Если же контур присутствует, то разность  $\lambda_j$ , соответствующая его направлению, будет минимальна:

$$j(\bar{x}) = \arg \min_i \{\lambda_i(\bar{x})\} \quad (10)$$

и будет сильно отличаться от остальных разностей, в том числе от ближайшей  $\lambda_r$  из остальных разностей:

$$r(\bar{x}) = \arg \min_{i: i \neq j} \{\lambda_i(\bar{x})\}. \quad (11)$$

Исходя из этого, в данной работе предлагается признак направления контура, равный разности между двумя самыми малыми по значению  $\lambda_i$ :

$$\eta(\bar{x}) = \lambda_r(\bar{x}) - \lambda_j(\bar{x}). \quad (12)$$

При собственно интерполяции признак контура используется следующим образом. Если признак контура меньше порогового значения  $\eta^{\text{lim}}$ , то контур в данной точке отсутствует и для интерполяции используется усреднение:

$$P(\bar{x}) = P_0(\bar{x}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{C}_k(\bar{x}_k), \text{ если } \eta(\bar{x}) \leq \eta^{\text{lim}}. \quad (13)$$

В противном случае в качестве интерполирующего значения используется опорный отсчёт  $\hat{C}_j(\bar{x})$ , расположенный в направлении минимальной из разностей  $\lambda_i$  (производится интерполяция «вдоль контура»):

$$P(\bar{x}) = P_1(\bar{x}) = \hat{C}_j(\bar{x}), \quad (14)$$

$$j = \arg \min_i \{\lambda_i\}, \text{ если } \eta(\bar{x}) > \eta^{\text{lim}}.$$

Пороговое значение

$$\eta^{\text{lim}} \in [0..C_{\text{max}}), C_{\text{max}} = \max \{C(\bar{x})\} \quad (15)$$

вычисляется автоматически (см. далее) исходя из свойств контуров каждого конкретного сигнала и записывается в архив, т.к. оно необходимо при декомпрессии.

#### 4. Оптимизация адаптивного многомерного интерполятора

Для максимизации точности адаптивного интерполятора пороговое значение  $\eta^{\text{lim}}$  в данной работе оптимизируется исходя из минимума суммы модулей погрешности интерполяции

$$\delta(\eta^{\text{lim}}) = \sum_x |C(\bar{x}) - \hat{C}(\bar{x})| \rightarrow \min_{\lambda^{\text{lim}}} \quad (16)$$

Прямое решение этой задачи чрезмерно трудоёмко, поэтому для уменьшения вычислительной сложности предлагается следующий алгоритм. Рассмотрим матрицу суммарных погрешностей интерполяции:

$$\Delta_{i,\eta} = \sum_{\bar{x}: \Lambda(\bar{x})=\eta} |C(\bar{x}) - \hat{C}_i(\bar{x})|, \lambda \in [0..C_{\text{max}}], i \in \{0,1\}. \quad (17)$$

Каждый элемент  $\Delta_{i,\lambda}$  этой матрицы содержит сумму погрешностей интерполятора номер  $i$  (13, 14) для отсчётов сигнала со значением признака контура (10, 12), равным  $\eta$ . Матрица погрешностей  $\Delta_{i,\lambda}$  может вычисляться при предварительном проходе по сигналу либо накапливаться (и уточняться) в окне конечного размера непосредственно при обработке сигнала (этот вариант более адаптивен и не требует предварительного прохода по сигналу).

На основе этой матрицы погрешностей массив  $\delta(\lambda)$  суммы модулей погрешностей интерполяции может быть вычислен посредством следующей рекуррентной процедуры:

$$\delta(C_{\text{max}}) = \sum_{\lambda=0}^{C_{\text{max}}-1} \Delta_{0,\eta}, \quad (18)$$

$$\delta(\eta) = \delta(\eta+1) + \Delta_{1,\eta} - \Delta_{0,\eta}, \quad 0 \leq \eta < C_{\text{max}}.$$

Нетрудно видеть, что вычислительная сложность рекуррентного расчёта (18) не зависит от размера (количества отсчётов) сигнала, а размер массива погрешностей  $\delta(\eta)$  имеет длину только лишь  $C_{\text{max}}$ , т.е. совпадает с количеством возможных значений сигнала. Оптимальное значение параметра  $\eta^{\text{lim}}$

$$\eta^{\text{lim}} = \arg \min_{\eta} \delta(\eta) \quad (19)$$

ищется в этом массиве простым перебором. Таким образом, оптимизационная задача (16) решена.

### 5. Адаптивный трёхмерный интерполятор при дифференциальной компрессии

В рамках описанного выше подхода к построению многомерных интерполяторов в данной работе предлагается адаптивный трёхмерный интерполятор, предназначенный для использования в рамках методов дифференциальной компрессии.

Пусть трёхмерный сигнал  $C(\vec{x}) = C(x, y, z)$  обрабатывается «послойно», т.е. сначала обрабатывается слой  $C(0, y, z)$ , затем  $C(1, y, z)$ ,  $C(2, y, z)$  и т.д. Пусть внутри каждого слоя используется построчная развёртка.

Предлагаемый интерполятор имеет повышенную точность на контурах пяти направлений: на вертикальных, горизонтальных и диагональных контурах внутри каждого слоя, а также на контурах, идущих «поперёк» слоёв (в этом направлении координаты  $x, y$  фиксированы).

Опишем предлагаемый алгоритм подробно. При интерполяции каждого отсчёта  $C(x, y, z)$  используются уже обработанные опорные отсчёты:

$$\begin{aligned} & \{\hat{C}_k(\vec{x})\}_{k=1}^8 : \\ & \hat{C}_1 = \hat{C}(x, y-1, z), \quad \hat{C}_2 = \hat{C}(x-1, y, z), \\ & \hat{C}_3 = \hat{C}(x-1, y-1, z), \quad \hat{C}_4 = \hat{C}(x+1, y-1, z), \\ & \hat{C}_5 = \hat{C}(x, y, z-1), \quad \hat{C}_6 = \hat{C}(x, y-1, z-1), \\ & \hat{C}_7 = \hat{C}(x-1, y, z-1), \quad \hat{C}_8 = \hat{C}(x-1, y-1, z-1). \end{aligned} \quad (20)$$

На основе этих отсчётов вычисляются пять дискретных разностей  $\{\lambda_k(x, y, z)\}_{k=1}^5$  вида (8), соответствующие пяти рассматриваемым направлениям контура:

$$\begin{aligned} \lambda_1 = \lambda_- = & \left( \left| \hat{C}(x, y-1, z) - \hat{C}(x-1, y-1, z) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x-1, y-1, z) - \hat{C}(x-2, y-1, z) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x-1, y+1, z) - \hat{C}(x-2, y+1, z) \right| \right) / 3, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 = \lambda_{\parallel} = & \left( \left| \hat{C}(x-1, y-1, z) - \hat{C}(x-1, y-2, z) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x-1, y, z) - \hat{C}(x-1, y-1, z) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x-1, y+1, z) - \hat{C}(x-1, y, z) \right| \right) / 3, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \lambda_3 = \lambda_{\perp} = & \left( \left| \hat{C}(x, y-1, z) - \hat{C}(x-1, y, z) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x-1, y, z) - \hat{C}(x-2, y-1, z) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x-1, y-1, z) - \hat{C}(x-2, y, z) \right| \right) / 3, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \lambda_4 = \lambda_{\setminus} = & \left( \left| \hat{C}(x, y-1, z) - \hat{C}(x-1, y-2, z) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x-1, y, z) - \hat{C}(x-2, y-1, z) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x+1, y-1, z) - \hat{C}(x, y-2, z) \right| \right) / 3, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \lambda_5 = \lambda_{\bullet} = & \left( \left| \hat{C}(x-1, y, z) - \hat{C}(x-1, y, z-1) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x, y-1, z) - \hat{C}(x, y-1, z-1) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x-1, y-1, z) - \hat{C}(x-1, y-1, z-1) \right| + \right. \\ & \left. + \left| \hat{C}(x+1, y-1, z) - \hat{C}(x+1, y-1, z-1) \right| \right) / 4. \end{aligned} \quad (25)$$

Нетрудно видеть, что  $\lambda_{-}, \lambda_{\parallel}, \lambda_{\perp}, \lambda_{\setminus}, \lambda_{\bullet}$  представляют собой усреднённые разности вертикального, горизонтального и диагональных направлений внутри текущего слоя  $C(x, y, z)$ , т.е. при фиксированной координате  $x$ , а  $\lambda_{\bullet}$  – это «межслойная» усреднённая разность, т.е. разность между отсчётами слоёв  $C(x, y, z)$  и  $C(x-1, y, z)$ .

На основе указанных усреднённых дискретных разностей вычисляется признак направления контура  $\eta(x, y, z)$  вида (12):

$$j(x, y, z) = \arg \min_i \{\lambda_i(x, y, z)\}, \quad (26)$$

$$r(x, y, z) = \arg \min_{i: i \neq j} \{\lambda_i(x, y, z)\}, \quad (27)$$

$$\eta(x, y, z) = \lambda_r(x, y, z) - \lambda_j(x, y, z). \quad (28)$$

Затем производится собственно адаптивная интерполяция вида (13–14), которая автоматически переключается между рассмотренными шестью интерполирующими функциями в зависимости от значения признака направления контура (см. рис. 1–2):

$$P(x, y, z) = \begin{cases} \hat{C}_j(x, y, z), & j = \arg \min_i \{\lambda_i\}, \\ & \text{если } \eta(x, y, z) > \eta^{\text{lim}}, \\ \frac{1}{8} \sum_{k=1}^8 \hat{C}_k(x, y, z), & \\ & \text{если } \eta(x, y, z) \leq \eta^{\text{lim}}. \end{cases} \quad (29)$$

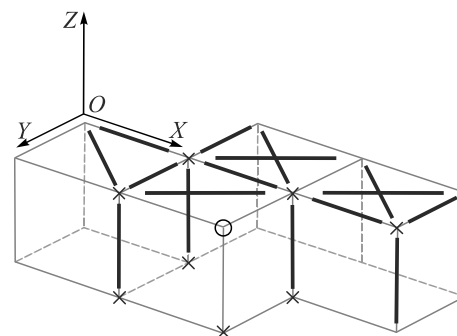


Рис. 1. Дискретные разности пяти направлений (толстые линии) при интерполяции отсчёта « $\circ$ » на основе опорных отсчётов « $\times$ »

Достоинством предложенного интерполятора является адаптивность к локальным особенностям сигнала за счёт учёта направления контура в окрестности обрабатываемого отсчёта. Недостатком является повышенная по сравнению с усредняющим интерполятором вычислительная сложность.

При оценке вычислительной сложности адаптивного интерполятора необходимо учитывать, что для

каждого отсчёта сигнала некоторые из дискретных разностей (22–26) уже вычислены при обработке предыдущего отсчёта, и их не нужно вычислять повторно. Кроме того, при оптимизации и собственно применении адаптивного интерполятора используются одни и те же интерполирующие значения, которые также нет необходимости вычислять дважды.

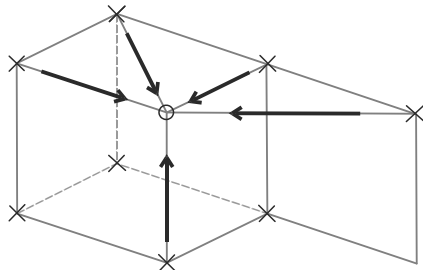


Рис. 2. Учитываемые пять направлений контуров адаптивной интерполяции

Кроме того, вычислительная сложность рекуррентного расчёта (18) не зависит от размера (количества отсчётов) сигнала, а некоторые операции деления являются делением на степени двойки и могут быть реализованы через побитовые сдвиги. С учётом описанных реализационных особенностей в данной работе была получена теоретическая оценка аддитивной  $U_a$  и мультипликативной  $U_m$  вычислительной сложности адаптивного интерполятора в операциях на отсчёт

$$U_a = 18 + 3(C_{\max} - 1)/S, \quad U_m = 4,$$

где  $S$  – количество отсчётов обрабатываемого сигнала, а  $C_{\max}$  – количество возможных значений сигнала.

Слагаемое  $3(C_{\max} - 1)/S$  можно отбросить, так как оно достигает пренебрежимо малых значений уже на достаточно коротких сигналах (меньше 0,2 для небольшого 16-битного трехмерного сигнала размера всего  $100 \times 100 \times 100$ ). В результате получаем оценки вычислительной сложности, представленные в табл. 1, в которой для сравнения приведена также вычислительная сложность усредняющего интерполятора (13).

Табл. 1. Теоретическая оценка вычислительной сложности интерполяторов в операциях на отсчёт

Вычислительная сложность	Интерполятор	
	Усредняющий	Адаптивный
Аддитивная	7	18
Мультипликативная	0	4

Нетрудно видеть, что вычислительная сложность адаптивного интерполятора примерно втрое больше, чем сложность усредняющего, однако по абсолютной величине вычислительная сложность адаптивного интерполятора достаточно мала и вполне приемлема для большинства практических приложений.

### 6. Экспериментальное исследование адаптивного интерполятора при дифференциальной компрессии

Для исследования предложенного адаптивного интерполятора были проведены вычислительные эксперименты по дифференциальной компрессии реаль-

ных многомерных сигналов, в качестве которых были использованы гиперспектральные данные (см. рис. 3) дистанционного зондирования Земли спектрометра Aviris (пять сигналов размера  $224 \times 1086 \times 614$  с количеством отсчетов  $S = 149\,364\,096$  в каждом) и спектрометра SpecTIR (семь сигналов размера  $360 \times 600 \times 320$  с количеством отсчетов  $S = 69\,120\,000$ ). Разрядность всех сигналов – 16 бит.

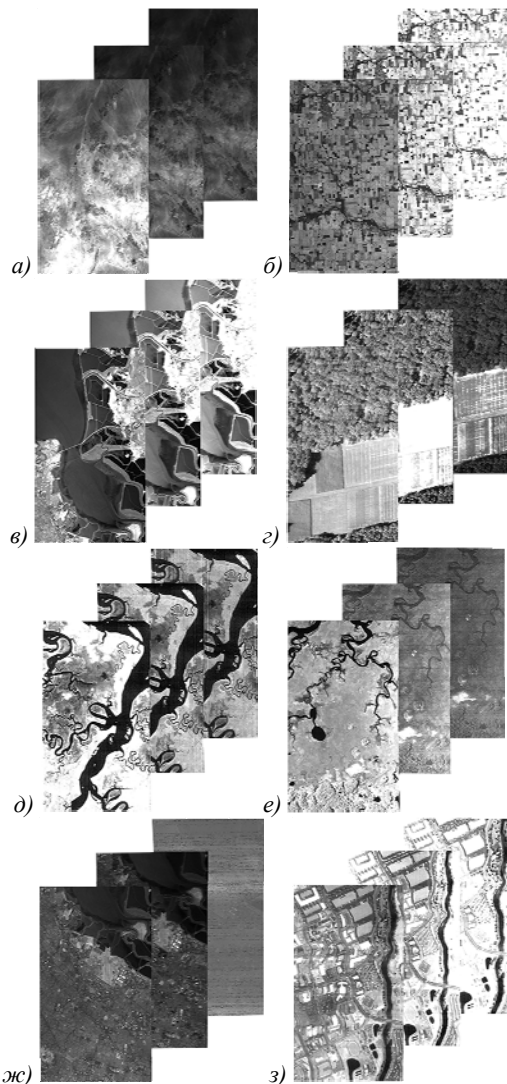


Рис. 3. Примеры спектральных компонент тестовых гиперспектральных сигналов

На рис. 4 показаны примеры зависимостей относительной суммарной погрешности (16), нормированной  $\delta_s(\eta) = \delta(\eta)/S$  на количество отсчётов сигнала  $S$ , от величины параметра  $\eta^{\text{lim}}$  (19), управляющего переключением адаптивного интерполятора между различными способами интерполяции. Полученные результаты подтверждают, что оптимизация параметра интерполятора позволяет существенно (до 20%) уменьшить погрешность интерполяции (16).

Кроме того, проведены также экспериментальные исследования скорости работы предложенного адаптивного интерполятора в рамках метода дифференциальной компрессии.

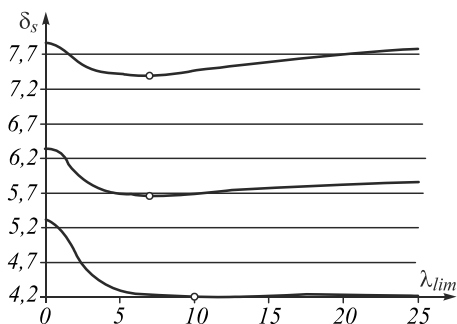


Рис. 4. Примеры зависимостей ошибки интерполяции  $\delta(\eta)$  от порога переключения интерполирующих функций  $\eta^{lim}$  для каналов 25, 50, 100 сигнала на рис. 3г

На рис. 5 показано время компрессии тестовых сигналов при использовании адаптивного и усредняющего интерполяторов. Т.к. использовалась неоптимизированная реализация на языке MathLab, то показательным является не абсолютное время работы, а результат сравнения с усредняющим интерполятором (13). Нетрудно видеть, что компрессия с использованием адаптивного интерполятора проигрывает по времени примерно вдвое, что является довольно хорошим результатом, т.к. в качестве базы для сравнения использовался алгоритм с очень низкой вычислительной сложностью.

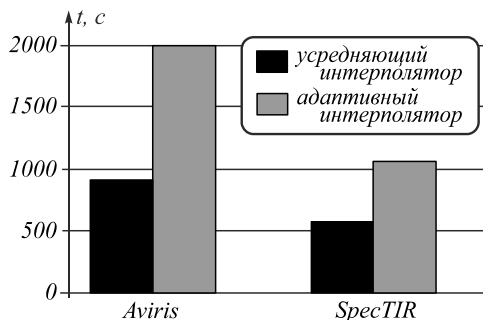


Рис. 5. Время компрессии  $t$  (с) при использовании адаптивного и усредняющего интерполяторов

Исследовалось также влияние предложенного адаптивного интерполятора на эффективность дифференциальной погрешности в целом. Исследование проводилось в координатах «погрешность – коэффициент сжатия». При этом вычислялись максимальная погрешность (7) и нормированная на дисперсию сигнала  $D_x$  квадратичная погрешность

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{SD_x} \sum_{\bar{x}} (C(\bar{x}) - \hat{C}(\bar{x}))^2 \quad (30)$$

между исходным и декомпрессированным сигналами. На рис. 6, 7 и в табл. 2 показаны зависимости этих погрешностей (усреднённых по всем тестовым сигналам) от коэффициента сжатия  $K_s$  при дифференциальной компрессии с использованием предложенного адаптивного интерполятора (14). В качестве базы для сравнения использовался усредняющий интерполятор (13), т.к. интерполяторы именно такого вида обычно используются в дифференциальных методах компрессии сигналов. Полученные результаты показывают, что использование предложенного интерполя-

тора позволяет существенно (до 1,5 раз) повысить коэффициент сжатия.

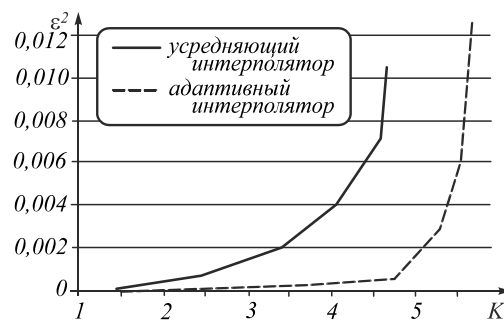


Рис. 6. Зависимость квадратичной погрешности  $\varepsilon^2$  от коэффициента сжатия  $K_s$

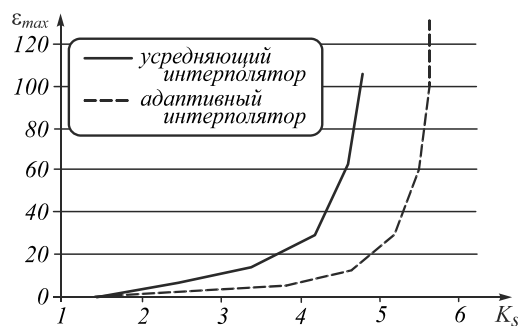


Рис. 7. Зависимость максимальной погрешности  $\varepsilon_{max}$  от коэффициента сжатия  $K_s$

Табл. 2. Некоторые экспериментальные результаты компрессии с использованием адаптивного интерполятора

Максимальная погрешность $\varepsilon_{max}$	Усредняющий интерполятор		Адаптивный интерполятор	
	Коэффициент сжатия $K_s$	Погрешность $\varepsilon^2$	Коэффициент сжатия $K_s$	Погрешность $\varepsilon^2$
0	1,411314	0	1,438962	0
7	2,447309	0,0002905	3,7927113	0,000230
15	3,386458	0,0012078	4,5808873	0,000854
31	4,167549	0,0052229	5,1270049	0,003136
64	4,589664	0,0249749	5,4372111	0,011207
127	4,931974	0,1075956	5,6126564	0,036840

**Заключение**

Проведено исследование алгоритмов интерполяции многомерных сигналов при дифференциальной компрессии. Предложен подход к построению адаптивных интерполяторов, автоматически выбирающих интерполирующую функцию в каждой точке сигнала с помощью решающего правила, основанного на использовании локальных признаков. Согласно этому подходу предложен адаптивный многомерный интерполятор, обеспечивающий повышенную точность интерполяции на контурах.

Проведено экспериментальное исследование предложенного интерполятора на 16-битных гиперспектральных данных двух спектрометров в рамках дифференциальной компрессии. Экспериментально подтверждено, что оптимизация порога переключения между функциями интерполяции позволяет заметно (до 20%) уменьшить сумму модулей погрешности интерполяции.

Также проведены экспериментальные исследования по влиянию предложенного адаптивного интерполятора на эффективность дифференциальной компрессии в координатах «погрешность – коэффициент сжатия». Показано, что использование предложенного интерполятора позволяет существенно (до 1,5 раз) увеличить коэффициент компрессии и сделать вывод о перспективности дальнейшего исследования и использования предложенных адаптивных интерполяторов.

### Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 18-01-00667, № 18-07-01312.

### Литература

1. **Woods, J.W.** Multidimensional signal, image, and video processing and coding / J.W. Woods. – 2<sup>nd</sup> ed. – Waltham, Oxford: Academic Press, 2011 – 616 p. – ISBN: 978-0-12-381420-3.
2. **Van der Meer, F.D.** Multi- and hyperspectral geologic remote sensing: A review / F.D. van der Meer, H.M. van der Werff, F.J. van Ruitenbeek, C.A. Hecker, W.H. Bakker, M.F. Noomen, M. van der Meijde, E.J.M. Carranza, J.B. de Smeth, T. Woldai // International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation. – 2012. – Vol. 14, Issue 1. – P. 112-128. – DOI: 10.1016/j.jag.2011.08.002.
3. **Lillesand, T.** Remote sensing and image interpretation / T. Lillesand, R.W. Kiefer, J. Chipman. – 7<sup>th</sup> ed. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2015 – 768 p. – ISBN: 978-1-118-34328-9.
4. **Vapnik, V.N.** Statistical learning theory / V.N. Vapnik. – New York: John Wiley & Sons, 1998. – 768 p. – ISBN: 978-0-471-03003-4.
5. **Бахвалов, Ю.Н.** Метод многомерной интерполяции и аппроксимации и его приложения / Ю.Н. Бахвалов. – М.: Спутник+, 2007. – 108 с. – ISBN: 978-5-364-00728-5.
6. **Васин, Ю.Г.** Рекуррентные алгоритмы адаптивного сжатия с использованием хорошо приспособленных локальных восстанавливающих функций / Ю.Г. Васин, Ю.И. Неймарк. – В кн.: Математическое обеспечение САПР: межвузовский сборник. – Горький: ГГУ, 1978. – Вып. 1.13.
7. **Гулаков, К.В.** Выбор архитектуры нейронной сети для решения задач аппроксимации и регрессионного анализа экспериментальных данных // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2013. – № 2. – С. 95-105.
8. **Cohen, A.** On the stability and accuracy of least squares approximations / A. Cohen, M.A. Davenport, D. Leviatan // Foundations of Computational Mathematics. – 2013. – Vol. 13, Issue 5. – P. 819-834. – DOI: 10.1007/s10208-013-9142-3.
9. **Блинов, А.О.** Многомерная аппроксимация в задачах моделирования и оптимизации / А.О. Блинов, В.П. Фраленко // Автоматика и телемеханика. – 2009. – № 4. – С. 98-109.
10. **Чобану, М.К.** Сжатие изображений с помощью тензорной аппроксимации / М.К. Чобану, Д.В. Макаров // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). – 2014. – № 4. – С. 109-112.
11. **Бутырский, Е.Ю.** Аппроксимация многомерных функций / Е.Ю. Бутырский, И.А. Кувалдин, В.П. Чалкин // Научное приборостроение. – 2010. – Т. 20, № 2. – С. 82-92.
12. **Caiafa, C.F.** Computing sparse representations of multidimensional signals using Kronecker bases / C.F. Caiafa, A. Cichocki // Neural Computation. – 2016. – Vol. 25, Issue 1. – P. 186-220. – DOI: 10.1162/NECO\_a\_00385.
13. **Крапухина, Н.В.** Новый подход к многомерной аппроксимации технологических данных на основе использования метода группового учёта аргументов и нейронных сетей / Н.В. Крапухина, Б.В. Бринза // Цветные металлы. – 2007. – № 5. – С. 19-23.
14. **Sahnoun, S.** A simultaneous sparse approximation method for multidimensional harmonic retrieval / S. Sahnoun, E.-H. Djermoun, D. Brie, P. Comon // Signal Processing. – 2017. – Vol. 131. – P. 36-48. – DOI: 10.1016/j.sigpro.2016.07.029.
15. **Donoho, D.L.** Compressed sensing / D.L. Donoho // IEEE Transactions on Information Theory. – 2006. – Vol. 52, Issue 4. – P. 1289-1306. – DOI: 10.1109/TIT.2006.871582.
16. **Bigot, J.** An analysis of block sampling strategies in compressed sensing / J. Bigot, C. Boyer, P. Weiss // IEEE Transactions on Information Theory. – 2016. – Vol. 62, Issue 4. – P. 2125-2139. – DOI: 10.1109/TIT.2016.2524628.
17. **Salomon, D.** Data compression: The complete reference / D. Salomon. – 4<sup>th</sup> ed. – London: Springer-Verlag, 2007. – 1118 p. – ISBN: 978-1-84628-602-5.
18. **Gonsales, R.C.** Digital image processing / R.C. Gonsales, E. Woods. – 3<sup>th</sup> ed. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2007. – 976 p. – ISBN: 978-0-13-168728-8.
19. **Gashnikov, M.V.** Parameterized adaptive predictor for digital image compression based on the differential pulse code modulation / M.V. Gashnikov // Proceedings of SPIE. – 2017. – Vol. 10341. – 1034110. – DOI: 10.1117/12.2268530.
20. **Гашников, М.В.** Минимизация энтропии постинтерполяционных остатков при компрессии изображений на основе иерархической сеточной интерполяции / М.В. Гашников // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 2. – С. 266-275. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-2-266-275.

### Сведения об авторах

**Максимов Алексей Игоревич**, 1994 года рождения, в 2017 году окончил Самарский национальный исследовательский университет по специальности «Информационная безопасность автоматизированных систем». В настоящее время учится в аспирантуре Самарского университета. Область научных интересов: обработка многомерных сигналов, компрессия, распознавание образов, защита информации, геоинформатика. E-mail: [fh451@yandex.ru](mailto:fh451@yandex.ru).

**Гашников Михаил Валерьевич**, 1975 года рождения, в 1998 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ), кандидат наук, доцент. В настоящее время работает доцентом кафедры геоинформатики и информационной безопасности Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва. Область научных интересов: обработка многомерных сигналов, компрессия, обработка ДДЗ, геоинформатика. Имеет более 90 публикаций, в том числе более 30 статей и две монографии (в соавторстве). E-mail: [mgash@smr.ru](mailto:mgash@smr.ru).

ГРНТИ: 28.21.15, 28.21.19

Поступила в редакцию 8 мая 2018 г. Окончательный вариант – 20 июня 2018 г.

**ADAPTIVE INTERPOLATION OF MULTIDIMENSIONAL SIGNALS  
FOR DIFFERENTIAL COMPRESSION**A.I. Maksimov<sup>1</sup>, M.V. Gashnikov<sup>1</sup><sup>1</sup> Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Samara, Russia**Abstract**

Algorithms of interpolation of multidimensional signals for differential compression are investigated. We propose an approach for constructing adaptive interpolators based on the automatic selection of an interpolating function at each point of the signal. The selection is made with the use of attributes calculated from the point's local neighborhood. An adaptive multidimensional interpolator is developed with this approach. It automatically selects an interpolating function at each point of the signal, providing improved contour interpolation accuracy. The choice is made by a decision rule based on a local characteristic of distinctness and direction of the contour. The proposed interpolator is implemented for a three-dimensional case. The interpolator switches between six interpolating functions: an averaging function and functions that take into account contours of five directions. An experimental study of the proposed algorithm is carried out on three-dimensional hyper spectral remote sensing data. The proposed interpolator allows increasing the efficiency of differential compression.

**Keywords:** interpolation, multidimensional signal, adaptivity, compression, compression ratio, error.

**Citation:** Maksimov AI, Gashnikov MV. Adaptive interpolation of multidimensional signals for differential compression. *Computer Optics* 2018; 42(4): 679-687. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-679-687.

**Acknowledgements:** The work was funded by the Russian Foundation for Basic Research under RFBR grants Nos. 18-01-00667 and 18-07-01312.

**References**

- [1] Woods JW. Multidimensional signal, image, and video processing and coding. 2<sup>nd</sup> ed. Waltham, Oxford: Academic Press; 2011. ISBN: 978-0-12-381420-3.
- [2] Van der Meer FD, van der Werff HM, van Ruitenbeek FJ, Hecker CA, Bakker WH, Noomen MF, van der Meijde M, Carranza EJM, de Smeth JB, Woldai T. Multi- and hyperspectral geologic remote sensing: A review. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation* 2012; 14(1): 112-128. DOI: 10.1016/j.jag.2011.08.002.
- [3] Lillesan T, Kiefer RW, Chipman J. Remote sensing and image interpretation. 7<sup>th</sup> ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons; 2015. ISBN: 978-1-118-34328-9.
- [4] Vapnik VN. Statistical learning theory. New York: John Wiley & Sons; 1998. ISBN: 978-0-471-03003-4.
- [5] Bakhvalov YuN. Method of multidimensional interpolation and approximation and its applications [In Russian]. Moscow: "Sputnik+" Publisher; 2007. ISBN: 978-5-364-00728-5.
- [6] Vasin YG, Neimark YuI. Recurrent algorithms of adaptive compression using well-adapted local regenerating functions [In Russian]. In Book: Mathematical support of CAD: Intercollegiate collection. Gorky: "GGU" Publisher; 1978; 1.13.
- [7] Gulakov KV. Selection of neural network architecture for solving the approximation task and regression analysis of experimental data. *Vestnik BSTU* 2013; 2: 95-105.
- [8] Cohen A, Davenport MA, Leviatan D. On the stability and accuracy of least squares approximations. *Foundations of Computational Mathematics* 2013; 13(5): 819-834. DOI: 10.1007/s10208-013-9142-3.
- [9] Blinov AO, Fralenko VP. Multidimensional approximation for modeling and optimization problems. *Automation and Remote Control* 2009; 70(4): 652-662. DOI: 10.1134/S0005117909040110.
- [10] Tchobanou MK, Makarov DV. Image compression by using tensor approximation [In Russian]. *Problems of Advanced Micro- and Nanoelectronic Systems Development (MES)* 2014; 4: 109-112.
- [11] Butyrsky EuYu, Kuvaldin IA, Chalkin VP. Multidimensional functions' approximation [In Russian]. *Nauchnoe Priborostroenie* 2010; 20(2): 82-92.
- [12] Caiafa CF, Cichocki A. Computing sparse representations of multidimensional signals using Kronecker bases. *Neural Computation* 2016; 25(1): 186-220. DOI: 10.1162/NECO\_a\_00385.
- [13] Krapukhina NV, Brinza BV. New approach to a multi-dimension approximation of technological data on the base of usage of the method of group account of arguments and neuron nets [In Russian]. *Non-Ferrous Metals* 2007; 5: 19-23.
- [14] Sahnoun S, Djermoun EH, Brie D, Comon P. A simultaneous sparse approximation method for multidimensional harmonic retrieval. *Signal Processing* 2017, 131: 36-48. DOI: 10.1016/j.sigpro.2016.07.029.
- [15] Donoho DL. Compressed sensing. *IEEE Trans Inform Theory* 2006; 52(4): 1289-1306. DOI: 10.1109/TIT.2006.871582.
- [16] Bigot J, Boyer C, Weiss P. An analysis of block sampling strategies in compressed sensing. *IEEE Trans Inform Theory* 2016; 62(4): 2125-2139. DOI: 10.1109/TIT.2016.2524628.
- [17] Salomon D. Data compression: The complete reference. 4<sup>th</sup> ed. London: Springer-Verlag; 2007. ISBN: 978-1-84628-602-5.
- [18] Gonsales RC, Woods E. Digital image processing. 3<sup>th</sup> ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall; 2007. ISBN: 978-0-13-168728-8.



- 
- [19] Gashnikov MV. Parameterized adaptive predictor for digital image compression based on the differential pulse code modulation. Proc SPIE 2017; 10341: 1034110. DOI: 10.1117/12.2268530.
- [20] Gashnikov MV. Minimizing the entropy of post-interpolation residuals for image compression based on hierarchical grid interpolation. Computer Optics 2017; 41(2): 266-275. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-2-266-275.
- 

*Author's information*

**Aleksei Igorevich Maksimov** (b. 1994) graduated from Samara National Research University in 2017, majoring in Information Security of Automated Systems. Currently, he is studying as a doctoral student at Samara National Research University. His research interests are currently focused on multidimensional signal processing, compression, pattern recognition, information security, GIS. E-mail: [fh451@yandex.ru](mailto:fh451@yandex.ru).

**Mikhael Valeryevich Gashnikov** (b. 1975) graduated from S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU), PhD and associate professor. He is the associate professor at the Geoinformatics and Information Security department at Samara National Research University. He has 90 publications, including 30 scientific papers and 2 monograph (with coauthors). His research interests are currently focused on multidimensional signal processing, compression, RSD processing, GIS. E-mail: [mgash@smr.ru](mailto:mgash@smr.ru).

---

*Received May 8, 2018. The final version – June 20, 2018.*

---