

ПО ТУ СТОРОНУ ИНТЕНСИВНОСТИ, ИЛИ МОМЕНТЫ ИНТЕНСИВНОСТИ И ИЗМЕРЕНИЕ СПЕКТРА ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ СЛОЖНЫХ ПУЧКОВ

А.В. Волярь¹, М.В. Брецько¹, Я.Е. Акимова¹, Ю.А. Егоров¹
¹КФУ им. В.И. Вернадского, Физико-технический институт,
 295007, Россия, г. Симферополь, проспект Академика Вернадского, 4

Аннотация

В статье представлен новый метод измерения спектра оптических вихрей (квадраты амплитуд и начальные фазы), а также орбитального углового момента без разрезов и склеек волнового фронта массива сингулярных пучков. Такое расширение возможностей измерения свойств комбинированных вихревых пучков достигается посредством регистрации моментов интенсивности светового пучка в целом без разрушения его внутренней структуры. Степень корреляции исходного распределения интенсивности и распределения интенсивности, с учётом экспериментально полученного спектра вихрей колеблется между 83–89%, что указывает на надёжность представленного метода. Поскольку анализ спектра вихрей осуществляется за счёт разложения поля по базису пучков Лагерра–Гаусса порядка $(m, 0)$, то анализ и восстановление поля возможны только за счёт его разложения по линейной комбинации оптических вихрей.

Ключевые слова: дифракционная оптика, обработка изображения, оптические вихри, орбитальный угловой момент, моменты интенсивности.

Цитирование: Волярь, А. В. По ту сторону интенсивности, или моменты интенсивности и измерение спектра оптических вихрей сложных пучков / А.В. Волярь, М.В. Брецько, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 5. – С. 736-743. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-42-5-736-743.

Введение

Среди множества первостепенных проблем современной сингулярной оптики ключевым направлением исследований является формирование сложных сингулярных пучков, их разделение на парциальные вихревые пучки, измерение орбитального углового момента (ОУМ) и спектра оптических вихрей [1, 2]. Эти исследования находят отражение в ряде прикладных задач, например, в системах уплотненной передачи информации через многомодовые оптические волокна [3], в квантовом перепутывании состояний в узлах квантовых компьютеров [4], в оптической криптографии [5] и т.д. В данной работе мы сфокусируем внимание только на системах разделения парциальных сингулярных пучков в массиве оптических вихрей на основе голографических фильтров. Основные принципы и физические процессы, лежащие в основе селекции (разделения, сортировки) оптических вихрей, можно найти, например, в работах [6–10] и списке литературы в них. Формирование сложных сингулярных пучков и их разделение на стандартные вихревые пучки фактически являются зеркально симметричными процессами. Сложный сингулярный пучок формируется с помощью голографического фильтра на основе компьютерного моделирования голограммы таким образом, чтобы каждому парциальному исходному пучку с заданным значением топологического заряда оптического вихря соответствовало пространственное положение в прямоугольных или полярных координатах. Восстановленный пучок представляет собой комбинацию парциальных когерентных пучков с общей оптической осью. После прохождения оптической системы комбинированный пучок (массив оптических вихрей) падает на тот же

голографический фильтр. На выходе фильтра формируется пространственный веер стандартных пучков. Каждой пространственной координате светового вехера в поперечном сечении соответствует конкретное значение топологического заряда. Известно однозначное соответствие между величиной топологического заряда m и значением ОУМ ℓ_z , приходящийся на один фотон $m = \ell_z$ для каждого элементарного сингулярного пучка (см., например, [11] и список литературы). Измеряя нормированную интенсивность в каждом парциальном пучке, можно построить гистограммы (линейчатый спектр) интенсивности и ОУМ массива оптических вихрей. В данной работе мы не будем обсуждать проблемы разрешающей способности и влияние перекрестных помех. Они достаточно подробно рассмотрены в ряде статей (см., например, [12]). Отметим только, что данный подход ограничен исключительно измерением интенсивности и опускает из внимания измерение начальной фазы парциальных пучков. Это существенно ограничивает дополнительное число степеней свободы в системах передачи информации. На этой проблеме мы остановимся подробнее в дальнейшем изложении.

Поставим вопрос об измерении ОУМ массива вихрей несколько иначе. Возможно ли измерить ОУМ всего массива, а не каждого вихревого пучка в отдельности? Такой вопрос правомерен, например, для пучков с дробными топологическими зарядами (см., например, [13, 14] и списки литературы). Действительно, авторам статьи [15] удалось измерить полный ОУМ различных массивов вихрей, используя единственную цилиндрическую линзу. Ключевым моментом в этом процессе является подход на основе моментов интенсивности

$$J_{p,q} = \frac{\iint_S x^p y^q \mathfrak{I}(x, y) dx dy}{\iint_S \mathfrak{I}(x, y) dx dy}, \quad (1)$$

где x, y – координаты точки в поперечном сечении S , $\mathfrak{I}(x, y)$ – распределение интенсивности, p, q – целые числа.

Распределение Вигнера было впервые введено Юджином Вигнером [16] для анализа квантовых поправок к классической статистической физике в 1932 г. и адаптировано М. Ху [17] в 1962 г. для цифрового анализа оптических изображений в форме выражения (1). Заметим, что более общее выражение для моментов интенсивности включает в себя также импульсы (координаты волнового вектора) и позволяет упростить анализ распространения параксиальных пучков в оптической системе (см., например [18, 19] и списки литературы). Например, моменты $J_{0,1}$ и $J_{1,0}$ характеризуют положение «центра тяжести» пучка в поперечном сечении, моменты $J_{0,2}$ и $J_{2,0}$ задают радиусы перетяжки пучка вдоль оси x и y , соответственно, а комбинация моментов

$$J_{3,0} / \sqrt{J_{2,0}^3} \text{ и } J_{0,3} / \sqrt{J_{0,2}^3}$$

задаёт скручивание пучка вдоль осей x и y , соответственно. Авторы работы [15] нашли однозначное соответствие между моментом интенсивности $J_{1,1} \equiv J_{x,y}(x, y)$ в выражении (1) в фокальной плоскости цилиндрической линзы и ОУМ и измерили величину ℓ_z для пучков как с целым, так и с дробным топологическим зарядом. Мы задали себе вопрос: возможно ли измерить как ОУМ массива оптических вихрей, так и квадраты амплитуд и начальных фаз комбинированных пучков.

Таким образом, целью настоящей работы явилась теоретическая разработка метода измерений квадратов амплитуд C_m^2 , начальных фаз β_m и ОУМ ℓ_z комбинированных сингулярных пучков, переносящих N оптических вихрей с топологическими зарядами m в случае невырожденного и чисто вырожденного состояния оптических вихрей.

1. Модель массива вихрей и метод измерений

В общем случае сложный массив оптических вихрей удобно представить в виде разложения по элементарным параксиальным пучкам в виде ортогональных полиномов с гауссовой огибающей [20, 21]. Представим простейшую модель комбинированного пучка с массивом оптических вихрей в виде разложения по скалярным пучкам Лагерра–Гаусса низшего порядка в плоскости перетяжки $z = 0$

$$\Psi(r, \varphi, z = 0) = \sum_{m=-N}^N C_m L G_{n=0}^m = \sum_{m=-N}^N \frac{C_m r^{|m|} e^{i(m\varphi + \beta_m)} G(r)}{N_m}, \quad (2)$$

где $G = \exp(-r^2)$, φ – азимутальный угол, $r = \sqrt{x^2 + y^2} / w_0$ – нормированная радиальная коор-

дината, $N_m = \sqrt{2^{-m-1} m! \pi}$ – нормировочный множитель, C_m и β_m – амплитуды и начальные фазы параксиальных пучков.

Сначала ограничим наш анализ невырожденным случаем, когда комбинированный пучок включает в себя только N пучков с одинаковым знаком топологического заряда: $m > 0$ или $m < 0$. Как мы увидим далее, такое ограничение является существенным для анализа функций момента интенсивности $M_{p,q}(r, \varphi)$.

Запишем распределение интенсивности в виде

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}(r, \varphi) &= \Psi^* \Psi = \sum_{m=0}^{N-1} \frac{C_m^2}{N_m^2} r^{2m} G^2 + \\ &+ 2 \sum_{\substack{m,n=0 \\ m \neq n}}^{N-1} \frac{C_n C_m}{N_m N_n} r^{m+n} \cos[(m-n)\varphi] \times \\ &\times \cos \beta_{m,n} G^2 - 2 \sum_{\substack{m,n=0 \\ m \neq n}}^{N-1} \frac{C_n C_m}{N_m N_n} r^{m+m} \times \\ &\times \sin[(m-n)\varphi] \sin \beta_{m,n} G^2, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\beta_{mn} = \beta_m - \beta_n$.

Зададимся целью найти систему уравнений для комбинации моментов интенсивности $J_{p,q}$, включающих в себя только квадраты амплитуд C_m^2 и только перекрестные члены $X_{mn} = C_m C_n \cos \beta_{mn}$ и $X_{mn} = C_m C_n \sin \beta_{mn}$. Для этого перепишем моменты интенсивности (1) в более общем виде с функцией моментов $M_{p,q}$

$$J_{p,q} = \frac{\iint_S M_{p,q}(x, y) \mathfrak{I}(x, y) dx dy}{\iint_S \mathfrak{I}(x, y) dx dy}. \quad (4)$$

Для выделения первого члена в уравнении (3) используем функцию момента интенсивности в виде

$$M_p = r^{2p}, \quad p = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

Подставляя в (4) выражения (3) и (5), получаем систему N линейных уравнений для квадратов действительных амплитуд C_m^2 :

$$J_{2p} = \sum_{m=0}^{N-1} \frac{(m+p)!}{\sqrt{2^{2m+p}} m!} C_m^2, \quad p = 1, 2, 3, \dots, N-2. \quad (6)$$

В левой части уравнений (6) стоят моменты интенсивности

$$J_{2p} = \iint_S r^{2p} \mathfrak{I}(r, \varphi) dS, \quad (7)$$

которые можно измерить в эксперименте, а в правой части – искомые величины $|C_m|^2$. Площадь $dS = r dr d\varphi$. Чтобы система уравнений стала замкнутой, полагаем $p = 1/2$ и находим

$$\sqrt{J_{2,0} + J_{0,2}} = \sum_{m=0}^{N-1} \frac{m+1/2}{4\sqrt{2} m!} \Gamma(m+1/2) C_m^2. \quad (8)$$

Для нахождения перекрёстных членов X_m и Y_m выберем функции моментов в виде

$$M_p^{(c)} = r^p \cos p\varphi \text{ и } M_p^{(s)} = r^p \sin p\varphi .$$

После подстановки получаем

$$J_{2(p+1),1} = \frac{1}{2^{2(p+1)}} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{k=0}^p \binom{2p}{k} \left[\frac{M_{m,n_1}}{N_m N_{n_1}} \times \right. \\ \left. \times X_{m,n_1} + \frac{M_{m,n_2}}{N_m N_{n_2}} X_{m,n_2} \right]; \tag{9}$$

$$J_{1,2(p+1)} = \frac{1}{2^{2(p+1)}} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{k=0}^p (-1)^{p-k} \times \\ \times \binom{2p}{k} \left[\frac{M_{m,n_1}}{N_m N_{n_1}} Y_{m,n_1} + \frac{M_{m,n_2}}{N_m N_{n_2}} Y_{m,n_2} \right], \tag{10}$$

где

$$n_1 = |m - 2(p - k) \pm 3|, \quad n_2 = |m - 2(p - k) \pm 1|,$$

$$M_{m,n_2} = \int_0^\infty r^{m+n_2+1} G^2 dr .$$

В левой части (9) и (10) стоят измеряемые моменты интенсивности

$$J_{2(p+1),1} = \iint_S r^{2p+3} \cos^2(p\varphi) \varphi \sin \varphi dr d\varphi \text{ и}$$

$$J_{1,2(p+1)} = \iint_S r^{2p+3} \sin^2(p\varphi) \varphi \cos \varphi dr d\varphi .$$

Полученная система $3N$ -уравнений ставит во взаимно однозначное соответствие множество моментов интенсивности с множеством квадратов интенсивности C_m^2 и перекрёстных членов X_m и Y_m . Разность начальных фаз β_{nm} находим как $\text{tg } \beta_{nm} = Y_m / X_m$. Если задать $\beta_0 = 0$, то можно найти все остальные начальные фазы β_m из системы линейных уравнений $\beta_{nm} = \beta_m - \beta_n$.

Это значит, что моменты интенсивности вырождены относительно знака топологического заряда оптических вихрей. Отсюда следует, что уравнения (6), (7), (9), (10) нельзя использовать для вырожденных массивов вихрей. Однако имеется исключение, которое мы назвали чисто вырожденным состоянием, когда $C_m = C_{-m}$ и начальная фаза принимает два значения $\beta_m = 0, \pi$. В этом случае можно использовать уравнения (6), (7) и (9).

2. Эксперимент

На основе вышеописанного метода измерений квадратов коэффициентов вихревых пучков волнового массива была разработана экспериментальная установка, приведенная на рис. 1, которая позволяет измерять не только спектр вихрей, но и ОУМ массива.

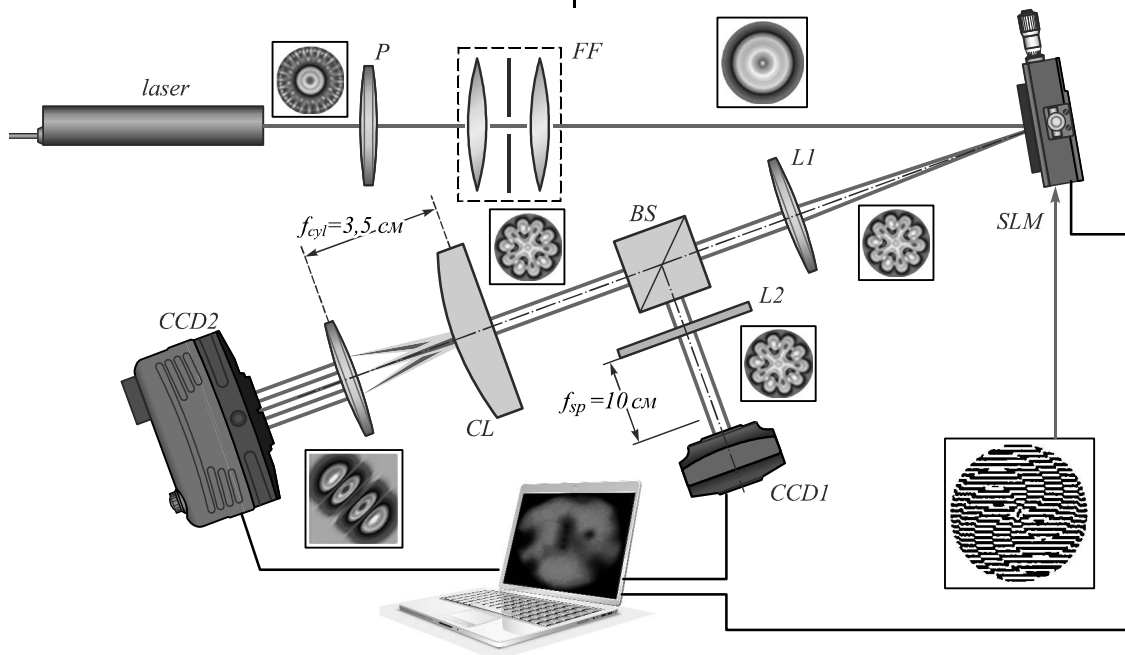


Рис. 1. Экспериментальная установка для измерения спектра вихрей и ОУМ массива сингулярных пучков. P – поляризатор, FF – пространственный фильтр, SLM – пространственный модулятор пучка (3840×2160 пикселей), $L1, L2$ – сферические линзы с фокальным расстоянием $f_{L1}=20$ см и $f_{sp}=10$ см, BS – делительная призма, CL – цилиндрическая линза с фокальным расстоянием $f_{cyl}=10$ см, $CCD1,2$ – CCD-камеры (1920×1280 пикселей)

Свет от основной моды He-Ne лазера ($\lambda = 0,628$ мкм) проходит через поляризатор P , пространственный фильтр FF и попадает на пространственный модулятор SLM . Жидкокристаллический элемент модулятора управляется с помощью компьютера, программа которого создает требуемый рельеф голографической ре-

шетки. Отраженный пучок переносит массив оптических вихрей с заданными значениями амплитуд C_m , начальных фаз β_m и топологических зарядов m . Далее комбинированный пучок расщепляется делительной призмой BS на два плеча. В первом плече сферическая линза $L2$ ($F = 10$ см) проецирует комбинированный пу-

чок на входное окно CCD1-камеры, расположенное в фокальной плоскости сферической линзы. CCD1-камера сопряжена с компьютером.

Во втором плече сферическая линза L1 ($F=25$ см) отображает пучок в плоскость цилиндрической линзы LC ($F=3,5$ см). В свою очередь, цилиндрическая линза проецирует пучок на входное окно CCD2-камеры, расположенное в фокальной плоскости этой линзы. CCD2-камера также сопряжена с компьютером. Выходные сигналы SLM модулятора и обеих CCD камер синхронизированы между собой таким образом, чтобы результаты измерений выводились на экран монитора в реальном масштабе времени.

Предварительно измерялись перетяжки комбинированных пучков в плоскости CCD1-камеры в первом плече и в плоскости цилиндрической линзы CL в соответствии с формулами, приведенными в параграфе 1. Измерение перетяжки комбинированного пучка осуществлялось перед всем циклом измерений.

В общем случае комбинированный пучок имеет сложную форму поперечного сечения. Поэтому в обоих случаях измерялись перетяжки для сферических линз:

$$w_x^{(1)} = J_{2,0}^{(1)}, w_y^{(1)} = J_{0,2}^{(1)}, w_x^{(2)} = J_{2,0}^{(2)}, w_y^{(2)} = J_{0,2}^{(2)}$$

и вычислялась средняя перетяжка

$$\bar{w}_1 = (w_x^{(1)} + w_y^{(1)}) / 2, \bar{w}_2 = (w_x^{(2)} + w_y^{(2)}) / 2$$

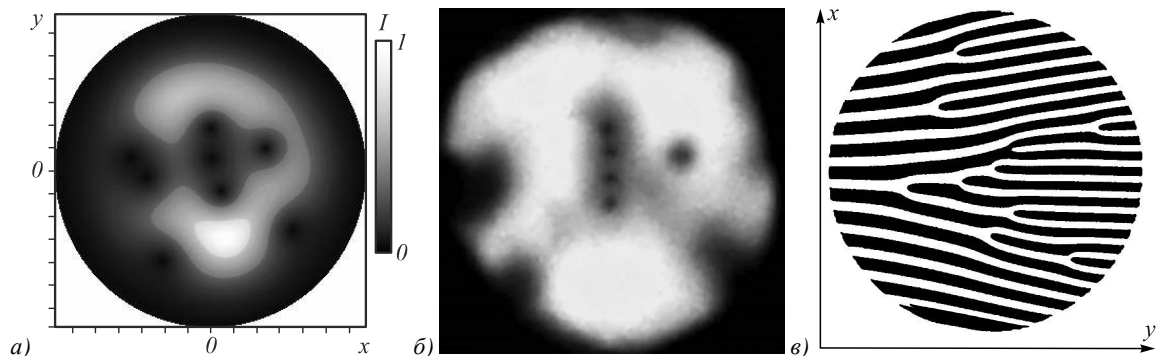


Рис. 2. Типичное теоретическое (а) и экспериментальное (б) распределение интенсивности (1920×1280 пикселей) на входном окне CCD1-камеры для массива из $N=10$ пучков и соответствующая амплитудная голографическая решётка на SLM модуляторе (в)

Результаты калибровочных измерений иллюстрируют гистограммы на рис. 3. Параллельно измерялись ОУМ во втором плече экспериментальной установки. Измерения показали, что в случае калибровки устройства орбитальный угловой момент всего комбинированного пучка равен $\ell_z=4,2$, а расчёт по формуле (11) даёт $\ell_z=3,9$. На гистограммах приведена зависимость квадрата амплитуды C_m^2 (рис. 3а) и начальной фазы β_m от топологического заряда m парциальных вихрей. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов показало, что относительная ошибка измерений квадрата амплитуды не превышает 5%, фазы – 6–7%. Для величины ОУМ ошибка составила 4%.

Вторую серию измерений мы проводили для случая чисто вырожденного состояния. Величины амплитуд задавались выражением $C_m = (-1)^m \sin^n(am)$,

в первом и втором плече соответственно. Естественно, такое приближение не даёт точного результата и при вычислениях возникает определенная погрешность. Но конечные результаты всегда сравниваются с исходными значениями. Как показали дальнейшие калибровочные измерения, допустимое приближение является достаточным. В процессе вычислений все длины под интегралами для моментов интенсивности и ОУМ нормировались на радиусы этих перетяжек.

Для определения квадратов амплитуд и начальных фаз решались уравнения (6), (7), (9), (10). При калибровочных измерениях компьютер задавал значения амплитуд и фаз в режиме случайных чисел. Измерения ОУМ проводились согласно методу, подробно описанному в работе [15] согласно формуле

$$\ell_z = \frac{4\pi}{\lambda f_{cyl}} J_{xy} = \frac{4\pi}{\lambda f_{cyl}} \times \frac{\iint x \cdot y \cdot \mathfrak{Z}_{cyl}(x, y) dS}{\iint \mathfrak{Z}_{cyl}(x, y) dS} \quad (11)$$

На рис. 2 приведено теоретическое (а) и экспериментальное (б) калибровочное распределение интенсивности на входном окне CCD1-камеры, а на рис. 2в изображён вид амплитудной голографической решётки на SLM-модуляторе, формирующей комбинированный пучок.

где a – частотный параметр, $n=1, 2, 3, \dots$. Знак $(-)$ указывает на скачок фазы на π .

Результаты теоретического расчёта и эксперимента массива с $N=21$ представлены на рис. 4.

Рис. 4а-в – иллюстрируют теоретическое распределение интенсивности $\mathfrak{Z}(x, y)$ при изменении частотного параметра a в сотом знаке после запятой и $n=7$. Рис. 4г-е иллюстрируют $\mathfrak{Z}(x, y)$, изменённые после модулятора SLM, рис. 4ж-и задают экспериментальный и теоретический спектр вихрей парциальных пучков, а рис. 4к-м иллюстрируют распределение интенсивности при значениях амплитуд и фаз, заданных экспериментальным спектром вихрей на рисунках рис. 4г-е. Заметим, что даже очень малые изменения параметра a регистрируются экспериментально в спектре вихрей.

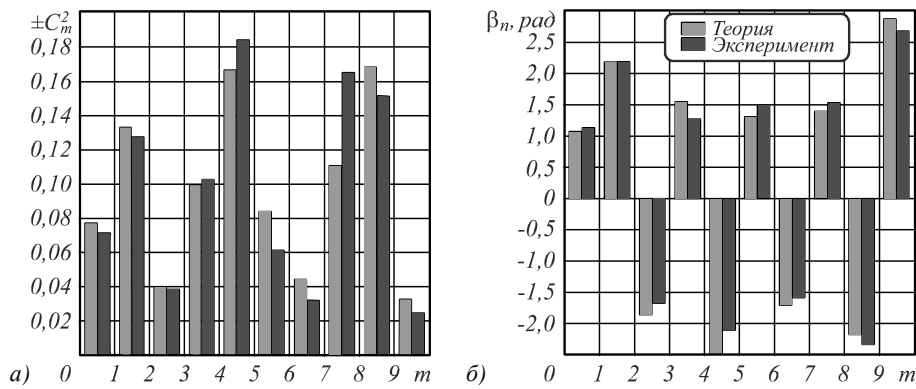


Рис. 3. Спектр вихрей волнового массива $N=10$: $C_m^2(m)$ (а), $\beta_m(m)$ (б). Дробный ОУМ: теория $\ell_z=3,9$, эксперимент $\ell_z=4,2$

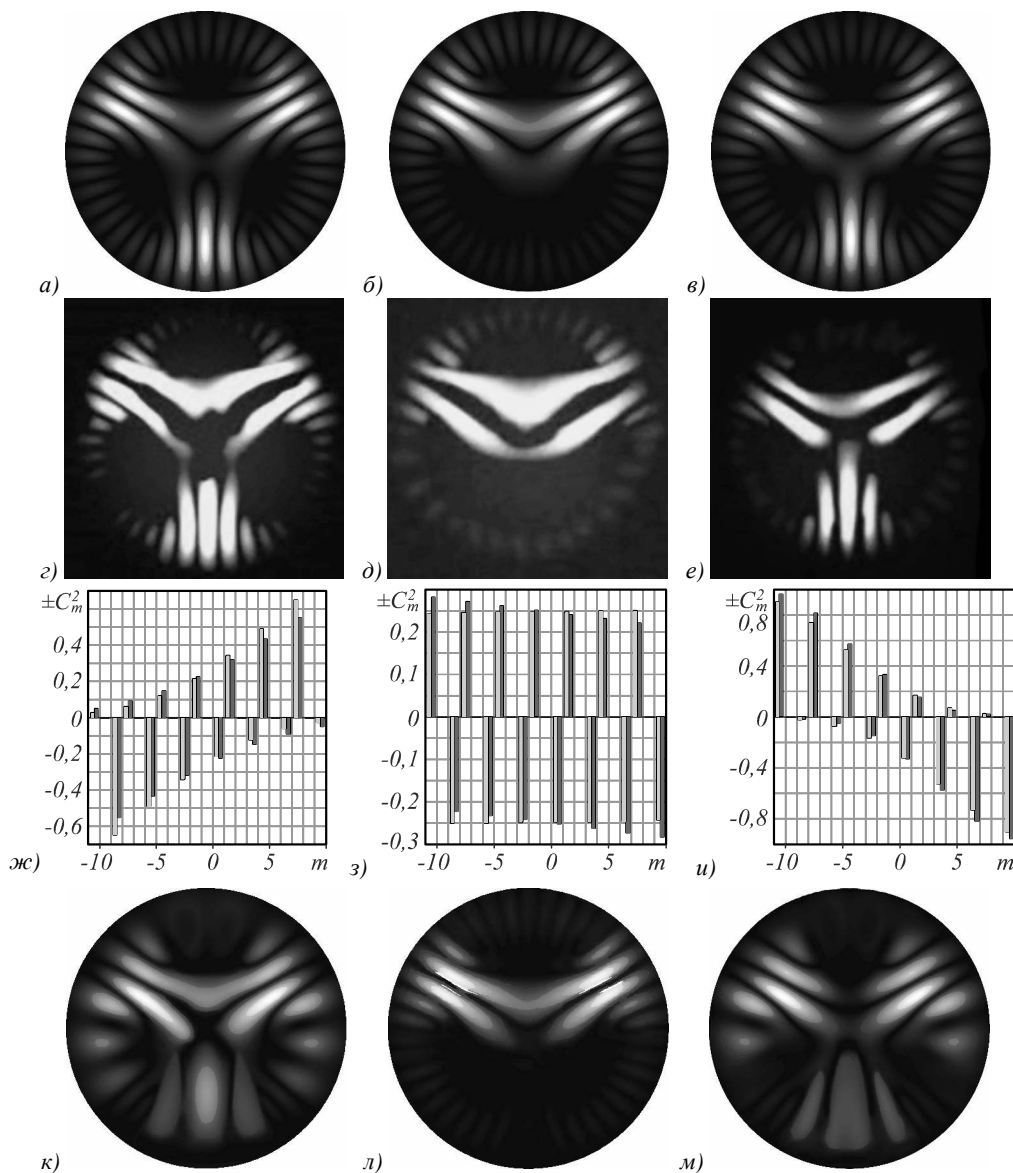


Рис. 4. Чисто вырожденное состояние волнового массива: теоретическое распределение интенсивности (а–в); распределение интенсивности после модулятора SLM (z–e); совмещённый спектр квадратов амплитуд C_m^2 и фаз β_m (ж–и); распределение интенсивности, полученное при восстановлении структуры пучка с амплитудами и фазами, приведёнными на гистограммах (к–м). Отрицательным значениям C_m^2 соответствует скачок фазы на π . Нижняя строчка соответствует степени корреляции η между исходным распределением интенсивности $\mathcal{I}(x,y)$, амплитудами и фазами согласно спектрам (к–м): $\eta=0,83$ (к), $\eta=0,89$ (л), $\eta=0,84$ (м)

Для оценки погрешности измерений мы использовали функцию корреляции между исходным распределением интенсивности $\mathcal{I}_{th}(x, y)$ и экспериментальными значениями $\mathcal{I}_{exp}(x, y)$ со спектром вихрем, полученным на эксперименте, согласно соотношению

$$\eta = \frac{\iint_S \mathcal{I}_{th}(x, y) \mathcal{I}_{exp}(x, y) dS}{\int_{00}^{th} \int_{00}^{exp}}. \quad (12)$$

Полученные результаты степени корреляции предполагаются в интервале $\eta = 0,83 \pm 0,91$, что указывает на хорошее согласование теории и эксперимента.

Таким образом, мы разработали основы метода измерения спектрального состава вихрей в сложных невырожденных комбинированных сингулярных пучках, а также в чисто вырожденных массивах оптических вихрей, который основан на регистрации моментов интенсивности $J_{p,q}$ в плоскости перетяжки. При этом световой пучок не подвергается каким-либо преобразованиям, разрушающим структуру волнового фронта. Это позволяет измерять как квадраты амплитуд C_m^2 , так и начальные фазы парциальных пучков. Высокая степень корреляции η между исходным распределением интенсивности и распределением интенсивности, построенным согласно экспериментальному спектру вихрей, указывает на надежность представленного метода измерений без разрезов и склеек волнового фронта. Для измерения спектра вихрей с различной степенью вырождения относительно знака топологического заряда требуется изменение моментов интенсивности при астигматичном преобразовании пучка, что будет рассмотрено в дальнейших работах.

Благодарности

Авторы выражают благодарность В.А. Сойферу, В.В. Котляру и В.П. Лукину за плодотворное обсуждение представленных результатов. Материалы статьи были доложены и обсуждены на международной конференции Digital Singular Optics – 2018, сентябрь, Севастополь.

Литература

1. **Gbur, G.J.** Singular optics / G.J. Gbur. – New York: CRC Press, 2017. – 545 p. – ISBN: 978-1-4665-8077-0.
2. **Soifer, V.A.** Laser beam mode selection by computer-generated holograms / V.A. Soifer, M.A. Golub. – Boca Raton: CRC Press, 1994. – 224 p. – ISBN: 978-0-8493-2476-5.
3. **Wang, J.** Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing / J. Wang, J.-Y. Yang, I.M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, A.E. Willner // Nature Photonics. – 2012. – Vol. 6. – P. 488-496. – DOI: 10.1038/nphoton.2012.138.
4. **Mair, A.** Entanglement of the orbital angular momentum states of photons / A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs, A. Zeilinger // Nature. – 2001. – Vol. 412, Issue 6844. – P. 313-316. – DOI: 10.1038/35085529.
5. **Singh, H.** Quantum key distribution protocols: A review / H. Singh, D.L. Gupta, A.K. Singh // Journal of Computer Engineering. – 2014. – Vol. 16, Issue 2. – P. 1-9. – DOI: 10.9790/0661-162110109.
6. **Khonina, S.N.** Generation and selection of laser beams represented by a superposition of two angular harmonics / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, K. Jefimovs, J. Turunen // Journal of Modern Optics. – 2004. – Vol. 51, Issue 5. – P. 761-773. – DOI: 10.1080/09500340408235551.
7. **Khonina, S.N.** Measuring the light field orbital angular momentum using DOE / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, P. Paakkonen, J. Turunen // Optical Memory and Neural Networks. – 2001. – Vol. 10, No. 4. – P. 241-255.
8. **Khonina, S.N.** Optical vortices in a fiber: mode division multiplexing and multimode selfimaging / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, V.A. Soifer. – In: Recent progress in optical fiber research / ed. by M. Yasin, S.W. Harun, H. Arof. – Rijeka, Croatia: InTech, 2012. – Chap 15. – P. 327-352. – DOI: 10.5772/28067.
9. **Kirilenko, M.S.** Information transmission using optical vortices / M.S. Kirilenko, S.N. Khonina // Optical Memory and Neural Networks. – 2013. – Vol. 22, No. 2. – P. 81-89.
10. **Gibson, G.** Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum / G. Gibson, J. Courtial, M.J. Padgett, M. Vasnetsov, V. Pas'ko, S.M. Barnett, S. Franke-Arnold // Optics Express. – 2004. – Vol. 12, Issue 22. – P. 5448-5456. – DOI: 10.1364/OPEX.12.005448.
11. **Allen, L.** IV The orbital angular momentum of light / L. Allen, M.J. Padgett, M. Babiker // Progress in Optics. – 1999. – Vol. 39. – P. 291-372. – DOI: 10.1016/S0079-6638(08)70391-3.
12. **Qassim, H.** Limitations to the determination of a Laguerre-Gauss spectrum via projective, phase-flattening measurement / H. Qassim, F.M. Miatto, J.P. Torres, M.J. Padgett, E. Karimi, R.W. Boyd // Journal of the Optical Society of America B. – 2014. – Vol. 31, Issue 6. – P. A20-A23. – DOI: 10.1364/JOSAB.31.000A20.
13. **Alexeyev, C.N.** Mutual transformations of fractional-order and integer-order optical vortices / C.N. Alexeyev, Yu.A. Egorov, A.V. Volyar // Physical Review A. – 2017. – Vol. 96, Issue 6. – P. 063807. – DOI: 10.1103/PhysRevA.96.063807.
14. **Volyar, A.V.** Super pulses of orbital angular momentum in fractional-order spiroid vortex beams / A.V. Volyar, Yu.A. Egorov // Optics Letters. – 2018. – Vol. 43, Issue 1. – P. 74-77. – DOI: 10.1364/OL.43.000074.
15. **Alperin, S.N.** Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens / S.N. Alperin, R.D. Niederiter, J.T. Gopinath, K.E. Siemets // Optics Letters. – 2016. – Vol. 41, Issue 21. – P. 5019-5022. – DOI: 10.1364/OL.41.005019.
16. **Wigner, E.P.** On the quantum correction for thermodynamic equilibrium / E.P. Wigner // Physical Review. – 1932. – Vol. 40. – P. 749-759. – DOI: 10.1103/PhysRev.40.749.
17. **Hu, M.K.** Visual pattern recognition by moment invariants / M.K. Hu // IRE Transactions on Information Theory. – 1962. – Vol. 8, Issue 2. – P. 179-187. – DOI: 10.1109/TIT.1962.1057692.
18. **Мандель, Л.** Оптическая когерентность и квантовая оптика / Л. Мандель, Э. Вольф. – М. Физматгиз, 2000. – 896 с. – ISBN: 5-9221-0073-4.
19. **Flusser, J.** Moments and moment invariants in pattern recognition / J. Flusser, T. Suk, B. Zitová. – Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd., 2009. – 312 p. – ISBN: 978-0-470-69987-4.
20. **Kotlyar, V.V.** Vortex laser beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.P. Porfirev. – Boca Raton, FL: CRC Press, 2018. – 404 p. – ISBN: 978-1-1385-4211-2.
21. **Абрамочкин, Е.Г.** Спиральные пучки света / Е.Г. Абрамочкин, В.Г. Волостников // Успехи физических наук. – 2004. – Т. 174, № 12. – С. 1273-1300. – DOI: 10.3367/UFNr.0174.200412a.1273.

Сведения об авторах

Воляр Александр Владимирович, 1949 года рождения. Выпускник Симферопольского государственного университета (1972), а после окончания – его сотрудник. Доктор физико-математических наук (1992). С 1993 г. – профессор, с 1999 г. – заведующий кафедрой общей физики. Сфера научных интересов — оптика, лазерная физика. E-mail: volyar.singular.optics@gmail.com.

Брецько Михаил Владимирович, 1994 года рождения. С 2012 года студент Крымского федерального университета им. В. И. Вернадского. На данный момент аспирант первого курса кафедры общей физики, физико-технического института КФУ им. В. И. Вернадского. Сфера научных интересов — сингулярная оптика, обработка графических изображений, программирование. E-mail: mikhailbretcko4@gmail.com.

Акимова Яна Евгеньевна, 1994 года рождения. С 2012 года студент Крымского федерального университета им. В. И. Вернадского. На данный момент аспирант первого курса кафедры общей физики, физико-технического института КФУ им. В. И. Вернадского. Сфера научных интересов — сингулярная оптика, дифракционная оптика. E-mail: akimova.yana@yandex.ru.

Егоров Юрий Александрович, 1975 года рождения. Выпускник Таврического национального университета (в настоящее время КФУ). Получил степень кандидата физико-математических наук в области оптики и лазерной физики в Таврическом национальном университете в 2005 году. Начиная с 2006 года доцент кафедры общей физики. Сфера научных интересов — сингулярная оптика, дифракционная оптика, оптика анизотропных сред. E-mail: yuriyegorov@cfuv.ru.

ГРНТИ: 29.31.15.

Поступила в редакцию 1 октября 2018 г. Окончательный вариант – 15 октября 2018 г.

BEYOND THE LIGHT INTENSITY OR INTENSITY MOMENTS AND MEASUREMENTS OF THE VORTEX SPECTRUM IN COMPLEX LIGHT BEAMS

A.V. Volyar¹, M.V. Bretsko¹, Ya.E. Akimova¹, Yu.A. Egorov¹

¹ Physics and Technology Institute (Academic Unit) of V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Academician Vernadsky 4, 295007, Simferopol, Russia

Abstract

The paper presents a new method for measuring the vortex spectrum (amplitude squares and initial phases) as well as the orbital angular momentum without cuts and splices of the wave front of a vortex array. Such an extension of the measurement capabilities of the combined beam properties is achieved by recording the intensity moments of the light beam as a whole without destroying its internal structure. The correlation coefficient between the initial intensity distribution and the intensity distribution taking into account the experimentally obtained vortex spectrum reaches 91%, which indicates the reliability of the presented method.

Keywords: diffractive optics, image processing, optical vortices, orbital angular momentum, moments of intensity.

Citation: Volyar AV, Bretsko MV, Akimova YaE, Egorov YuA. Beyond the light intensity or intensity moments and measurements of the vortex spectrum in complex light beams. Computer Optics 2018; 41(1): 736-743. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-42-5-736-743.

Acknowledgements: The authors are grateful to V.A. Soifer, V.V. Kotlyar and V.P. Lukin for a wonderful discussion of these results. The materials of the article were reported and discussed at the international conference Digital Singular Optics – 2018, September, Sebastopol.

References

- [1] Gbur GJ. Singular optics. New York: CRC Press; 2017. ISBN: 978-1-4665-8077-0.
- [2] Soifer VA, Golub MA. Laser beam mode selection by computer-generated holograms. Boca Raton: CRC Press; 1994. ISBN: 978-0-8493-2476-5.
- [3] Wang J, Yang J-Y, Fazal IM, Ahmed N, Yan Y, Huang H, Ren Y, Yue Y, Dolinar S, Tur M, Willner AE. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing. Nat Photonics 2012; 6: 488-496. DOI: 10.1038/nphoton.2012.138.
- [4] Mair A, Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons. Nature 2001; 412(6844): 313-316. DOI: 10.1038/35085529.
- [5] Singh H, Gupta DL, Singh AK. Quantum key distribution protocols: A review. Journal of Computer Engineering 2014; 16(2): 1-9. DOI: 10.9790/0661-162110109.
- [6] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Jefimovs K, Turunen J. Generation and selection of laser beams represented by a superposition of two angular harmonics. J Mod Opt 2004; 51(5): 761-773. DOI: 10.1080/09500340408235551.

- [7] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Paakkonen P, Turunen J. Measuring the light field orbital angular momentum using DOE. *Optical Memory and Neural Networks* 2001; 10(4): 267-276.
- [8] Khonina SN, Kazanskiy NL, Soifer VA. Optical vortices in a fiber: mode division multiplexing and multimode self-imaging. In Book: Yasin M, Harun SW, Arof H, eds. *Recent progress in optical fiber research*. Chap 15. Rijeka, Croatia: InTech; 2012: 327-352. DOI: 10.5772/28067.
- [9] Kirilenko MS, Khonina SN. Information transmission using optical vortices. *Optical Memory and Neural Networks* 2013; 22(2): 81-9.
- [10] Gibson G, Courtial J, Padgett MJ, Vasnetsov M, Pas'ko V, Barnett SM, Franke-Arnold S. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum. *Opt Express* 2004; 12(22): 5448-5456. DOI: 10.1364/OPEX.12.005448.
- [11] Allen L, Padgett MJ, Babiker M. IV the orbital angular momentum of light. *Progress in Optics* 1999; 39: 291-372. DOI: 10.1016/S0079-6638(08)70391-3.
- [12] Qassim H, Miatto FM, Torres JP, Padgett MJ, Karimi E, Boyd RW. Limitations to the determination of a Laguerre-Gauss spectrum via projective, phase-flattening measurement. *J Opt Soc Am B* 2014; 31(6): A20-A23. DOI: 10.1364/JOSAB.31.000A20.
- [13] Alexeyev CN, Egorov YuA, Volyar AV. Mutual transformations of fractional-order and integer-order vortices. *Phys Rev A* 2017; 96(6): 063807. DOI: 10.1103/PhysRevA.96.063807.
- [14] Volyar AV, Egorov YuA. Super pulses of orbital angular momentum in fractional-order spiroid vortex beams. *Opt Lett* 2018; 43(1): 74-77. DOI: 10.1364/OL.43.000074.
- [15] Alperin SN, Niederiter RD, Gopinath JT, Siemets KE. Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens. *Opt Lett* 2016; 41(21): 5019-5022. DOI: 10.1364/OL.41.005019.
- [16] Wigner EP. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. *Phys Rev* 1932; 40: 749-759. DOI: 10.1103/PhysRev.40.749.
- [17] Hu MK. Visual pattern recognition by moment invariants. *IRE Transactions on Information Theory* 1962; 8(2): 179-187. DOI: 10.1109/TIT.1962.1057692.
- [18] Mandel L, Wolf E. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge: Cambridge University Press; 1995. ISBN: 978-0-521-41711-2.
- [19] Flusser J, Suk T, Zitová B. *Moments and moment invariants in pattern recognition*. Chichester, UK: John Wiley & Sons; 2009. ISBN: 978-0-470-69987-4.
- [20] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. *Vortex laser beams*. Boca Raton, FL: CRC Press; 2018. ISBN: 978-1-1385-4211-2.
- [21] Abramochkin EG, Volostnikov VG. *Spiral light beams*. *Phys Usp* 2004; 47(12): 1177-1203. DOI: 10.1070/PU2004v047n12ABEH001802.

Authors' information

Alexander Vladimirovich Volyar, born in 1949. Graduate from Simferopol State University (1972), and after graduation – his employee. Doctor of Physical and Mathematical Sciences (1992). Since 1993, he has been a professor, since 1999, he has become the head of General Physics department. The sphere of scientific interests is optics, laser physics. E-mail: volyar.singular.optics@gmail.com.

Mikhail Vladimirovich Bretsko, born in 1994. Since 2012, a student of the Crimean Federal University. VI Vernadsky. At the moment, the first-year postgraduate student of General Physics department, the Physics and Technology Institute (Academic Unit) of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Scope of scientific interests – singular optics, processing of graphic images, programming. E-mail: mikhailbretsko4@gmail.com.

Yana Evgenievna Akimova, born in 1994. Since 2012, a student of the Crimean Federal University VI Vernadsky. Now, the first-year postgraduate student of General Physics department, the Physics and Technology Institute (Academic Unit) of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Scope of scientific interests – singular optics, diffraction optics. E-mail: akimova.yana@yandex.ru.

Yuriy Alexandrovich Egorov, born in 1975. A graduate of Taurida National University (2001). Received the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in the field of Optics and Laser Physics at Taurida National University (Crimean Federal University is now) in 2005. Since 2006, he has been a lecturer of General Physics department. The sphere of scientific interests is singular optics, diffraction optics. E-mail: yuriyegorov@cfuv.ru.

Received October 1, 2018. The final version – October 15, 2018.