

## Инверсия продольной составляющей спинового углового момента в фокусе оптического вихря с круговой поляризацией

А.Г. Налимов<sup>1,2</sup>, Е.С. Козлова<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д.34

### Аннотация

Теоретически и численно показано, что при острой фокусировке оптического вихря с круговой поляризацией происходит инверсия продольной составляющей вектора спинового углового момента. При этом если на входе в оптическую систему свет имел левую круговую поляризацию, то в фокусе вблизи оптической оси он будет иметь правую круговую поляризацию. Так как данный эффект происходит вблизи фокуса, где имеет место обратный поток энергии, то такую инверсию спинового углового момента можно использовать для обнаружения обратного потока энергии.

**Ключевые слова:** спиновый угловой момент, правая круговая поляризация, оптический вихрь, обратный поток интенсивности, момент силы со стороны света.

**Цитирование:** Налимов, А.Г. Инверсия продольной составляющей спинового углового момента в фокусе оптического вихря с круговой поляризацией / А.Г. Налимов, Е.С. Козлова // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 5. – С. 699-706. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-761.

**Citation:** Nalimov AG, Kozlova ES. Inversion of the longitudinal component of spin angular momentum in the focus of a left-handed circularly polarized beam. Computer Optics 2020; 44(5): 699-706. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-761.

### Введение

В ряде работ [1–6] сообщалось о появлении орбитального углового момента в сильном фокусе обычного циркулярно-поляризованного Гауссова пучка, который затем передавался микрочастице, помещенной в фокусное пятно. Это явление связано с преобразованием спинового углового момента (СУМ) в орбитальный угловой момент (ОУМ) и называется спин-орбитальной конверсией. Будучи лишенным орбитального углового момента, исходный пучок имеет только осевую проекцию вектора СУМ. Между тем в сильном фокусе наблюдается поперечный поток энергии, приводящий к ненулевой продольной проекции ОУМ. Спин-орбитальная конверсия в остром фокусе уже изучалась в работах [1–6], но не было аналитического описания СУМ и ОУМ в рамках формализма Ричардса–Вольфа [7]. Теория Ричардса–Вольфа (ТРВ) [7], которая описывает электромагнитное поле вблизи острого фокуса, была обобщена на случай плоской границы раздела вблизи фокуса в [8]. ТРВ была также обобщена для резкой фокусировки цилиндрических векторных пучков в [9]. В [10] были рассчитаны только продольные компоненты СУМ и ОУМ с использованием ТРВ в остром фокусе светового поля с топологическим зарядом и круговой поляризацией. В [11] с использованием ТРВ изучалось усиление спин-орбитального взаимодействия вблизи фокуса при наличии двух границ раздела, образующих слоистую среду. В [12] спиновый эффект Холла был рассмотрен для Гауссова пучка в остром фокусе

при наличии стратифицированной среды, как в [11]. Однако вышеприведенные статьи [8–12] не содержат аналитических выражений, полученных в рамках ТРВ для всех компонентов орбитального потока энергии и спинового потока, а анализ таких выражений позволяет определить обратный поток энергии в остром фокусе. В [13–17] вектор Пойнтинга (поток энергии) представлен в виде суммы орбитального потока энергии и потока спина. Поток спина не несет энергию, но является измеримой величиной [4, 18]. Наиболее эффективный подход к анализу световых полей вблизи острого фокуса дает ТРВ [7]. Она позволяет в замкнутом виде (то есть без использования рядов) описывать все компоненты электромагнитного поля вблизи фокуса для произвольного светового поля на входе в апланатическую оптическую систему. Чем больше фокусное расстояние по сравнению с длиной волны, тем точнее эта теория. В работах [8–12] ТРВ позволила получить ряд физических величин в остром фокусе, таких как плотность потока энергии и плотность спинового потока, орбитальный угловой момент и спиновый угловой момент. Известны и другие приближенные [19] и точные [20–23] методы для описания электромагнитного поля вблизи резкого фокуса. Хотя эти методы точные, решения для компонентов электрического и магнитного полей выражаются либо через бесконечные ряды [20], либо через конечное число громоздких членов со специальными функциями [21, 22, 23]. Теоретический анализ точных решений уравнений Максвелла в фокусе затруднен. Кроме того, существует очень ограниченное число извест-

ных точных решений уравнений Максвелла, в то время как ТРВ позволяет получать относительно простые замкнутые выражения вблизи острого фокуса для широкого класса начальных световых полей, таких как Гауссовы и Бесселево-гауссовы пучки, световые поля с целочисленным топологическим зарядом, световые поля с однородной (линейной, круговой, эллиптической) и неоднородной (азимутальной, радиальной) поляризацией. Поэтому мы используем эту теорию в данной работе. Имея только осевую проекцию СУМ, плоская волна с круговой поляризацией способна приводить во вращение поглощающую сферическую микрочастицу [24] и генерировать магнитное поле в немагнитных дисперсионных средах (эффект намагничивания) [25]. В [26] была продемонстрирована левитация сферических кварцевых частиц с низкими потерями в вакууме. Исследовано также вращение диэлектрических микрочастиц по круговому пути в сфокусированных лазерных пучках [11, 27]. В [12] наблюдалось вращение поглощающей асимметричной микрочастицы вокруг её центра масс, но частица располагалась в боковом лепестке дифракционной картины. Благодаря СУМ, световое поле может вращать любую поглощающую частицу и двулучепреломляющую частицу, в том числе сферическую [24]. Вращение слабо поглощающей сферы вокруг своей оси в фокусе Гауссовского пучка с круговой поляризацией впервые было теоретически показано в [28]. Разложение вектора Пойнтинга на орбитальную и спиновую составляющие позволяет дать интерпретацию эффекту обратного потока энергии в сильном фокусе лазерного света [29, 30]. Например, в [31] обратный поток энергии (отрицательное значение осевой проекции вектора Пойнтинга) связывают исключительно с фазовой (вихревой) особенностью светового поля. Но это не совсем так, поскольку было показано, что обратный осевой поток энергии происходит в фокусе невихревого светового пучка [30]. Используя разложение вектора Пойнтинга на две составляющие, соответствующие орбитальному потоку энергии и потоку спина, мы предлагаем интерпретацию обратного потока энергии, который был известен в оптике довольно давно (с 1919 г. [32, 7]). Обратный поток энергии является довольно универсальным оптическим явлением, которое происходит не только в остром фокусе, но и в некоторых лазерных пучках, таких как, например, векторные Х-волны [33], непараксиальные пучки Эйри [34] и дробные вихревые пучки Бесселя [35]. Обратный поток энергии имеет место в областях оптического поля, где осевая проекция спинового потока отрицательна и больше по величине, чем всегда положительная осевая проекция потока орбитальной энергии. Разложение вектора Пойнтинга на две составляющие [13–17] приводит к тому, что угловой момент также разлагается на два слагаемых: СУМ и ОУМ [36]. В [37] (уравнение (4) в [37]) было показано, что, когда плоская волна с левой

или правой круговой поляризацией дифрагирует на диэлектрической микросфере, азимутальная проекция СУМ и продольная компонента вектора Пойнтинга в рассеянном свете не зависят от спиральности. Однако поведение орбитального потока энергии и спинового потока в этой работе не обсуждается, хотя именно их соотношение определяет наличие обратного потока энергии. Как было показано в [17] для затухающих волн, поперечные компоненты СУМ не зависят от круговой поляризации, в то время как продольная компонента СУМ и поперечная компонента спинового потока зависят от спиральности (уравнения (8), (9) в [17]). Однако сравнение продольных компонент орбитального потока энергии и спинового потока (уравнения (8), (9) в [17]) показывает, что в этом случае нет обратного потока энергии.

В этой работе мы рассмотрим еще одно интересное оптическое явление, которое ранее не было замечено. А именно инверсию продольной компоненты вектора СУМ в остром фокусе в присутствии обратного потока на оптической оси. Ранее было показано, что в остром фокусе оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией на оптической оси формируется обратный поток энергии [29, 30]. Мы найдем проекции вектора СУМ в фокусе с обратным потоком и покажем, что продольная проекция СУМ положительная, то есть поляризация света в фокусе правая круговая, хотя исходный пучок имеет левую круговую поляризацию.

### *Спиновый угловой момент в фокусе Гауссова пучка с круговой поляризацией*

Рассмотрим для сравнения фокусировку обычного Гауссова пучка с круговой поляризацией. С помощью формализма Ричардса–Вольфа [7] можно найти проекции вектора напряженности электрического поля в остром фокусе апланатической системы. Например, для начального светового поля с круговой поляризацией

$$\mathbf{E} = \frac{A(\theta)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i\sigma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{A(\theta)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i\sigma \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\sigma=1$  – правая круговая поляризация,  $\sigma=-1$  – левая круговая поляризация,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  – вектора напряженности электрического и магнитного поля, в плоскости фокуса проекции вектора напряженности электрического поля будут иметь вид [6] для правой круговой поляризации:

$$\begin{aligned} E_{xR} &= \frac{-i}{\sqrt{2}} (I_{0,0} + e^{2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{yR} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (I_{0,0} - e^{2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{zR} &= -\sqrt{2} e^{i\varphi} I_{1,1} \end{aligned} \quad (2)$$

и для левой круговой поляризации:

$$\begin{aligned} E_{xL} &= \frac{-i}{\sqrt{2}}(I_{0,0} + e^{-2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{yL} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-I_{0,0} + e^{-2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{zL} &= -\sqrt{2}e^{-i\varphi} I_{1,1}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$I_{\nu,\mu} = \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right)^{\nu} \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3-\nu}\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\mu}(x) d\theta, \quad (4)$$

где  $\lambda$  – длина волны света,  $f$  – фокусное расстояние апланатической системы,  $x = kr \sin \theta$ ,  $J_{\mu}(x)$  – функция Бесселя первого рода и  $NA = \sin \theta_0$  – числовая апертура. Начальная функция амплитуды  $A(\theta)$  (предположим, что это действительная функция) может быть константой (плоская волна) или в виде Гауссова пучка

$$A(\theta) = \exp\left(\frac{-\gamma^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right). \quad (5)$$

Найдем проекции вектора СУМ:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{Im}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}], \quad (6)$$

где  $\text{Im}$  – мнимая часть числа,  $\mathbf{E}^*$  – комплексное сопряжение вектора напряженности поля. Для правой круговой поляризации подставим (2) в (6) и получим в плоскости фокуса ( $z=0$ ) (интегралы (4) – действительные функции):

$$\begin{aligned} S_{xR} &= -(I_{0,0} + I_{2,2}) I_{1,1} \sin \varphi, \\ S_{yR} &= (I_{0,0} + I_{2,2}) I_{1,1} \cos \varphi, \\ S_{zR} &= \frac{1}{2}(I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2), \end{aligned} \quad (7)$$

и для левой круговой поляризации

$$\begin{aligned} S_{xL} &= -(I_{0,0} + I_{2,2}) I_{2,2} \sin \varphi, \\ S_{yL} &= (I_{0,0} + I_{2,2}) I_{1,1} \cos \varphi, \\ S_{zL} &= -\frac{1}{2}(I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2). \end{aligned} \quad (8)$$

Из сравнения (7) и (8) видно, что при смене направления вращения круговой поляризации в фокусе и направление вращения, и величина поперечной составляющей СУМ не меняются. А вот продольная составляющая СУМ меняет только знак. Для нас сейчас важно именно то, что при фокусировке света с левой круговой поляризацией в фокусе свет не меняет направление вращения вектора поляризации. Для левой поляризации вектор вращается по часовой стрелке, и поэтому продольная проекция СУМ отрицательная (8). А для правой круговой поляризации вектор поляризации вращается против часовой стрелки,

и поэтому продольная проекция СУМ положительная (9). Левая круговая поляризация на входе так и осталась левой круговой поляризацией вблизи фокуса, также и правая круговая поляризация на входе остаётся правой круговой поляризацией в области фокуса. Также из (7) и (8) следует, что на оптической оси ( $r=0$ ) продольные проекции СУМ максимальны по модулю. Если на оптическую ось в фокусе поместить сферическую частицу с небольшим поглощением, то СУМ будет вращать эту частицу вокруг оптической оси и вокруг своего центра масс [28]. Для света с левой круговой поляризацией (8) частица будет вращаться по часовой стрелке, а для света с правой круговой поляризацией (7) – против часовой стрелки.

Далее мы покажем, что в случае фокусировки оптического вихря с круговой поляризацией в фокусе продольная проекция СУМ меняет свой знак по отношению к начальному СУМ пучка.

### *Спиновой угловой момент в фокусе оптического вихря с топологическим зарядом 2 и круговой поляризацией*

Если на вход апланатической системы подать, вместо поля (1), поле вида

$$\mathbf{E} = \frac{A(\theta) e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i\sigma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{A(\theta) e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i\sigma \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где  $m$  – целое число, топологический заряд оптического вихря, то с помощью формализма Ричардса–Вольфа в плоскости острого фокуса можно получить проекции вектора напряженности электрического поля для правой круговой поляризации

$$\begin{aligned} E_{xR} &= \frac{i}{\sqrt{2}}(e^{4i\varphi} I_{2,4} + e^{2i\varphi} I_{0,2}), \\ E_{yR} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{4i\varphi} I_{2,4} - e^{2i\varphi} I_{0,2}), \\ E_{zR} &= \sqrt{2}e^{3i\varphi} I_{1,3}, \end{aligned} \quad (10)$$

и для левой круговой поляризации

$$\begin{aligned} E_{xL} &= \frac{i}{\sqrt{2}}(I_{2,0} + e^{2i\varphi} I_{0,2}), \\ E_{yL} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-I_{2,0} + e^{2i\varphi} I_{0,2}), \\ E_{zL} &= -\sqrt{2}e^{i\varphi} I_{1,1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Мы выбрали топологический заряд оптического вихря  $m=2$ , так как только при этом значении топологического заряда вблизи фокуса на оптической оси у вихревого пучка будет иметь место обратный поток энергии для левой круговой поляризации [28]. Действительно, проекции вектора Пойнтинга (потока энергии)  $\mathbf{P} = \text{Re}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}] / 2$  имеют следующий вид в фокусе оптического вихря ( $m=2$ ) с правой круговой поляризацией

$$\begin{aligned} P_{xR} &= -I_{1,3} (I_{0,2} + I_{2,4}) \sin \varphi, \\ P_{yR} &= I_{1,3} (I_{0,2} + I_{2,4}) \cos \varphi, \\ P_{zR} &= \frac{1}{2} (I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2), \end{aligned} \quad (12)$$

и для оптического вихря ( $m=2$ ) с левой круговой поляризации

$$\begin{aligned} P_{xL} &= -I_{1,1} (I_{0,2} + I_{2,0}) \sin \varphi, \\ P_{yL} &= I_{1,1} (I_{0,2} + I_{2,0}) \cos \varphi, \\ P_{zL} &= \frac{1}{2} (I_{0,2}^2 - I_{2,0}^2). \end{aligned} \quad (13)$$

Из (12) следует, что в фокусе поперечный поток энергии для оптического вихря с правой круговой поляризацией вращается против часовой стрелки, а продольная проекция вектора Пойнтинга на оптической оси равна нулю и вблизи оси положительна. Для оптического вихря с левой круговой поляризацией в фокусе из (13) следует, что поперечный поток энергии также вращается против часовой стрелки (как и для правой круговой поляризации), а на оптической оси продольная проекция вектора Пойнтинга максимальна по модулю и отрицательна ( $P_{zL}(z=r=0) = -I_{2,0}^2/2$ ). Если в плоскости фокуса расположить диэлектрическую частицу (с поглощением или без), то она будет вращаться по окружности против часовой стрелки. И направление её вращения не изменится, если изменить направление вращения поляризации в падающем пучке [38].

Далее рассчитаем проекции СУМ для случая фокусировки оптических вихрей с топологическим зарядом  $m=2$  и правой круговой поляризацией:

$$\begin{aligned} S_{xR} &= -I_{1,3} (I_{0,2} + I_{2,4}) \sin \varphi, \\ S_{yR} &= I_{1,3} (I_{0,2} + I_{2,4}) \cos \varphi, \\ S_{zR} &= \frac{1}{2} (I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2), \end{aligned} \quad (14)$$

и левой круговой поляризации:

$$\begin{aligned} S_{xL} &= I_{1,1} (I_{2,0} + I_{0,2}) \sin \varphi, \\ S_{yL} &= -I_{1,1} (I_{2,0} + I_{0,2}) \cos \varphi, \\ S_{zL} &= \frac{1}{2} (I_{2,0}^2 - I_{0,2}^2). \end{aligned} \quad (15)$$

Из (14) следует, что для правой круговой поляризации поперечная составляющая вектора СУМ вращается вокруг оптической оси против часовой стрелки, а продольная проекция СУМ в фокусе на оптической оси равна нулю и вблизи оптической оси положительна. А для левой круговой поляризации из (15) следует, что поперечная составляющая СУМ вращается по часовой стрелке, а продольная проекция СУМ в фокусе на оптической оси положительна ( $S_{zL}(z=r=0) = I_{2,0}^2/2$ ).

Таким образом, имеет место оптический эффект инверсии продольной составляющей СУМ, который не был замечен ранее. Суть эффекта в том, что исходное световое поле (9) с левой круговой поляризацией имело продольную проекцию СУМ на оптической оси отрицательную, а в фокусе вблизи оптической оси произошла инверсия и продольная проекция СУМ на оптической оси положительная. То есть если исходный вектор поляризации светового поля (9) с левой круговой поляризацией вращался по часовой стрелке, то в фокусе вблизи оптической оси вектор поляризации вращается против часовой стрелки, как в случае правой круговой поляризации. Этот эффект инверсии спинового углового момента в фокусе происходит в присутствии обратного потока энергии и может служить для его обнаружения. Действительно, из сравнения продольных проекций вектора Пойнтинга (13) и вектора СУМ (15) видно, что они равны, но противоположны по знаку:

$$P_{zL} = -S_{zL} = -\frac{1}{2} (I_{2,0}^2 - I_{0,2}^2). \quad (16)$$

То есть вблизи оптической оси в области фокуса именно в том месте, где имеется обратный поток энергии, происходит инверсия СУМ. Сферическая частица с поглощением, помещенная в фокус с центром на оптической оси в область обратного потока, должна вращаться вокруг оптической оси под действием спинового орбитального момента против часовой стрелки, хотя свет, освещающий эту частицу, имеет левую круговую поляризацию.

### Моделирование

Для проверки теоретических предсказаний было проведено строгое численное моделирование. Моделирование проводилось с помощью разностного решения уравнений Максвелла FDTD – методом, реализованным в пакете RSoft FullWAVE, при следующих параметрах: длина волны  $\lambda=0,633$  мкм, апертура падающей волны  $D=8$  мкм. Падающее поле представляло собой плоскую волну единичной амплитудой с правой и левой круговой поляризациями и фазовым вихрем, умноженную на сферическую волну, сходящуюся на расстоянии  $f=1,31$  мкм (числовая апертура  $NA=0,95$ ):

$$\begin{aligned} E_x &= \exp(i(kf - m\varphi - \omega t)), \\ E_y &= \exp\left(i\left(kf - m\varphi - \omega t - \frac{\pi}{2}\right)\right) \end{aligned} \quad (17)$$

в случае левой круговой поляризации,

$$\begin{aligned} E_x &= \exp(i(kf - m\varphi - \omega t)), \\ E_y &= \exp\left(i\left(kf - m\varphi - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right) \end{aligned} \quad (18)$$

в случае правой круговой поляризации. Здесь  $m=2$  топологический заряд оптического вихря,  $k=2\pi/\lambda$ ,

$\omega$  – циклическая частота. Использовалась правая тройка векторов.

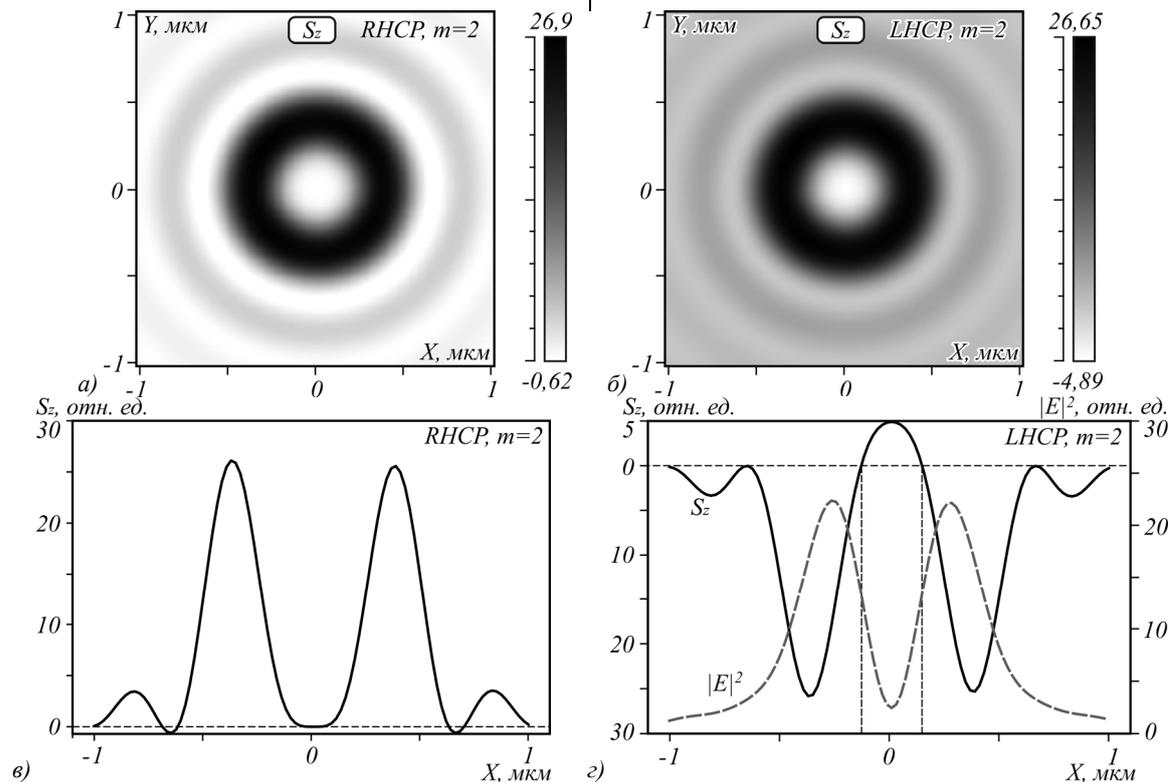


Рис. 1. Проекция на оптическую ось СУМ для падающего поля с правой (а) и левой (б) круговой поляризациями и с фазовым вихрем порядка  $m=2$ , а также их сечения соответственно (в, з) вдоль оси  $X$ . На график (з) наложена интенсивность  $|E|^2$  пучка

На рис. 1 показаны распределения в фокусе продольных проекций вектора СУМ и их радиальных сечений для начального оптического вихря с правой (а, в) и левой (б, г) круговой поляризации. Из рис. 1 видно, что при падающем поле с левой круговой поляризацией и фазовым вихрем  $m=2$  в центре образуется область с положительным значением вектора СУМ диаметром примерно 0,3 мкм. Положительная осевая проекция СУМ означает, что в этой малой области вблизи оптической оси в фокусе имеет место правая круговая поляризация. А это значит, что если туда поместить сферическую частицу с небольшой мнимой частью показателя преломления (с поглощением), то она будет вращаться вокруг оптической оси относительно своего центра против часовой стрелки. Хотя начальное световое поле имеет левую круговую поляризацию. Из рис. 1б, з видно, что при  $r > 0,3$  мкм продольная проекция СУМ отрицательная, то есть вектор поляризации вращается по часовой стрелке, как у световой волны с левой круговой поляризацией. Если в эту область ( $r > 0,3$  мкм) плоскости фокуса поместить ту же частицу, то она будет вращаться по часовой стрелке.

На рис. 1в видно, что на некоторых радиусах продольная проекция СУМ меняет знак. То есть на этих радиусах также происходит инверсия поляризации. Именно на этих радиусах возникает обратный поток

энергии (в данном случае тороидальный поток энергии). Действительно, из (12) и (14) следует, что  $P_{zR} = S_{zR} = (I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2) / 2$ . То есть продольная проекция вектора Пойнтинга и вектора СУМ меняют знак на одних и тех же радиусах в фокальной плоскости, когда  $I_{0,2} = I_{2,4}$ .

Далее был проведен расчет момента силы, действующей на шар диаметром 250 нм, центр которого расположен в плоскости фокуса. Сначала решалась задача дифракции света с начальной амплитудой (18) на диэлектрическом шаре и рассчитывались все проекции электромагнитного поля вблизи шара. Расчет светового поля осуществлялся методом FDTD. Момент силы рассчитывался с помощью тензора напряжений Максвелла:

$$\mathbf{M} = \oint_S [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})] dS, \tag{19}$$

где  $\mathbf{n}$  – нормаль к поверхности  $S$ , охватывающей частицу (шар),  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор из точки в центре шара, относительно которой рассчитывается момент, к поверхности  $S$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$  – тензор напряжений Максвелла, компоненты которого в системе СГС имеют вид:

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2}{2} \delta_{ik} - E_i E_k - H_i H_k \right), \tag{20}$$

где  $E_i, H_i$  – компоненты электрического и магнитного полей,  $\delta_{ik}$  – символ Кронекера.

Мощность падающего пучка была принята 100 мВт. Сетка отсчетов в FDTD-методе была  $\lambda/80$  в области, где расположена частица (в границах  $-1,5 < X < 1,5$ ;  $-0,65 < Y < 0,65$ ,  $0,3 < Z < 2$ ), во всей остальной области она была равна  $\lambda/30$ . Момент сил для шара с показателем преломления  $n = 1,5 + 0,01i$  и с центром в плоскости фокуса на оптической оси получился равным  $M_z = 3,23 \cdot 10^{-21}$  Нм. Для частицы с большим поглощением  $n = 1,5 + 0,3i$  момент сил увеличился и стал равным  $M_z = 7,9 \cdot 10^{-20}$  Нм. На рис. 2 приведен график зависимости продольной проекции момента силы  $M_z$  от смещения центра шара в плоскости фокуса вдоль оси  $X$  в диапазоне от 0 до 1 мкм с шагом 50 нм. Из рис. 2 видно, что момент  $M_z$  вблизи оптической оси положительный и вращает шар против часовой стрелки.

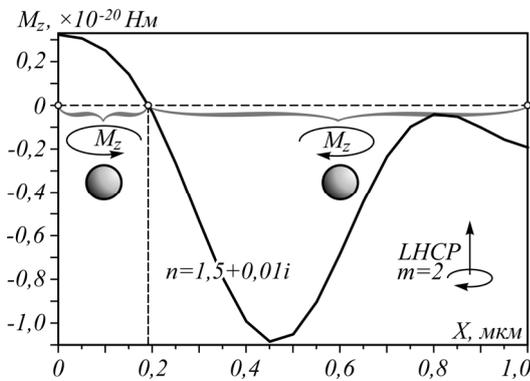


Рис. 2. Зависимость момента  $M_z$  от смещения шара в плоскости фокуса вдоль оси  $X$

Это anomalous вращение происходит в области обратного потока энергии. При смещении центра шара с оптической оси в плоскости фокуса момент меняет знак при  $X = 0,19$  мкм и становится отрицательным. В этой области, где продольная проекция момента сил отрицательна, шар вращается нормальным образом по часовой стрелке, то есть так же, как вращается вектор поляризации света с левой круговой поляризацией.

### Заключение

С помощью теории Ричардса–Вольфа получены аналитические выражения для проекций спинового углового момента и вектора Пойнтинга в фокусе Гауссова пучка с круговой (левой и правой) поляризацией, а также для оптического вихря с топологическим зарядом 2 и круговой (левой и правой) поляризацией. Показано, что СУМ для Гауссова пучка с левой круговой поляризацией имеет в фокусе на оптической оси отрицательную продольную компоненту СУМ, а для правой круговой поляризации – положительную. И наоборот, при фокусировке оптического вихря ( $m=2$ ) с левой круговой поляризацией в фокусе на оптической оси продольная компонента СУМ положительная, а для правой круговой поляризации – отрицательная.

Такое anomalous поведение продольной компоненты СУМ объясняется тем, что при фокусировке оптического вихря ( $m=2$ ) с левой круговой поляризацией в фокусе на оптической оси формируется обратный поток энергии (отрицательная проекция вектора Пойнтинга). Показано также, что при фокусировке оптического вихря ( $m=2$ ) с правой круговой поляризацией на некоторых радиусах в плоскости фокуса, где возникает тороидальный поток энергии, также происходит инверсия СУМ (продольная компонента СУМ меняет знак). На этих радиусах у поля имеет место левая круговая поляризация, хотя фокусировалось световое поле с правой круговой поляризацией. Численно с помощью строгого расчета поля в области фокуса с помощью FDTD-метода показано, что продольная компонента СУМ ведет себя в плоскости фокуса, как предсказывает теория. Также строго (без дипольного приближения) с помощью тензора напряженности Максвелла рассчитан момент сил, действующий на наночастицу с комплексным показателем преломления, центр которой помещен в плоскость фокуса. На шар действует момент сил, осевая проекция которого положительна вблизи оптической оси. То есть шар будет вращаться против часовой стрелки, хотя освещающее световое поле имеет левую круговую поляризацию и вектор поляризации вращается по часовой стрелке. Найденное anomalous поведение вектора СУМ в фокусе в области, где имеет место обратный поток энергии, служит физическим доказательством существования обратного потока энергии в фокусе и средством его обнаружения.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-29-20003 в части «Спиновой угловой момент в фокусе оптического вихря с топологическим зарядом 2 и круговой поляризацией»), Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в частях «Спиновой угловой момент в фокусе Гауссова пучка с круговой поляризацией» и «Моделирование», а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в частях «Введение» и «Заключение».

### Литература

1. **Schwartz, C.** Conversation of angular momentum of light in single scattering / C. Schwartz, A. Dogariu // *Optics Express*. – 2006. – Vol. 14. – P. 8425-8433.
2. **Nieminen, T.A.** Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam / T.A. Nieminen, A.B. Stilgoe, N.R. Heckenberg, N. Rubinsztein-Dunlop // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2008. – Vol. 10. – 115005.
3. **Haefner, D.** Spin Hall effect of light in spherical geometry / D. Haefner, S. Sukhov, A. Dogariu // *Physical Review Letters*. – 2009. – Vol. 102. – 123903.
4. **Rodriguez-Herrera, O.S.** Optical nanoprobnging via spin-orbit interaction of light / O.S. Rodriguez-Herrera, D. Lara,

- K.Y. Bliokh, E.A. Ostrovskaya, C. Dainty // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 104. – 253601.
5. **Bekshaev, A.** Internal flows and energy circulation in light beams / A. Bekshaev, K.Y. Bliokh, M. Soskin // *Journal of Optics*. – 2011. – Vol. 13. – 053001.
  6. **Koltyar, V.V.** Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus / V.V. Koltyar, A.G. Nalimov, S.S. Stafeev // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2019. – Vol. 36, Issue 10. – P. 2850-2855. – DOI: 10.1364/JOSAB.36.002850.
  7. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // *Proceedings of the Royal Society A*. – 1959. – Vol. 253. – P. 358-379.
  8. **Torok, P.** Electromagnetic diffraction of light focused through a planar interface between materials of mismatched refractive indices: structure of the electromagnetic field. I. / P. Torok, P. Varga, G.R. Booker // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1995. – Vol. 12. – P. 2136-2144.
  9. **Bomzon, Z.** Space-variant geometrical phases in focused cylindrical light beams / Z. Bomzon, M. Gu // *Optics Letters*. – 2007. – Vol. 32. – P. 3017-3019.
  10. **Bliokh, K.Y.** Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems / K.Y. Bliokh, E.A. Ostrovskaya, M.A. Alonso, O.G. Rodriguez-Herrera, D. Lara, C. Dainty // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19. – P. 26132-26149.
  11. **Roy, B.** Controlled transportation of mesoscopic particles by enhanced spin-orbit interaction of light in an optical trap / B. Roy, N. Ghosh, S.D. Gupta, P.K. Panigrahi, S. Roy, A. Banerjee // *Physical Review A*. – 2013. – Vol. 87. – 043823.
  12. **Roy, B.** Manifestations of geometric phase and enhanced spin Hall shifts in an optical trap / B. Roy, N. Ghosh, A. Banerjee, S.D. Gupta, S. Roy // *New Journal of Physics*. – 2014. – Vol. 16. – 083037.
  13. **Bekshaev, A.Y.** Transverse energy flows in vectorial fields of paraxial beams with singularities / A.Y. Bekshaev, M. Soskin // *Optics Communication*. – 2007. – Vol. 271. – P. 332-348.
  14. **Berry, M.V.** Optical currents / M.V. Berry // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2009. – Vol. 11. – 094001.
  15. **Bekshaev, A.Y.** Subwavelength particles in an inhomogeneous light field: optical forces associated with the spin and orbital energy flows / A.Y. Bekshaev // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15. – 044004.
  16. **Bliokh, K.Y.** Angular momenta and spin-orbit interaction of nonparaxial light in free space / K.Y. Bliokh, M.A. Alonso, E.A. Ostrovskaya, A. Aiello // *Physical Review A*. – 2010. – Vol. 82. – 063825.
  17. **Bliokh, K.Y.** Extraordinary momentum and spin in evanescent waves / K.Y. Bliokh, A.Y. Bekshaev, F. Nori // *Nature Communications*. – 2014. – Vol. 5. – 3300.
  18. **Eismann, J.S.** Spin-orbital coupling affecting the evolution of transverse spin / J.S. Eismann, P. Banzer, M. Neugebauer // *Physical Review Research*. – 2019. – Vol. 1. – 033143.
  19. **Bareil, P.B.** Modeling highly focused laser beam in optical tweezers with the vector Gaussian beam in the T-matrix method / P.B. Bareil, Y. Sheng // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2013. – Vol. 30. – P. 1-6.
  20. **Mitri, F.G.** Counterpropagating nondiffracting vortex beams with linear and angular momenta / F.G. Mitri // *Physical Review A*. – 2013. – Vol. 88. – 035804.
  21. **Mitri, F.G.** Quasi-Gaussian electromagnetic beams / F.G. Mitri // *Physical Review A*. – 2013. – Vol. 87. – 035804.
  22. **Mitri, F.G.** Vector spherical quasi-Gaussian vortex beams / F.G. Mitri // *Physical Review E*. – 2014. – Vol. 89. – 023205.
  23. **Volyar, A.V.** Structure of a nonparaxial Gaussian beam near the focus. III. Stability, eigenmodes and vortices / A.V. Volyar, V.G. Shvedov, T.A. Fadeeva // *Optics and Spectroscopy*. – 2001. – Vol. 91. – P. 235-245.
  24. **Marston, P.L.** Radiation torque on a sphere caused by a circularly-polarized electromagnetic wave / P.L. Marston, J.H. Crichton // *Physical Review A*. – 1984. – Vol. 30. – P. 2508-2516.
  25. **Hertel, R.** Theory of the inverse Faraday effect in metals / R. Hertel // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2006. – Vol. 303. – P. L1-L4.
  26. **Ashkin, A.** Optical levitation in high vacuum / A. Ashkin, J.M. Dziedzic // *Applied Physics Letters*. – 1976. – Vol. 28. – P. 333-335.
  27. **Meng, P.** Angular momentum properties of hybrid cylindrical vector vortex beams in tightly focused optical systems / P. Meng, Z. Man, A.P. Konijnenberg, H.P. Urbach // *Optics Express*. – 2019. – Vol. 27. – P. 35336-35348.
  28. **Chang, S.** Optical torque exerted on a homogeneous sphere levitated in the circularly polarized fundamental-mode laser beam / S. Chang, S.S. Lee // *Journal of the Optical Society of America B*. – 1985. – Vol. 2. – P. 1853-1860.
  29. **Kotlyar, V.V.** Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.G. Nalimov // *Optics Letters*. – 2018. – Vol. 43, Issue 12. – P. 2921-2924. – DOI: 10.1364/OL.43.002921.
  30. **Kotlyar, V.V.** Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.G. Nalimov // *Physical Review A*. – 2019. – Vol. 99, Issue 3. – P. 033840. – DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.
  31. **Bliokh, K.Y.** Photon trajectories, anomalous velocities and weak measurements: a classical interpretation / K.Y. Bliokh, A.Y. Bekshaev, A.G. Kofman, F. Nori // *New Journal of Physics*. – 2013. – Vol. 15. – 073022.
  32. **Ignatovsky, V.S.** Diffraction by a lens having arbitrary opening / V.S. Ignatovsky // *Transactions of the Optical Institute in Petrograd*. – 1919. – Vol. 1. – P. 4.
  33. **Salem, M.A.** Energy flow characteristics of vector X-waves / M.A. Salem, H. Bagei // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19. – P. 8526-8532.
  34. **Vaveliuk, P.** Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams / P. Vaveliuk, O. Martinez-Matos // *Optics Express*. – 2012. – Vol. 20. – P. 26913-26921.
  35. **Mitri, F.G.** Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves / F.G. Mitri // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2016. – Vol. 33. – P. 1661-1667.
  36. **Barnett, S.M.** On the natures of the spin and orbital parts of optical angular momentum / S.M. Barnett, L. Allen, R.P. Cameron, C.R. Gilson, M.J. Padgett, F.C. Speirits, A.M. Yao // *Journal of Optics*. – 2016. – Vol. 18. – 064004.
  37. **Saha, S.** Transverse spin and transverse momentum in scattering of plane waves / S. Saha, A.K. Singh, S.K. Ray, A. Banerjee, S.D. Gupta, N. Ghosh // *Optics Letters*. – 2016. – Vol. 41. – P. 4499-4502.
  38. **Zhao, Y.** Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam / Y. Zhao, J.S. Edgar, G.D.M. Jeffries, D. McGloin, D.T. Chiu // *Physical Review Letters*. – 2007. – Vol. 99. – 073901.

---

**Сведения об авторах**

**Налимов Антон Геннадьевич**, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики СГАУ в должности доцента, в Институте систем обработки изображений РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 78 работ и 3 патентов. E-mail: [anton@smr.ru](mailto:anton@smr.ru).

**Козлова Елена Сергеевна**, 1989 года рождения. В 2011 году окончила Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и информатика». Кандидат физико-математических наук с 2014 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству ассистент кафедры технической кибернетики Самарского университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, численные методы. E-mail: [kozlova.elena.s@gmail.com](mailto:kozlova.elena.s@gmail.com).

---

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 1 июня 2020 г. Окончательный вариант – 24 июня 2020 г.

---

---

# Inversion of the longitudinal component of spin angular momentum in the focus of a left-handed circularly polarized beam

A.G. Nalimov<sup>1,2</sup>, E.S. Kozlova<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

<sup>2</sup>Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

## Abstract

It has been shown theoretically and numerically that in the sharp focus of a circularly polarized optical vortex, the longitudinal component of the spin angular momentum vector is inverted. Moreover, if the input light to the optical system is left-hand circularly polarized, it has been shown to be right-hand polarized in the focus near the optical axis. Since this effect occurs near the focus where a backward energy flow takes place, such an inversion of the spin angular momentum can be used to detect the backward energy flow.

**Keywords:** spin angular momentum, right-hand circular polarization, optical vortex, backward energy flow, optical torque.

**Citation:** Nalimov AG, Kozlova ES. Inversion of the longitudinal component of spin angular momentum in the focus of a left-handed circularly polarized beam. *Computer Optics* 2020; 44(5): 699-706. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-761.

**Acknowledgements:** The work was partly funded by the Russian Foundation for Basic Research under grant #18-29-20003 (Section "Spin angular momentum in the focus of a circularly polarized optical vortex with topological charge 2"), the Russian Science Foundation under grant #18-19-00595 ("Spin angular momentum in the focus of a circularly polarized Gaussian beam" and "Simulation") and by the RF Ministry of Science and Higher Education within a state contract with the "Crystallography and Photonics" Research Center of the RAS ("Introduction" and "Conclusion").

## References

- [1] Schwartz C, Dogariu A. Conversation of angular momentum of light in single scattering. *Opt Express* 2006; 14: 8425-8433.
  - [2] Nieminen TA, Stilgoe AB, Heckenberg NR, Rubinsztein-Dunlop N. Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam. *J Opt A* 2008; 10: 115005.
  - [3] Haefner D, Sukhov S, Dogariu A. Spin Hall effect of light in spherical geometry. *Phys Rev Lett* 2009; 102: 123903.
  - [4] Rodriguez-Herrera OS, Lara D, Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Dainty C. Optical nanoprobng via spin-orbit interaction of light. *Phys Rev Lett* 2010; 104: 253601.
  - [5] Bekshaev A, Bliokh KY, Soskin M. Internal flows and energy circulation in light beams. *J Opt* 2011; 13: 053001.
  - [6] Kolyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS. Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus. *J Opt Soc Am B* 2019; 36(10): 2850-2855. DOI: 10.1364/JOSAB.36.002850.
  - [7] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc Math Phys Eng Sci* 1959; 253: 358-379.
  - [8] Torok P, Varga P, Booker GR. Electromagnetic diffraction of light focused through a planar interface between materials of mismatched refractive indices: structure of the electromagnetic field. I. *J Opt Soc Am A* 1995; 12: 2136-2144.
  - [9] Bomzon Z, Gu M. Space-variant geometrical phases in focused cylindrical light beams. *Opt Lett* 2007; 32: 3017-3019.
  - [10] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodriguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. *Opt Express* 2011; 19: 26132-26149.
  - [11] Roy B, Ghosh N, Gupta SD, Panigrahi PK, Roy S, Banerjee A. Controlled transportation of mesoscopic particles by enhanced spin-orbit interaction of light in an optical trap. *Phys Rev A* 2013; 87: 043823.
  - [12] Roy B, Ghosh N, Banerjee A, Gupta SD, Roy S. Manifestations of geometric phase and enhanced spin Hall shifts in an optical trap. *New J Phys* 2014; 16: 083037.
  - [13] Bekshaev AY, Soskin M. Transverse energy flows in vectoral fields of paraxial beams with singularities. *Opt Commun* 2007; 271: 332-348.
  - [14] Berry MV. Optical currents. *J Opt A-Pure Appl Opt* 2009; 11: 094001.
  - [15] Bekshaev AY. Subwavelength particles in an inhomogeneous light field: optical forces associated with the spin and orbital energy flows. *J Opt* 2013; 15: 044004.
  - [16] Bliokh KY, Alonso MA, Ostrovskaya EA, Aiello A. Angular momenta and spin-orbit interaction of nonparaxial light in free space. *Phys Rev A* 2010; 82: 063825.
  - [17] Bliokh KY, Bekshaev AY, Nori F. Extraordinary momentum and spin in evanescent waves. *Nat Commun* 2014; 5: 3300.
  - [18] Eismann JS, Banzer P, Neugebauer M. Spin-orbital coupling affecting the evolution of transverse spin. *Phys Rev Res* 2019; 1: 033143.
  - [19] Bareil PB, Sheng Y. Modeling highly focused laser beam in optical tweezers with the vector Gaussian beam in the T-matrix method. *J Opt Soc Am A* 2013; 30: 1-6.
  - [20] Mitri FG. Counterpropagating nondiffracting vortex beams with linear and angular momenta. *Phys Rev A* 2013; 88: 035804.
  - [21] Mitri FG. Quasi-Gaussian electromagnetic beams. *Phys Rev A* 2013; 87: 035804.
  - [22] Mitri FG. Vector spherical quasi-Gaussian vortex beams. *Phys Rev E* 2014; 89: 023205.
  - [23] Volyar AV, Shvedov VG, Fadeeva TA. Structure of a nonparaxial Gaussian beam near the focus. III. Stability,
-

- 
- eigenmodes and vortices. *Opt Spectrosc* 2001; 91: 235-245.
- [24] Marston PL, Crichton JH. Radiation torque on a sphere caused by a circularly-polarized electromagnetic wave. *Phys Rev A* 1984; 30: 2508-2516.
- [25] Hertel R. Theory of the inverse Faraday effect in metals. *J Magn Magn Mater* 2006; 303: L1-L4.
- [26] Ashkin A, Dziedzic JM. Optical levitation in high vacuum. *Appl Phys Lett* 1976; 28: 333-335.
- [27] Meng P, Man Z, Konijnenberg AP, Urbach HP. Angular momentum properties of hybrid cylindrical vector vortex beams in tightly focused optical systems. *Opt Express* 2019; 27: 35336-35348.
- [28] Chang S, Lee SS. Optical torque exerted on a homogeneous sphere levitated in the circularly polarized fundamental-mode laser beam. *J Opt Soc Am B* 1985; 2: 1853-1860.
- [29] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy. *Opt Lett* 2018; 43(12): 2921-2924. DOI: 10.1364/OL.43.002921.
- [30] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. *Phys Rev A* 2019; 99(3): 033840. DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.
- [31] Bliokh KY, Bekshaev AY, Kofman AG, Nori F. Photon trajectories, anomalous velocities and weak measurements: a classical interpretation. *New J Phys* 2013; 15: 073022.
- [32] Ignatovsky VS. Diffraction by a lens having arbitrary opening. *Transactions of the Optical Institute in Petrograd* 1919; 1: 4.
- [33] Salem MA, Bagei H. Energy flow characteristics of vector X-waves. *Opt Express* 2011; 19: 8526-8532.
- [34] Vaveliuk P, Martinez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. *Opt Express* 2012; 20: 26913-26921.
- [35] Mitri FG. Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves. *J Opt Soc Am A* 2016; 33: 1661-1667.
- [36] Barnett SM, Allen L, Cameron RP, Gilson CR, Padgett MJ, Speirits FC, Yao AM. On the natures of the spin and orbital parts of optical angular momentum. *J Opt* 2016; 18: 064004.
- [37] Saha S, Singh AK, Ray SK, Banerjee A, Gupta SD, Ghosh N. Transverse spin and transverse momentum in scattering of plane waves. *Opt Lett* 2016; 41: 4499-4502.
- [38] Zhao Y, Edgar JS, Jeffries GDM, McGloin D, Chiu DT. Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam. *Phys Rev Lett* 2007; 99: 073901.
- 

#### *Authors' information*

**Anton Gennadyevich Nalimov** (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 "Mathematical modeling and program complexes", finished it in 2006 with speciality 01.04.05 "Optics". A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 100 papers and 3 inventions. E-mail: [anton@smr.ru](mailto:anton@smr.ru).

**Elena Sergeevna Kozlova**, (b. 1989) received Master's degree in Applied Mathematics and Informatics in Samara State Aerospace University (2011). She received her PhD in 2014. She is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute – Branch of the Federal Scientific Research Centre "Crystallography and Photonics" of Russian Academy of Sciences and assistant of Computer Science department at Samara National Research University. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics.

E-mail: [kozlova.elena.s@gmail.com](mailto:kozlova.elena.s@gmail.com).

---

*Received June 1, 2020. The final version – June 24, 2020.*

---