

ОБРАТНЫЙ ПОТОК ЭНЕРГИИ В ФОКУСЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВЕКТОРНОГО ПУЧКА

С.С. Стафеев^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}, В.В. Котляр^{1,2}¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34**Аннотация**

С помощью формул Ричардса–Вольфа доказано, что при острой фокусировке апланатической системой лазерного пучка с произвольной функцией аподизации и азимутально-радиальной поляризацией m -го порядка на оптической оси в плоскости фокуса имеет место обратный поток световой энергии (при $m=2$) или на оптической оси в фокусе обратный поток равен нулю, а вблизи оси обратный поток растёт по модулю квадратично от расстояния до оси (при $m=3$). Азимутально-радиальный пучок m -го порядка является примером поляризационного вихря. Ранее обратный поток энергии в фокусе был обнаружен только для вихревых лазерных пучков с топологическим зарядом m и круговой поляризацией. Численно с помощью FDTD-метода и формул Ричардса–Вольфа показано, что в фокусе зонной пластинки для таких лазерных пучков имеются области, в которых направление вектора Пойнтинга противоположно направлению распространения пучка.

Ключевые слова: формулы Ричардса–Вольфа, FDTD-метод, поляризационный вихрь, обратный поток энергии.

Цитирование: Стафеев, С.С. Обратный поток энергии в фокусе цилиндрического векторного пучка / С.С. Стафеев, А.Г. Налимов, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 5. – С. 744-750. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-744-750.

Введение

Цилиндрические векторные пучки [1] известны в оптике достаточно давно, однако интерес к их изучению не ослабевает [2–4].

Поляризация в поперечном сечении таких пучков непрерывно меняет своё направление, совершая полный оборот при изменении азимутального угла от 0 до 2π . При этом ранее уже предпринимались попытки сделать обобщение цилиндрических векторных пучков, рассмотрев такие пучки, в которых направление поляризации совершает несколько оборотов. Такие пучки в литературе получили название цилиндрических векторных пучков высших порядков.

Например, в статье [5] рассматривалась фокусировка радиально-поляризованных пучков высоких порядков вида $\mathbf{g}_l(\varphi) = \cos l\varphi \mathbf{i} + \sin l\varphi \mathbf{j}$, где l – порядок пучка, \mathbf{i}, \mathbf{j} – орты в декартовой системе координат, выбранной таким образом, что орт \mathbf{k} совпадает с осью симметрии пучка. Распространение мод высших порядков со смещённым центром рассматривалось численно с помощью преобразования Френеля в [6]. В [7] также численно с помощью преобразования Френеля исследовалась дифракция мод высших порядков на отверстии в форме щели.

Экспериментально такие пучки были получены с помощью пространственных модуляторов света [8, 9] и элементов, рассчитанных на основе фазы Панхатнами–Берри [10].

В перечисленных выше работах изучалось только поведение электрической составляющей светового поля, что не позволяет вычислить значение вектора Пойнтинга в фокусе. В соответствии с [11] сила, действующая на частицу, пропорциональна по абсолютному значению и совпадает по направлению с вектором Пойнтинга. Если некоторый пучок в своём поперечном распределении будет содержать отрицатель-

ную составляющую, то частица, подсвеченная таким пучком, должна двигаться в сторону источника света. Наличие в фокусных пятнах областей с отрицательными значениями продольной проекции вектора Пойнтинга было обнаружено достаточно давно [12]. Однако лишь в прошлом году удалось обнаружить такие фокусные пятна, в которых отрицательные значения сопоставимы по абсолютной величине с положительными значениями. В работе [13] моделировалось прохождение света через металлинзу, осуществляющую поворот направления поляризации и фокусировку. Численно с помощью FDTD-метода было показано, что такая линза, освещаемая светом с круговой поляризацией, может формировать фокусное пятно, в котором поток энергии вдоль оси распространения пучка S_z имеет отрицательное значение. В работах [14, 15] было сделано обобщение работы [13] на случай фокусировки вихрей с круговой поляризацией и топологическими зарядами, равными ± 1 [14], ± 2 [14, 15] и ± 3 [15]. Отрицательные значения продольной компоненты S_z также наблюдались в статье [16], где рассматривались пучки Гаусса–Лагерра с круговой поляризацией и статье [17], где рассматривались пучки Вебера.

В данной работе моделируется острая фокусировка цилиндрических векторных пучков высоких порядков. Было показано, что в фокусе имеют место области, в которых направление вектора Пойнтинга противоположно направлению распространения пучка. При этом если порядок пучка равен двум, то область отрицательных значений осевой проекции вектора Пойнтинга расположена в центре фокусного пятна.

Теоретическое обоснование

Интегралы Ричардса–Вольфа имеют вид [12]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}(\rho, \psi, z) = & -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \\
 & \times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\varphi,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\mathbf{U}(\rho, \psi, z)$ – напряжённость электрического или магнитного поля, $B(\theta, \varphi)$ – электрическое или магнитное поле на входе широкоапертурной системы в координатах выходного зрачка (θ – полярный угол, φ – азимутальный), $T(\theta)$ – функция аподизации линзы, f – фокусное расстояние, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, α – максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ($NA = \sin \alpha$), $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$ – матрица поляризации, для напряжённости электрического и магнитного полей имеющая вид:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}(\theta, \varphi) = & \\
 = & \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \\
 & + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi),
 \end{aligned} \tag{2}$$

где $a(\theta, \varphi)$ и $b(\theta, \varphi)$ – функции поляризации для x - и y -компонент напряжённостей фокусируемого пучка. Для азимутальных пучков высоких порядков функции поляризации будут иметь вид:

$$E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(m\varphi) \\ \cos(m\varphi) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

для напряжённости электрического поля и

$$H(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos(m\varphi) \\ -\sin(m\varphi) \end{pmatrix} \tag{4}$$

для напряжённости магнитного поля, где m – положительное целое число. При $m = 1$ формулы (3), (4) будут описывать обычный азимутально-поляризованный свет.

Подставив формулы (3) и (4) в (1), с учётом (2), можно получить все шесть проекций векторов напряжённости электрического и магнитного полей в области фокуса апланатической системы (функцию аподизации линзы выберем в виде $T(\theta) = \cos^{1/2} \theta$):

$$\begin{aligned}
 E_x = & i^{m+1} [\sin m\varphi I_{0,m} + \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
 E_y = & i^{m+1} [-\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
 E_z = & -2i^m \sin(m-1)\varphi I_{1,m-1}, \\
 H_x = & i^{m+1} [\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
 H_y = & i^{m+1} [\sin m\varphi I_{0,m} - \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
 H_z = & -2i^m \cos(m-1)\varphi I_{1,m-1},
 \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned}
 I_{0,m} = & \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) \times \\
 & \times A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta, \\
 I_{2,m-2} = & \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) \times \\
 & \times A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m-2}(x) d\theta, \\
 I_{1,m-1} = & \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta \times \\
 & \times A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta.
 \end{aligned} \tag{6}$$

В (6) $x = kr \sin \theta$, $J_m(x)$ – функция Бесселя m -го порядка, $A_m(\theta) = B(\theta, \varphi)$ – действительная функция, описывающая амплитуду входного поля в плоскости входного зрачка апланатической системы, зависящая только от угла θ и от порядка m поляризационной сингулярности. Из (5) можно получить выражения для компонент векторов электрического и магнитного поля в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned}
 E_r = & i^{m+1} \sin(m-1)\varphi [I_{0,m} + I_{2,m-2}], \\
 E_\varphi = & i^{m+1} \cos(m-1)\varphi [-I_{0,m} + I_{2,m-2}], \\
 E_z = & -2i^m \sin(m-1)\varphi I_{1,m-1}, \\
 H_r = & i^{m+1} \cos(m-1)\varphi [I_{0,m} + I_{2,m-2}], \\
 H_\varphi = & i^{m+1} \sin(m-1)\varphi [I_{0,m} - I_{2,m-2}], \\
 H_z = & -2i^m \cos(m-1)\varphi I_{1,m-1}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Из (7) при $m = 1$ следуют хорошо известные выражения для компонент поля с азимутальной поляризацией [1]

$$\begin{aligned}
 E_\varphi = & I_{0,1} - I_{2,-1} = \\
 = & \frac{2\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) J_1(x) d\theta, \\
 H_r = & -[I_{0,1} + I_{2,-1}] = \\
 = & -\frac{2\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{3/2} \theta A(\theta) J_1(x) d\theta, \\
 H_z = & -2iI_{1,0} = \\
 = & -\frac{2i\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) J_0(x) d\theta.
 \end{aligned} \tag{8}$$

В частности, из первого уравнения (8) следует, что в фокусе пучка с азимутальной поляризацией на оптической оси интенсивность равна нулю, так как $J_1(x) = 0$ при $x = 0$.

Из (5) получим выражение для интенсивности электрического поля в плоскости фокуса $z = 0$:

$$\begin{aligned}
 I_m = & |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2 = I_{0,m}^2 + I_{2,m-2}^2 - \\
 & - 2I_{0,m} I_{2,m-2} \cos[2(m-1)\varphi] + 4\sin^2(m-1)\varphi I_{1,m-1}^2.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Из (9) видно, что при $m > 1$ распределение интенсивности в фокусе не является радиально-симметричным. Только для азимутальной поляризации при $m=1$ из (9) следует, что интенсивность в фокусе имеет вид кольца:

$$I_1 = (I_{0,1} - I_{2,-1})^2. \quad (10)$$

Из (5) можно получить простое выражение для продольной проекции вектора Умова–Пойнтинга [12]:

$$S_z = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)_z \right] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (E_x H_y^* - E_y H_x^*). \quad (11)$$

В плоскости фокуса ($z=0$) она будет иметь вид:

$$S_m = I_{0,m}^2 - I_{2,m-2}^2. \quad (12)$$

Из (12) следует, что при любом m продольная компонента вектора Пойнтинга в плоскости фокуса обладает круговой симметрией относительно оптической оси. Это странный результат, учитывая, что распределение интенсивности в плоскости фокуса (9) не обладает круговой симметрией при $m > 1$. Из (12) при $m=2$ в плоскости фокуса на оптической оси имеет место обратный поток световой энергии (при любой действительной амплитуде в плоскости входного зрачка $A(\theta)$):

$$S_2(r=0, z) = - \left(\frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) d\theta \right)^2. \quad (13)$$

Также из (12) следует, что при $m=3$ на оптической оси в плоскости фокуса поток энергии нулевой ($S_z=0$), а вблизи оптической оси он по модулю растёт квадратично с расстоянием от оси:

$$S_3(r=0, z) = - \frac{(kr)^2}{4} \times \left(\frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) d\theta \right)^2. \quad (14)$$

Заметим, что, если в предыдущих формулах функцию аподизации зрачка $T(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ заменить на любую другую действительную функцию, например, на функцию аподизации дифракционной линзы $T(\theta) = \cos^{-3/2} \theta$ [18], уравнения (13) и (14), доказывающие наличие обратного потока в фокусе поляризованного вихря, по форме не изменятся. Изменится только конкретная величина интегралов в (13) и (14). Можно также сказать, что утверждения о наличии обратного потока энергии в фокусе апланатической системы при $m=2, 3$ верны при любой действительной функции $T(\theta)$.

Моделирование по формулам Ричардса–Вольфа

В работе моделирование было проведено двумя способами: через вычисление интегралов Ричардса–Вольфа в среде Matlab и решением уравнения Максвелла методом FDTD, реализованным в программном обеспечении FullWave.

На рис. 1 показано направление поляризации в исследуемом пучке порядка $m=2$.

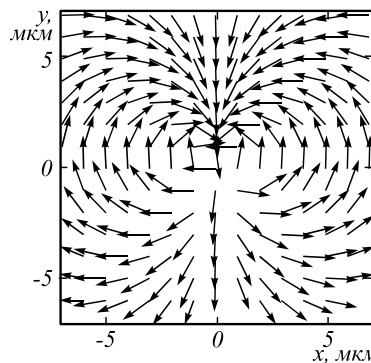


Рис. 1. Направление поляризации в азимутально-поляризованном пучке второго порядка

Для простоты вычислений в моделировании считалось, что зонная пластинка ($T(\theta) = \cos^{-3/2} \theta$ [18], $NA=0,95$) фокусирует плоскую волну $B(\theta, \varphi) = 1$.

Продольная составляющая вектора Пойнтинга вычислялась как

$$S_z = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)_z \right] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (E_x H_y^* - E_y H_x^*), \quad (15)$$

а интенсивность – как $I = (\mathbf{E} \mathbf{E}^*)$, где \mathbf{E} и \mathbf{H} – вектора напряжённости электрического и магнитного полей, $\operatorname{Re}(\cdot)$ – действительная часть числа.

Результаты фокусировки азимутально-поляризованного пучка второго порядка $m=2$ приведены на рис. 2–5. На рис. 2 показано распределение интенсивности света в фокусе (плоскость xu).

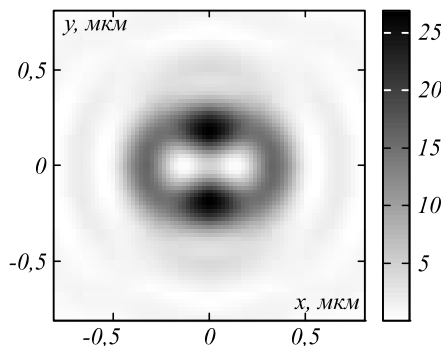


Рис. 2. Распределение интенсивности в фокусе ($m=2$): $I = I_x + I_y + I_z$

Из рис. 2 видно, что распределение интенсивности в фокусе имеет вид асимметричного кольца. Наличие асимметрии объясняется перераспределением энергии между отдельными компонентами электрического поля вследствие острой фокусировки (рис. 3).

На рис. 4–5 показано распределение в плоскости фокуса продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z : на рис. 4 показано распределение S_z в поперечной плоскости (xu), а на рис. 5 – в продольной плоскости вдоль оси распространения пучка (zy).

Интересно, что в отличие от фокусировки вихря с круговой поляризацией в [15] в данном случае в плоскости фокуса отсутствуют поперечные составляющие вектора Пойнтинга S_x и S_y .

На рис. 6 показаны сечения проекции вектора Пойнтинга S_z при фокусировке азимутально-поляризованных пучков с порядками m , равными 1, 2, 3 и 4.

Из рис. 6 видно, что при фокусировке азимутально-поляризованного пучка ($m=1$) отрицательных значений вектора Пойнтинга в центре фокусного пятна не наблюдается ($S_z(x=y=0)=0$). Если же порядок больше двух, то область минимума отрицательных значений проекции вектора Пойнтинга имеет вид ко-

лец. При этом в центре фокусного пятна в этом случае проекция вектора Пойнтинга также равна нулю. Только в случае $m=2$ минимум отрицательных значений проекции вектора Пойнтинга на оптическую ось наблюдаются в центре фокусного пятна ($S_z(x=y=0)<0$).

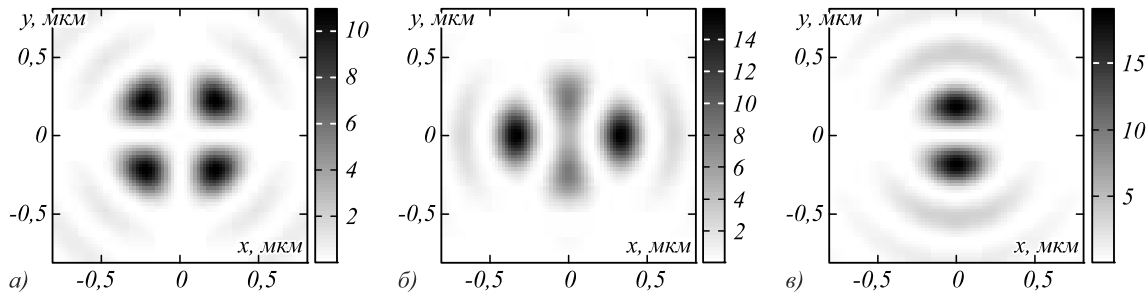


Рис. 3. Распределение отдельных составляющих интенсивности в фокусе: I_x (а), I_y (б) и I_z (в). Суммарная интенсивность I показана на рис. 2

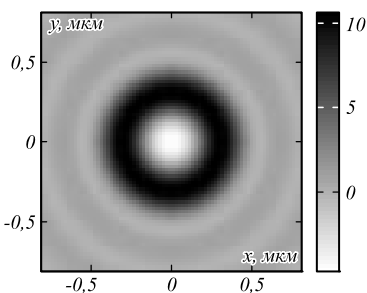


Рис. 4. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z в фокусе ($m=2$)

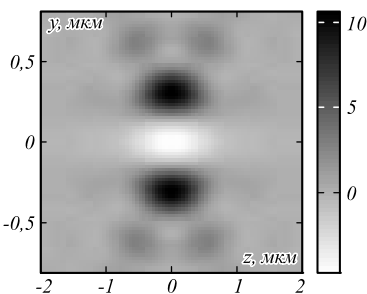


Рис. 5. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга в плоскости yz ($m=2$)

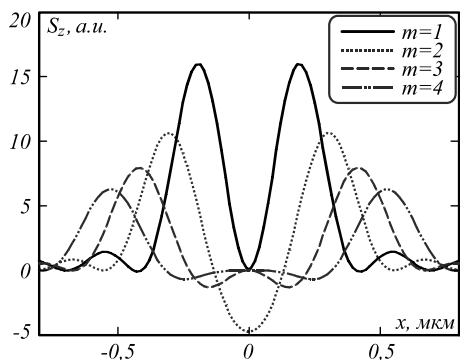


Рис. 6. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z в фокусе зонной пластинки при фокусировке азимутально-поляризованных пучков порядка $m=1, 2, 3$ и 4

На рис. 7 показана зависимость минимального значения S_z в центре фокусного пятна от числовой апертуры NA для азимутально-поляризованного пучка

порядка $m=2$. Из рис. 7 видно, что отрицательные значения S_z проявляются только при больших значениях числовых апертур ($NA > 0,8$).

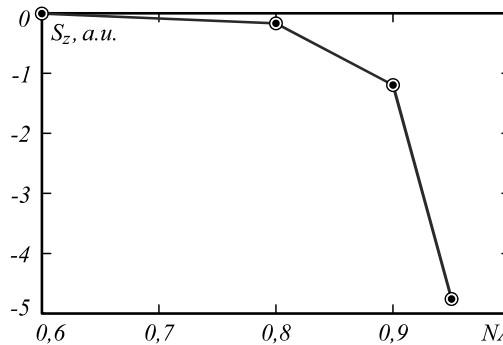


Рис. 7. Зависимость минимального значения S_z в центре фокусного пятна от числовой апертуры NA для азимутально-поляризованного пучка порядка $m=2$

Моделирование с помощью FDTD-метода

Метод FDTD использовался для качественной проверки результатов, полученных с помощью интегралов Ричардса–Вольфа. Методом FDTD, реализованным в программном обеспечении FullWave, рассматривалась фокусировка плоской волны, умноженной на функцию пропускания зонной пластинки Френеля. Функция пропускания зонной пластинки рассчитывалась из соображений, что её фокусное расстояние равно 532 нм, а фокусируемый свет имеет длину волны 532 нм, высота рельефа $h=0,159$ мкм, показатель преломления материала $n=2,67$ (TiO_2). Так как ставилось целью только качественное сравнение результатов, полученных разными методами, то числовая апертура такой линзы не подбиралась равной числовой апертуре линзы, моделируемой по формулам Ричардса–Вольфа. Шаг сетки вдоль всех координат считался равным $\lambda/30$. Размеры рассчитываемой области $8,6 \times 8,6 \times 1,532$ мкм. На краях вычисляемой области помещались идеально согласованные слои (PML) толщиной 0,5 мкм.

Из рис. 8 видно, что в центре фокусного пятна наблюдаются отрицательные значения S_z , таким образом, результаты, полученные с помощью метода

FDTD качественно подтверждают результаты, полученные с помощью формул Ричардса–Вольфа.

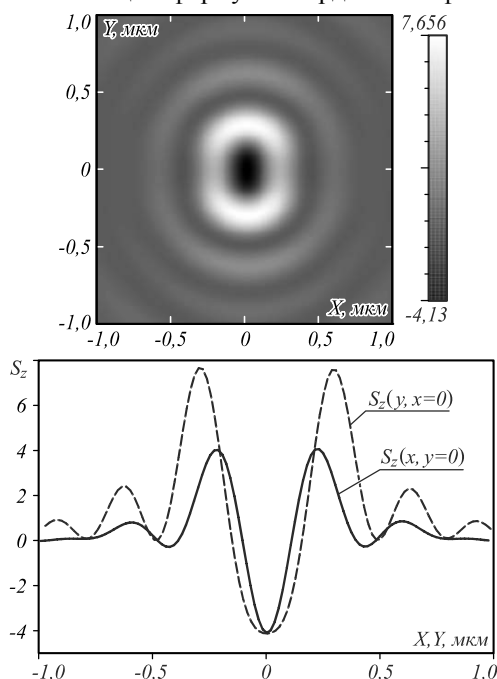


Рис. 8. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z в фокусе зонной пластинки, вычисленное с помощью метода FDTD

Заключение

В данной статье моделировалась острая фокусировка цилиндрических векторных пучков высоких порядков. Теоретически и численно показано, что в фокусе наблюдаются области, в которых направление вектора Пойнтинга противоположно направлению распространения пучка. При этом если порядок пучка равен двум, то минимум отрицательных значений проекции вектора Пойнтинга расположен в центре фокусного пятна.

Возможность получения фокусных пятен, в которых вектор Пойнтинга противоположен по направлению распространению пучка, ранее была показана в работах [13–15], однако там фокусировались оптические вихри и поток энергии распространялся по спирали (спиральный обратный поток). В этой же работе обратный поток имеет невихревой характер.

Отметим также, что азимутально-поляризованный пучок второго порядка может быть получен из линейно-поляризованного пучка с помощью одного единственного элемента, преобразующего поляризацию, например, поляризатора на основе субволновых решёток [19].

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в части «Теоретическое обоснование», Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части

«Моделирование с помощью формул Ричардса–Вольфа» и Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 17-47-630417, 17-47-630420, 17-42-630008, 18-07-01122, 18-07-01380, 18-29-20003) в части «Моделирование с помощью FDTD-метода».

Литература

1. **Zhan, Q.** Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications / Q. Zhan // *Advances in Optics and Photonics*. – 2009. – Vol. 1, Issue 1. – P. 1-57. – DOI: 10.1364/AOP.1.000001.
2. **Xiaoqiang, Z.** Focusing properties of cylindrical vector vortex beams / Z. Xiaoqiang, C. Ruishan, W. Anting // *Optics Communications*. – 2018. – Vol. 414. – P. 10-15. – DOI: 10.1016/j.optcom.2017.12.076.
3. **Han, Y.** Orbital angular momentum transition of light using a cylindrical vector beam / Y. Han, L. Chen, Y.-G. Liu, Z. Wang, H. Zhang, K. Yang, K.C. Chou // *Optics Letters*. – 2018. – Vol. 43, Issue 9. – P. 2146-2149. – DOI: 10.1364/OL.43.002146.
4. **Matsusaka, S.** Micro-hole drilling by tightly focused vector beams / S. Matsusaka, Y. Kozawa, S. Sato // *Optics Letters*. – 2018. – Vol. 43, Issue 7. – P. 1542-1545. – DOI: 10.1364/OL.43.001542.
5. **Rashid, M.** Focusing of high order cylindrical vector beams / M. Rashid, O.M. Maragò, P.H. Jones // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2009. – Vol. 11, Issue 6. – P. 065204. – DOI: 10.1088/1464-4258/11/6/065204.
6. **Li, Y.** Propagation evolution of an off-axis high-order cylindrical vector beam / Y. Li, Z. Zhu, X. Wang, L. Gong, M. Wang, S. Nie // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2014. – Vol. 31, Issue 11. – P. 2356-2361. – DOI: 10.1364/JOSAA.31.002356.
7. **Qi, J.** Multiple-slit diffraction of high-polarization-order cylindrical vector beams / J. Qi, W. Wang, H. Zhang, B. Pan, H. Deng, J. Yang, B. Shi, H. Shan, L. Zhang, H. Wang // *Proceedings of SPIE*. – 2017. – Vol. 10339. – P. 1033927. – DOI: 10.1117/12.2271191.
8. **Wang, X.-L.** Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement / X.-L. Wang, J. Ding, W.-J. Ni, C.-S. Guo, H.-T. Wang // *Optics Letters*. – 2007. – Vol. 32, Issue 24. – P. 3549-3551. – DOI: 10.1364/OL.32.003549.
9. **Chen, H.** Generation of vector beam with space-variant distribution of both polarization and phase / H. Chen, J. Hao, B.-F. Zhang, J. Xu, J. Ding, H.-T. Wang // *Optics Letters*. – 2011. – Vol. 36, Issue 16. – P. 3179-3181. – DOI: 10.1364/OL.36.003179.
10. **Liu, Y.** Generation of perfect vortex and vector beams based on Pancharatnam-Berry phase elements / Y. Liu, Y. Ke, J. Zhou, Y. Liu, H. Luo, S. Wen, D. Fan // *Scientific Reports*. – 2017. – Vol. 7. – P. 44096. – DOI: 10.1038/srep44096.
11. **Sukhov, S.** On the concept of “tractor beams” / S. Sukhov, A. Dogariu // *Optics Letters*. – 2010. – Vol. 35, Issue 22. – P. 3847-3849. – DOI: 10.1364/OL.35.003847.
12. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379. – DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
13. **Котляр, В.В.** Формирование и фокусировка векторного оптического вихря с помощью металлинзы / В.В. Котляр, А.Г. Налимов // *Компьютерная оптика*. – 2017. – Т. 41, № 5. – С. 645-654. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
14. **Стафеев, С.С.** Поведение продольной компоненты вектора Пойнтинга при острой фокусировке оптических вихрей с круговой поляризацией / С.С. Стафеев, А.Г. Налимов // *Компьютерная оптика*. – 2018. – Т. 42,

- № 2. – С. 190-196. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-190-196.
15. **Kovalev, A.** Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy / A. Kovalev, V. Kotlyar, A. Nalimov // *Optics Letters*. – 2018. – Vol. 43, Issue 12. – P. 2921-2924. – DOI: 10.1364/OL.43.002921.
 16. **Monteiro, P.B.** Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation / P.B. Monteiro, P.A.M. Neto, H.M. Nussenzveig // *Physical Review A*. – 2009. – Vol. 79, Issue 3. – 033830. – DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
 17. **Rondón-Ojeda, I.** Properties of the Poynting vector for invariant beams: Negative propagation in Weber beams / I. Rondón-Ojeda, F. Soto-Eguibar // *Wave Motion*. – 2018. – Vol. 78. – P. 176-184. – DOI: 10.1016/j.wavemoti.2018.02.003.
 18. **Davidson, N.** High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens / N. Davidson, N. Bokor // *Optics Letters*. – 2004. – Vol. 29, Issue 12. – P. 1318-1320. – DOI: 10.1364/OL.29.001318.
 19. **Stafeev, S.S.** Microlens-aided focusing of linearly and azimuthally polarized laser light / S.S. Stafeev, A.G. Nalimov, M.V. Kotlyar, D. Gibson, S. Song, L. O'Faolain, V.V. Kotlyar // *Optics Express*. – 2016. – Vol. 24, Issue 26. – P. 29800-29813. – DOI: 10.1364/OE.24.029800.

Сведения об авторах

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва в должности доцента и в Институте систем обработки изображений РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 78 работ и 3 патентов. E-mail: anton@smr.ru.

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений в Институте систем обработки изображений РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@smr.ru.

ГРНТИ: 29.31.01.

Поступила в редакцию 28 мая 2018 г. Окончательный вариант – 18 июля 2018 г.

ENERGY BACKFLOW IN THE FOCAL SPOT OF A CYLINDRICAL VECTOR BEAM

S.S. Stafeev^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}, V.V. Kotlyar^{1,2}

¹IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Molodogvardeyskaya 151, 443001, Samara, Russia,
²Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, 443086, Samara, Russia

Abstract

Using Richards-Wolf formulae it is shown that a tightly focused azimuthally-radially polarized m -th order laser beam with an arbitrary apodization function produces a reverse energy flow in the focal plane ($m=2$). If $m=3$, the reverse energy flow on the axis is equal to zero, increasing in the axis vicinity as the square of the distance to the axis. The azimuthally-radially polarized beam of the m -th order is an example of a polarization vortex. Previously, the reverse energy flow in the focus was obtained only for circularly polarized vortex beams with the topological charge m . Using the FDTD method and the Richards-Wolf formulae, we show numerically that in the focus of a zone plate such laser beams produce regions where the Poynting vector is opposite to the direction of the beam propagation.

Keywords: Richards-Wolf formulae, FDTD-method, polarization vortex, energy backflow.

Citation: Stafeev SS, Nalimov AG, Kotlyar VV. Energy backflow in a focal spot of the cylindrical vector beam. *Computer Optics* 2018; 42(5): 744-750. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-744-750.

Acknowledgements: This work was partly supported by the Russian Science Foundation under grant No. 18-19-00595 (theoretical investigation), by Ministry of Science and Higher Education within the State assignment FSRC “Crystallography and Photonics” RAS under Agreement 007-

Г3/Ч3363/26 (numerical simulation using Richards-Wolf formulae), and the Russian Foundation for Basic Research under grants Nos. 17-47-630417, 17-47-630420, 17-42-630008, 18-07-01122, 18-07-01380, and 18-29-20003 (FDTD-aided numerical simulation).

References

- [1] Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Adv Opt Photon* 2009; 1(1): 1-57. DOI: 10.1364/AOP.1.000001.
- [2] Xiaoqiang Z, Ruishan C, Anting W. Focusing properties of cylindrical vector vortex beams. *Opt Commun* 2018; 414: 10-15. DOI: 10.1016/j.optcom.2017.12.076.
- [3] Han Y, Chen L, Liu YG, Wang Z, Zhang H, Yang K, Chou KC. Orbital angular momentum transition of light using a cylindrical vector beam. *Opt Lett* 2018; 43(9): 2146-2149. DOI: 10.1364/OL.43.002146.
- [4] Matsusaka S, Kozawa Y, Sato S. Micro-hole drilling by tightly focused vector beams. *Opt Lett* 2018; 43(7): 1542-1545. DOI: 10.1364/OL.43.001542.
- [5] Rashid M, Maragò OM, Jones PH. Focusing of high order cylindrical vector beams. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2009; 11(6): 065204. DOI: 10.1088/1464-4258/11/6/065204.
- [6] Li Y, Zhu Z, Wang X, Gong L, Wang M, Nie S. Propagation evolution of an off-axis high-order cylindrical vector beam. *J Opt Soc Am A* 2014; 31(11): 2356-2361. DOI: 10.1364/JOSAA.31.002356.
- [7] Qi J, Wang W, Zhang H, Pan B, Deng H, Yang J, Shi B, Shan H, Zhang L, Wang H. Multiple-slit diffraction of high-polarization-order cylindrical vector beams. *Proc SPIE* 2017; 10339: 1033927. DOI: 10.1117/12.2271191.
- [8] Wang X-L, Ding J, Ni W-J, Guo C-S, Wang H-T. Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement. *Opt Lett* 2007; 32(24): 3549-3551. DOI: 10.1364/OL.32.003549.
- [9] Chen H, Hao J, Zhang BF, Xu J, Ding J, Wang HT. Generation of vector beam with space-variant distribution of both polarization and phase. *Opt Lett* 2011; 36(16): 3179-3181. DOI: 10.1364/OL.36.003179.
- [10] Liu Y, Ke Y, Zhou J, Liu Y, Luo H, Wen S, Fan D. Generation of perfect vortex and vector beams based on Pancharatnam-Berry phase elements. *Sci Rep* 2017; 7: 44096. DOI: 10.1038/srep44096.
- [11] Sukhov S, Dogariu A. On the concept of “tractor beams”. *Opt Lett* 2010; 35(22): 3847-3849. DOI: 10.1364/OL.35.003847.
- [12] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [13] Kotlyar VV, Nalimov AG. A vector optical vortex generated and focused using a metalens. *Computer Optics* 2017; 41(5): 645-654. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
- [14] Stafeev SS, Nalimov AG. Longitudinal component of the Poynting vector of a tightly focused optical vortex with circular polarization. *Computer Optics* 2018; 42(2): 190-196. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-190-196.
- [15] Kovalev A, Kotlyar V, Nalimov A. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy. *Opt Lett* 2018; 43(12): 2921-2924. DOI: 10.1364/OL.43.002921.
- [16] Monteiro PB, Neto PAM, Nussenzveig HM. Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation. *Phys Rev A* 2009; 79(3): 033830. DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
- [17] Rondón-Ojeda I, Soto-Eguibar F. Properties of the Poynting vector for invariant beams: Negative propagation in Weber beams. *Wave Motion* 2018; 78: 176-184. DOI: 10.1016/j.wavemoti.2018.02.003.
- [18] Davidson N, Bokor N. High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens. *Opt Lett* 2004; 29(12): 1318-1320. DOI: 10.1364/OL.29.001318.
- [19] Stafeev SS, Nalimov AG, Kotlyar MV, Gibson D, Song S, O’Faolain L, Kotlyar VV. Microlens-aided focusing of linearly and azimuthally polarized laser light. *Opt Express* 2016; 24(26): 29800-29813. DOI: 10.1364/OE.24.029800.

Author’s information

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master’s degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 “Mathematical Modeling and Program Complexes”, finished it in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara national research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 78 papers and 3 inventions. E-mail: anton@smr.ru.

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara national research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Received May 28, 2018. The final version – July 18, 2018.