

Плотность спинового углового момента в остром фокусе светового поля с фазовой и поляризационной сингулярностями

А.А. Ковалёв^{1,2}, В.В. Котляр^{1,2}, Д.С. Калинкина²

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Для светового поля, в центре которого имеются одновременно фазовая и поляризационная сингулярности, получены выражения для распределения плотности спинового углового момента в окрестности острого фокуса апланатической системы. Полученные выражения включают радиальную, азимутальную и продольную составляющие спинового углового момента. В качестве частных случаев рассмотрена фокусировка оптических вихрей с радиальной, азимутальной и седловой поляризацией. На примере узкого кольцевого пучка показано, что в фокальной плоскости имеются области, где отсутствует продольная составляющая спинового углового момента (как у фотонного колеса) или она на порядок меньше поперечной составляющей.

Ключевые слова: спиновый угловой момент, острая фокусировка, фазовая сингулярность, поляризационная сингулярность, фотонное колесо, продольная магнетизация.

Цитирование: Ковалёв, А.А. Плотность спинового углового момента в остром фокусе светового поля с фазовой и поляризационной сингулярностями / А.А. Ковалёв, В.В. Котляр, Д.С. Калинкина // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 6. – С. 1098-1102. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-6-1098-1102.

Введение

В параксиальных световых полях плотность спинового углового момента (СУМ) рассматривается как скалярная величина, так как поперечные компоненты вектора СУМ пренебрежимо малы. В условиях острой фокусировки поперечный СУМ может давать существенный вклад, что приводит к такому физическому эффекту, как фотонное колесо [1]. Если же СУМ имеет только продольную компоненту (хотя в пучке до фокусировки она была равна нулю), возникает эффект продольной магнетизации [2]. Наряду с волнами, распространяющимися в пространстве, поперечный СУМ исследовался в затухающих волнах [3], а также в диэлектрических и металлических волноводах [4]. В работе [5] СУМ измерялся экспериментально, а в [6, 7] изучалось воздействие спина светового поля на микрообъекты. В остром фокусе СУМ исследовался для Гауссовых пучков [8] и для оптических вихрей [9]. В [10] рассматривалась острая фокусировка оптических вихрей с поляризационной сингулярностью, однако исследовался только орбитальный угловой момент, но не спиновый. В данной работе получены аналитические выражения для компонент вектора плотности СУМ оптического вихря с поляризационной сингулярностью, включая радиальную, азимутальную и седловую поляризацию. На примере узкого кольцевого пучка показано наличие в фокальной плоскости областей с полностью продольным СУМ для азимутальной поляризации, полностью поперечным СУМ для седловой поляризации и приближённо поперечным для радиальной.

1. Общие выражения для плотности СУМ в остром фокусе светового поля с поляризационной и фазовой сингулярностью

В [11] получены формулы для декартовых компонент вектора электрической напряжённости светового поля в окрестности острого фокуса апланатической системы. Если в начальной плоскости имеется линейно поляризованный (вдоль оси x) оптический вихрь с комплексной амплитудой $A(\theta)\exp(in\phi)$, где n – топологический заряд вихря, $A(\theta)$ – функция радиальной аподизации фокусируемого излучения, то вблизи фокуса комплексная амплитуда в цилиндрических координатах (r, φ, z) равна [10, 12]:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= \frac{i^{n-1}}{2} e^{in\varphi} (2I_{0,n} + e^{2i\varphi} I_{2,n+2} + e^{-2i\varphi} I_{2,n-2}), \\ E_y(r, \varphi, z) &= \frac{i^n}{2} e^{in\varphi} (-e^{2i\varphi} I_{2,n+2} + e^{-2i\varphi} I_{2,n-2}), \\ E_z(r, \varphi, z) &= -i^n e^{in\varphi} (e^{i\varphi} I_{1,n+1} - e^{-i\varphi} I_{1,n-1}), \end{aligned} \quad (1)$$

где функции $I_{p,n}$ имеют вид ($p=0, 1, 2$):

$$\begin{aligned} I_{p,n} &= kf \int_0^\alpha \sin \theta \sqrt{\cos \theta} \sin^p(\theta/2) \cos^{2-p}(\theta/2) \times \\ &\times A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_n(\xi) d\theta, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\xi = kr \sin \theta$, α определяет апертуру фокусировки, а θ – угол с оптической осью, задающий положение точки на сходящемся сферическом волновом фронте.

Основываясь на (1) и (2), рассмотрим далее световое поле следующего вида:

$$\mathbf{E} = A(\theta) e^{in\varphi} \begin{pmatrix} a_{1x} e^{im\varphi} + a_{2x} e^{-im\varphi} \\ a_{1y} e^{im\varphi} + a_{2y} e^{-im\varphi} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где n и m – целые числа, a_{1x}, a_{1y}, a_{2x} и a_{2y} – комплексные числа. Выражение (3) описывает световые поля с фазовыми и поляризационными сингулярностями. При $m=0$ поле (3) является эллиптически поляризованным оптическим вихрем с топологическим зарядом n . При $m=1$, $a_{1x}=a_{2x}=1/2$, $a_{1y}=-i/2$ и $a_{2y}=i/2$ поле (3) имеет радиальную поляризацию (если при этом $m>1$, то поле является поляризационным вихрем [13]). При $m=1$, $a_{1x}=i/2$, $a_{2x}=-i/2$, $a_{1y}=a_{2y}=1/2$ поле (3) имеет азимутальную поляризацию. Если $m=1$, $a_{1x}=a_{2x}=1/2$, $a_{1y}=i/2$ и $a_{2y}=-i/2$, поле (3) имеет седловую поляризацию. В теории векторных полей такие сингулярности известны как источник/сток, циркуляция и седло [14] (рис. 1).

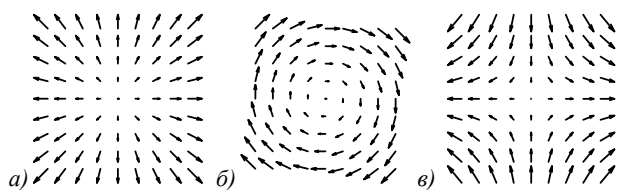


Рис. 1. Виды векторных сингулярностей: источник/сток (а), циркуляция (б), седло (в)

Плотность СУМ светового поля (с точностью до постоянного множителя) находится по формуле [3, 9]:

$$s = \frac{1}{4} \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}). \quad (4)$$

Подставив (3) в (4), получим составляющие плотности СУМ в цилиндрических координатах:

$$s_z = \text{Re} \left\{ \left[R_1 e^{-im\varphi} + (-1)^m R_2 e^{im\varphi} \right]^* \times \left[\mathfrak{D}_1 e^{-im\varphi} + (-1)^m \mathfrak{D}_2 e^{im\varphi} \right] \right\}, \quad (5)$$

$$s_r = -2 \text{Im} \left\{ \left[\mathfrak{D}_1 e^{-im\varphi} + (-1)^m e^{im\varphi} \mathfrak{D}_2 \right] \times \left[Z_1 e^{im\varphi} + (-1)^m e^{-im\varphi} Z_2 \right] \right\}, \quad (6)$$

$$s_\varphi = 2 \text{Re} \left\{ \left[R_1 e^{-im\varphi} + (-1)^m e^{im\varphi} R_2 \right] \times \left[Z_1 e^{im\varphi} + (-1)^m e^{-im\varphi} Z_2 \right] \right\}, \quad (7)$$

где

$$R_p(r, \varphi) = \gamma_{p+}^* e^{-i\varphi} \left(I_{0,n-(-1)^p m}^* + I_{2,n-(-1)^p m+2}^* \right) + \gamma_{p-}^* e^{i\varphi} \left(I_{0,n-(-1)^p m}^* + I_{2,n-(-1)^p m-2}^* \right), \quad (8)$$

$$\mathfrak{D}_p(r, \varphi) = \gamma_{p+}^* e^{-i\varphi} \left(I_{0,n-(-1)^p m}^* - I_{2,n-(-1)^p m+2}^* \right) - \gamma_{p-}^* e^{i\varphi} \left(I_{0,n-(-1)^p m}^* - I_{2,n-(-1)^p m-2}^* \right), \quad (9)$$

$$Z_p(r, \varphi) = \gamma_{p+} e^{i\varphi} I_{1,n-(-1)^p m+1} - \gamma_{p-} e^{-i\varphi} I_{1,n-(-1)^p m-1}, \quad (10)$$

где $p=1, 2$, $g_{p\pm} = (a_{px} \mp ia_{py})/2$.

Выражения (5)–(10) являются общими для полей вида (3). Далее рассмотрим частные случаи.

2. Плотность СУМ в остром фокусе оптического вихря с азимутальной поляризацией

В случае азимутальной поляризации $\gamma_{1+}=\gamma_{2-}=0$, $\gamma_{1-}=i/2$, $\gamma_{2+}=-i/2$. Поэтому

$$s_z = \frac{1}{4} \left(|I_{0,n-m}|^2 - |I_{0,n+m}|^2 + |I_{2,n+m-2}|^2 - |I_{2,n-m+2}|^2 \right) + \frac{(-1)^m}{2} \text{Re} \left\{ e^{-2i(m-1)\varphi} \left(I_{0,n+m}^* I_{2,n-m+2} - I_{2,n+m-2}^* I_{0,n-m} \right) \right\}. \quad (11)$$

При $m=1$ плотность СУМ не зависит от угла φ :

$$s_z = \frac{1}{4} \left(|I_{0,n-1} + I_{2,n-1}|^2 - |I_{0,n+1} + I_{2,n+1}|^2 \right). \quad (12)$$

Например, если фокусируется узкий кольцевой пучок ($A(\theta) = \delta(\theta - \theta_0)$), то

$$s_z = \left(\frac{kf}{2} \right)^2 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \times \left[J_{n-1}^2(kr \sin \theta_0) - J_{n+1}^2(kr \sin \theta_0) \right]. \quad (13)$$

Из (13) следует, что продольная составляющая СУМ меняет знак на кольцах с радиусами

$$r_p = \gamma_{n,p} / (k \sin \theta_0), \quad r'_p = \gamma'_{n,p} / (k \sin \theta_0), \quad (14)$$

где $\gamma_{n,p}$ и $\gamma'_{n,p}$ – соответственно p -й нуль функции Бесселя n -го порядка и её производной. Из неравенств для нулей функции Бесселя следует, что в центральной области ($r < r'_1$) фокальной плоскости и внутри колец $r_p < r < r'_p$ ($p=1, 2, \dots$) поляризация правая круговая, а в кольцах $r'_p < r < r_p$ она левая круговая.

Для поперечных компонент общие выражения громоздки, но из них для случая $m=1$ следует, что обе они равны нулю: $s_r = s_\varphi = 0$, то есть в случае азимутальной поляризации вектор плотности СУМ имеет только продольную составляющую. В таком фокусе можно реализовать 100% магнетизацию материала за счёт обратного эффекта Фарадея [2].

3. Плотность СУМ в остром фокусе оптического вихря с радиальной поляризацией

В случае радиальной поляризации $\gamma_{1+}=\gamma_{2-}=0$, $\gamma_{1-}=\gamma_{2+}=1/2$. Выражение для продольной составляющей СУМ отличается от выражения для азимутальной поляризации только знаком второго слагаемого:

$$s_z = \frac{1}{4} \left(|I_{0,n-m}|^2 - |I_{0,n+m}|^2 + |I_{2,n+m-2}|^2 - |I_{2,n-m+2}|^2 \right) - \frac{(-1)^m}{2} \text{Re} \left\{ e^{-2i(m-1)\varphi} \left(I_{0,n+m}^* I_{2,n-m+2} - I_{2,n+m-2}^* I_{0,n-m} \right) \right\}. \quad (15)$$

Для поперечных компонент СУМ общие выражения громоздки, но если принять за фокальную плоскость $z=0$ и если в начальной плоскости комплексная амплитуда $A(\theta)$ вещественна, то функции $I_{0,n}$, $I_{1,n}$, $I_{2,n}$ также вещественны и тогда при $m=1$ радиальная составляющая плотности СУМ равна нулю. При этом азимутальная составляющая имеет вид:

$$s_\varphi = (I_{0,n-1} - I_{0,n+1} + I_{2,n+1} - I_{2,n-1}) I_{1,n}. \quad (16)$$

Это выражение отличается от выражения для продольной составляющей. Однако если фокусируется радиально поляризованный узкий кольцевой пучок, то есть $A(\theta) = \delta(\theta - \theta_0)$, то

$$s_\phi = \frac{(kf)^2}{2} \sin^3 \theta_0 \cos^2 \theta_0 J_n(kr \sin \theta_0) \times [J_{n-1}(kr \sin \theta_0) - J_{n+1}(kr \sin \theta_0)] \quad (17)$$

Из (17) видно, что $s_\phi = 0$, когда аргумент функции Бесселя равен нулю функции Бесселя или её производной, то есть на тех же радиусах (14), на которых обращается в ноль и продольная компонента плотности СУМ.

4. Плотность СУМ в остром фокусе оптического вихря с седловой поляризацией

В случае седловой поляризации $\gamma_{1-} = \gamma_{2+} = 0$, $\gamma_{1+} = \gamma_{2-} = 1/2$. Продольная компонента плотности СУМ при этом равна:

$$s_z = \frac{1}{4} (|I_{0,n+m}|^2 - |I_{0,n-m}|^2 - |I_{2,n+m+2}|^2 + |I_{2,n-m-2}|^2) + \frac{(-1)^m}{2} \text{Re} \{ e^{-2i(m+1)\phi} (I_{0,n+m}^* I_{2,n-m-2} - I_{2,n+m+2}^* I_{0,n-m}) \} \quad (18)$$

Из (18) и аналогичных выражений для поперечных компонент следует, что в отличие от случая радиальной поляризации при $m = 1$ распределение плотности СУМ не обладает вращательной симметрией.

5. Численный расчёт плотности СУМ узкого кольцевого пучка с поляризационными сингулярностями в окрестности острого фокуса

На рис. 2 показаны распределения продольной составляющей плотности СУМ узкого кольцевого пучка в фокальной плоскости для радиальной и седловой поляризации, рассчитанные по формулам (4). При расчёте использовались следующие значения параметров: длина волны $\lambda = 532$ нм, фокусное расстояние $f = 100\lambda$, угол конических волн пучка $\theta_0 = 85^\circ$, топологический заряд оптического вихря $n = 3$.

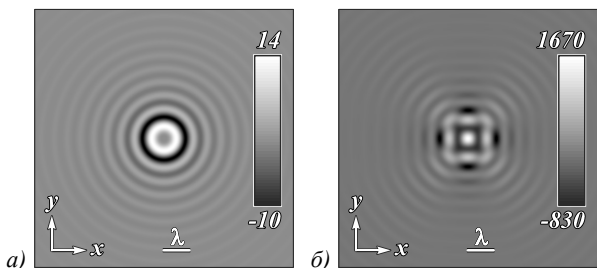


Рис. 2. Распределения продольной составляющей вектора плотности СУМ (в условных единицах) узкого кольцевого пучка в фокальной плоскости для радиальной (а) и седловой (б) поляризации (чёрный цвет – минимум, белый цвет – максимум)

На рис. 2 видно, что в случае радиальной поляризации продольная составляющая обладает вращательной симметрией, а в случае седловой – только симметрией относительно декартовых координат.

Однако в случае седловой поляризации, в отличие от радиальной, в фокальной плоскости есть точки, в которых продольная составляющая СУМ равна нулю, а поперечная отлична от нуля (фотонное колесо). Так, на рис. 3 показаны двумерные сечения распределений радиальной, азимутальной и продольной составляющих вектора плотности СУМ для радиальной и седловой поляризации, построенные вдоль оси x .

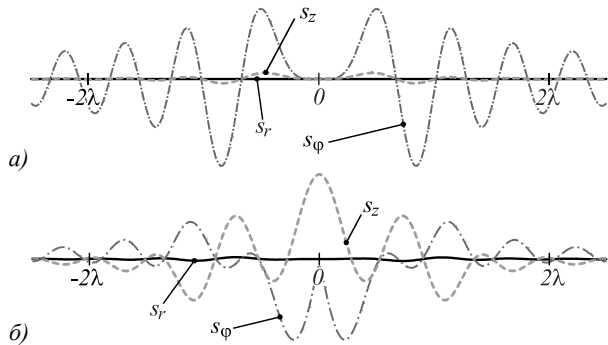


Рис. 3. Сечения распределений радиальной (кривые s_r), азимутальной (кривые s_ϕ) и продольной (кривые s_z) составляющих вектора плотности СУМ для радиальной (а) и седловой (б) поляризации

Из рис. 3а видно, что в случае радиальной поляризации действительно компоненты s_r и s_ϕ равны нулю при одних и тех же значениях радиальной координаты r . Однако фотонное колесо всё же формируется, но не точно, а приближённо, когда продольная компонента СУМ не равна нулю, но азимутальная компонента во много раз её превосходит. На рис. 3б видно, что при седловой поляризации в центре картины (в самом фокусе) вектор плотности СУМ ориентирован продольно, в то время как вокруг центра имеется кольцо, на котором продольная компонента СУМ равна нулю, а азимутальная компонента сравнима с продольной компонентой в центре. На этом кольце и формируется фотонное колесо.

Заключение

В данной работе получены выражения для радиальной, азимутальной и продольной компонент вектора плотности СУМ вблизи острого фокуса оптического вихря с поляризационной сингулярностью (с радиальной, азимутальной и седловой поляризацией). Для азимутальной поляризации установлено, что вектор СУМ ориентирован продольно (100 % магнетизация [2]). Для радиальной поляризации показано, что вектор СУМ может иметь ненулевую азимутальную составляющую, при этом другая поперечная составляющая, радиальная, равна нулю. Численное моделирование на примере узкого кольцевого пучка показало, что при радиальной поляризации в фокальной плоскости есть области, где азимутальная компонента СУМ на порядок превосходит продольную, но обе они обращаются в нуль одновременно. В случае седловой поляризации есть области, где продольная компонента строго равна нулю и вектор плотности СУМ ориентирован азимутально.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 17-19-01186) в частях «Численный расчёт плотности СУМ узкого кольцевого пучка с поляризационными сингулярностями в окрестности острого фокуса» и «Плотность СУМ в остром фокусе оптического вихря с радиальной поляризацией», Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-07-01129) в части «Общие выражения для плотности СУМ в остром фокусе светового поля с поляризационной и фазовой сингулярностью» и грант 18-07-01380 в части «Плотность СУМ в остром фокусе оптического вихря с азимутальной поляризацией», а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части «Плотность СУМ в остром фокусе оптического вихря с седловой поляризацией».

Литература

1. **Aiello, A.** From transverse angular momentum to photonic wheels / A. Aiello, P. Banzer, M. Neugebauer, G. Leuchs // *Nature Photonics*. – 2015. – Vol. 9. – P. 789-795. – DOI: 10.1038/nphoton.2015.203.
2. **Jiang, Y.** Generation of sub-diffraction-limited pure longitudinal magnetization by the inverse Faraday effect by tightly focusing an azimuthally polarized vortex beam / Y. Jiang, X. Li, M. Gu // *Optics Letters*. – 2013. – Vol. 38. – P. 2957-2960. – DOI: 10.1364/OL.38.002957.
3. **Bliokh, K.Y.** Extraordinary momentum and spin in evanescent waves / K.Y. Bliokh, A.Ya. Bekshaev, F. Nori // *Nature Communications*. – 2014. – Vol. 5. – P. 3300. – DOI: 10.1038/ncomms4300.
4. **Picardi, M.F.** Angular momenta, helicity, and other properties of dielectric-fiber and metallic-wire modes / M.F. Picardi, K.Y. Bliokh, F.J. Rodríguez-Fortuño, F. Alpeggiani, F. Nori // *Optica*. – 2018. – Vol. 5. – P. 1016-1026. – DOI: 10.1364/OPTICA.5.001016.
5. **Neugebauer, M.** Measuring the transverse spin density of light / M. Neugebauer, T. Bauer, A. Aiello, P. Banzer // *Physical Review Letters*. – 2015. – Vol. 114. – P. 063901. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.063901.
6. **Bekshaev, A.Ya.** Subwavelength particles in an inhomogeneous light field: optical forces associated with the spin and orbital energy flows / A.Ya. Bekshaev // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15, Issue 4. – P. 044004. – DOI: 10.1088/2040-8978/15/4/044004.
7. **Shi, P.** Structured spin angular momentum in highly focused cylindrical vector vortex beams for optical manipulation / P. Shi, L. Du, X. Yuan // *Optics Express*. – 2018. – Vol. 26. – P. 23449-23459. – DOI: 10.1364/OE.26.023449.
8. **Nieminen, T.A.** Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam / T.A. Nieminen, A.B. Stilgoe, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2008. – Vol. 10, Issue 11. – P. 115005. – DOI: 10.1088/1464-4258/10/11/115005.
9. **Cui, Z.** Dynamical characteristics of tightly focused vortex beams with different states of polarization / Z. Cui, J. Sun, N.M. Litchinitser, Y. Han // *Journal of Optics*. – 2019. – Vol. 21, Issue 1. – P. 015401. – DOI: 10.1088/2040-8986/aaed91.
10. **Котляр, В.В.** Острая фокусировка светового поля с поляризационной и фазовой сингулярностью произвольного порядка / В.В. Котляр, С.С. Стафеев, А.А. Ковалёв // *Компьютерная оптика* – 2019. – Т. 43, № 3. – С. 337-346. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-337-346.
11. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic systems / B. Richards, E. Wolf // *Proceedings of the Royal Society of London, Ser. A*. – 1959. – Vol. 253. – P. 358-379. – DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
12. **Chen, B.** Tight focusing of elliptically polarized vortex beams / B. Chen, J. Pu // *Applied Optics*. – 2009. – Vol. 48. – P. 1288-1294. – DOI: 10.1364/AO.48.001288.
13. **Fu, S.** Generating polarization vortices by using helical beams and a Twyman Green interferometer / S. Fu, C. Gao, Y. Shi, K. Dai, L. Zhong, S. Zhang // *Optics Letters*. – 2015. – Vol. 40. – P. 1775-1778. – DOI: 10.1364/OL.40.001775.
14. **Dennis, M.R.** Topological singularities in wave fields / M.R. Dennis. – PhD thesis. – Bristol: 2001.

Сведения об авторах

Сведения об авторах **Ковалёв Алексей Андреевич, Котляр Виктор Викторович** – см. стр. 923 этого номера.

Калинкина Дарья Сергеевна, 1988 года рождения, в 2011 году с отличием окончила Самарский государственный технический университет – СамГТУ, нефтетехнологический факультет. Аспирант кафедры технической кибернетики СГАУ. Работает в ОАО НИИ «Гипровостокнефть». Область научных интересов: дифференциальные уравнения, интегральное исчисление, математическая физика. В списке научных работ 6 статей. E-mail: dskalinkina@gmail.com.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 24 октября 2019 г. Окончательный вариант – 2 декабря 2019 г.

Spin angular momentum density in the tight focus of a light field with phase and polarization singularities

A.A. Kovalev^{1,2}, V.V. Kotlyar^{1,2}, D.S. Kalinkina²

¹ IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, 443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

² Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

For a light field with both phase and polarization singularities at its center, expressions are obtained that describe the distribution of the spin angular momentum (SAM) density in the sharp focal spot of an aplanatic system. These expressions include the radial, azimuthal, and longitudinal SAM components. As special cases, focusing of optical vortices with radial, azimuthal, and saddle polarizations is studied. Using a narrow annular as an example, it is shown that in some areas in the focal plane the longitudinal SAM component is zero (resulting in a photonic wheel), while in others it is an order of magnitude less than the transverse component.

Keywords: spin angular momentum, sharp focusing, phase singularity, polarization singularity, photonic wheel, longitudinal magnetization.

Citation: Kovalev AA, Kotlyar VV, Kalinkina DS. Spin angular momentum density in the tight focus of a light field with phase and polarization singularities. *Computer Optics* 2019; 43(6): 1098-1102. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-6-1098-1102.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (grant 17-19-01186) in the parts "Numerical calculation of the SAM density of a narrow ring beam with polarization singularities in the vicinity of an acute focus" and "SAM density in the sharp focus of an optical vortex with radial polarization", Russian Fundamental Fund studies (grant 18-07-01129) in the part "General expressions for the SAM density at the sharp focus of the light field with polarization and phase singularities", and (grant 18-07-01380) in the part "The SAM density at the sharp focus of the optical vortex with az polarization", as well as the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation in the framework of the work on the State assignment of the Federal Research Center for Crystallography and Photonics of the Russian Academy of Sciences (agreement No. 007-Г3/Ч3363/26) in the part "SAM density in the sharp focus of an optical vortex with a saddle polarization".

References

- [1] Aiello A, Banzer P, Neugebauer M, Leuchs G. From transverse angular momentum to photonic wheels. *Nat Photon* 2015; 9: 789-95. DOI: 10.1038/nphoton.2015.203.
- [2] Jiang Y, Li X, Gu M. Generation of sub-diffraction-limited pure longitudinal magnetization by the inverse Faraday effect by tightly focusing an azimuthally polarized vortex beam. *Opt Lett* 2013; 38: 2957-60. DOI: 10.1364/OL.38.002957.
- [3] Bliokh KY, Bekshaev AYa, Nori F. Extraordinary momentum and spin in evanescent waves. *Nat Commun* 2014; 5: 3300. DOI: 10.1038/ncomms4300.
- [4] Picardi MF, Bliokh KY, Rodríguez-Fortuño FJ, Alpegiani F, Nori F. Angular momenta, helicity, and other properties of dielectric-fiber and metallic-wire modes. *Optica* 2018; 5: 1016-26. DOI: 10.1364/OPTICA.5.001016.
- [5] Neugebauer M, Bauer T, Aiello A, Banzer P. Measuring the transverse spin density of light. *Phys Rev Lett* 2015; 114: 063901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.063901.
- [6] Bekshaev AYa. Subwavelength particles in an inhomogeneous light field: optical forces associated with the spin and orbital energy flows. *J Opt* 2013; 15(4): 044004. DOI: 10.1088/2040-8978/15/4/044004.
- [7] Shi P, Du L, Yuan X. Structured spin angular momentum in highly focused cylindrical vector vortex beams for optical manipulation. *Opt Express* 2018; 26: 23449-59. DOI: 10.1364/OE.26.023449.
- [8] Nieminen TA, Stilgoe AB, Heckenberg NR, Rubinsztein-Dunlop H. Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2008; 10(11): 115005. DOI: 10.1088/1464-4258/10/11/115005.
- [9] Cui Z, Sun J, Litchinitser NM, Han Y. Dynamical characteristics of tightly focused vortex beams with different states of polarization. *J Opt* 2019; 21(1): 015401. DOI: 10.1088/2040-8986/aaed91.
- [10] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Sharp focusing of a light field with polarization and phase singularities of an arbitrary order. *Computer Optics* 2019; 43(3): 337-46. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-337-346.
- [11] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic systems. *Proc R Soc London, Ser. A* 1959; 253: 358-79. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [12] Chen B, Pu J. Tight focusing of elliptically polarized vortex beams. *Appl Opt* 2009; 48: 1288-94. DOI: 10.1364/AO.48.001288.
- [13] Fu S, Gao C, Shi Y, Dai K, Zhong L, Zhang S. Generating polarization vortices by using helical beams and a Twyman Green interferometer. *Opt Lett* 2015; 40: 1775-8. DOI: 10.1364/OL.40.001775.
- [14] Dennis MR. *Topological Singularities in Wave Fields* / PhD thesis, Bristol, 2001.

Authors' information

The information about authors **Alexey Andreevich Kovalev** and **Victor Victorovich Kotlyar**, you can find on page 925 of this issue.

Darya Sergeevna Kalinkina (b. 1988), graduated (2011) from Samara State Technical University, Petroleum Engineering faculty. She is a postgraduate student of Technical Cybernetics department in Samara University. She is also working at JSC SRI "Giprovostokneft". Research interests are differential equations, integral calculus, mathematical physics. She is co-author of 6 scientific papers.

Received October 24, 2019. The final version – December 2, 2019.