

Реконструкция волнового фронта, искажённого атмосферной турбулентностью, с использованием датчика Шэка–Гартмана

В.В. Лавринов¹, Л.Н. Лавринова¹

¹Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, Томск, Россия

Аннотация

Рассматривается реконструкция волнового фронта, содержащего случайные фазовые искажения светового поля. Реконструкция выполняется методом Гартмана на основе аппроксимации волновой функции полиномами Цернике по оценкам локальных наклонов. Значения наклонов зависят от алгоритмов, посредством которых они определяются. Число наклонов пропорционально количеству фокальных пятен, зарегистрированных в плоскости приёмного устройства, которое варьируется не только из-за размерности раstra, но и в зависимости от параметров турбулентности, особенностей конструкции приёмных устройств, а также в результате ограничения, обусловленного условием ортогональности полиномов Цернике. Приводятся результаты численных экспериментов, которые будут учтены при создании систем адаптивной оптики для коррекции сильных турбулентных искажений оптического излучения.

Ключевые слова: адаптивная оптическая система, атмосферная турбулентность, фазовые флуктуации, линзовый растр.

Цитирование: Лавринов, В.В. Реконструкция волнового фронта, искажённого атмосферной турбулентностью, с использованием датчика Шэка–Гартмана / В.В. Лавринов, Л.Н. Лавринова // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 4. – С. 586-595. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-4-586-595.

Введение

В контуре системы адаптивной оптики (АО) датчик волнового фронта (ДВФ) Шэка–Гартмана служит источником информации о турбулентных искажениях оптического излучения или светового поля, входящего на входную апертуру системы.

По измерениям датчика реконструируется волновой фронт, который представляет гипотетическую поверхность пространственных фазовых флуктуаций светового поля, формируемую для получения сопряженной с ней фазовой поверхности корректирующего зеркала. Измерения датчика выражаются в виде координат энергетических центров тяжести фокальных пятен или центроидов, вычисленных по интенсивности в пределах субапертур в плоскости регистрации фокальных пятен. Смещения координат измеряемого волнового фронта относительно опорного пропорциональны локальным наклонам волнового фронта [1]. Оценка интенсивности фокального пятна в пределах субапертуры может быть выполнена на основе алгоритмов центрирования: взвешенных центров тяжести; четырехэлементного или квадрантного; порогового; а также их модификаций. Известно [2, 3], что выбор наилучшего метода зависит как от параметров турбулентной атмосферы, так и от характеристик датчика. Несмотря на большое количество научных исследований, общая рекомендация к выбору наилучшего алгоритма центрирования и наилучшего размера пикселя в ДВФ Шэка–Гартмана все еще отсутствует, и работы в данном направлении продолжают [4–7].

ДВФ Шэка–Гартмана измеряет волновую функцию (волновой фронт или фазовое распределение) светового поля делением его на парциальные пучки, которые фокусируются в плоскости приемного устройства. В качестве делителя волнового фронта

обычно выступает линзовый растр в виде матрицы идентичных микролинз, которые обладают большими фокусными расстояниями и малой апертурой [8]. Требованиями к таким растрам являются равные фокусные расстояния линз, малый диаметр фокального пятна, стремящийся к дифракционному пределу, а также высокая плотность упаковки микролинз. Одним из недостатков таких растров является то, что известные технологии их изготовления несовершенны и характеризуются низкой повторяемостью параметров создаваемых микролинз со сферической формой поверхности [9].

Авторы работ [10, 11] решают технологическую проблему в изготовлении растров, используя в качестве делителя волнового фронта маски с круглыми отверстиями. Каждый элемент маски действует как микролинза и фокусирует на оптически сопряженном с ним участке матричного приемника пятно малых размеров, которое описывается функцией рассеяния точки [12]. Для реализации высокого пространственного разрешения необходимо сокращать расстояние между субапертурами [13], что приводит к интерференционным эффектам, модулирующим амплитуду и форму основного пика, и, как следствие, по сигналам от фрагментов матричного приемника, сопряженных только со своими субапертурами, ухудшается качество измерения волнового фронта. Такой интерференционный эффект имеет место и для круглых отверстий на экране, и для субапертур, выполненных в виде микролинз.

Для регистрации накопленных в атмосфере искажений волнового фронта от создаваемой лазером искусственной звезды предложено использовать растры из длиннофокусных линз с полным заполнением субапертуры [14]. Элемент раstra заменяется на внеосе-

вой фрагмент дифракционной линзы с таким же фокусом, но большим по величине диаметром. Расстояние от оптической оси дифракционной линзы до фрагмента выбирается таким образом, чтобы дифрагировавший сфокусированный пучок не перекрывался ни с одним пучком нулевого порядка дифракции от других линз. Растр внеосевых линз характеризуется высокой воспроизводимостью фокусов в растре, полным заполнением раstra субапертурами и отсутствием интерференционного эффекта. Недостатком является то, что микроструктура внеосевой линзы мало отличается от линейной решетки.

Общим аспектом для всех представленных делителей волнового фронта является то, что их эффективность зависит от внешних факторов, таких как конструктивные особенности оптоэлектронной системы, и, прежде всего, круглая форма входной апертуры системы, а также наличие «сильной» турбулентности на трассе распространения оптического излучения [15, 16]. В результате влияния этих факторов гартманогамма в плоскости регистрирующего устройства датчика будет определена частично, т.е. отдельные фокальные пятна или группы пятен на гартманогамме могут быть нечеткими или вообще отсутствовать.

При реконструкции волнового фронта ряд фокальных пятен гартманогаммы не будет учитываться, так как окажется, что область данного фокального пятна полностью не попадает в круг радиуса, соответствующего радиусу входной апертуры.

Следует также заметить, что плоскость изображения для упрощения расчётов делится на квадратные ячейки. Однако зачастую оптические элементы обладают круглым сечением, что соответствующим образом также сказывается на формируемом изображении.

Используя в качестве инструмента исследований реконструкцию волнового фронта на основе аппроксимации волновой функции набором из полиномов Цернике и различные алгоритмы центрирования, проанализируем влияние полученной информации о световом поле в случае не полностью определенной гартманогаммы с различными ее заполнениями (т.е. виньетированием раstra) на точность реконструкции фазового распределения светового поля, приходящего на входную апертуру системы. А также рассмотрим способы, позволяющие повысить результативность реконструкции волнового фронта с использованием не полностью определенной гартманогаммы. Исследования выполнены на основе численных экспериментов.

1. Основные уравнения и численные модели

Измеряемый волновой фронт представляет случайное поле коэффициентов показателя преломления из интервала $l_0 \ll \rho \ll L_0$, где $L_0 = 10$ м, $l_0 = 1$ мм – внешний и внутренний масштабы неоднородностей, и соответствует спектральной плотности фазовых флуктуаций светового поля, которая задается спектром фон Кармана [17]:

$$F_S(\alpha) = 0,489r_0^{-5/3}(\alpha^2 + \alpha_0^2)^{-1/6} \times \exp(-\alpha^2 / \alpha_m^2), \quad (1)$$

где $\alpha_0 = 2\pi / L_0$, $\alpha_m = 5,92 / l_0$. Интенсивность искажений волнового фронта или флуктуаций показателя преломления характеризуется параметром Фрида r_0 [18], т.е. расстоянием, на котором фазовые соотношения сохраняются.

Фазовые флуктуации светового поля, обусловленные турбулентностью атмосферы, можно представить как некий набор «линз» размером r_0 с различными показателями преломления. Световое поле, проходя через эти «линзы», изменяется и характеризуется фазовым распределением, представляющим двумерный массив из спектральных отсчетов [17]:

$$\Phi_{K,M} = [F_S(\alpha_{K,M})]^{1/2} \Delta\alpha \exp(i\phi_{rand}), \quad (2)$$

где $\alpha_{K,M} = \Delta\alpha\sqrt{(K^2 + M^2)}$; K, M – индексы, соответствующие узлам расчетной сетки размерностью $N_{grid} \times N_{grid}$; $N_{grid} = 1024$; $\Delta\alpha = 2\pi / (N_{grid} \Delta\rho)$ – шаг дискретизации по пространственной частоте; $\Delta\rho$ – расстояние между разнесенными точками с координатами $\rho = (x, y)$; ϕ_{rand} – равномерно распределенная фаза Фурье-образа в интервале $[0, 2\pi]$.

На рис. 1 представлен сценарий численных экспериментов, где в качестве измеряемого волнового фронта (рис. 1а) будут моделироваться случайные фазовые экраны, характеризующие турбулентные искажения средней интенсивности: $r_0 = 5$ см.

Делитель волнового фронта или растр с числом субапертур 16×16 , т.е. 256, принятый в данных численных исследованиях за эталон, разбивает световое поле с фазовыми искажениями в приближении геометрической оптики на парциальные пучки, которые фокусируются в плоскости регистрации и образуют матрицу из фокальных пятен, или гартманогамму (рис. 1б).

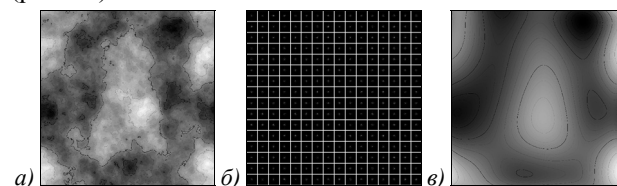


Рис. 1. Сценарий численных экспериментов

Параметры численной модели делителя волнового фронта (размер субапертуры и фокусное расстояние) подобраны таким образом, чтобы радиус фокального пятна в плоскости регистрации не превышал трети радиуса субапертуры [14].

Оценка интенсивности в пределах субапертур позволяет рассчитать координаты центроидов. По смещениям координат центроидов относительно их номинальных значений, пропорциональным локальным наклонам [19], реконструируется волновой фронт, который представляет волновую функцию (рис. 1в), аппроксимированную полиномами Цернике $Z_j(x, y)$ [20, 21], ортогональными в круге единичного радиуса:

$$W(x, y) = \sum_{j=1}^{N_{basis}} C_j Z_j(x, y), \quad (3)$$

где N_{basis} – число полиномов в разложении волновой функции.

В численных экспериментах число полиномов или модовых aberrаций равно 35. Это означает, что каждая из модовых aberrаций до 7-го порядка включительно входит в разложение волновой функции в виде вкладов, пропорциональных модулям весовых коэффициентов C_j . Причем модовые aberrации 1-го и 2-го порядков считаются aberrациями низкого порядка, выше – aberrациями высокого порядка [17].

Результативность ДВФ Шэка–Гартмана для коррекции искажений волнового фронта обусловлена многими факторами, одним из которых является способ измерения координат центроидов в плоскости регистрации.

Распределение интенсивности в изображении фокального пятна можно рассматривать как распределение плотности вероятности приходящих фотонов [12], регистрация фотонов определяется характеристиками видеокамеры. В системе АО, выполняющей коррекцию влияния атмосферных явлений на профессиональных астрономических телескопах, разрешение на выходе видеокамеры должно быть не менее 240×240 пикселей при частоте кадров в 1,5 кГц с учетом возможности регистрации однофотонного сигнала, позволяющего найти центр тяжести проецируемого фокального пятна с заданной точностью [22].

Точность измерения координат центроида (центрирования) зависит и от алгоритма, выполняющего расчет координат центра тяжести фокального пятна по распределению интенсивности в изображении фокального пятна. В данной работе оцениваются алгоритмы центрирования, использующие нормирование на интенсивность, суммируемую в пределах субапертуры.

Алгоритм взвешенных центров тяжести дает оптимальный результат независимо от отношения сигнал – шум [2, 3]:

$$\begin{aligned} \xi_k &= \sum_{i=1}^{n_i} i \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij} / \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}, \\ \eta_k &= \sum_{j=1}^{n_j} j \sum_{i=1}^{n_i} I_{ij} / \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}, \end{aligned} \quad (4)$$

где I_{ij} – измеренное значение интенсивности пикселя с координатами i, j ; $i = 1, 2, \dots, n_i$; $j = 1, 2, \dots, n_j$; $n_i \times n_j$ – число пикселей в распределении изображения субапертуры; $k = 1, 2, \dots, N_{lens} \cdot N_{lens}$ – номер субапертуры; $N_{lens} \cdot N_{lens}$ – число субапертур.

Квадрантный алгоритм предполагает разбиение области субапертуры на квадранты, из которых комбинируются полуплоскости. По интенсивности частей фокального пятна, попадающих в полуплоскости, нормируемой на интенсивность всего фокального пятна в пределах данной субапертуры, определяются координаты:

$$\begin{aligned} \xi_k &= \pi \gamma \left(\sum_{ij} (I_{ij}^L - I_{ij}^R) / \sum_{ij} (I_{ij}^L + I_{ij}^R) \right), \\ \eta_k &= \pi \gamma \left(\sum_{ij} (I_{ij}^U - I_{ij}^D) / \sum_{ij} (I_{ij}^U + I_{ij}^D) \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\pi \gamma$ – нормирующий коэффициент.

Суть порогового алгоритма центрирования заключается в отсеке нижней составляющей сигнала, поступающего на субапертуру. В данной работе пороговый алгоритм будет рассматриваться в комбинации как с алгоритмом взвешенных центров тяжести, так и с квадрантным алгоритмом в качестве фильтра.

Оценка реконструкции волнового фронта на основе измерений датчика в зависимости от различного заполнения раstra субапертурами и применения различных алгоритмов центрирования оценивается среднеквадратической остаточной ошибкой Δ распределения реконструированного волнового фронта $W(x, y)$ относительно распределения измеряемого волнового фронта $\Phi(x, y)$ [23]:

$$\Delta = \frac{1}{N_r \cdot N_r - 1} \sum_{-N \leq i, j \leq N} [\Phi(x_i, y_j) - W(x_i, y_j)]^2, \quad (6)$$

где N_r – число значений волнового фронта в распределении размерностью $N_{grid} \cdot N_{grid}$, нормированных на $N = N_{grid} / 2$ и входящих в круг единичного радиуса.

Дэвид Фрид и Роберт Нолл определили величину остаточной ошибки для моделируемого случайного фазового экрана (1) или набора турбулентных неоднородностей в зависимости от числа полиномов Цернике N_{basis} в разложении волновой функции [20, 21].

Число полиномов N_{basis} является функцией диаметра телескопа, качества изображения и длины волны [12]. Для отношения $D / r_0 = 10$, характеризующего разрешение системы (телескопа) с радиусом входной апертуры D , остаточная ошибка реконструкции волнового фронта по 35 полиномам Цернике равна $\Delta_{35} = 0,0135(D / r_0)^{5/3} = 0,6286 \text{ rad}^2$ и является той величиной, к которой будем стремиться в проводимых исследованиях.

Так как в системе АО деформируемое зеркало может воспроизводить волновую функцию, содержащую aberrации, порождаемые низкими пространственными частотами спектра, которые совпадают с первыми членами ряда Цернике [17], то имеет смысл также рассматривать остаточную ошибку реконструкции волнового фронта по 14 полиномам Цернике: $\Delta_{14} = 0,0304(D / r_0)^{5/3} = 1,411 \text{ rad}^2$.

2. Сравнение алгоритмов центрирования на моделях раstra с различным заполнением его субапертурами

Реконструкция волнового фронта на основе измерений датчика Шэка–Гартмана оценивается через визуальное сравнение профилей фазовых распределений для измеряемого и реконструированного волновых фронтов, а также через весовые коэффициенты в разложениях волновой функции по полиномам Цер-

нике. И профили *Phase* фазовых распределений, и весовые коэффициенты C_j в разложениях волновой функции на рисунках выражены в радианах [14].

На рис. 2а изображены в виде профилей волновых функций значения строк с номером $N_{grid}/2$ двумерных фазовых распределений $\Phi(x, y)$ и $W(x, y)$ (рис. 1а и 1б соответственно), полученных применением алгоритма взвешенных центров тяжести (кривая 2) и квадрантного алгоритма центрирования (кривая 3); кривая 1 представляет профиль случайного фазового экрана. На рис. 2б – коэффициенты в разложении волновой функции (рис. 1в) по 35 полиномам Цернике в зависимости от алгоритма центрирования: ряд 1 соответствует применению алгоритма взвешенных центров тяжести; 2 – квадрантного алгоритма.

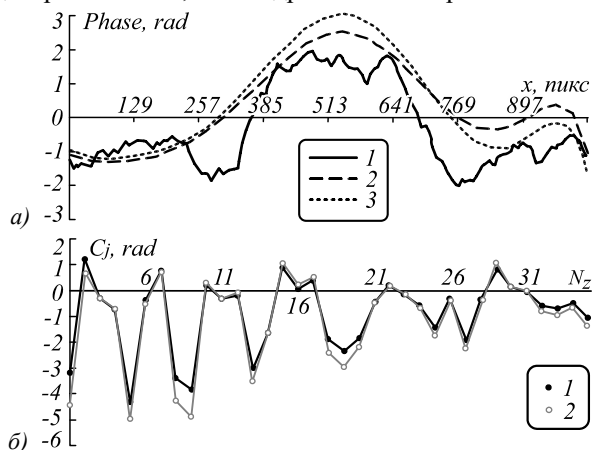


Рис. 2. Профили фазовых распределений (а); коэффициенты в разложении волновой функции по полиномам Цернике в зависимости от номера полинома N_z (б)

Очевидно, что приоритет алгоритма центрирования изображений фокальных пятен определяется набором полиномов Цернике в разложении волновой функции.

В проводимых исследованиях при анализе вкладов полиномов Цернике в разложение волновой функции акцент будет на коэффициенты при наклонах ($N_z=1, N_z=2$) и дефокусировке ($N_z=3$). Для данного набора случайных неоднородностей коэффициенты при наклонах отличаются, при дефокусировке совпадают. Наблюдаются отличия между коэффициентами модовых аберраций высокого порядка, пропорциональные разностям весовых коэффициентов при наклонах.

Остаточная ошибка Δ для алгоритма взвешенных центров тяжести составляет $0,9669 \text{ rad}^2$, для квадрантного алгоритма немного меньше $-0,9577 \text{ rad}^2$: значения остаточной ошибки для обоих алгоритмов превосходят номинальную величину $\Delta_{35}=0,6286 \text{ rad}^2$ из-за недостатка информации о световом поле. В данном численном эксперименте внешний контур линзового растра вписан в круг единичного радиуса и все значения фазовых распределений, как и координаты центроидов, нормированы на величину $N = \sqrt{2} \cdot N_{grid} / 2$.

Чтобы оценить влияние радиуса круга заполнения субапертурами на результат реконструкции волнового фронта, были использованы следующие модели делителя волнового фронта, полученные виньетированием согласно круглой форме входной апертуры системы и условию ортогональности полиномов Цернике в круге единичного радиуса (рис. 3). Внешний контур линзового растра описывает круг единичного радиуса, поэтому значения фазовых распределений и координаты центроидов нормированы на величину $N=N_{grid}/2$.

Модель делителя волнового фронта на рис. 3а включает в себя субапертуры, входящие в круг единичного радиуса больше чем на 50 %, и, таким образом, содержит 208 субапертур из 256. Модель на рис. 3б включает в себя только те субапертуры, которые на 100 % входят в круг, т.е. 164 субапертуры. В модели на рис. 3в часть субапертур, входящих в круг единичного радиуса, оказываются не включенными в реконструкцию волнового фронта, модель содержит 148 субапертур.

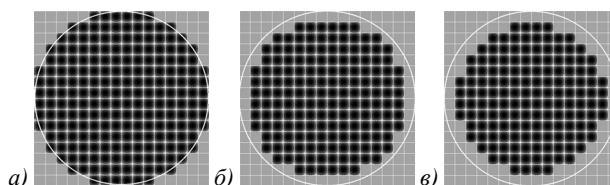


Рис. 3. Модели делителей волнового фронта с различным заполнением круга субапертурами: включает в себя 208 субапертур (а); 164 (б); 148 (в)

На рис. 4 представлены результаты реконструкции волнового фронта относительно делителей волнового фронта с различным заполнением круга субапертурами на основе квадрантного алгоритма центрирования. На рис. 4а кривая 1 соответствует профилю случайного фазового экрана (рис. 1а); 2, 3 и 4 – результатам реконструкции волнового фронта; на рис. 4б представлены их весовые коэффициенты при полиномах Цернике, где ряды 1, 2, 3 соответствуют кривым 2, 3, 4 на рис. 4а.

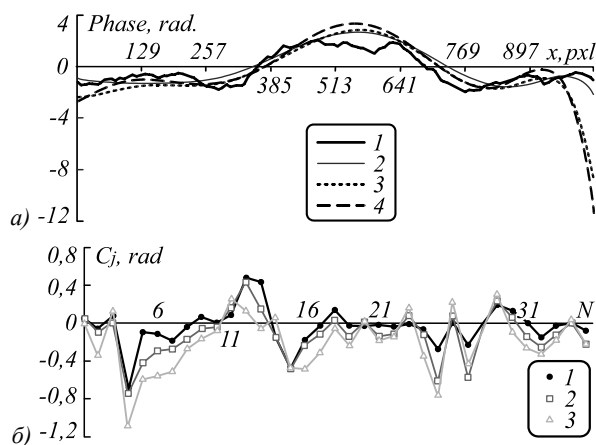


Рис. 4. Профили фазовых распределений (а), где кривые 2, 3, 4 соответствуют моделям делителя волнового фронта на рис. 3; весовые коэффициенты в разложении волновой функции по полиномам Цернике (б)

Результаты различного заполнения круга субапертурами продемонстрированы на рис. 4а. Отсутствие информации о световом поле на краях делителя волнового фронта выражается ростом значений фазы на краях фазового распределения, т.е. ростом коэффициентов модовых aberrаций высокого порядка (рис. 4б).

Модель делителя, представленная на рис. 3а, характеризуется наибольшим числом включенных в алгоритм реконструкции субапертур, при этом в сравнении с моделями на рис. 3б и 3в вклад всех модовых aberrаций в распределение реконструированного волнового фронта является наименьшим. Вклад наклонов и дефокусировки для моделей на рис. 3а и 3б практически совпадает, но значительно возрастает для модели на рис. 3в.

Очевидно, что чем больше субапертур включено в реконструкцию волнового фронта, тем лучше результат: остаточная ошибка Δ для модели на рис. 3а составляет $0,6283 \text{ rad}^2$ и практически равна Δ_{35} ; на рис. 3б – $0,6688 \text{ rad}^2$; на рис. 3в – $0,7118 \text{ rad}^2$.

Для эффективной реконструкции волнового фронта следует использовать модель растра, представленную на рис. 3а. Данная модель делителя волнового фронта гарантирует отсутствие неопределенностей при рассмотрении светового поля в пределах входной апертуры системы, что, в свою очередь, уменьшает влияние модовых aberrаций высокого порядка на краях реконструированного фазового распределения. Использование данной модели в численных экспериментах не представляет трудностей. В экспериментах на трассе невозможно оценить распределение интенсивности на субапертуре, отсекаемой краем входной апертуры системы. В этом случае координаты центроида для данной субапертуры следует определять как средние значения координат трех соседних субапертур, т.е. дополняя растр субапертурами, частично входящими в пределы входной апертуры, тогда остаточная ошибка Δ составляет $0,6354 \text{ rad}^2$.

В исследованиях, оценивающих влияние размерности базиса в разложении волновой функции на результат реконструкции волнового фронта, использовалась модель делителя волнового фронта, представленная на рис. 3а с числом субапертур 208.

Результаты реконструкции по 14 и по 35 полиномам представлены на рис. 5. На рис. 5а кривая 1 соответствует профилю случайного фазового экрана, имитирующего те же фазовые флуктуации светового поля на входной апертуре системы, что и в исследованиях различного заполнения круга субапертурами; кривые 2 и 3 – результаты реконструкции по 35 полиномам; 4 и 5 – по 14 полиномам; 2 и 4 получены на основе алгоритма взвешенных центров тяжести; 3 и 5 представляют результаты квадрантного алгоритма центрирования. На рис. 5б представлены весовые коэффициенты при полиномах Цернике, где ряды 1–4 соответствуют кривым 2–5 на рис. 5а.

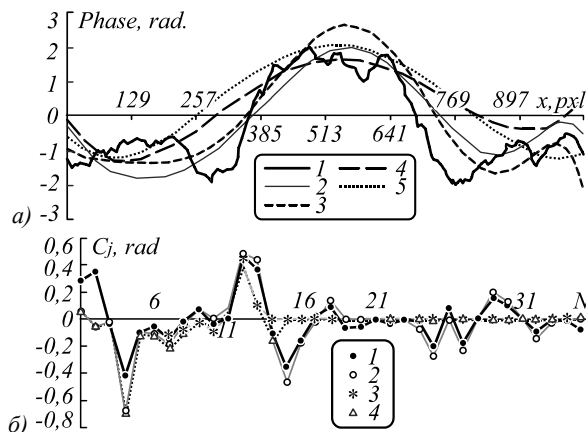


Рис. 5. Профили фазовых распределений: случайного фазового экрана и результатов его реконструкции (а); весовые коэффициенты в разложении волновой функции по полиномам Цернике (б)

Реконструкция волнового фронта разложением по 14 полиномам Цернике, не включая постоянную составляющую [19], выражает волновой фронт как результат аппроксимации волновой функции через модовые aberrации до 4-го порядка включительно. Существенное совпадение коэффициентов в зависимости от размерности базиса наблюдается в случае наклонов и дефокусировки для обоих алгоритмов центрирования. Отличие проявляется в зависимости от алгоритма центрирования. Остаточная ошибка реконструкции по 14 полиномам для алгоритма взвешенных центров тяжести составляет $\Delta = 0,91 \text{ rad}^2$; для квадрантного алгоритма центрирования $\Delta = 0,8725 \text{ rad}^2$. В случае реконструкции по 35 полиномам Цернике: $\Delta = 0,6688 \text{ rad}^2$ и $\Delta = 0,6283 \text{ rad}^2$ соответственно. Анализ остаточной ошибки позволяет утверждать, что для данного случайного фазового экрана квадрантный алгоритм центрирования при реконструкции по 35 полиномам выполняет измерение волновой функции более точно, чем алгоритм взвешенных центров тяжести.

Весовые коэффициенты в разложении волновой функции по 14 и по 35 полиномам Цернике до 14 полинома включительно практически не отличаются как для квадрантного алгоритма центрирования, так и для алгоритма взвешенных центров тяжести (рис. 5б). Однако отсутствие модовых aberrаций высокого порядка значительно изменяет волновой фронт, т.е. разложение одной и той же волновой функции по базису различной размерности дает различные фазовые распределения.

Учитывая использование в адаптивной оптике в качестве приёмника телескопов схемы Кассегрена или Ньютона, оценим модели с виньетированием 12 и 32 субапертур в центральной области растра (рис. 6а и 6б) или отсечением 16 субапертур по краю (рис. 6в). Данный вариант модели растра наблюдается на Большом солнечном вакуумном телескопе (БСВТ, г. Иркутск) [24].

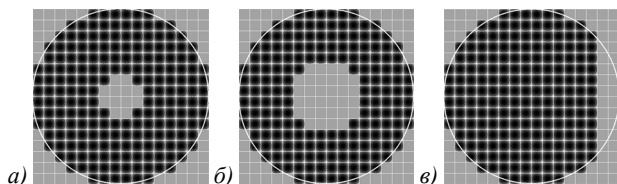


Рис. 6. Модели делителя волнового фронта с виньетированием: включает в себя 196 субапертур (а); 176 субапертур (б); 192 субапертуры (в)

На рис. 7 представлены значения остаточной ошибки Δ для выборки из пятидесяти различных случайных фазовых экранов с номером N_{scr} .

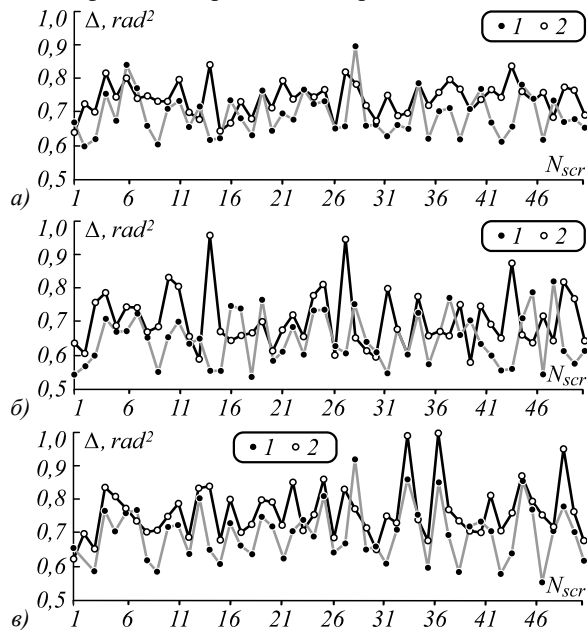


Рис. 7. Значения остаточной ошибки Δ для различных случайных фазовых экранов с варьированием делителя волнового фронта и алгоритма центрирования фокальных пятен

В качестве делителя волнового фронта применялись модели, представленные на рис. 3а, бб и бв соответственно. Ряд 1 соответствует применению алгоритма взвешенных центров тяжести, ряд 2 получен на основе квадрантного алгоритма центрирования, реконструкция волнового фронта выполнялась по 35 полиномам Цернике.

Для большей части случайных фазовых экранов алгоритм взвешенных центров тяжести дает меньшую ошибку, для остальных – квадрантный (рис. 7а).

С виньетированием раstra как в центральной его области (рис. 7б), так и по краю (рис. 7в) возрастает разброс значений остаточной ошибки, но приоритет алгоритма взвешенных центров тяжести относительно значений остаточной ошибки по сравнению с квадрантным алгоритмом центрирования сохраняется.

Использование фильтра в комбинации с алгоритмом центрирования означает, что для каждой субапертуры определяется значение интенсивности, по которому выполняется отсечение нижней составляющей сигнала, поступающего на субапертуру [25].

Применение фильтра к распределениям интенсивности, центрируемым с применением квадрантного

алгоритма и алгоритма взвешенных центров тяжести для каждой субапертуры, оценивалось на модели делителя волнового фронта, изображенного на рис. 3а. Результаты реконструкции волновой функции для случайного фазового экрана (рис. 1а) с применением порогового фильтра представлены на рис. 8.

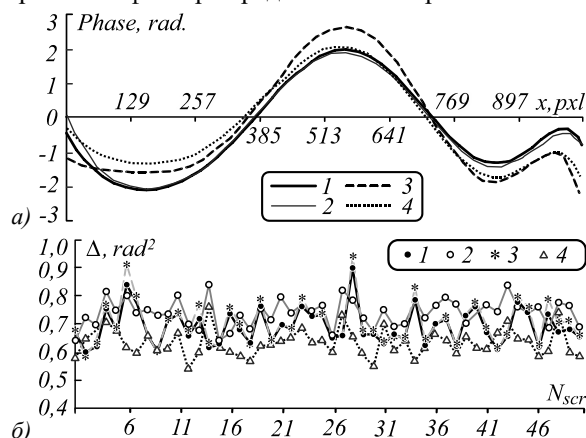


Рис. 8. Профили фазовых распределений, полученных в результате реконструкции случайного фазового экрана (рис. 1а) с варьированием алгоритма центрирования (а); значения остаточной ошибки Δ для выборки экранов (б); ряды 1 и 3 – без применения фильтра; 2 и 4 – с его использованием

Предварительное отсечение нижней составляющей сигнала, поступающего на субапертуру, изменяет профиль фазового распределения, полученного на основе квадрантного алгоритма центрирования (рис. 8а, где кривая 3 – без фильтрации, 2 – с фильтрацией), но практически не влияет на результат применения алгоритма взвешенных центров тяжести (кривая 1 – без фильтрации и 3 – с фильтрацией). Данный вывод правомерен для всех случайных фазовых экранов из выборки (рис. 8б), что позволяет считать алгоритм взвешенных центров тяжести для адаптивной системы, работающей на атмосферной трассе, более точным, чем квадрантный алгоритм центрирования.

Влияние виньетирования центральной части раstra на результаты реконструкции волнового фронта продемонстрировано на рис. 9а, где представлены весовые коэффициенты в разложении волновой функции, полученные на основе алгоритма взвешенных центров тяжести. Ряд 1 соответствует делителю волнового фронта, изображенного на рис. 3а; 2 – модели делителя с виньетированием 12 субапертур в центральной части раstra (рис. 6а); 3 – с виньетированием 32 субапертур (рис. 6б).

Выведение из реконструкции волнового фронта субапертур, расположенных в центре раstra (рис. 6б), ведёт к перераспределению вкладов наклонов и дефокусировки в разложении волновой функции. Вклад дефокусировки значительно уменьшается. Весовые коэффициенты полиномов Цернике первого порядка (наклоны) меняются в зависимости от числа субапертур, не включенных в реконструкцию волнового фронта.

В случае модели раstra с виньетированием его центральной части показано, что с целью восстановления

информации о световом поле в центре реконструированного фазового распределения следует увеличить вклад дефокусировки в разложение волновой функции (рис. 6б). Это предполагает перераспределение вкладов остальных модовых aberrаций, и в первую очередь наклонов, учитывая, что их вклад в разложение волновой функции наибольший [12]. Такое перераспределение вкладов наклонов и дефокусировки следует выполнять с учетом прогнозирующих алгоритмов управления коррекцией турбулентных искажений оптического изучения [26]. Учитывая существенное совпадение коэффициентов в зависимости от размерности базиса для наклонов и дефокусировки (рис. 5б), чтобы не привлекать в процедуру перераспределения весовых коэффициентов модовые aberrации высокого порядка, реконструкцию волнового фронта следует выполнять по 14 полиномам Цернике (рис. 8б).

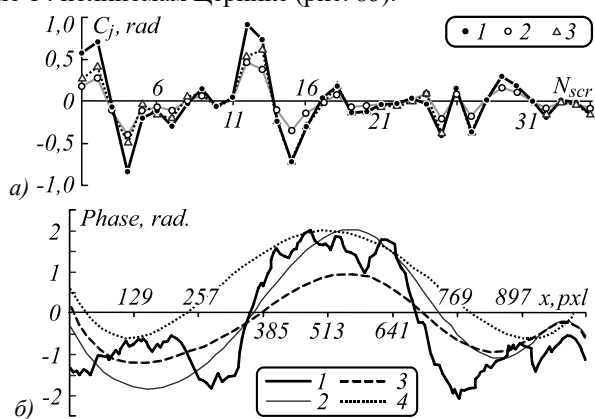


Рис. 9. Весовые коэффициенты в разложении волновой функции по полиномам Цернике на основе делителей (ряды соответствуют рис. 3а, ба и бб) (а); представляет профили фазовых распределений: кривая 1 соответствует случайному фазовому экрану (рис. 1а); 2 – результату на основе делителя на рис. 3а; 3 – на рис. бб; 4 – на рис. 3б с увеличением вклада наклонов и дефокусировки (б)

Заключение

Рассмотренные в статье аспекты цифровой обработки изображений в ДВФ Шэка–Гартмана касаются не только коррекции турбулентных искажений оптического излучения адаптивной системой на приземных трассах [27–29], но имеют отношение и к управлению адаптивными зеркалами космических телескопов [30], а также фазовой аподизации в микроскопии [31].

Поскольку [21] основной вклад в разложение волновой функции по измерениям датчика составляют полиномы Цернике до 4 порядка включительно, наибольший – наклоны, затем дефокусировка, показано, что коэффициент при дефокусировке уменьшается по модулю пропорционально числу субапертур центральной части растра, не включенных в реконструкцию волнового фронта. Виньетирование единичной субапертуры в центральной части растра сопровождается уменьшением модулей дефокусировки приблизительно на 0,0072 радиана и сферической aberrации – на 0,0186 радиан. Внесение поправки в коэффициенты дефокусировки и сферической aberrации при реконструкции волнового фронта в случае

отсутствия информации о световом поле в центральной части гартманогаммы позволяет уменьшить остаточную ошибку на величину, которая варьируется в зависимости от турбулентных неоднородностей и от их интенсивности.

Оценки по обработке изображений в датчике волнового фронта Шэка–Гартмана получены разложением волнового фронта по полиномам Цернике, ортогональным в круге единичного радиуса, и сравниваются с результатами, представленными в основополагающих работах по адаптивной оптике (В.П. Лукина и О.И. Шанина [17, 18], Роберта Нолла и Дэвида Фрида [20, 21]).

Автор работ по оптической визуализации В.Н. Махаджан [32], используя полиномы Цернике, ортогональные в круге, в качестве базисных функций, получил ортонормированные полиномы для оптических систем с круглыми и кольцевыми секторными зрачками с помощью процесса ортогонализации Грама–Шмидта. Эти полиномы представляют собой сбалансированные aberrации, дающие минимальную дисперсию классических aberrаций вращательно-симметричных систем, и могут использоваться для тестирования оптики [33].

Полученные оценки могут быть использованы при разработке оптико-электронных систем, предназначенных для извлечения, обработки и отображения информации об оптическом излучении, а также систем астрономического видения, включающих в себя коррекцию и стабилизацию изображения.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания ИОА СО РАН, рег. № проекта АААА-А17-117021310146-3.

Литература

1. **Разгулин, А.В.** Об одном вариационном методе восстановления волнового фронта по измерениям датчика Шэка–Гартмана / Е.Ж. Кужамалиев, А.С. Гончаров, А.В. Ларичев // Оптика атмосферы и океана. – 2017. – Т. 30, № 1. – С. 104–108. – DOI: 10.15372/AOO20170114.
2. **Thomas, S.** Comparison of centroid computation algorithms in a Shack–Hartmann sensor / S. Thomas, T. Fusco, A. Tokovinin, M. Nicolle, V. Michau, G. Rousset // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2006. – Vol. 371, Issue 1. – P. 323–336. – DOI: 10.1111/j.1365-2966.2006.10661.x.
3. **Thomas, S.** Optimized centroid computing in a Shack–Hartmann sensor / S. Thomas // Proceedings of SPIE. – 2004. – Vol. 5490. – P. 1232–1246.
4. **Vargas, J.** Shack–Hartmann centroid detection using the spiral phase transform / R. Restrepo, J.C. Estrada, C.O.S. Sorzano, Y.-Z. Du, J.M. Carazo // Applied Optics. – 2012. – Vol. 51, Issue 30. – P. 7362–7367. – DOI: 10.1364/AO.51.007362.
5. **Kong, F.** Centroid estimation for a Shack–Hartmann wavefront sensor based on stream processing / F. Kong, M.C. Polo, A. Lambert // Applied Optics. – 2017. – Vol. 56, Issue 23. – P. 6466–6475. – DOI: 10.1364/AO.56.006466.
6. **Wang, Y.** Gradient cross-correlation algorithm for scene-based Shack–Hartmann wavefront sensing / Y. Wang,

- X. Chen, Z. Cao, X. Zhang, C. Liu, Q. Mu // *Optics Express*. – 2018. – Vol. 26, Issue 13. – P. 17549-17562. – DOI: 10.1364/OE.26.017549.
7. **Li, Z.** Centroid computation for Shack-Hartmann wavefront sensor in extreme situations based on artificial neural networks / Z. Li, X. Li // *Optics Express*. – 2018. – Vol. 2, Issue 24. – P. 31675-31692. – DOI: 10.1364/OE.26.031675.
 8. **Shack, R.V.** Production and Use of a Lenticular Hartmann Screen / R.V. Shack, B.C. Platt // *Journal of the Optical Society of America*. – 1971. – Vol. 61. – P. 656-660.
 9. Адаптивная оптика в приборах и устройствах / В.Г. Тараненко, О.И. Шанин. – М.: ЦНИИАтоминформ, 2005. – 416 с. – ISBN: 5-87911-123-7.
 10. **Cui, M.** Terahertz wavefronts measured using the Hartmann sensor principle / M. Cui, J.N. Hovenier, Y. Ren, A. Polo, J.R. Gao // *Optics Express*. – 2012. – Vol. 20, Issue 13. – P. 14380-14391. – DOI: 10.1364/OE.20.014380.
 11. **Richter, H.** Terahertz wavefront measurement with a Hartmann sensor / H. Richter, M. Greiner-Byor, N. Desmann, J. Pfund, M. Wienold, L. Schrottke, R. Hey, H.T. Grahm, H.-W. Nyubers // *Applied Physics Letters*. – 2012. – Vol. 101. – 031103. – DOI: 10.1063/1.4737164.
 12. **Токовинин, А.** Лекции по адаптивной оптике / А. Токовинин; пер. с англ. [Электронный ресурс]. – 2005. – URL: <http://www.ctio.noao.edu/~atokovin/tutorial/> (дата обращения 17.12.2018).
 13. **Полещук, А.Г.** Датчик Гартмана на основе многоэлементных амплитудных масок с аподизированными апертурами / А.Г. Полещук, А.Г. Седухин, В.И. Трунов, В.Г. Максимов // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 4. – С. 695-703.
 14. **Лукин, В.П.** Датчик Шэка-Гартмана на основе раstra низкоапертурных внесосевых дифракционных линз / В.П. Лукин, Н.Н. Ботыгина, О.Н. Емалеев, В.П. Корольков, Л.Н. Лавринова, Р.К. Насыров, А.Г. Полещук, В.В. Черкашин // *Автометрия*. – 2009. – Т. 45, № 2. – С. 88-98.
 15. **Антошкин, Л.В.** Адаптивная оптическая система для солнечного телескопа, обеспечивающая его работоспособность в условиях сильной атмосферной турбулентности / Л.В. Антошкин, Н.Н. Ботыгина, Л.А. Больбасова, О.Н. Емалеев, П.А. Коняев, Е.А. Копылов, П.Г. Ковадло, Д.Ю. Колобов, А.В. Кудряшов, В.В. Лавринов, Л.Н. Лавринова, В.П. Лукин, С.А. Чупраков, А.А. Селин, А.Ю. Шиховцев // *Оптика атмосферы и океана*. – 2016. – Т. 29, № 11. – С. 895-904. – DOI: 10.15372/AOO20161101.
 16. **Шлёнов, С.А.** Энергетические характеристики излучения CO₂-лазера при фокусировке в турбулентной атмосфере в условиях ветровой рефракции / С.А. Шлёнов, В.В. Васильцов, В.П. Кандидов // *Оптика атмосферы и океана*. – 2016. – Т. 29, № 3. – С. 177-183. – DOI: 10.15372/AOO20160302.
 17. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере / В.П. Лукин, Б.В. Фортес. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. – 211 с.
 18. Адаптивные оптические системы коррекции наклонов. Резонансная адаптивная оптика / О.И. Шанин. – М.: Техносфера, 2013. – 296 с.
 19. **Рукоусев, А.Л.** Адаптивная оптическая система для коррекции волнового фронта в реальном времени / А.Л. Рукоусев, А.В. Кудряшов, А.Н. Лылова, В.В. Самаркин, Ю.В. Шелдакова // *Оптика атмосферы и океана*. – 2015. – Т. 28, № 2. – С. 189-195.
 20. **Fried, D.L.** Statistics of a geometric representation of wavefront distortion / D.L. Fried // *Journal of the Optical Society of America*. – 1965. – Vol. 55, Issue 11. – P. 1427-1435.
 21. **Noll, R.J.** Zernike polynomials and atmosphere turbulence / R.J. Noll // *Journal of the Optical Society of America*. – 1976. – Vol. 66, Issue 3. – P. 207-211.
 22. **Роббинс, М.** Регистрация одиночных фотонов с использованием ПЗС-матрицы с электронным умножением / М. Роббинс, Д. Соломицкий. – URL: http://www.npk-photonica.ru/images/single_photon_imaging_using_a_ccd_and_electron_multiplication_rus.pdf (дата обращения 17.12.2018).
 23. **Артыщенко, С.В.** Восстановление фазы волнового фронта с использованием комплексной нейронной сети / С.В. Артыщенко, П.А. Головинский, Р.А. Чернов // *Оптика атмосферы и океана*. – 2014. – Т. 27, № 10. – С. 932-936.
 24. **Ботыгина, Н.Н.** Развитие элементной базы для создания системы адаптивной оптики на солнечном телескопе / Н.Н. Ботыгина, О.Н. Емалеев, П.А. Коняев, Е.А. Копылов, В.П. Лукин // *Оптика атмосферы и океана*. – 2017. – Т. 30, № 11. – С. 990-997. – DOI: 10.15372/AOO20171113.
 25. **Ягнятинский, Д.А.** Алгоритм управления адаптивной оптической системой на основе минимизации радиуса фокального пятна / Д.А. Ягнятинский, Д.М. Ляхов, А.Н. Борщевников, В.Н. Федосеев // *Оптика атмосферы и океана*. – 2016. – Т. 29, № 11. – С. 949-953. – DOI: 10.15372/AOO20161108.
 26. **Лавринов, В.В.** Динамическое управление адаптивно-оптической коррекцией турбулентных искажений лазерного излучения / В.В. Лавринов // *Оптика атмосферы и океана*. – 2017. – Т. 30, № 10. – С. 893-901. – DOI: 10.15372/AOO20171013.
 27. **Antoshkin, L.V.** Advanced adaptive correction of turbulent distortions based on a Shack-Hartmann wavefront sensor measurements / L.V. Antoshkin, V.V. Lavrinov, L.N. Lavrinova // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 2012. – Vol. 48, Issue 2. – P. 188-196. – DOI: 10.3103/S8756699012020124.
 28. **Antoshkin, L.V.** Using photodetectors in Shack-Hartmann wavefront sensors / L.V. Antoshkin, V.V. Lavrinov, L.N. Lavrinova, V.P. Lukin // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 2012. – Vol. 48, Issue 2. – P. 146-152. – DOI: 10.3103/S8756699012020069.
 29. **Lavrinov V.V.** Wavefront reconstruction based on the results of light-field conversion by a Shack-Hartmann sensor / V.V. Lavrinov, L.N. Lavrinova, M.V. Tuviev // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 2013. – Vol. 49, Issue 3. – P. 305-312. – DOI: 10.3103/S8756699013030138.
 30. **Клебанов, Я.М.** Компенсация аберраций волнового фронта в телескопах космических аппаратов с регулировкой температурного поля телескопа / Я.М. Клебанов, А.В. Карсаков, С.Н. Хонина, А.Н. Давыдов, К.А. Поляков // *Компьютерная оптика*. – 2017. – Т. 41, № 1. – С. 30-36. – DOI: 10.18287/0134-2452-2017-41-1-30-36.
 31. **Reddy, A.N.K.** Focusing of light beams by the phase apodization pupil / A.N.K. Reddy, M. Martinez-Corral, S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Computer Optics*. – 2018. – Vol. 42(4). – P. 620-626. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-620-626.
 32. **Mahajan, V.N.** Zernike annular polynomials for imaging systems with annular pupils / V.N. Mahajan // *Journal of the Optical Society of America*. – 1981. – Vol. 71. – P. 75-85.
 33. **Tolstoba, N.D.** Gram-Schmidt technique for aberration analysis in telescope mirror testing / N.D. Tolstoba // *Proceedings of SPIE*. – 1991. – Vol. 3785. – P. 140-151.

Сведения об авторах

Лавринов Виталий Валериевич, 1982 года рождения, в 2005 году окончил Томский государственный университет по специальности «Радиофизика», кандидат физико-математических наук (2017), является научным сотрудником лаборатории когерентной и адаптивной оптики Института оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН. Область научных интересов: моделирование технических систем, лазерно-информационные технологии, когерентная и нелинейная оптика, программирование. E-mail: lvv@ioa.ru.

Лавринова Лидия Николаевна, 1956 года рождения, в 1980 году окончила Томский государственный университет им. В.В. Куйбышева по специальности «Математика», кандидат физико-математических наук (2006), работает старшим научным сотрудником в лаборатории когерентной и адаптивной оптики Института оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН. Область научных интересов: адаптивная оптика, коррекция турбулентных искажений оптического излучения, численное моделирование. E-mail: lnl@ioa.ru.

ГРНТИ: 28.17.19

Поступила в редакцию 6 февраля 2019 г. Окончательный вариант – 30 мая 2019 г.

Reconstruction of wavefront distorted by atmospheric turbulence using a Shack-Hartman sensor

V.V. Lavrinov¹, L.N. Lavrinova¹

¹ V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS, 1, Academician Zuev Square, 634055, Tomsk, Russia

Abstract

The reconstruction of a wave front containing random phase distortions of the light field is considered. The reconstruction is performed by a Hartmann method based on the approximation of the wave function by Zernike polynomials using estimates of local slopes. The slope values depend on the algorithms by which they are determined. The number of slopes is proportional to the number of focal spots recorded in the plane of the receiving device, which varies depending not only on the raster dimension, but also on the parameters of turbulence, design features of the receiving devices, as well as being restricted by the orthogonality of Zernike polynomials. Results of numerical experiments are given, which will be taken into account when creating adaptive optics systems for correcting strong turbulent distortions of the optical radiation.

Keywords: adaptive optics system, atmospheric turbulence, phase fluctuations, lenslet.

Citation: Lavrinov VV, Lavrinova LN. Reconstruction of wavefront distorted by atmospheric turbulence using a Shack-Hartman sensor. *Computer Optics* 2019; 43(4): 586-595. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-4-586-595.

Acknowledgements: The work was funded under the state project of the IAA SB RAS, Ref. No. AAAA-A17-117021310146-3.

References

- [1] Razgulin AV, Kuzhamaliyev YZh, Goncharov AS, Larichev AV. A variational method for wavefront reconstruction from Shack-Hartman sensor measurements [In Russian]. *Atmospheric and Oceanic Optics* 2017; 30(1): 104-108. DOI: 10.15372/AOO20170114.
- [2] Thomas S, Fusco T, Tokovinin A, Nicolle M, Michau V, Rousset G. Comparison of centroid computation algorithms in a Shack-Hartmann sensor. *Mon Not Royal Astron Soc* 2006; 371(1): 323-336. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2006.10661.x.
- [3] Thomas S. Optimized centroid computing in a Shack-Hartmann sensor. *Proc SPIE* 2004; 5490: 1232-1246.
- [4] Vargas J, Restrepo R, Estrada JC, Sorzano COS, Du Y-Z, Carazo JM. Shack-Hartmann centroid detection using the spiral phase transform. *Appl Opt* 2012; 51(30): 7362-7367. DOI: 10.1364/AO.51.007362.
- [5] Kong F, Polo MC, Lambert A. Centroid estimation for a Shack-Hartmann wavefront sensor based on stream processing. *Appl Opt* 2017; 56(23): 6466-6475. DOI: 10.1364/AO.56.006466.
- [6] Wang Y, Chen X, Cao Z, Zhang X, Liu C, Mu Q. Gradient cross-correlation algorithm for scene-based Shack-Hartmann wavefront sensing. *Opt Express* 2018; 26(13): 17549-17562. DOI: 10.1364/OE.26.017549.
- [7] Li Z, Li X. Centroid computation for Shack-Hartmann wavefront sensor in extreme situations based on artificial neural networks. *Opt Express* 2018; 2(24): 31675-31692. DOI: 10.1364/OE.26.031675.
- [8] Shack RV, Platt BC. Production and use of a lenticular Hartmann screen. *J Opt Soc Am* 1971; 61: 656-660.
- [9] Taranenko VG, Shanin OI. *Adaptive optics in instruments and devices* [In Russian]. Moscow: "CNIIatominform" Publisher; 2005. ISBN: 5-87911-123-7.
- [10] Cui M, Hovenier JN, Ren Y, Polo A, Gao JR. Terahertz wavefronts measured using the Hartmann sensor principle. *Opt Express* 2012; 20(13): 14380-14391. DOI: 10.1364/OE.20.014380.
- [11] Richter H, Greiner-Byor M, Desmann N, Pfund J, Wienold M, Schrottke L, Hey R, Grahn HT, Hyubers H-W. Terahertz wavefront measurement with a Hartmann sensor. *Appl Phys Lett* 2012; 101: 031103. DOI: 10.1063/1.4737164.

- [12] Tokovinin A. Adaptive optics lectures. Source: (<http://www.ctio.noao.edu/~atokovin/tutorial/>)
- [13] Poleshchuk AG, Sedukhin AG, Trunov VI, Maksimov VG. Hartmann wavefront sensor based on multielement amplitude masks with apodized apertures [In Russian]. *Computer Optics* 2014; 38(4): 695-703.
- [14] Lukin VP, Botygina NN, Emaleev ON, Korol'kov VP, Lavrinova LN, Nasyrov RK, Poleshchuk AG, Cherkashin VV. Shack-Hartmann sensor based on a low-aperture off-axis diffraction lens array. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing* 2009; 45(2): 161-170. DOI: 10.3103/S8756699009020101.
- [15] Antoshkin LV, Botygina NN, Bol'basova LA, Emaleev ON, Konyaev PA, Kopylov EA, Kovadlo PG, Kolobov DYu, Kudryashov AV, Lavrinov VV, Lavrinova LN, Lukin VP, Chuprakov SA, Selin AA, Shikhovtsev AYu. Adaptive optics system for solar telescope operating under strong atmospheric turbulence [In Russian]. *Atmospheric and oceanic optics* 2016; 29(11): 895-904. DOI: 10.15372/AOO20161101.
- [16] Shlenov SA, Vasil'tsov VV, Kandidov VP. Energy parameters of CO₂ laser radiation focused in a turbulent atmosphere under wind-dominated thermal blooming [In Russian]. *Atmospheric and Oceanic Optics* 2016; 29(4): 324-330. DOI: 10.15372/AOO20160302.
- [17] Lukin VP, Fortes BV. Adaptive formation of beams and images in the atmosphere [In Russian]. Novosibirsk: Publishing House of the Institute of Atmospheric Optics SB RAS; 1999.
- [18] Shanin OI. Adaptive optics systems for correction of slopes. Resonant adaptive optics [In Russian]. Moscow: "Tehnosphera" Publisher; 2013.
- [19] Rukosuev AL, Kudryashov AV, Lylova AN, Samarkin VV, Sheldakova YuV. Adaptive optics system for real-time wavefront correction [In Russian]. *Atmospheric and oceanic optics* 2015; 28(2): 189-195.
- [20] Fried DL. Statistics of a geometric representation of wavefront distortion. *J Opt Soc Am* 1965; 55(11): 1427-1435.
- [21] Noll RJ. Zernike polynomials and atmosphere turbulence. *J Opt Soc Am* 1976; 66(3): 207-211.
- [22] Robbins M, Solomitsky D. Registration of single photons using a CCD with electron multiplication [In Russian]. Source: (http://www.npkphotonica.ru/images/single_photon_imaging_using_a_ccd_and_electron_multiplication_rus.pdf).
- [23] Artyshchenko SV, Golovinski PA, Chernov RA. Reconstruction of the wavefront phase with the use of a complex neural network [In Russian]. *Atmospheric and Oceanic Optics* 2014; 27(10): 932-936.
- [24] Botygina NN, Emaleev ON, Konyaev PA, Kopylov EA, Lukin VP. The development of components for creation of adaptive optics system for the solar telescope [In Russian]. *Atmospheric and Oceanic Optics* 2017; 30(11): 990-997. DOI: 10.15372/AOO20171113.
- [25] Yagnyatinskiy DA, Lyakhov DM, Borshevnikov AN, Fedoseev VN. The control algorithm for adaptive optics system based on the focal spot radius minimizing [In Russian]. *Atmospheric and Oceanic Optics* 2016; 29(11): 949-953. DOI: 10.15372/AOO20161108.
- [26] Lavrinov VV. Dynamic control of adaptive optics correction of turbulent distortions in laser [In Russian]. *Atmospheric and Oceanic Optics* 2016; 30(10): 893-901. DOI: 10.15372/AOO20171013.
- [27] Antoshkin LV, Lavrinov VV, Lavrinova LN. Advanced adaptive correction of turbulent distortions based on a Shack-Hartmann wavefront sensor measurements. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing* 2012; 48(2): 188-196. DOI: 10.3103/S8756699012020124.
- [28] Antoshkin LV, Lavrinov VV, Lavrinova LN, Lukin VP. Using photodetectors in Shack-Hartmann wavefront sensors measurements. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing* 2012; 48(2): 146-152. DOI: 10.3103/S8756699012020069.
- [29] Lavrinov VV, Lavrinova LN, Tuev MV. Wavefront reconstruction based on the results of light-field conversion by a Shack-Hartmann sensor. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing* 2013; 49(3): 305-312. DOI: 10.3103/S8756699013030138.
- [30] Klebanov YaM, Karsakov AV, Honina SN, Davydov AN, Polyakov KA. Wave front aberration compensation of spacecraft telescopes with telescope temperature field adjustment [In Russian]. *Computer Optics* 2017; 41(1): 30-36. DOI: 10.18287/0134-2452-2017-41-1-30-36.
- [31] Reddy AK, Martinez-Corral M, Khonina SN, Karpeev SV. Focusing of light beams with the phase apodization of the optical system [In Russian]. *Computer Optics* 2018; 42(4): 620-626. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-620-626.
- [32] Mahajan VN. Zernike annular polynomials for imaging systems with annular pupils. *J Opt Soc Am* 1981; 71: 75-85.
- [33] Tolstoba ND. Gram-Schmidt technique for aberration analysis in telescope mirror testing. *Proc SPIE* 1991; 3785: 140-151.

Author's information

Vitaly Valerievich Lavrinov (b. 1982) graduated from Tomsk State University in 2005, majoring in Radiophysics. Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2017), works as a staff scientist in the Laboratory of Coherent and Adaptive Optics of the V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS. Research interests: modeling of technical systems, laser information technologies, coherent and nonlinear optics, programming. E-mail: lvv@ioa.ru.

Lidiya Nikolaevna Lavrinova (b. 1956) graduated from Tomsk State University in 1980, majoring in Mathematics. Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2006), works as a senior staff scientist in the Laboratory of Coherent and Adaptive Optics of the V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS. Research interests: adaptive optics, correction of turbulent distortion of optical radiation, numerical simulation. E-mail: lnl@ioa.ru.

Received February 06, 2019. The final version – May 30, 2019.