

## Конвертирование вихревых пучков оптического диапазона в радиодиапазон на основе нелинейной генерации разностной частоты

В.Х. Багманов<sup>1</sup>, А.Х. Султанов<sup>1</sup>, А.Р. Гизатулин<sup>1</sup>, И.К. Мешков<sup>1</sup>, И.А. Кук<sup>1</sup>, Е.П. Грахова<sup>1</sup>,  
Г.И. Абдрахманова<sup>1</sup>, И.Л. Виноградова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, Россия

### Аннотация

В рамках модифицированной модели медленно меняющихся амплитуд рассмотрен процесс конвертирования вихревых пучков оптического диапазона в вихревые пучки терагерцового радиодиапазона на основе нелинейной генерации разностной частоты в среде с восприимчивостью второго порядка. Дано теоретическое обоснование закона конвертирования топологических зарядов вихревых пучков – топологический заряд выходного радиовихревого пучка равен разности топологических зарядов входных оптических вихревых пучков. Реализована компьютерная имитационная модель рассматриваемых процессов.

**Ключевые слова:** генерация разностной частоты, нелинейная среда, конвертирование вихревых пучков.

**Цитирование:** Багманов, В.Х. Конвертирование вихревых пучков оптического диапазона в радиодиапазон на основе нелинейной генерации разностной частоты / В.Х. Багманов, А.Х. Султанов, А.Р. Гизатулин, И.К. Мешков, И.А. Кук, Е.П. Грахова, Г.И. Абдрахманова, И.Л. Виноградова // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 6. – С. 983-991. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-6-983-991.

### Введение

В последние десятилетия в области телекоммуникаций наблюдается повышенный интерес к использованию вихревых пучков – электромагнитных волн, обладающих орбитальным угловым моментом. Это связано с тем, что различные квантованные состояния проекции орбитального углового момента на направление распространения могут быть использованы как для кодирования сигналов, так и для мультиплексирования каналов связи. Таким образом, вихревые пучки открывают дополнительные возможности как для увеличения скорости передачи информации, так и для повышения помехоустойчивости и защищенности каналов связи. Одним из приоритетных направлений развития инфокоммуникаций является радиофотоника – гибридные системы, совмещающие процессы преобразования сигналов в радио- и оптическом диапазоне. В настоящее время в радиофотонике осваивается микроволновый диапазон, лежащий в терагерцовой области частот 0,1–50 ТГц, как наиболее перспективный с точки зрения малой загруженности электромагнитного спектра.

Перспективным направлением радиофотоники в области телекоммуникаций является разработка систем Radio-over-fiber (RoF) [1], в которых используется передача радиосигналов микроволнового диапазона по оптическому волокну. В контексте развития систем RoF возникает проблема преобразования сигналов, переносящих орбитальный угловой момент в оптическом диапазоне, в сигналы, переносящие таковой в радиодиапазоне. В данной работе рассматривается процесс преобразования вихревых пучков оптического диапазона в области длин волн  $\lambda \approx 1,5$  мкм в вихревые пучки радиодиапазона в области частот, превышающих 100 ТГц.

Нелинейные среды с отличной от нуля поляризуемостью (диэлектрической восприимчивостью) второго порядка широко используются для конвертирования электромагнитных волн оптического диапазона в радиоволны терагерцового диапазона на основе генерации разностной частоты. При этом нелинейная среда, являющаяся источником генерации, модифицируется дополнительными включениями (легируется) или структурно изменяется с целью повышения конверсионной эффективности. Так, в работе [2] используется решетка фотонных кристаллов. В статье [3] генерация происходит в полосковом металлическом волноводе с включением примесей GaAs. В работе [4] используется прямоугольный металлический волновод, заполняемый периодически чередующимися слоями LiTaO<sub>3</sub> с противоположной ориентацией оптических осей. В [5] генерация разностной частоты осуществляется в 2D плазмонном волноводе, состоящем из слоя LiNbO<sub>3</sub> и располагаемом между двумя плоскими неметаллическими слоями. В работе [6] описана генерация разностной частоты в Гауссовых пучках, а также приведены результаты экспериментальной генерации разностной частоты в кристалле LiNbO<sub>3</sub>, содержащем планарные волноводы.

Что касается исследований по преобразованию вихревых пучков в нелинейных средах с поляризуемостью второго порядка, можно отметить следующее. В работе [7] показано, что при генерировании второй гармоники происходит удвоение топологического заряда вихревого пучка  $m$ , который является целым квантовым числом и определяет проекцию орбитального углового момента на направление распространения, обусловленную зависимостью электромагнитного поля вихревого пучка от азимутального угла  $\varphi$  в виде  $e^{im\varphi}$ .

В работе [8] высказывается гипотеза и приводится косвенное теоретическое обоснование и результаты компьютерного моделирования, подтверждающие факт равенства топологического заряда выходного вихревого пучка сумме зарядов входных вихревых пучков при генерировании суммарной гармоники. В работе [9] теоретически и экспериментально исследуются законы сохранения топологического заряда при генерации второй гармоники, включая состояние с дробным топологическим зарядом. В работах [10, 11] экспериментально подтверждается закон сохранения топологического заряда при генерации второй гармоники [10], суммарной гармоники [11], где также дано теоретическое обоснование полученных результатов. В работе [12] экспериментально установлено, что в многослойной нелинейной среде с периодически чередующимися слоями LiTaO<sub>3</sub> с противоположно направленными оптическими осями для обеспечения пространственного фазового синхронизма при генерации суммарной гармоники топологические заряды суммируются.

В работе [13] на основе вычислительных экспериментов и теоретически исследуется влияние длины нелинейной среды на процесс параметрического усиления света в процессе смешения Лагерр–Гауссовых мод, устанавливается закон сохранения топологического заряда, а также исследуется влияние радиальных индексов Лагерр–Гауссовых мод на процесс параметрического усиления.

Анализ работ в области конвертирования оптического излучения в радиодиапазон на основе использования нелинейных сред с восприимчивостью второго порядка показывает, что в основе теоретического обоснования и моделирования происходящих процессов генерации лежит система из трех уравнений, описывающих процессы в приближении слабо меняющихся амплитуд [14] вне зависимости от структурной организации нелинейной среды.

Несмотря на генетическое родство различных процессов трёхволнового смешения – генерация второй гармоники, суммарной частоты, параметрическое усиление, генерация разностной частоты – каждый из перечисленных процессов имеет свои особенности, в частности, отличительной чертой процесса генерации разностной частоты в радиодиапазоне является очень низкая энергетическая эффективность конверсии, обусловленная двумя факторами: 1) малостью отношения нелинейной части поляризации к линейной, что характерно для всех трёхволновых процессов, исключая область экстремально высоких значений напряженности электрического поля исходных гармоник; 2) в силу дипольного механизма излучения волн в кристалле мощность дипольного излучения пропорциональна квадрату частоты, следовательно, в исследуемом диапазоне частот соотношение мощностей излучения в радио- и оптическом диапазоне является малой величиной, пропорциональной квадрату отношения соответствующих частот, и составляет в контексте данной работы величину  $\sim 10^{-5} - 10^{-6}$ .

Целью данной работы является исследование процесса конвертирования излучения оптического диапазона в радиодиапазон в условиях, оговоренных выше.

### 1. Моделирование процесса конвертирования вихревого пучка

Распространение электромагнитной волны в нелинейной среде описывается уравнением [15]:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где  $\vec{E}$  – вектор напряженности электрического поля,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды,  $\vec{P}_{NL}(x, y, z, t)$  – вектор нелинейной поляризации.

Представим решение уравнения (1) в виде:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{A}(z) \Psi(x, y, z) \exp(ikz - i\omega t), \quad (2)$$

где  $k = (\omega/c)\sqrt{\epsilon}$ , а  $\vec{A}(z)$  и  $\Psi(x, y, z)$  – некоторые комплекснозначные функции.

Представим оператор Лапласа в форме:

$$\nabla^2 = \nabla_{\perp}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (3)$$

где

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Используя представление (2), найдем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = & \left( \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2} \Psi + 2 \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \frac{\partial \Psi}{\partial z} + 2 \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \Psi \cdot ik + \vec{A} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \right. \\ & \left. + 2 \vec{A} \frac{\partial \Psi}{\partial z} ik - \vec{A} \Psi k^2 \right) \exp(ikz - i\omega t). \end{aligned} \quad (4)$$

Будем считать, что в выражении (2) функции  $\vec{A}(z)$  и  $\Psi(x, y, z)$  являются медленно изменяющимися по сравнению с  $e^{ikz}$  функциями координаты  $z$ . Тогда в параксиальном приближении справедливо неравенство:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2} & \ll k \frac{\partial \vec{A}}{\partial z}, \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} & \ll k \frac{\partial \Psi}{\partial z}. \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом соотношений (5) выражение (4) представляется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = & \left\{ 2 \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial z} + ik\Psi \right] + 2 \vec{A} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot ik - \vec{A} \Psi k^2 \right\} \times \\ & \times \exp(ikz - i\omega t). \end{aligned} \quad (6)$$

Учитывая, что в представлении (2) функция  $\Psi$  не определена, подчиним ее параболическому уравнению:

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi + 2ik \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0. \quad (7)$$

Если электрическое поле представляет некоторую суперпозицию волн с частотами  $\omega_i$ , волновыми чис-

лами  $k_i$  и направлениями поляризации  $e_i$ , то напряженность электрического поля и поляризацию можно представить в форме:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{e}_i A_i(z) \Psi_i(x, y, z) \exp(ik_i z - i\omega_i t),$$

$$\vec{P}_{NL} = \sum_i \vec{e}_i P_i(z) \exp(ik_i z - i\omega_i t). \tag{8}$$

Тогда из уравнения (1) с учетом соотношений (2), (6), (7) и (8) следует:

$$\frac{\partial A_i}{\partial z} \left[ \frac{\partial \Psi_i}{\partial z} + ik_i \Psi_i \right] e^{ik_i z} = \frac{\omega_i^2}{2c^2 \epsilon_0} P_i. \tag{9}$$

Рассмотрим процесс генерации вихревого пучка на разностной частоте:

$$\omega_3 = \omega_1 - \omega_2, \tag{10}$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – частоты оптического диапазона,  $\omega_3$  – частота радиодиапазона.

Пусть нелинейная среда описывается нелинейностью второго порядка:

$$\vec{P}_{NL} = \epsilon_0 \chi^{(2)} E \cdot \vec{E}, \tag{11}$$

где  $\chi^{(2)}$  – диэлектрическая восприимчивость, в общем случае представляющая собой тензор 3-го ранга

$$\chi^{(2)} = \chi_{ijk}^{(2)}, E \cdot \vec{E} \equiv E_j E_k.$$

Для упрощения будем считать среду изотропной. В этом случае поляризацию можно представить в скалярном виде:

$$P_{NL} = d \cdot E^2. \tag{12}$$

В случае анизотропной среды поляризацию также можно представить в скалярной форме (12), если ввести понятие эффективной восприимчивости  $d_{\text{eff}}$  [18]. В этом случае тензорный характер восприимчивости учитывается при расчете  $d_{\text{eff}}$ .

Пусть в нелинейной среде в направлении оси  $z$  распространяются два лазерных одномодовых параксиальных пучка на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , переносящих угловые моменты, азимутальные индексы которых соответственно  $m_1$  и  $m_2$ .

Параксиальные пучки с азимутальными индексами  $m_j$  удовлетворяют параболическому уравнению (7) и в общем виде представляются распределениями вида:

$$\Psi_j(\rho, \varphi, z) = \Phi(\rho, z, m_j) \exp(im_j \varphi), \tag{13}$$

где  $j = 1, 2$ ,  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\varphi = \arctg(y/x)$ .

Комплексная амплитуда лазерных пучков может иметь различную форму [16–18], в частности, семейство пучков Лагерра–Гаусса описывается распределением:

$$\Phi_{LG}(\rho, z, m, n) = \frac{\sigma_0}{\sigma(z)} \exp \left[ -i \frac{k\rho^2}{2R(z)} - \frac{\rho^2}{\sigma^2(z)} \right] \times$$

$$\times \left( \frac{\sqrt{2}\rho}{\sigma(z)} \right)^{|m|} L_n^{|m|} \left( \frac{2\rho^2}{\sigma^2(z)} \right) \times \exp \left[ i(2n + m + 1) \arctg \frac{z}{z_R} \right], \tag{14}$$

где

$$R(z) = z \left( 1 + \frac{z_R^2}{z^2} \right) -$$

радиус кривизны параболического фронта пучка,

$$\sigma(z) = \sigma_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2} -$$

радиус пучка,  $\sigma_0$  – радиус перетяжки пучка,  $z_R = \pi \sigma_0^2 / \lambda$  – конфокальный параметр Рэлея,  $L_n^{|m|}$  – присоединенный полином Лагерра.

Поскольку влияние радиального параметра семейства Лагерр–Гауссовых пучков  $n$  в данной работе не рассматривается, класс распределений можно сузить, положив  $n = 0$ .

Генерирование разностной гармоники – это процесс трехволнового смешения. В результате перехода к скалярному представлению, электрическое поле в среде можно записать в виде суммы трех волн, описывающих распространение вихревых пучков с проекциями углового момента  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  на частотах  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$ :

$$E = A_1(z) \Phi_1(x, y, z) \exp(ik_1 z - i\omega_1 t + im_1 \varphi) +$$

$$+ A_2(z) \Phi_2(x, y, z) \exp(ik_2 z - i\omega_2 t + im_2 \varphi) +$$

$$+ A_3(z) \Phi_3(x, y, z) \exp(ik_3 z - i\omega_3 t + im_3 \varphi) + \text{к.с.}, \tag{15}$$

где

$$k_1 = \frac{\omega_1}{c} \sqrt{\epsilon_1}, k_2 = \frac{\omega_2}{c} \sqrt{\epsilon_2}, k_3 = \frac{\omega_3}{c} \sqrt{\epsilon_3}; \epsilon_1, \epsilon_2 \text{ и } \epsilon_3 -$$

значения диэлектрических проницаемостей на частотах  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$  соответственно;  $\Phi_j$  – распределения семейства (14), соответствующие азимутальным индексам  $m_j$ .

Скалярную нелинейную поляризацию запишем в виде:

$$P_{NL} = \sum_{j=1}^3 P_j \exp(ik_j z - i\omega_j t + im_j \varphi) + \text{к.с.}, \tag{16}$$

что соответствует второму уравнению (8) в скалярном представлении для вихревых полей. Для нелинейной среды, представляемой в виде (12), получим:

$$P_{NL} = d \left[ A_2 A_3 \Phi_2 \Phi_3 \exp(-i\omega_1 t + i(k_3 + k_2)z) + \right.$$

$$+ i(m_2 + m_3)\varphi + A_1 A_3^* \Phi_1 \Phi_3^* \exp(-i\omega_2 t +$$

$$+ i(k_1 - k_3)z + i(m_1 - m_3)\varphi) + A_1 A_2^* \Phi_1 \Phi_2^* \times$$

$$\left. \times \exp(-i\omega_3 t + i(k_1 - k_2)z + i(m_1 - m_2)\varphi) + \text{к.с.} \right]. \tag{17}$$

В выражении (17) при возведении в квадрат мы оставили только члены, соответствующие процессу генерации разностной частоты, т.е. члены, удовлетворяющие соотношению (10). Таким образом, в выражении (17) следует считать

$$\omega_1 = \omega_3 + \omega_2,$$

$$\omega_2 = \omega_1 - \omega_3,$$

$$\omega_3 = \omega_1 - \omega_2. \tag{18}$$

Сопоставляя выражения (16) и (17), найдем:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= dA_2 A_3 \Phi_2 \Phi_3 \exp(-i\omega_1 t + i(k_3 + k_2)z + i(m_2 + m_3)\varphi), \\
 P_2 &= dA_1 A_3^* \Phi_1 \Phi_3^* \exp(-i\omega_2 t + i(k_1 - k_3)z + i(m_1 - m_3)\varphi), \\
 P_3 &= dA_1 A_2^* \Phi_1 \Phi_2^* \exp(-i\omega_3 t + i(k_1 - k_2)z + i(m_1 - m_2)\varphi).
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Используя уравнение (9) для каждой из распространяющихся волн, приходим к системе уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_1}{dz} \left[ \frac{d\Phi_1}{dz} + ik_1 \Phi_1 \right] &= d \frac{\omega_1^2}{c^2} A_2 A_3 \Phi_2 \Phi_3 \exp(i\Delta kz) \times \\
 &\times \exp(i\Delta m\varphi); \\
 \frac{dA_2}{dz} \left[ \frac{d\Phi_2}{dz} + ik_2 \Phi_2 \right] &= d \frac{\omega_2^2}{c^2} A_1 A_3^* \Phi_1 \Phi_3^* \exp(-i\Delta kz) \times \\
 &\times \exp(-i\Delta m\varphi); \\
 \frac{dA_3}{dz} \left[ \frac{d\Phi_3}{dz} + ik_3 \Phi_3 \right] &= d \frac{\omega_3^2}{c^2} A_1 A_2^* \Phi_1 \Phi_2^* \exp(-i\Delta kz) \times \\
 &\times \exp(-i\Delta m\varphi),
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

где  $\Delta m = m_1 - m_2 - m_3$ ,  $\Delta k = k_3 + k_2 - k_1$ .

Анализируя систему уравнений (20), видим, что левые части каждого уравнения не зависят от угла  $\varphi$ , таким образом, решения системы (20) существуют при выполнении условия  $\Delta m = 0$ , следовательно, в квадратичной нелинейной среде из исходных вихревых пучков, переносящих угловые моменты с азимутальными индексами  $m_1$  и  $m_2$  на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , генерируется вихревой пучок разностной частоты  $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$ , переносящий угловой момент с проекцией на направление распространения, равной разности проекций  $m_3 = m_1 - m_2$ .

Следуя приему, изложенному в работе [5], умножим каждое  $j$ -е уравнение системы (20) на комплексно сопряженный множитель

$$(d\Phi_j^*/dz) - ik_j \Phi_j^*$$

и проинтегрируем уравнения по поперечному сечению соответствующих пучков. Окончательно для определения амплитуд  $A_j$  получим систему:

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_1}{dz} &= -d \frac{\omega_1^2}{2c^2} A_2 A_3 \exp(i\Delta kz) I_1; \\
 \frac{dA_2}{dz} &= -d \frac{\omega_2^2}{2c^2} A_1 A_3^* \exp(-i\Delta kz) I_2; \\
 \frac{dA_3}{dz} &= -d \frac{\omega_3^2}{2c^2} A_1 A_2^* \exp(-i\Delta kz) I_3,
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{\int_0^\infty \Phi_2(\rho, z, m_2) \Phi_3(\rho, z, m_3) B_1(\rho, z, m_1) 2\pi\rho d\rho}{F_1(z, m_1)}; \\
 I_2 &= \frac{\int_0^\infty \Phi_1(\rho, z, m_1) \Phi_3^*(\rho, z, m_3) B_2(\rho, z, m_2) 2\pi\rho d\rho}{F_2(z, m_2)}; \\
 I_3 &= \frac{\int_0^\infty \Phi_1(\rho, z, m_1) \Phi_2^*(\rho, z, m_2) B_3(\rho, z, m_3) 2\pi\rho d\rho}{F_3(z, m_3)}.
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

В выражениях (22) функции  $F_j(z, m_j)$  и  $B_j(\rho, z, m_j)$  определяются соотношениями:

$$B_j = \frac{d\Phi_j^*}{dz} - ik_j \Phi_j^*, \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 F_j(z, m_j) &= \int_0^\infty \left( \frac{d\Phi_j}{dz} \cdot \frac{d\Phi_j^*}{dz} + \right. \\
 &\left. + ik_j \left( \Phi_j \frac{d\Phi_j^*}{dz} - \Phi_j^* \frac{d\Phi_j}{dz} \right) + k_j^2 \Phi_j^* \Phi_j \right) 2\pi\rho d\rho.
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

### 2. Имитационное моделирование процесса конвертирования вихревых пучков

Имитационное моделирование процесса конвертирования вихревых пучков оптического диапазона в радиодиапазон осуществляется с помощью численного решения уравнений (21) в пакете математического моделирования Matlab с помощью метода Рунге–Кутты. Процесс генерации разностной частоты исследовался в диапазоне частот 100–700 ГГц. Оптическое излучение соответствовало длинам волн С-диапазона. Мощность лазеров накачки составляла  $P_1 = P_2 = 1$  Вт. Эффективная нелинейная восприимчивость нелинейной среды, в которой происходит процесс конвертирования, выбрана равной  $d_{eff} = 1,5 \cdot 10^{-12}$ , показатели преломления на оптических частотах равны  $n_1 = n_2 = 2,2$ , на радиочастотах  $n_3 = 2,5$ .

Для генерации радиовихревых пучков с топологическим зарядом  $m_3 = 1$  использовались Лагерр–Гауссовы лазерные моды с радиальными индексами  $n_1 = n_2 = 0$  и азимутальными индексами  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 0$ . Моделируемая система изображена на рис. 1.

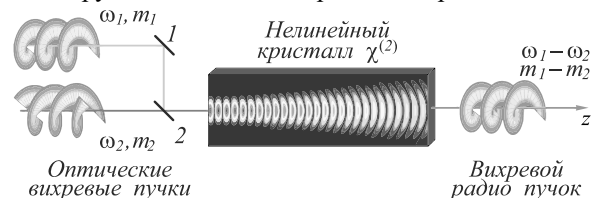


Рис. 1. Моделируемая схема конвертирования вихревых пучков: 1 – непрозрачное зеркало, 2 – полупрозрачное зеркало

С точки зрения технического приложения результатов представляет интерес исследование характера изменения модуля амплитуды получаемого радиовихревого пучка, подчиняющейся соотношению (21), при изменении длины нелинейного кристалла, что и представлено на рис. 2. Расчет проведен для радиовихревого пучка с топологическим зарядом  $m_3 = 1$  в зависимости от протяженности нелинейной среды для различных значений радиусов перетяжки лазерных пучков накачки. Из полученных данных следует, что при малых длинах нелинейной среды наблюдается линейная зависимость амплитуды от длины. При увеличении длины нелинейного кристалла амплитуды вихревых радиопучков выходят на соответствующие асимптотические значения.

На рис. 3 показана зависимость показателя эффективности генерации  $\eta$  вихревого радиопучка от длины кристалла. Показатель эффективности в соответ-

ствии с работой [6] определяется соотношением, имеющим размерность 1/Вт:

$$\eta = \frac{P_3}{P_1 \cdot P_2}, \tag{25}$$

где  $P_1$  и  $P_2$  – мощности лазеров оптической накачки,  $P_3$  – мощность вихревого радиопучка. Выбор данного соотношения обуславливается тем, что в приближении «неистохаемости» амплитуд исходных оптических пучков  $A_1 = \text{const}$  и  $A_2 = \text{const}$  амплитуда разностной частоты  $A_3$  определяется произведением амплитуд  $A_1$  и  $A_2$  в соответствии с последней формулой выражения (21). Таким образом, показатель  $\eta$  оказывается независимым от амплитуд исходных оптических пучков. Расчеты показывают, что зависимости амплитуды  $A_3$  разностной частоты и показателя эффективности  $\eta$  от длины кристалла при различных значениях радиуса перетяжки имеют схожий асимптотический характер.

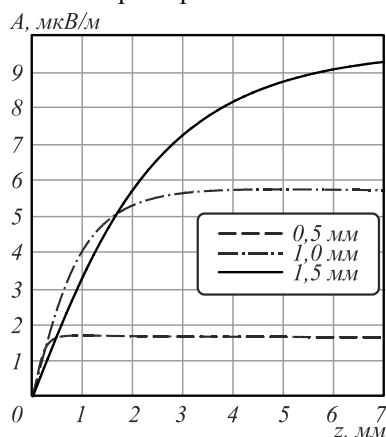


Рис. 2. Зависимость модуля амплитуды вихревого радиопучка  $A$  от протяженности нелинейной среды  $z$  при трех значениях радиуса перетяжки лазерных пучков  $\eta \times 10^{16}$ , 1/Вт

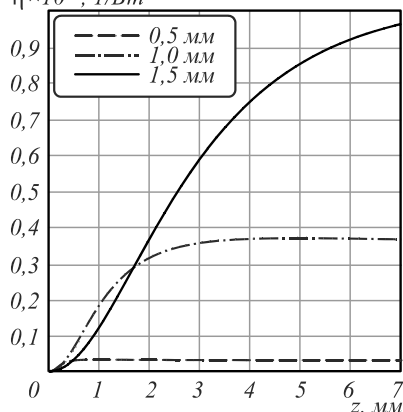


Рис. 3. Зависимость показателя эффективности генерации  $\eta$  вихревого радиопучка от протяженности нелинейной среды  $z$  при трех значениях радиуса перетяжки лазерных пучков

На рис. 4 изображена зависимость показателя эффективности генерации радиовихревого пучка от разности частот между лазерами накачки. С ростом разности частот величина  $\eta$  заметно возрастает, что обуславливается дипольным механизмом излучения, как было отмечено выше.

На рис. 5 показана зависимость показателя эффективности от радиуса перетяжки лазерных пучков. Данная зависимость носит экстремальный характер, т.е. для заданных мощностей накачки существует значение радиуса перетяжки луча, при котором наблюдается максимум эффективности конвертирования излучения.

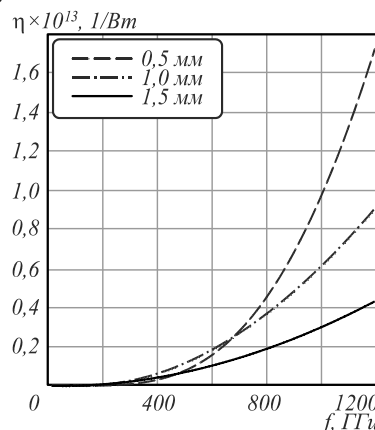


Рис. 4. Зависимость показателя эффективности генерации  $\eta$  вихревого радиопучка от разностной частоты лазерных пучков при трех значениях радиуса перетяжки лазерных пучков

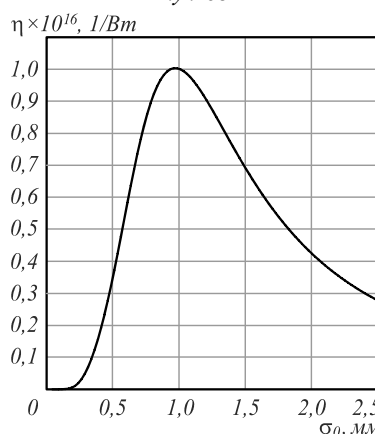


Рис. 5. Зависимость показателя эффективности генерации  $\eta$  вихревого радиопучка от радиуса перетяжки лазерных пучков

Данное обстоятельство обуславливается экстремальной зависимостью интенсивности гауссовских пучков от радиуса перетяжки, которую при заданной мощности излучения  $P$  можно представить в виде:

$$I \sim \frac{P}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{\sigma^2}\right). \tag{26}$$

Таким образом, показано, что с увеличением длины нелинейной среды наблюдается асимптотическое поведение показателя эффективности рассматриваемого преобразования, что дает возможность определять геометрические размеры преобразующего устройства. С увеличением разности частот эффективность генерации повышается. Проведенные расчеты позволяют подобрать технические параметры преобразователя в зависимости от рассматриваемой системы. Наблюдаемые зависимости находятся в качественном согласии с работой [6].

Полученные результаты можно использовать при построении перспективных высокоскоростных гибридных систем передачи RoF [19] преимущественно субмиллиметрового и микроволнового диапазона, использующих орбитальный угловой момент в качестве дополнительного параметра для кодирования и мультиплексирования мультимедийных данных. Это позволит избежать сложных систем преобразования вихревых оптических пучков в радиопучки с сохранением вихревого волнового фронта электромагнитной волны.

#### Заключение

В данной работе на основе модифицированной модели трехволнового смешения оптического излучения в нелинейной среде с нелинейной проницаемостью второго порядка рассмотрен процесс конвертирования вихревых пучков оптического диапазона в вихревые пучки радиодиапазона. Показано, что при генерации разностной частоты топологический заряд генерируемого вихревого пучка равен разности зарядов вихревых пучков оптической накачки. Результаты имитационного моделирования процесса показывают асимптотическое поведение показателя эффективности генерации в зависимости от длины нелинейной среды, увеличение эффективности генерации при росте разности частот, определяющей частоту радиовихревого пучка, а также экстремальное поведение показателя эффективности от радиуса перетяжки лазерных пучков накачки. Следует отметить, что перспективным направлением работ в данной области может оказаться использование пучков Бесселя–Гаусса с дробным топологическим зарядом [9, 18].

#### Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-19-00123).

#### Литература

1. **Ng'oma, A.** Radio-over-fiber techniques for millimeter wave wireless applications / A. Ng'oma // 2015 International Topical Meeting on Microwave Photonics (MWP). – 2015. – P. 1-4.
2. **Ruan, Z.** Enhancement of optics-to-THz conversion efficiency by metallic slot waveguides / Z. Ruan, G. Veronis, K. Vodopyanov, M. Fejer, S. Fan // Optics Express. – 2009. – Vol. 17. – P. 13502-13515.
3. **Петров, Е.В.** Генерация сигналов разностной частоты терагерцового диапазона в системе дуперiodических одномерных фотонных кристаллов / Е.В. Петров, Б.И. Манцызов, В.А. Бушуев // Квантовая электроника. – 2007. – Т. 37, № 4. – С. 358-362.
4. **Murata, H.** Detection of an optical signal using difference frequency generation in a periodically poled LiTaO<sub>3</sub> microwave waveguide / H. Murata, Y. Okamura // Advances in Optoelectronics. – 2008. – 587091.
5. **Qasymeh, M.** Terahertz generation in nonlinear plasmonic waveguides / M. Qasymeh // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 2016. – Vol. 52, Issue 4. – P. 1-7.
6. **De Regis, M.** Waveguided approach for difference frequency generation of broadly-tunable continuous-wave terahertz radiation / M. De Regis, L. Consolino, S. Bartalini, P. De Natale // Applied Sciences. – 2018. – Vol. 8, Issue 12. – 2374.
7. **Courtial, J.** Second-harmonic generation and the conservation of orbital angular momentum with high-order Laguerre-Gaussian modes / J. Courtial, K. Dholakia, L. Allen, M. Padgett // Physical Review A. – 1997. – Vol. 56, Issue 5. – 4193.
8. **Shao, G.-h.** Nonlinear frequency conversion of fields with orbital angular momentum using quasi-phase-matching / G.-H. Shao, Z.-J. Wu, J.-H. Chen, F. Xu, Y.-Q. Lu // Physical Review A. – 2013. – Vol. 88. – 063827.
9. **Ni, R.** Topological charge transfer in frequency doubling of fractional orbital angular momentum state / R. Ni, Y.F. Niu, L. Du, X.P. Hu, Y. Zhang, S.N. Zhu // Applied Physics Letters. – 2016. – Vol. 109. – 151103.
10. **Zhou, Z.-Y.** Orbital angular momentum light frequency conversion and interference with quasi-phase matching crystals / Z.-Y. Zhou, D.-Sh. Ding, Y.-K. Jiang, Y. Li, Sh. Shi, X.-Sh. Wang, B.-S. Shi, G.-C. Guo // Optics Express. – 2014. – Vol. 22, Issue 17. – P. 20298-20310. – DOI: 10.1364/OE.22.020298.
11. **Li, Y.** Sum frequency generation with two orbital angular momentum carrying laser beams / Y. Li, Z.-Y. Zhou, D.-Sh. Ding, B.-S. Shi // Journal of the Optical Society of America B. – 2015. – Vol. 32, Issue 3. – P. 407-411.
12. **Fang, X.** Nonlinear optical conversion of the orbital angular momentum of light in a PPLT crystal / X. Fang, D. Wei, G. Yang, D. Wei, R. Ni, Y. Zhang, X.P. Hu, S.N. Zhu, M. Xiao // Asia Communications and Photonics Conference. – 2016 – ASI1.4.
13. **Fang, X.** Optical parametric amplification of a Laguerre-Gaussian mode / X. Fang, H. Yang, Y. Zhang, M. Xiao // OSA Continuum. – 2019. – Vol. 2, Issue 2. – P. 236-243.
14. **Yariv, A.** Optical waves in crystals / A. Yariv, P. Yeh. – New York: Wiley, 1984. – 589 p.
15. **Boyd, R.W.** Nonlinear optics / R.W. Boyd. – Academic Press as an imprint of Elsevier, 2008. – 640 p.
16. Дифракционная нанофотоника / А.В. Гаврилов, Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович, П.Н. Дьяченко, А.А. Ковалёв, В.В. Котляр, А.Г. Налимов, Д.В. Нестеренко, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Соيفер, С.Н. Хонина, Я.О. Шуупова; под ред. В.А. Соифера. – М.: Физматлит, 2011. – 680 с. – ISBN: 978-5-9221-1237-6.
17. Вихревые лазерные пучки / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв. – Самара: Новая техника, 2012. – 248 с. – ISBN: 978-5-88940-125-4.
18. **Котляр, В.В.** Вращающиеся элегантные пучки Бесселя–Гаусса / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, Р.В. Скиданов, В.А. Соифер // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 162-170.
19. **Виноградова, И.Л.** Защищённый сегмент RoF субтерагерцового диапазона с независимой оптической модуляцией частотных свойств радиоканала и параметра управления фазированной антенной решёткой // И.Л. Виноградова, И.К. Мешков, Е.П. Грахова, А.Х. Султанов, В.Х. Багманов, А.В. Воронкова, А.Р. Гизатулин // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 5. – С. 786-799. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-786-799.

#### Сведения об авторах

**Багманов Валерий Хусайнович**, 1951 года рождения, доктор технических наук, профессор, окончил физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова. Доктор технических наук (2007 год), профессор кафедры телекоммуникационных систем Уфимского государственного авиационного

технического университета. Является членом международного научного общества SPIE. Область научных интересов: моделирование и обработка сложных сигналов в телекоммуникационных системах.

E-mail: [tko@ugatu.ac.ru](mailto:tko@ugatu.ac.ru).

**Султанов Альберт Ханович**, 1950 года рождения, доктор технических наук, профессор, в 1973 году окончил Новосибирский электротехнический институт связи (НЭИС, ныне – Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики – СибГУТИ) по специальности «Многоканальная электросвязь», работает заведующим кафедрой телекоммуникационных систем в Уфимском государственном авиационном техническом университете (УГАТУ). Область научных интересов: полупроводниковая и антенная техника, оптика, связь, обработка изображений. E-mail: [tko@ugatu.ac.ru](mailto:tko@ugatu.ac.ru).

**Гизатулин Азат Ринатович**, 1992 года рождения, в 2016 году окончил Уфимский государственный авиационный технический университет по направлению подготовки магистров «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», работает ассистентом на кафедре телекоммуникационных систем. Область научных интересов: волоконная оптика, телекоммуникационные системы. E-mail: [azat\\_poincare@mail.ru](mailto:azat_poincare@mail.ru).

**Мешков Иван Константинович**, 1985 года рождения, кандидат технических наук, доцент, в 2007 году окончил Уфимский государственный авиационный технический университет по специальности «Радиосвязь, радиовещание и телевидение», работает доцентом на кафедре телекоммуникационных систем в УГАТУ. Область научных интересов: обработка сигналов, спутниковые данные, обработка цифровых сигналов. E-mail: [mik.ivan@bk.ru](mailto:mik.ivan@bk.ru).

**Кук Илья Андреевич**, 1997 года рождения, студент пятого курса Уфимского государственного авиационного технического университета по специальности «Инфокоммуникационные технологии системы специальной связи». Область научных интересов: волоконная оптика, радиосистемы. E-mail: [ilyha13@gmail.com](mailto:ilyha13@gmail.com).

**Грахова Елизавета Павловна**, 1990 года рождения, кандидат технических наук, в 2012 году окончила Уфимский государственный авиационный технический университет по специальности «Радиосвязь, радиовещание и телевидение», работает доцентом на кафедре телекоммуникационных систем. Область научных интересов: обработка сигналов, сверхширокополосные системы передачи, антенная техника. E-mail: [eorlingsbest@mail.ru](mailto:eorlingsbest@mail.ru).

**Абдрахманова Гузель Идрисовна**, 1988 года рождения, кандидат технических наук, в 2010 году окончила Уфимский государственный авиационный технический университет по специальности «Многоканальные телекоммуникационные системы», работает доцентом на кафедре телекоммуникационных систем. Область научных интересов: сверхширокополосные системы передачи, антенная техника. E-mail: [guzel.idrisovna@gmail.com](mailto:guzel.idrisovna@gmail.com).

**Виноградова Ирина Леонидовна**, 1970 года рождения, доктор технических наук, доцент, в 1992 году окончила Уфимский авиационный институт (УАИ, ныне – Уфимский государственный авиационный технический университет – УГАТУ) по специальности «Информационно-измерительная техника», работает ведущим научным сотрудником на кафедре телекоммуникационных систем в УГАТУ. Область научных интересов: волоконная оптика, телекоммуникационные системы, математическая обработка сигналов, широкополосные системы передачи, антенная техника. E-mail: [vil-4@mail.ru](mailto:vil-4@mail.ru).

---

ГРНТИ: 49.44.31

Поступила в редакцию 25 июля 2019 г. Окончательный вариант – 01 ноября 2019 г.

---

## Optics-to-THz conversion of vortex beams using nonlinear difference frequency generation

*V.Kh. Bagmanov<sup>1</sup>, A.Kh. Sultanov<sup>1</sup>, A.R. Gizatulin<sup>1</sup>, I.K. Meshkov<sup>1</sup>, I.A. Kuk<sup>1</sup>, E.P. Grakhova<sup>1</sup>, G.I. Abdrakhmanova<sup>1</sup>, I.L. Vinogradova<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia

### Abstract

In this paper, using a modified model of slowly varying amplitudes, a process of optics-to-THz-conversion of vortex beams based on the nonlinear difference frequency generation in a medium with second-order susceptibility is considered. A theoretical substantiation of the law of topological charge conversion of vortex beams is given – the topological charge of the output THz

vortex beam is equal to the difference of the topological charges of the input optical vortex beams. A simulation model of the processes under consideration is implemented.

**Keywords:** differential frequency generation, nonlinear medium, vortex beams conversion.

**Citation:** Bagmanov VKh, Sultanov AKh, Gizatulin AR, Meshkov IK, Kuk IA, Grakhova EP, Abdrakhmanova GI, Vinogradova IL. Optics-to-THz-conversion of vortex beams using nonlinear difference frequency generation. *Computer Optics* 2019; 43(6): 983-991. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-6-983-991.

**Acknowledgements:** The work was funded by the Russian Science Foundation under grant No. 18-19-00123.

### References

- [1] Ng'oma A. Radio-over-fiber techniques for millimeter wave wireless applications. *International Topical Meeting on Microwave Photonics (MWP)* 2015; 1-4.
- [2] Ruan Z, Veronis G, Vodopyanov K, Fejer M, Fan S. Enhancement of optics-to-THz conversion efficiency by metallic slot waveguides. *Opt Express* 2009; 17: 13502-13515.
- [3] Petrov EV, Manyizov BI, Bushuev VA. Generation of terahertz difference frequency signals in a system of two-periodic one-dimensional photonic crystals [In Russian]. *Quantum Electronics* 2007; 37(4): 358-362.
- [4] Murata H, Okamura Y. Detection of an optical signal using difference frequency generation in a periodically poled LiTaO<sub>3</sub> microwave waveguide. *Advances in Optoelectronics* 2008; 587091.
- [5] Qasymeh M. Terahertz generation in nonlinear plasmonic waveguides. *IEEE J Quant Electron* 2016; 52(4): 1-7.
- [6] De Regis M, Consolino L, Bartalini S, De Natale P. Wave-guided approach for difference frequency generation of broadly-tunable continuous-wave terahertz radiation. *Appl Sci* 2018; 8(12): 2374.
- [7] Courtial J, Dholakia K, Allen L, Padgett M. Second-harmonic generation and the conservation of orbital angular momentum with high-order Laguerre-Gaussian modes. *Phys Rev A* 1997; 56(5): 4193.
- [8] Shao G-H, Wu Z-J, Chen J-H, Xu F, Lu Y-Q. Nonlinear frequency conversion of fields with orbital angular momentum using quasi-phase-matching. *Phys Rev A* 2013; 88: 063827.
- [9] Ni R, Niu YF, Du L, Hu XP, Zhang Y, Zhu SN. Topological charge transfer in frequency doubling of fractional orbital angular momentum state. *Appl Phys Lett* 2016; 109: 151103.
- [10] Zhou Z-Y, Ding D-Sh, Jiang Y-K, Li Y, Shi Sh, Wang X-Sh, Shi B-S, Guo G-C. Orbital Angular Momentum Light Frequency Conversion And Interference With Quasi-Phase Matching Crystals. *Optics Express* 2014; 22(17): 20298-20310. DOI: 10.1364/OE.22.020298.
- [11] Li Y, Zhou Z-Y, Ding D-Sh, Shi B-S. Sum frequency generation with two orbital angular momentum carrying laser beams. *J Opt Soc Am B* 2015; 32(3): 407-411.
- [12] Fang X, Wei D, Yang G, Wei D, Ni R, Zhang Y, Hu HP, Zhu SN, Xiao M. Nonlinear optical conversion of the orbital angular momentum of light in a PPLT crystal. *Asia Communications and Photonics Conference 2016: ASI.4.*
- [13] Fang X, Yang H, Zhang Y, Xiao M. Optical parametric amplification of a Laguerre-Gaussian mode. *OSA Continuum* 2019; 2(2): 236-243.
- [14] Yariv A, Yeh P. *Optical waves in crystals*. New York: Wiley; 1984.
- [15] Boyd RW. *Nonlinear optics*. Academic Press as an imprint of Elsevier; 2008.
- [16] Soifer VA, ed. *Diffraction nanophotonics* [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2011. ISBN: 978-5-9221-1237-6.
- [17] Kotlyar VV, Kovalev AA. *Vortex laser beams* [In Russian]. Samara: "Novaya Tehnika" Publisher; 2012. ISBN: 978-5-88940-125-4.
- [18] Kotlyar VV, Kovalev AA, Skidanov RV, Soifer VA. Rotating elegant Bessel-Gaussian beams [In Russian]. *Computer Optics* 2014; 38(2): 162-170.
- [19] Vinogradova IL, Meshkov IK, Grakhova EP, Sultanov AKh, Bagmanov VKh, Voronkova AV, Gizatullin AR. Secured RoF segment in subterahertz range providing independent optical modulation of radiochannel frequency characteristics and phased antenna array beamsteering parameter [In Russian]. *Computer Optics* 2018; 42(5): 786-799. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-786-799.

### Author's information

**Valeriy Khusainovich Bagmanov** (b. 1950), Doctor of Technical Science, Professor, graduated from Physics faculty at the Moscow State University named after M.V. Lomonosov. Doctor of Technical Sciences, Professor of Telecommunication Systems department at Ufa State Aviation Technical University. He is a *SPIE* member. Research interests include modeling and processing of complex signals in telecommunication systems. E-mail: [tk@ugatu.ac.ru](mailto:tk@ugatu.ac.ru).

**Albert Khanovich Sultanov** (b. 1950), Doctor of Technical Science, Professor, graduated from Novosibirsk Electrotechnical Institute of Telecommunications in 1973 (presently – Siberia State University of Telecommunications and Informatics), majoring in «Multichannel Electrocommunication». Currently he is the Head of Telecommunication Systems department in Ufa State Aviation Technical University (USATU). Research interests include semiconductor and antenna techniques, optics, communication and image processing. E-mail: [tk@ugatu.ac.ru](mailto:tk@ugatu.ac.ru).

**Azat Rinatovich Gizatulin** (b. 1992), received master degree in 2016 in Infocommunication Technologies and Communications from Ufa State Aviation Technical University. He works as assistant at Telecommunication Systems department in USATU. His research interests include fiber optics, telecommunication systems. E-mail: [azat\\_poincare@mail.ru](mailto:azat_poincare@mail.ru).



**Ivan Konstantinovich Meshkov** (b. 1985), Candidate of Technical Science, Assistant Professor, received Eng. Deg. in 2007 in Radiocommunication, Radiobroadcasting and Television from Ufa State Aviation Technical University. He works as assistant professor at Telecommunication Systems department in USATU. His research interests include signal processing, satellite data processing, digital signal processing. E-mail: [mik.ivan@bk.ru](mailto:mik.ivan@bk.ru).

**Ilya Andreevich Kuk** (b. 1997), fifth-year student of Ufa State Aviation Technical University in the specialty «Infocommunication Technologies of the Special Communication System». His research interests include fiber optics, radio systems. E-mail: [ilyha13@gmail.com](mailto:ilyha13@gmail.com).

**Elizaveta Pavlovna Grakhova** (b. 1990), Candidate of Technical Science, received Eng. Deg. in 2012 in Radiocommunication, Radiobroadcasting and Television from Ufa State Aviation Technical University. Currently she works as assistant professor at Telecommunication Systems department in USATU. Her research interests include signal processing, ultra wideband transmission systems, antenna technology. E-mail: [eorlingsbest@mail.ru](mailto:eorlingsbest@mail.ru).

**Guzel Idrisovna Abdrakhmanova** (b. 1988), Candidate of Technical Science, received Eng. Deg. in 2010 in Multichannel Telecommunication Systems from Ufa State Aviation Technical University. Currently she works as assistant professor at Telecommunication Systems department in USATU. Her research interests include ultra wideband transmission systems, antenna technology. E-mail: [guzel.idrisovna@gmail.com](mailto:guzel.idrisovna@gmail.com).

**Irina Leonidovna Vinogradova** (b. 1970), Doctor of Technical Science, Assistant Professor, graduated from Ufa Aviation Institute in 1992 (presently – Ufa State Aviation Technical University), majoring in «Information and Measuring Equipment». She works as the lead researcher at Telecommunication Systems department in USATU. Her research interests are currently focused on fiber optics, telecommunications systems, mathematical signal processing, broadband transmission systems, antenna technology. E-mail: [vil-4@mail.ru](mailto:vil-4@mail.ru).

---

*Received July 25, 2019. The final version – November 01, 2019.*

---