

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

Эволюция оптического вихря с начальным дробным топологическим зарядом

В.В. Котляр^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

В ряде теоретических и экспериментальных работ было показано, что для оптического вихря с начальным дробным топологическим зарядом его топологический заряд равен целому числу с недостатком, если дробная часть меньше 0,5 и целому числу с избытком, если дробная часть больше 0,5. В этой работе с помощью численного моделирования мы показали, что топологический заряд начального дробного оптического вихря равен целому числу с недостатком, если дробная часть меньше 0,12, и целому числу с избытком, если дробная часть больше 0,12. Дело в том, что дополнительный центр сингулярности формируется на периферии пучка, где интенсивность почти равна нулю (примерно миллионная часть от максимума), и экспериментально его нельзя обнаружить, а численно можно.

Ключевые слова: оптический вихрь, дробный топологический заряд, ближняя зона, дальняя зона.

Цитирование: Котляр, В.В. Эволюция оптического вихря с начальным дробным топологическим зарядом / В.В. Котляр, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 1. – С. 5-12. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-766.

Citation: Kotlyar VV, Nalimov AG. Evolution of an optical vortex with initial fractional topological charge. Computer Optics 2021; 45(1): 5-12. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-766.

Введение

Оптические вихри в последнее время интенсивно исследуются. Они характеризуются орбитальным угловым моментом (ОУМ) [1–5], ОУМ-спектром [6] и топологическим зарядом [7, 8]. Топологический заряд (ТЗ) оптических вихрей определяется как целое число 2π , на которое изменяется фаза при обходе по замкнутому контуру вокруг центра сингулярности (неопределенности). Если в Гауссов пучок внедрить несколько оптических вихрей, то очевидно, что ТЗ совокупности этих вихрей будет равен сумме ТЗ каждого вихря, так как каждый из этих вихрей можно обойти по замкнутому контуру и подсчитать число 2π скачков фазы. Но возникает вопрос: если некоторые из этих вихрей внедрены на периферии Гауссова пучка, где интенсивность почти нулевая, то нужно ли учитывать такие сингулярности при подсчете ТЗ всего пучка? С одной стороны, экспериментально такие сингулярности нельзя измерить (например, как характерные вилочки в интерференционной картине) из-за почти нулевой интенсивности пучка. А с другой стороны, при определении ТЗ по формуле Берри [9] радиус окружности, на которой измеряется ТЗ, должен быть устремлен к бесконечности. То есть по определению ТЗ пучка – это все оптические сингулярности, дающие вклад в фазу оптического вихря.

Измерять ТЗ можно с помощью подсчета вилочек на интерферограмме [10], с помощью апертурных диафрагм [11, 12], а также с помощью цилиндрической линзы [13]. Но понятно, что так можно измерить только те сингулярности фазы (или изолированные нули интенсивности), которые окружены ненулевой интенсивностью.

В работе Берри [9] впервые был рассмотрен оптический вихрь с начальным дробным ТЗ μ . Берри получил формулу, на основе которой он рассчитал ТЗ таких дробных оптических вихрей в ближней зоне. У него получилось, что ТЗ равен целому, ближайшему к дробному μ . То есть зависимость ТЗ от μ изменяется скачком: если $\mu = m + \alpha$, где $\alpha < 0,5$, то ТЗ равен m , а если $0,5 < \alpha < 1$, то ТЗ равен $m + 1$ ($m > 0$). Такая зависимость ТЗ дробного вихря от величины μ была неоднократно экспериментально подтверждена [14, 15]. Но позже появились работы, в которых такая ступенчатая зависимость со скачком при $\alpha = 0,5$ была поставлена под сомнение [16, 17].

В данной работе на основе численного моделирования с помощью интеграла Рэлея–Зоммерфельда [18] и расчета ТЗ по формуле Берри [9] мы показали, что скачок в ступенчатой зависимости целого ТЗ поля оптического вихря от начального дробного ТЗ μ происходит не при $\alpha = 0,5$, а при $\alpha = 0,12$.

Заметим, что оптические вихри как топологический объект возникают во многих областях физики.

Так, впервые дробные вихри были рассмотрены в чистой сверхтекучей жидкости в работе [19]. И были впоследствии экспериментально обнаружены в [20], в неоднородной сверхтекучей жидкости. В [20] было замечено, что существует скрытая фаза, дополняющая дробный топологический заряд вихря до целого значения. Это фаза Берри–Панчаратнама, которая проявляется в векторных квантовых полях при обходе сингулярности. Дробный заряд исчезает в векторных состояниях поля. Недавно А.В. Волярь и соавторы показали [21], что в оптическом случае в неоднородной среде фотонного кристалла дробный заряд в компонентах векторного поля становится целым в каждой компоненте за счет неадиабатического отслеживания поляризации при обходе сингулярностей. Дробные вихри изучались также в «экситонном поляритонном конденсате» [22], и была показана стабильность полупространственных квантовых вихрей в таких средах [23].

В данной работе мы численно рассмотрим эволюцию дробного оптического вихря в свободном пространстве с помощью непараксиального скалярного интеграла Рэлея–Зоммерфельда.

1. Топологический заряд начального дробного вихря в ближней зоне

Цель работы – численно исследовать эволюцию оптического Гауссова вихря с начального дробным топологическим зарядом:

$$E_x(r, \varphi) = \exp(-r^2/w^2 + i\mu\varphi), \tag{1}$$

где μ – ТЗ, действительное число, w – радиус перетяжки Гауссова пучка. Топологический заряд будем рассчитывать по формуле Берри [9]:

$$TC = \frac{1}{2\pi} \lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \arg E(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \lim_{r \rightarrow \infty} \text{Im} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\partial E(r, \varphi) / \partial \varphi}{E(r, \varphi)} \tag{2}$$

Мы заметим, что в определении ТЗ (2) присутствует предел к бесконечности радиальной переменной амплитуды светового поля. То есть согласно этому определению для нахождения ТЗ светового поля, амплитуда которого является аналитической целой функцией и стремится к нулю на бесконечности (но не равна нулю), нужно учитывать сингулярности, центры которых расположены в любой точке двумерного пространства. В том числе и там, где интенсивность светового поля почти равна нулю.

Амплитуда и фаза светового поля рассчитывались с помощью интеграла Рэлея–Зоммерфельда [18]. Параметры моделирования: размер начального поля – 8×8 мкм, 400×400 отсчетов (величина отсчета примерно $\lambda/30$), длина волны $\lambda = 0,532$ мкм, радиус перетяжки Гауссова пучка $w = 1,3$ мкм, начальный ТЗ $\mu = 2,2$. Амплитуда и фаза начального поля показана

на рис. 1. Заметим, что в ближнем поле на расстоянии меньше длины волны скалярный интеграл Рэлея–Зоммерфельда, конечно, дает приближенное решение, так как не учитывает векторного характера поля и не учитывает затухающих волн. Но в данной работе мы хотели только найти, где расположены дополнительные центры сингулярности в ближней зоне.

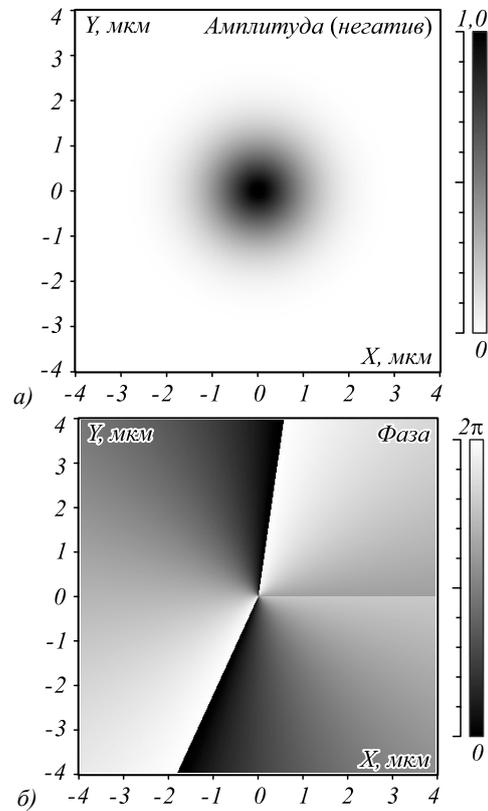


Рис. 1. Начальное поле

Из рис. 2 видно, что ТЗ в начальной плоскости дробный и равен 2,2. На рис. 3 показаны амплитуда и фаза поля (1) в ближнем поле на расстоянии $z = 0,03$ мкм, рассчитанные с помощью интеграла Рэлея–Зоммерфельда.

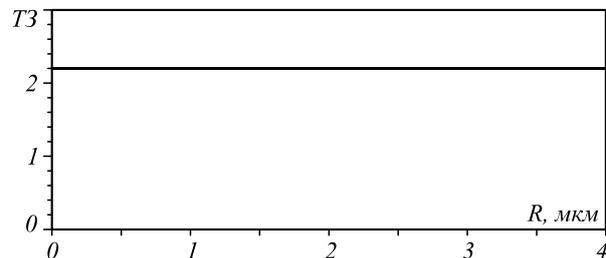


Рис. 2. Зависимость ТЗ от радиуса R окружности, на котором рассчитывался ТЗ по формуле (2), для падающего поля на рис. 1

На рис. 4 показан ТЗ в зависимости от радиуса окружности R , на котором рассчитывался ТЗ по формуле (2) для фазы на рис. 3б.

Из рис. 4 видно, что ТЗ в ближнем поле равен 2. Этот результат согласуется со многими экспериментальными работами [11–15], в которых измеряли ТЗ

дробных оптических вихрей с помощью диафрагм [12] или цилиндрической линзы [13].

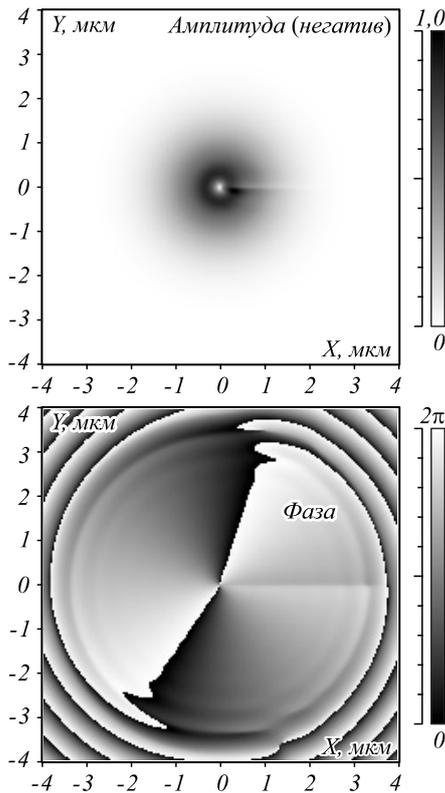


Рис. 3. Поле (1) на расстоянии $z = 0,03$ мкм (ближнее поле). Размер поля – 8×8 мкм

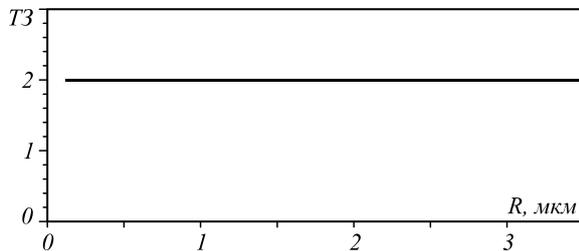


Рис. 4. Зависимость ТЗ от радиуса для поля на рис. 3 ($z = 0,03$ мкм)

Но так ли это? Что будет, если увеличить радиус R , на котором рассчитывается ТЗ? На рис. 5 показана зависимость ТЗ от радиуса при начальном ТЗ, равном $\mu = 2,2$, и для расстояния $z = 0,01$ мкм и $z = 0,1$ мкм.

Из рис. 5 видно, что в ближней зоне ТЗ пучка равен 3, начиная с радиуса $R > 4$ мкм. Видно также, что фаза поля на расстояниях $z = 0,01$ и $z = 0,1$ мкм остается одинаковой во всем поле, за исключением центральной части $R < 4,5$ мкм. Итак, при начальном ТЗ 2,2 в ближней зоне на расстоянии всего $z = 0,01$ мкм ТЗ оптического вихря равен 3.

Почему это моделирование противоречит эксперименту [12, 13]? Дело в том, что, как видно из рис. 1, интенсивность оптического вихря спадает почти до нуля в круге с радиусом около 2 мкм, а радиус окружности R , на котором ТЗ меняется с 2 на 3, примерно равен 4 мкм. То есть дополнительный центр

сингулярности находится там, где его экспериментально нельзя обнаружить. Действительно, на рис. 3 ($z = 0,03$ мкм, $\mu = 2,2$) интенсивность на радиусе R перехода ТЗ от 2 к 3 ($R = 4$ мкм) равна $1,6 \cdot 10^{-7}$ по отношению к максимальной интенсивности на рис. 3. А на рис. 5 ($z = 0,1$ мкм, $\mu = 2,2$) на радиусе перехода ТЗ с 2 к 3 ($R = 3,5$ мкм) интенсивность равна $2,0 \cdot 10^{-6}$ от максимального значения. Интенсивность такой величины нельзя измерить экспериментально.

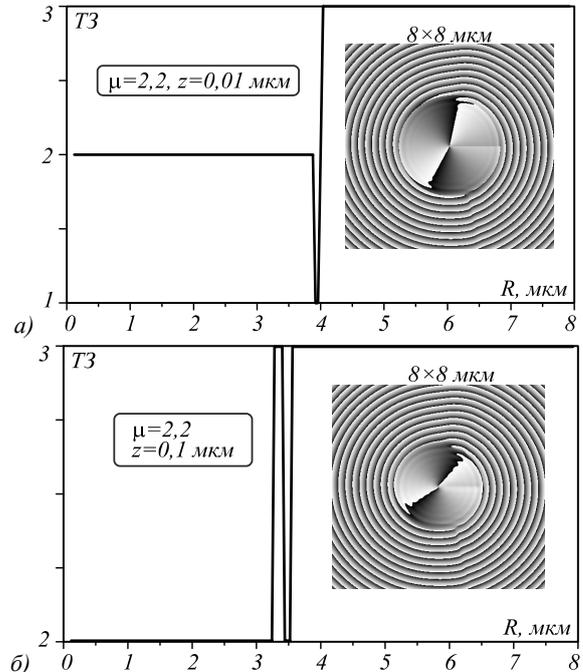


Рис. 5. Зависимость ТЗ пучка от радиуса R для начального пучка с ТЗ $\mu = 2,2$ в ближней зоне на расстояниях $z = 0,01$ мкм (а) и $z = 0,1$ мкм (б) и фаза этих пучков на вставках соответственно

Понятно, что у оптического вихря с начальным целым ТЗ равным 2 этот ТЗ будет сохраняться. Возникает вопрос: с какого начального дробного ТЗ $\mu > 2$ в ближней зоне ТЗ будет равен 3? Моделирование показало, что для ближней зоны $z = 0,01$ мкм ТЗ поля равен 2 для $2 < \mu < 2,12$. То есть можно сделать вывод, что в ближней зоне ($z < \lambda$) ТЗ Гауссова пучка (1), имеющего начальный дробный ТЗ в диапазоне $2 < \mu < 2,12$, остается равным 2, при большем значении $2,12 < \mu < 3$ он становится равным 3.

2. Топологический заряд начального дробного вихря в зоне Френеля

На рис. 6 показана фаза поля (1) на расстоянии $z = 1$ мкм и с начальным ТЗ $\mu = 2,4$. Из рис. 6б видно, что ТЗ такого вихря в зоне Френеля равен 3.

На рис. 7 показана зависимость радиуса R , на котором происходит смена ТЗ с 2 на 3 в зависимости от расстояния z в зоне Френеля.

На рис. 8 показано, что при увеличении дробной части начального ТЗ радиус окружности R , на которой происходит переход ТЗ с 2 на 3, уменьшается.

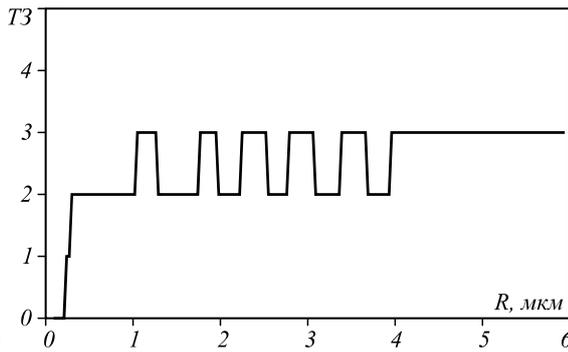
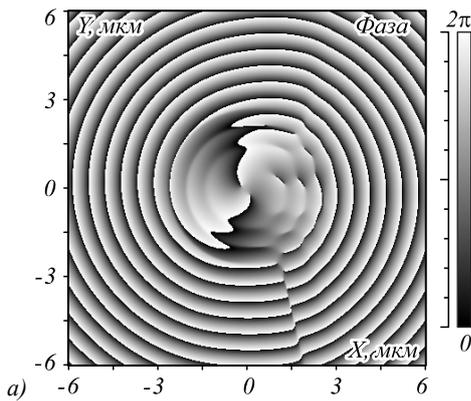


Рис. 6. Распределение фазы при $z = 1$ мкм (а) и зависимость ТЗ от радиуса R окружности, по которой этот ТЗ рассчитывается (б). Начальный ТЗ $\mu = 2,4$

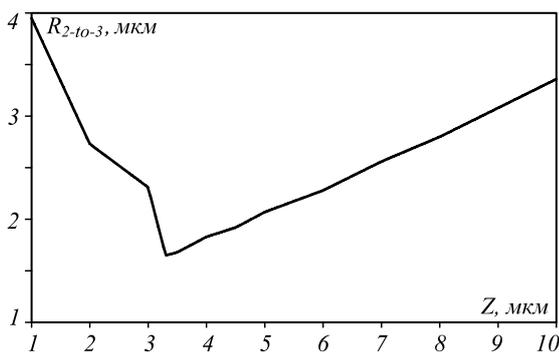


Рис. 7. Зависимость радиуса смены ТЗ с 2 на 3 от расстояния z для начального ТЗ $\mu = 2,4$

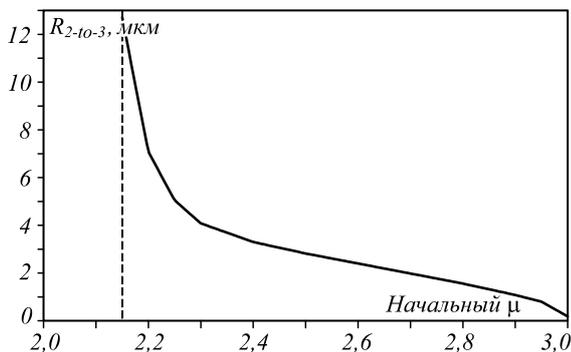


Рис. 8. Зависимость радиуса R перехода ТЗ с 2 на 3 от начального ТЗ μ при $Z = 10$ мкм

Таким образом, для оптического вихря (1) с начальным дробным ТЗ из интервала $2,12 < \mu < 3$ в зоне дифракции Френеля ТЗ будет равен 3. График на рис. 8 отражает еще одну интересную особенность.

Будем считать, что R – это расстояние от центра поля (Гауссова пучка) до третьей сингулярности. Тогда с ростом дробной части начального ТЗ от 0,15 до 0,95 третья сингулярность приближается с периферии (где нулевая интенсивность и ее нельзя обнаружить) к центру Гауссова пучка. И начиная примерно с ТЗ 2,5 достигает расстояния от центра около 3 мкм, где интенсивность уже можно измерить и обнаружить эту сингулярность. Таким образом, график на рис. 8 объясняет почему в эксперименте [11 – 15] переход ТЗ с 2 на 3 происходил при дробной части начального ТЗ равного 0,5. В заключение этого параграфа заметим, что график, аналогичный рис. 8, мы получали и для начальных дробных ТЗ от 3,1 до 4. Поэтому можно утверждать, что аналогичный график (рис. 8) будет при начальном ТЗ $m < \mu < (m + 1)$, при любом целом m . Фактически наше исследование связало между собой результаты работы [9] (переход ТЗ, когда дробная часть равна 0,5) и результат работы [16] (переход ТЗ происходит при любой дробной части).

3. Топологический заряд начального дробного вихря в дальней зоне

Рассмотрим ТЗ в дальней зоне. На рис. 9 представлена амплитуда и фаза поля на расстоянии $z = 20$ мкм для начального поля (1) (рис. 1). Начальное поле имеет ТЗ $\mu = 2,2$, размер поля – 32×32 мкм (400×400 отсчетов).

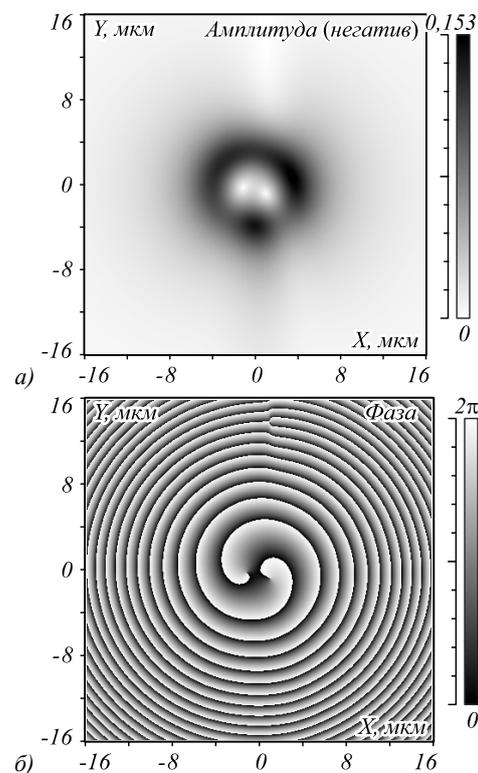


Рис. 9. Амплитуда (а) и фаза (б) поля при $z = 20$ мкм

На рис. 10 показана зависимость ТЗ для поля на рис. 9 от радиуса R окружности, на которой рассчитывался ТЗ.

Видно, что ТЗ переходит с 2 на 3 при радиусе $R > 14$ мкм. Это видно и из рис. 9б – на данном радиусе, на изображении фазы, находится вилочка (сверху над центром), начиная с которой и меняется ТЗ оптического вихря. Сравнивая амплитуду и фазу на рис. 9, видно, что вилочка (третий вихрь) находится на периферии пучка, где интенсивность почти нулевая. В эксперименте этот вихрь обнаружить нельзя. На рис. 11 показана зависимость радиуса R окружности, на котором ТЗ меняется с 2 на 3 (на таком расстоянии от центра расположена вилочка в фазе на рис. 9б) от расстояния z для параметров падающего пучка: поле размером 8×8 мкм, 400×400 отсчетов с параметрами: $\lambda = 0,532$ мкм, $w = 1,3$ мкм, $\mu = 2,2$. Длина Рэлея равна $z_R = \pi w_0^2 / \lambda = 9,98$ мкм. Из рис. 11 видно, что с ростом расстояния z вилочка все дальше «уходит» от центра и поэтому растет радиус R , на котором ТЗ переходит с 2 на 3.

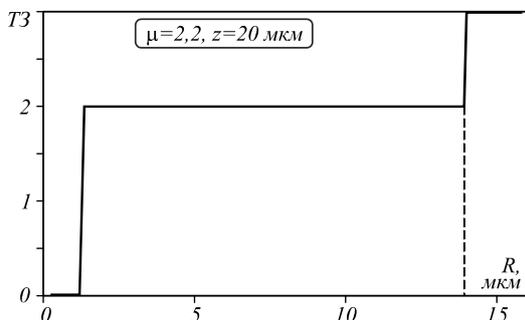


Рис. 10. ТЗ в зависимости от радиуса R для поля на рис. 9

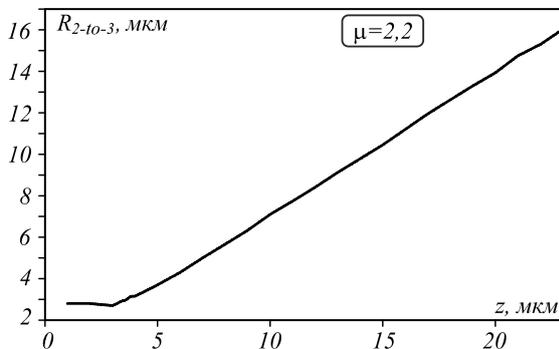


Рис. 11. Зависимость радиуса, на котором происходит смена топологического заряда с 2 на 3 от расстояния z от начальной плоскости для дробного заряда $\mu = 2,2$

Из рис. 11 видно, что зависимость перехода ТЗ с 2 на 3 при начальном $\mu = 2,2$ линейная, $R_{2-3} \approx 0,71 + 0,665z$ при $z > 3$ мкм. То есть на расстоянии $z = 100$ мкм логично ожидать нахождение «вилочки» на радиусе 67,2 мкм от центра. Проверим это. На рис. 12 показана рассчитанная фаза поля (1) на расстоянии $z = 100$ мкм в координатах $-16 < x < 16$ мкм, $51,2 < y < 83,2$ мкм, центр изображения находится в точке с координатами $(0; 67,2)$ мкм).

Вилочка (центр сингулярности оптического вихря) при этом находится почти в центре изображения (рис. 12), а именно, в точке с координатами $(1,6$ мкм; $69,84$ мкм), что доказывает верность предположения о линейном законе смещения «вилочки» от расстояния z .

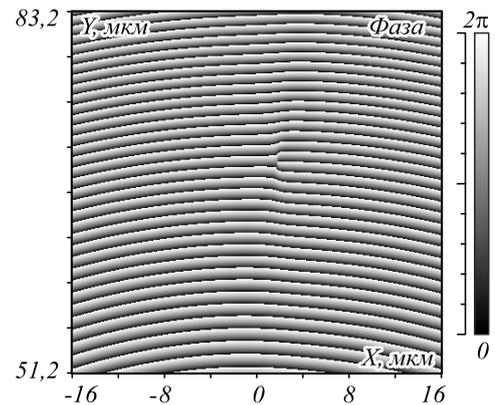


Рис. 12. Фаза поля (1) при начальном ТЗ $\mu = 2,2$ в дальней зоне при $z = 100$ мкм в границах $-16 < x < 16$ мкм, $51,2 < y < 83,2$ мкм, 400×400 отсчетов

Таким образом, если начальный ТЗ оптического вихря (1) лежит в диапазоне $2,12 < \mu < 3$, то при распространении такого пучка его ТЗ будет равен 3 в любой зоне дифракции. Оптические вихри с начальным ТЗ из диапазона $2 < \mu < 2,12$ распространяются по другому сценарию: во всех зонах дифракции ТЗ остается равным 2. На рис. 13 показаны фазы оптического вихря с начальным ТЗ $\mu = 2,11$ на разных расстояниях z : 1 мкм (а), 3 мкм (б) и 20 мкм (в). Для всех фаз ТЗ равен 2. Дополнительного центра сингулярности (вилочки) не возникает (или находится слишком далеко от оптической оси, чтобы быть обнаруженным при моделировании). Из рис. 13г видно, что в ближней зоне для начального ТЗ $\mu = 2,12$ формируется краевая дислокация, то есть вертикальная линия нулевой интенсивности. При распространении из этой краевой дислокации не возникает винтовая дислокация (изолированный ноль интенсивности), или он возникает далеко от центра, так что его трудно обнаружить при моделировании. Заметим, что наше моделирование простиралось до таких расстояний от центра пучка, на которых интенсивность составляла 10^{-14} от максимальной интенсивности в пучке.

Интересно, что оптические вихри с четным и нечетным целым ТЗ эволюционируют по-разному. Было проведено моделирование при следующих параметрах: $\lambda = 532$ нм, радиус перетяжки $w_0 = 3$ мкм. Начальный дробный ТЗ пучка (1) менялся в диапазоне $3 < \mu < 4$. Начальный Гауссов пучок был умножен на сферическую функцию с радиусом $f = 10$ мкм. Реальное фокусное расстояние составило $z = 9,236$ мкм (на данном расстоянии наблюдается максимум интенсивности на оптической оси при $\mu = 0$). Таким образом, в фокусе линзы все значения рассчитаны на этом z . Из результатов моделирования следует, что в диапазоне $3,0 < \mu < 3,11$ дополнительных вихрей нет, верхние еще не сформировались, нижние тоже. Соответственно, ТЗ пучка равен $m = 3$. На рис. 14 показаны распределение фазы размером 16×16 мкм (на вставках) и зависимость ТЗ пучка от радиуса R окружности, на котором измерялся ТЗ (а, б, в).

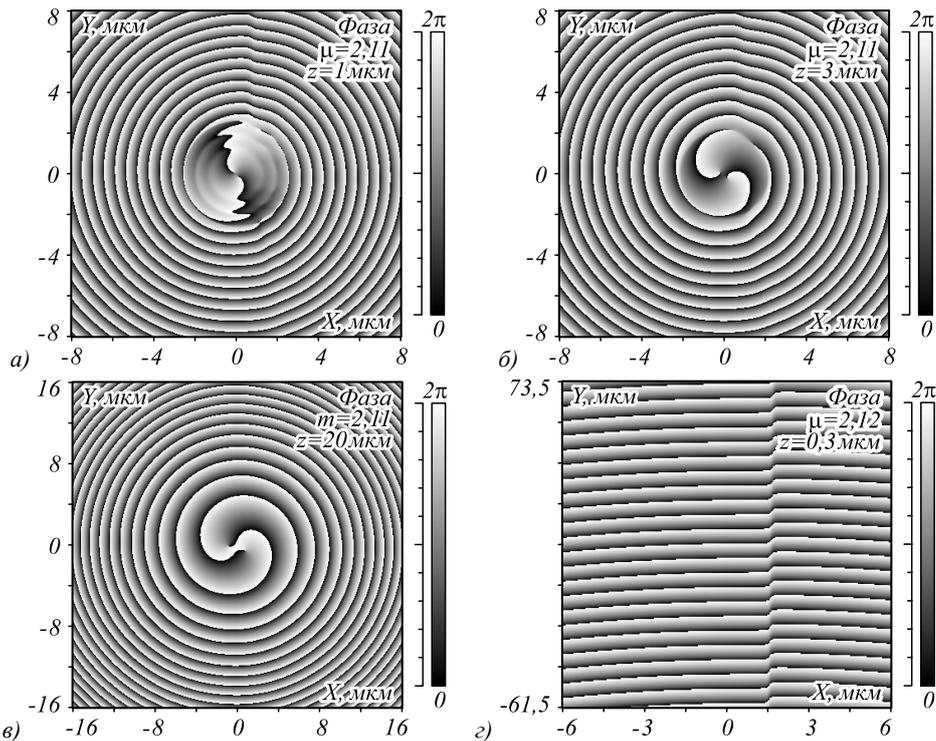


Рис. 13. Фаза поля на расстояниях $z = 1, 3, 20$ мкм (а, б, в) для поля с начальным ТЗ $\mu = 2,11$. Размеры изображений равны 16×16 мкм, 16×16 мкм, 32×32 мкм соответственно, а также фаза на расстоянии $z = 0,3$ мкм (г) на периферии пучка при $\mu = 2,12$ (размер кадра $-6 < x < 6$ мкм; $60 < y < 75$ мкм)

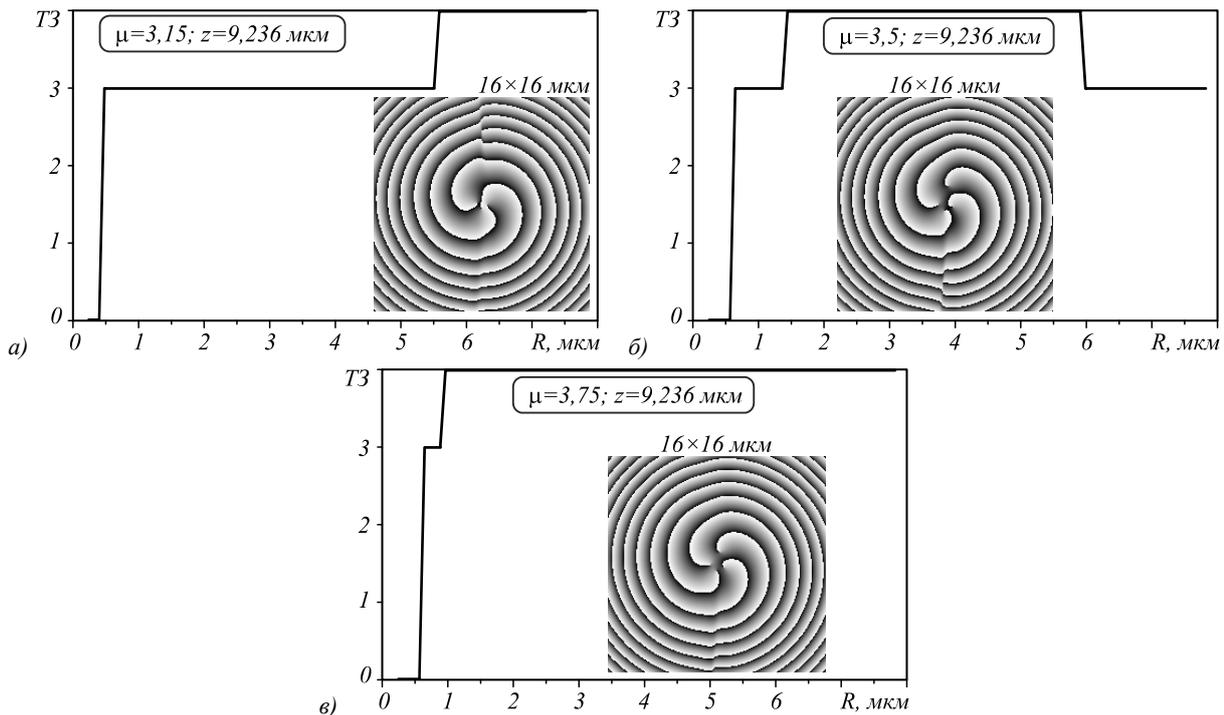


Рис. 14. Распределение фазы размером 32×32 мкм (а, б, в) и зависимость ТЗ пучка от радиуса R окружности, на котором измерялся ТЗ (фаза поля приведена на вставках), для разных начальных дробных значений μ

Из рис. 14 видно, что для нечетного начального целого ТЗ ($m = 3$) эволюция вихря с дробным ТЗ отличается от эволюции вихря с начальным четным ТЗ, рассмотренного ранее. Действительно, если дробная часть меньше половины, то ТЗ всего пучка

$m = 4$ (согласуется с [16]) (рис. 14а). Если дробная часть равна половине, то ТЗ пучка в дальней зоне $m = 3$ (согласуется с [17]) (рис. 14б). Если дробная часть больше половины, то опять ТЗ равен $m = 4$ (согласуется с [9, 16]).

Заключение

В результате проведенного моделирования мы обнаружили, что если начальный ТЗ оптического вихря не целый $\mu = m + \alpha$, $\alpha \ll 1$, то во всех зонах дифракции где-то на периферии пучка (где интенсивность нулевая) формируется оптический вихрь с ТЗ +1 ($m > 0$). То есть ТЗ всего пучка с начальным дробным ТЗ равен $m + 1$. Экспериментально его нельзя обнаружить. С ростом z этот дополнительный вихрь удаляется еще дальше от оптической оси. Если дробная часть α растет, то дополнительный вихрь приближается к оптической оси, и начиная с $\alpha > 0,5$ он приближается настолько, что его можно экспериментально обнаружить. Поэтому в известных экспериментах [11–15] смена ТЗ с m на $m + 1$ происходила при дробной части $\alpha = 0,5$. Скорее всего, этот переход ТЗ с m к $m + 1$ наступает при любом $\alpha > 0$, но моделирование дает границу перехода при $\alpha = 0,12$. Наши результаты согласуются с результатами, полученными в [16]. Но в [16] не было такого глубокого моделирования: не была определена граница перехода ($\alpha = 0,12$), не было моделирования в ближней зоне ($z \ll \lambda$), не найдена зависимость расстояния от центра R , на котором появляется дополнительный вихрь (винтовая дислокация) от величины дробной части начального ТЗ μ (рис. 8). Фактически мы своим моделированием согласовали результаты работ [11–15] и работы [16], которые первоначально противоречили друг другу. Но есть в нашем моделировании и отличия от всех предыдущих работ. Это поведение ТЗ в фокусе сферической линзы для начального дробного ТЗ, целая часть которого нечетная $m = 2k + 1$. При малой дробной части ($\alpha < 0,1$) ТЗ всего пучка равен m , при дробной части меньше половины ТЗ равен $m + 1$, при дробной части, равной половине, ТЗ равен опять m , а при дробной части больше половины ТЗ равен опять $m + 1$. Такая зависимость ТЗ пучка в дальней зоне для нечетной целой части начального дробного ТЗ от величины дробной части не согласуется ни с одной из приведенных работ.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-29-20003), а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН.

Литература

1. **Alperin, S.N.** Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens / S.N. Alperin, R.D. Niederriter, J.T. Gopinath, M.E. Siemens // *Optics Letters*. - 2016. - Vol. 41, Issue 21. - P. 5019-5022.
2. **Kotlyar, V.V.** Calculation of fractional orbital angular momentum of superpositions of optical vortices by intensity moments / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.P. Porfirev // *Optics Express*. - 2019. - Vol. 27, Issue 8. - P. 11236-11251. - DOI: 10.1364/OE.27.011236.
3. **Volyar, A.** Vortex avalanche in the perturbed singular beams / A. Volyar, M. Bretsky, Ya. Akimova, Yu. Egorov // *Journal of the Optical Society of America A*. - 2019. - Vol. 36, Issue 6. - P. 1064-1071.
4. **Zhang, Y.** Orbital angular momentum transformation of optical vortex with aluminium metasurfaces / Y. Zhang, X. Yang, J. Gao // *Scientific Reports*. - 2019. - Vol. 9. - P. 9133.
5. **Zhang, H.** Grafted optical vortex with controllable orbital angular momentum distribution / H. Zhang, X. Li, H. Ma, M. Tang, H. Li, J. Tang, Y. Cai // *Optics Express*. - 2019. - Vol. 27, Issue 16. - P. 22930-22938.
6. **Волярь, А.В.** Формирование и анализ спектров оптических вихрей сингулярных пучков с аномалиями орбитального углового момента / А.В. Волярь, М.В. Бредько, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров // *Компьютерная оптика*. - 2019. - Т. 43, № 4. - С. 517-527. - DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-4-517-527.
7. **Волярь, А.В.** Секторное возмущение вихревого пучка: энтропия Шеннона, орбитальный угловой момент и топологический заряд / А.В. Волярь, М.В. Бредько, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров, В.В. Милоков // *Компьютерная оптика*. - 2019. - Т. 43, № 5. - С. 723-734. - DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-723-734.
8. **Kotlyar, V.V.** Topological charge of a linear combination of optical vortices: topological competition / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.V. Volyar // *Optics Express*. - 2020. - Vol. 28, Issue 6. - P. 8266-8281. - DOI: 10.1364/OE.386401.
9. **Berry, M.V.** Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps / M.V. Berry // *Journal of Optics A: Pure Applied Optics*. - 2004. - Vol. 6. - P. 259-268.
10. **White, A.G.** Interferometric measurements of phase singularities in the output of a visible laser / A.G. White, C.P. Smith, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, R. McDuff, C.O. Weiss, C. Tamm // *Journal of Modern Optics*. - 1991. - Vol. 38, Issue 12. - P. 2531-2541.
11. **Hickmann, J.M.** Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using lights orbital angular momentum / J.M. Hickmann, E.J.S. Fonseca, W.C. Soares, S. Chavez-Cerda // *Physical Review Letters*. - 2010. - Vol. 105. - P. 053904.
12. **Mourka, A.** Visualization of the birth of an optical vortex using diffraction from a triangular aperture / A. Mourka, J. Baumgartl, C. Shanor, K. Dholakia, E.M. Wright // *Optics Express*. - 2011. - Vol. 19, Issue 7. - P. 5760-5771.
13. **Kotlyar, V.V.** Astigmatic transforms of an optical vortex for measurement of its topological charge / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.P. Porfirev // *Applied Optics*. - 2017. - Vol. 56, Issue 14. - P. 4095-4104. - DOI: 10.1364/AO.56.004095.
14. **Leach, J.** Observation of the vortex structure of a non-integer vortex beam / J. Leach, E. Yao, M.J. Padgett // *New Journal of Physics*. - 2004. - Vol. 6. - P. 71.
15. **Gotte, J.B.** Quantum formulation of fractional orbital angular momentum / J.B. Gotte, S. Franke-Arnold, R. Zambrini, S.M. Barnett // *Journal of Modern Optics*. - 2007. - Vol. 54, Issue 12. - P. 1723-1738.
16. **Jesus-Silva, A.J.** Study of the birth of a vortex at Fraunhofer zone / A.J. Jesus-Silva, E.J.S. Fonseca, J.M. Hickmann // *Optics Letters*. - 2012. - Vol. 37, Issue 21. - P. 4552-4554.
17. **Wen, J.** Vortex strength and beam propagation factor of fractional vortex beams / J. Wen, L. Wang, X. Yang, J. Zhang, S. Zhu // *Optics Express*. - 2019. - Vol. 27, Issue 4. - P. 5893-5904.

18. **Налимов, А.Г.** Моделирование формирования изображения зонной пластинкой в рентгеновском излучении / А.Г. Налимов, В.В. Котляр, В.А. Сойфер // Компьютерная оптика. - 2011. - Т. 35, № 3. - С. 290-296.
19. **Volovik, G.E.** Line and point singularities in superfluid He3 / G.E. Volovik, V.P. Mineev // JETP Letters. - 1976. - Vol. 24. - P. 561-563.
20. **Jang, J.** Observation of half-height magnetization spots in S₂RuO₄ / J. Jang, D.G. Ferguson, V. Vakarynk, R. Budakian, S.B. Chung, P.M. Goldbart, Y. Maeno // Science. - 2011. - Vol. 331. - P. 186-188.
21. **Alexeyev, C.N.** Mutual transformation of fractional-order and integer-order optical vortices / C.N. Alexeyev, Y.A. Egorov, A.V. Volynskiy // Physical Review A. - 2017. - Vol. 96. - 063807.
22. **Rubo, Y.G.** Half vortices in exciton polariton condensate. / Y.G. Rubo // Physical Review Letters. - 2007. - Vol. 99. - 106401.
23. **Flayac, H.** Topological stability of the half-vortices in spinor exciton-polariton condensates / H. Flayac, I.A. Shelukh, D.D. Solnyshkov, G. Malpuech // Physical Review B. - 2010. - Vol. 81. - 045318.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 140 работ и 3 патентов. E-mail: anton@smr.ru.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 17 июня 2020 г. Окончательный вариант – 25 сентября 2020 г.

Evolution of an optical vortex with initial fractional topological charge

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}

¹ IPISI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

² Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

In a number of theoretical (J. Opt. 6, 259 (2004)) and experimental (Opt Express 19, 5760 (2011)) works, an original fractional-TC optical vortex (with TC standing for topological charge) was shown to evolve into an integer optical vortex whose TC is equal to the nearest (i) smaller integer, if the fractional part is smaller than 1/2, and (ii) larger we show that the initial fractional optical vortex evolves into an integer optical vortex with TC equal to the nearest (i) smaller integer, if the fractional part is smaller than 0.12, and (ii) larger integer, if the fractional part is larger than 0.12. This can be explained by the fact that the additional center integer, if the fractional part is larger than 1/2. In this work, using numerical simulation, of singularity is generated on the beam periphery characterized by near zero-intensity (a millionth of the maximum), thus prohibiting the experimental detection, but allowing a numerical assessment.

Keywords: optical vortex, fractional topological charge, near field, far field.

Citation: Kotlyar VV, Nalimov AG. Evolution of an optical vortex with initial fractional topological charge. Computer Optics 2021; 45(1): 5-12. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-766.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Russian Foundation for Basic Research grant #18-29-20003 and the RF Ministry of Science and Higher Education within a state contract with the "Crystallography and Photonics" Research Center of the RAS.

References

- [1] Alperin SN, Niederriter RD, Gopinath JT, Siemens ME. Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens. Opt Lett 2016; 41(21): 5019-5022.
 - [2] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. Calculation of fractional orbital angular momentum of superpositions of optical vortices by intensity moments. Opt Express 2019; 27(8): 11236-11251. DOI: 10.1364/OE.27.011236.
 - [3] Volyar A, Bretsko M, Akimova Ya, Egorov Yu. Vortex avalanche in the perturbed singular beams. J Opt Soc Am A 2019; 36(6): 1064-1071.
 - [4] Zhang Y, Yang X, Gao J. Orbital angular momentum transformation of optical vortex with aluminium metasurfaces. Sci Rep 2019; 9: 9133.
 - [5] Zhang H, Li X, Ma H, Tang M, Li H, Tang J, Cai Y. Grafted optical vortex with controllable orbital angular momentum distribution. Opt Express 2019; 27(16): 22930-22938.
 - [6] Volyar AV, Brecko MV, Akimova YE, Egorov YA. Shaping and processing the vortex spectra of singular beams with anomalous orbital angular momentum. Computer Optics 2019; 43(4): 517-527. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-4-517-527.
 - [7] Volyar AV, Brecko MV, Akimova YE, Egorov YA, Milukov VV. Sectorial perturbation of vortex beams: Shannon entropy, orbital angular momentum and topological charge. Computer Optics 2019; 43(5): 723-734. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-723-734.
 - [8] Kotlyar VV, Kovalev AA, Volyar AV. Topological charge of a linear combination of optical vortices: topological competition. Opt Express 2020; 28(6): 8266-8281. DOI: 10.1364/OE.386401.
 - [9] Berry MV. Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps. J Opt A: Pure Appl Opt 2004; 6: 259-268.
 - [10] White AG, Smith CP, Heckenberg NR, Rubinsztein-Dunlop H, McDuff R, Weiss CO, Tamm C. Interferometric measurements of phase singularities in the output of a visible laser. J Mod Opt 1991; 38(12): 2531-2541.
 - [11] Hickmann JM, Fonseca EJS, Soares WC, Chavez-Cerda S. Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using lights orbital angular momentum. Phys Rev Lett 2010; 105: 053904.
 - [12] Mourka A, Baumgartl J, Shanor C, Dholakia K, Wright EM. Visualization of the birth of an optical vortex using diffraction from a triangular aperture. Opt Express 2011; 19(7): 5760-5771.
 - [13] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. Astigmatic transforms of an optical vortex for measurement of its topological charge. Appl Opt 2017; 56(14): 4095-4104. DOI: 10.1364/AO.56.004095.
 - [14] Leach J, Yao E, Padgett MJ. Observation of the vortex structure of a non-integer vortex beam. New J Phys 2004; 6: 71.
 - [15] Gotte JB, Franke-Arnold S, Zambrini R, Barnett SM. Quantum formulation of fractional orbital angular momentum. J Mod Opt 2007; 54(12): 1723-1738.
 - [16] Jesus-Silva AJ, Fonseca EJS, Hickmann JM. Study of the birth of a vortex at Fraunhofer zone. Opt Lett 2012; 37(21): 4552-4554.
 - [17] Wen J, Wang L, Yang X, Zhang J, Zhu S. Vortex strength and beam propagation factor of fractional vortex beams. Opt Express 2019; 27(4): 5893-5904.
 - [18] Nalimov AG, Kotlyar VV, Soifer VA. Modeling of an image forming by a zone plate in X-Ray. Computer Optics 2011; 35(3): 290-296.
 - [19] Volovik GE, Mineev VP. Line and point singularity in superfluid He3. JETP Lett 1976; 24: 561-563.
 - [20] Jang J, Ferguson DG, Vakarynk V, Budakian R, Chung SB, Goldbart PM, Maeno Y. Observation of half-height magnetization spots in S2RuO4. Science 2011; 331: 186-188.
-

-
- [21] Alexeyev CN, Egorov YA, Volyar AV. Mutual transformation of fractional-order and integer-order optical vortices. *Phys Rev A* 2017; 96: 063807.
- [22] Rubo YG. Half vortices in exciton polariton condensate. *Phys Rev Lett* 2007; 99: 106401.

- [23] Flayac H, Shelukh IA, Solnyshkov DD, Malpuech G. Topological stability of the half-vortices in spinor exciton-polariton condensates. *Phys Rev B* 2010; 81: 045318.

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 “Mathematical Modeling and Program Complexes”, finished it in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 140 papers and 3 inventions. E-mail: anton@smr.ru.

Received June 17, 2020. The final version – September 25, 2020.
