

Фокусировка цилиндрических векторных пучков дробных порядков

С.С. Стафеев^{1,2}, В.Д. Зайцев^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

С помощью моделирования острой фокусировки векторных пучков с азимутальной поляризацией дробного порядка $0 < m < 1$ ($m = 1$ – азимутальная поляризация, $m = 0$ – линейная поляризация) показано, что форма распределения интенсивности в фокусном пятне меняется от эллиптической ($m = 0$) к круглой ($m = 0,5$) и заканчивается кольцевой ($m = 1$). А форма распределения продольной компоненты вектора Пойнтинга (потока энергии) в фокусном пятне меняется по-другому: от круглой ($m = 0$) к эллиптической ($m = 0,5$) и заканчивается кольцевой ($m = 1$). Диаметр фокусного пятна по полуспаду интенсивности для оптического вихря первого порядка с азимутальной поляризацией ($m = 1$) для числовой апертуры $NA = 0,95$ равен $0,460$ от длины волны, а диаметр осевого потока энергии для линейной поляризованного света ($m = 0$) равен $0,456$. Поэтому ответы на вопросы: «когда фокусное пятно круглое, а когда эллиптическое» или «когда фокусное пятно минимальное: при азимутальной поляризации с вихрем или при линейной поляризации без вихря» – зависят от того, рассматриваем ли мы интенсивность в фокусе или поток энергии.

Во втором моделировании исследовалось влияние отклонения порядка пучка от $m = 2$ (т.е. случая, когда обратный поток наблюдается в центре фокусного пятна). Было показано, что обратный поток сохраняется в центре пятна даже при значительном отклонении порядка пучка от $m = 2$ – вплоть до $m = 1,55$.

Ключевые слова: цилиндрический векторный пучок, острая фокусировка, формулы Ричардса–Вольфа, обратный поток энергии.

Цитирование: Стафеев, С.С. Фокусировка цилиндрических векторных пучков дробных порядков / С.С. Стафеев, В.Д. Зайцев // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 2. – С. 172-178. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-805.

Citation: Stafeev SS, Zaitsev VD. Focusing cylindrical vector beams with fractional order. Computer Optics 2021; 45(2): 172-178. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-805.

Введение

Цилиндрические векторные пучки (ЦВП) получили в настоящее время широкое распространение благодаря уникальным свойствам, проявляемым при острой фокусировке. В частности, с помощью цилиндрических векторных пучков можно получать фокусные пятна с размерами меньше скалярного дифракционного предела [1, 2], фокусы с большой глубиной – оптические иглы [3, 4], световые туннели [5, 6], цепочки фокусов [7–10] и т.д. Стоит, однако, отметить, что похожие манипуляции с формой фокусного пятна можно делать и без привлечения ЦВП [11].

Поляризация в каждой точке ЦВП линейна, однако ее направление меняется непрерывно, совершая один или несколько оборотов при изменении азимутального угла от 0 до 2π . Большая часть работ (например, ранее отмеченные [1, 3–9]) посвящена изучению ЦВП, в которых поляризация совершает только один оборот – это радиально-поляризованные пучки, в которых поляризация направлена вдоль радиуса, или азимутально-поляризованные пучки, в которых она, соответственно, направлена перпендикулярно радиусу. Однако известны

работы, в которых исследуется поведение ЦВП высоких порядков, т.е. пучков, в которых направление поляризации совершает несколько оборотов [12–18]. Большое распространение получило также изучение гибридных векторных пучков [19] – пучков, в которых периодически меняется не только направление поляризации, но и фаза. При этом может меняться как фаза волнового фронта пучка – тогда можно получать пучки, обладающие одновременно сингулярностью фазы и поляризации [18, 20], так и разница фаз между компонентами вектора напряженности электрического поля в разложении по базису декартовой или цилиндрической системы координат, ось z которой направлена вдоль оси распространения пучка – тогда в сечении полученных пучков будет происходить изменение поляризации с линейной на круговую и обратно [21–23]. Ранее было показано [24–27], что для ЦВП высоких порядков в области фокуса наблюдаются области, в которых проекция вектора Пойнтинга на оптическую ось приобретает отрицательные значения, а если порядок пучка равен двум, то такая область располагается на оптической оси. Отметим также, что обратный поток энергии можно получить и не прибегая к ЦВП [28].

Одним из способов получения цилиндрических векторных пучков является получение секторных ЦВП с помощью полуволновых пластинок [1, 29–32], нелинейных оптических кристаллов [33], поляризаторов [34] и субволновых решеток [35–37]. Ранее нами исследовалось влияние количества секторов на результаты фокусировки [38] и было показано, что уже для количества секторов, равного шести, отличия с фокусировкой пучка, в котором поляризация изменяется непрерывно, становятся невелики. Однако ранее не поднимался вопрос, какими будут результаты фокусировки, если направление поляризации в различных секторах будет отличаться от запланированного (радиального или азимутального) – поляризация будет «перекручена» или «недокручена» до целого количества оборотов, к примеру, из-за технологических ошибок в изготовлении секторного элемента.

В данной работе с помощью формул Ричардса–Вольфа моделировалась фокусировка цилиндрического векторного пучка с длиной волны 532 нм и дробным порядком плоской дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$. Было проведено две серии моделирования: в первой исследовались пучки с дробными порядками от нуля до единицы. Т.е. был осуществлен переход от линейной поляризации к азимутальной. Во втором моделировании исследовалось влияние отклонения порядка пучка от $m = 2$ (т.е. случая, когда обратный поток наблюдается в центре фокусного пятна).

Было показано, что при целых значениях порядка пучка поперечные компоненты вектора Пойнтинга равны нулю, а при дробных значениях – нет. При дробных значениях порядка пучка, изменяющихся от нуля до единицы, наблюдается два ярко выраженных центра с координатами $x = 0$ и $y = \pm 0,1$ мкм, вокруг которых закручен поперечный поток в области фокуса. Вокруг верхнего центра поток вращается по часовой стрелке, а вокруг нижнего – против часовой. При увеличении порядка пучка больше единицы таких ярко выраженных центров вращения поперечного потока становится больше. Также было показано, что обратный поток сохраняется в центре пятна даже при значительном отклонении порядка пучка от $m = 2$ – вплоть до $m = 1,55$.

Моделирование

В данной работе исследования осуществлялись с помощью формул Ричардса–Вольфа [39]

$$U(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^{\alpha_{\max}} \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (1)$$

где $U(\rho, \psi, z)$ – напряжённость электрического или магнитного поля, $B(\theta, \varphi)$ – электрическое или магнитное поле на входе широкоапертурной системы в коор-

динатах выходного зрачка (θ – полярный угол, φ – азимутальный), $T(\theta)$ – функция аподизации линзы, f – фокусное расстояние, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны (в моделировании считалась равной 532 нм), α_{\max} – максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ($NA = \sin \alpha_{\max}$), $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$ – вектор поляризации, для напряжённости электрического и магнитного полей имеющий вид:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi), \quad (2)$$

где $a(\theta, \varphi)$ и $b(\theta, \varphi)$ – функции, описывающие состояние поляризации x - и y -компонент напряжённостей фокусируемого пучка.

Для светового поля с цилиндрической поляризацией m -го порядка азимутального вида вектора Джонса будут иметь вид:

$$E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(m\varphi) \\ \cos(m\varphi) \end{pmatrix} \quad (3)$$

для напряжённости электрического поля и

$$H(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos(m\varphi) \\ -\sin(m\varphi) \end{pmatrix} \quad (4)$$

для напряжённости магнитного поля. Если положить в формулах (3), (4) $m = 1$, то они будут описывать обычный азимутально-поляризованный свет, а для $m = 0$ – линейно-поляризованный свет, направленный вдоль оси y .

Фокусировка цилиндрических векторных пучков с порядком от нуля до единицы

Рассмотрим фокусировку пучков с дробным порядком, изменяющимся от нуля (линейно-поляризованный свет) до единицы (азимутальная поляризация) с шагом $\Delta m = 0,25$. На рис. 1 показано направление поляризации для дробных значений m : 0,25, 0,5 и 0,75. Моделирование осуществлялось с помощью самостоятельно написанного программного обеспечения в среде Matlab. Корректность работы разработанного ПО подтверждалась в ранних работах авторов [25] путем сравнения полученных результатов с результатами, полученными в программном обеспечении RSoft Fullwave. На рис. 2 показано изменение суммарной интенсивности и отдельных компонент интенсивности для этого случая, а на рис. 3 аналогично – компонент вектора Пойнтинга.

Из рис. 2 и 3 видно, что при изменении порядка пучка m от нуля до единицы происходит изменение распределения интенсивности с эллиптического к кольцевому, при этом промежуточные состояния имеют вид наклоненных эллипсов. Наклон и уширение пятна в одном из направлений при порядках пучка m , близких к нулю, обеспечивается продольной составляющей интенсивности, а при m , близком к единице, – поперечными составляющими.

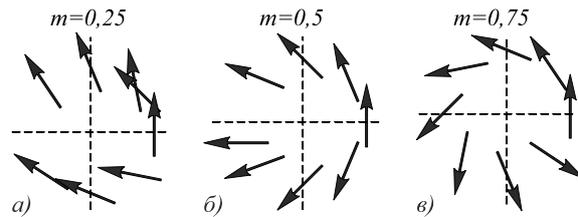


Рис. 1. Направление поляризации в ЦВП дробного порядка m : $m=0,25$ (а), $m=0,5$ (б), $m=0,75$ (в)

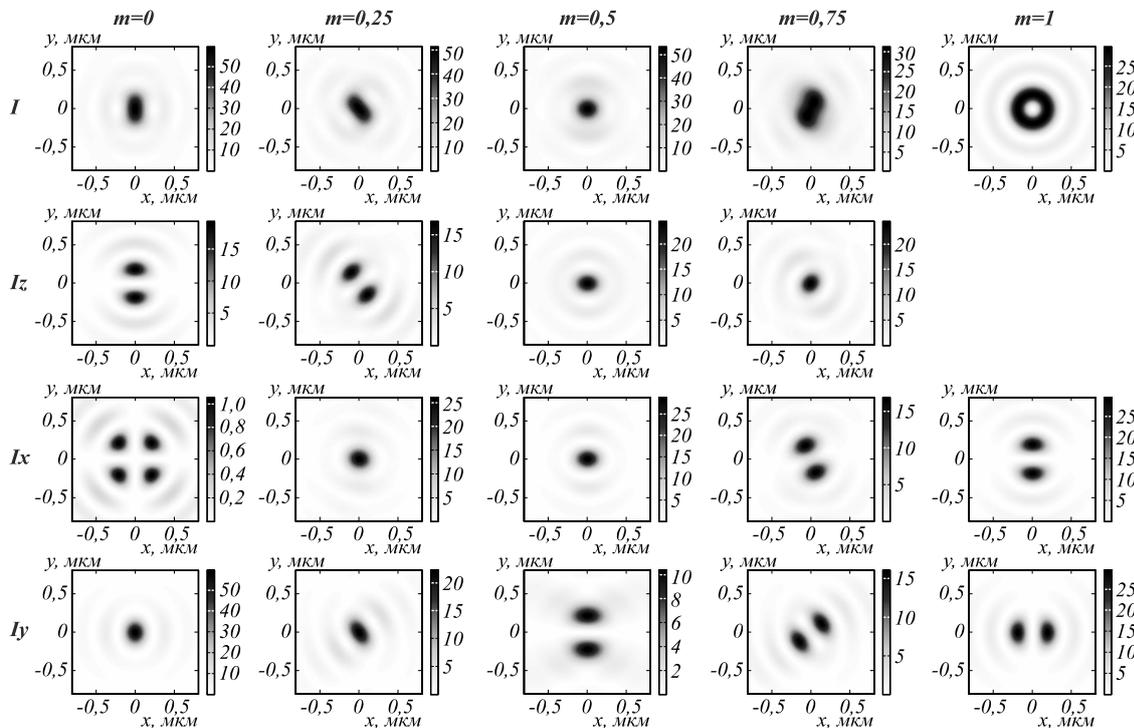


Рис. 2. Распределение суммарной интенсивности I и отдельных составляющих интенсивности I_z , I_x и I_y при фокусировке ЦВП различных порядков: $m = 0$ (линейная поляризация), $m = 0,25$, $m = 0,5$, $m = 0,75$ и $m = 1$ (азимутальная поляризация)

У продольной компоненты вектора Пойнтинга форма распределения меняется с круговой на кольцевую (при $m=0,75$ распределение уже имеет вид асимметричного кольца), но промежуточные эллипсы не наклонены, а ориентированы вдоль оси y (направления поляризации при $m=0$). При целых значениях порядка пучка поперечные компоненты вектора Пойнтинга равны нулю, а при дробных значениях – нет. Наблюдается два ярко выраженных центра с координатами $x=0$ и $y=\pm 0,1$ мкм, вокруг которых закручен поперечный поток в области фокуса. Вокруг верхнего центра поток вращается по часовой стрелке, а вокруг нижнего – против часовой. Можно сказать, что траектория поперечного потока энергии представляет собой цифру «восемь» (нижние строчки рис. 3)

Интересно также, что происходит смена формы: у линейной поляризации интенсивность эллиптическая, а продольный поток энергии – круглый, а у пучка с порядком $m=0,5$ наоборот, интенсивность почти круглая, а продольный поток – эллиптический. Отметим, что при фокусировке оптического вихря с азимутальной поляризацией (порядок пучка $m = 1$, топо-

логический заряд вихря $n=1$) также наблюдается круглое пятно. Размеры фокусных пятен для этих трех случаев приведены в табл. 1. Точность полученных численных значений проверялась с помощью уменьшения шага разбиения обесчитываемой области. Шаг уменьшался до тех пор, пока не обеспечилась точность полученных значений диаметров фокусных пятен до трех знаков после запятой.

Из сравнения значений интенсивности в табл. 1 видно, что наименьшее фокусное пятно наблюдается при фокусировке азимутально-поляризованного оптического вихря. А вот сравнивая значения продольной проекции вектора Пойнтинга, следует отметить, что наименьшее значение наблюдается для сфокусированного линейно-поляризованного пучка.

Фокусировка цилиндрических векторных пучков с порядком больше единицы

На рис. 4 показано распределение продольной проекции вектора Пойнтинга при изменении порядка пучка от 1,5 до 1,9 (т.е. поляризация «недокручена» до двух полных оборотов в поперечном сечении пучка).

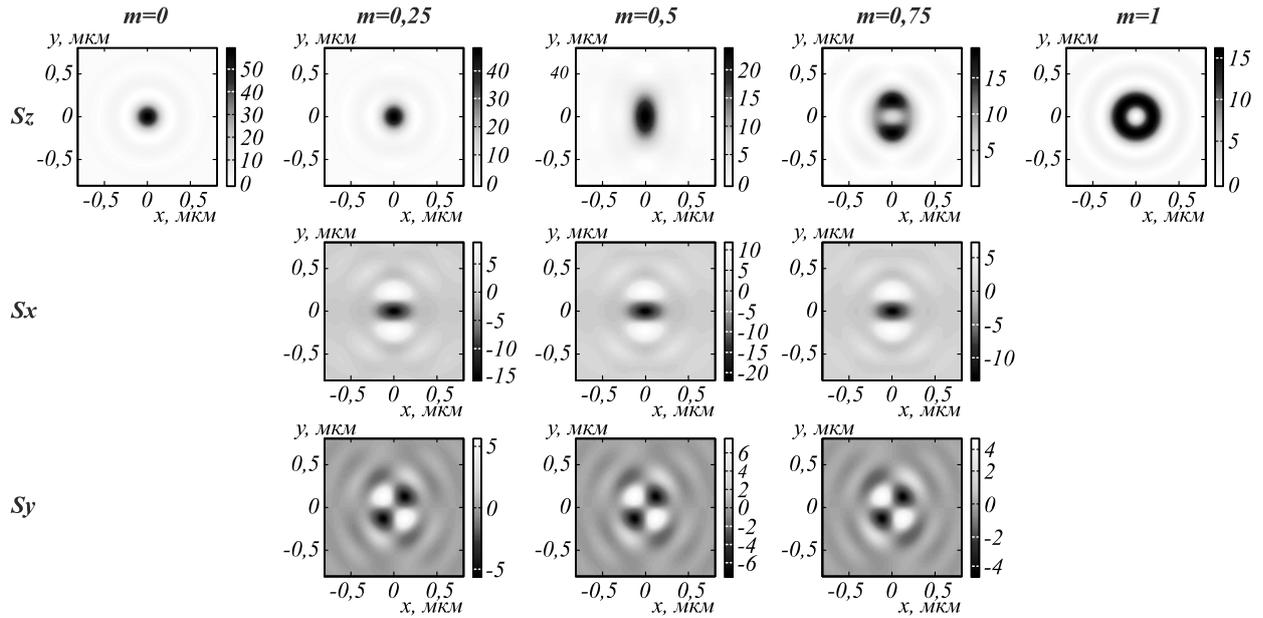


Рис. 3. Распределение отдельных компонент вектора Пойнтинга S_z , S_x и S_y при фокусировке ЦВП различных порядков: $m = 0$ (линейная поляризация), $m = 0,25$, $m = 0,5$, $m = 0,75$ и $m = 1$ (азимутальная поляризация)

Табл. 1. Размеры фокусного пятна по полуспаду интенсивности и продольной проекции вектора Пойнтинга при фокусировке ЦВП различных порядков

	Порядок ЦВП, m	Порядок оптического вихря, n	Ширина пятна по полуспаду интенсивности $I = I_x + I_y + I_z$		Ширина пятна по полуспаду продольной проекции вектора Пойнтинга S_z	
			FWHM $_x$, λ	FWHM $_y$, λ	FWHM $_x$, λ	FWHM $_y$, λ
Азимутально-поляризованный оптический вихрь	1	1	0,460	0,460	0,475	0,475
ЦВП порядка 0,5	0,5	0	0,517	0,484	0,517	0,936
Линейно-поляризованный свет	0	0	0,421	0,751	0,456	0,456

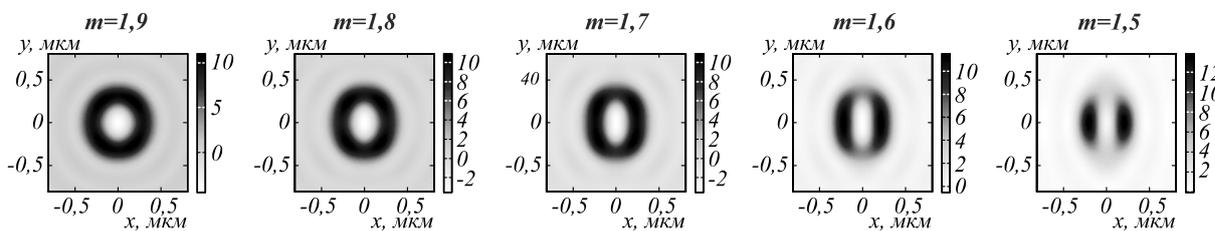


Рис. 4. Распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга при фокусировке ЦВП с порядками, изменяющимися от 1,9 до 1,5

Из рис. 4 видно, что при уменьшении порядка m распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z приобретает асимметричный вид – кольцо сжимается, а отрицательный поток в центре пропадает. Из рис. 4 также видно, что небольшие отклонения порядка пучка от $m=2$ не приводят сразу к исчезновению обратного потока энергии на оси. Отрица-

тельные значения продольной компоненты в центре фокусного пятна наблюдаются уже при $m=1,55$. На рис. 5 показано изменение S_z в центре фокусного пятна. Из рис. 5 видно, что поток на оси положителен при изменении порядка пучка от нуля до единицы. Нулевой для целых порядков пучков $m=1$ (азимутально-поляризованный свет), $m=3$ и $m=4$. Интересно, что

при изменении m от трех до четырех поток на оси положителен. Ранее было показано [24], что, когда m строго равно трем или четырем, поток на оси нулевой, а область обратного потока располагается рядом с оптической осью (имеет вид трубки).

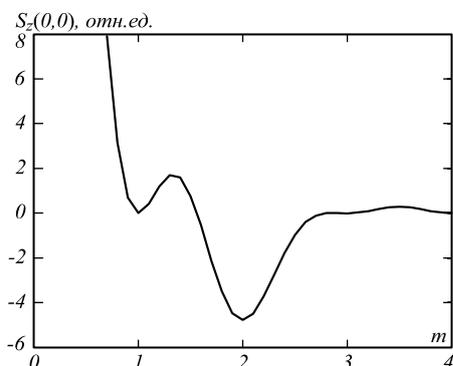


Рис. 5. Величина продольной проекции вектора Пойнтинга $S_z(0,0)$ в центре фокусного пятна при изменении порядка фокусируемого пучка m

При отклонении порядка пучка m от целого значения поперечные составляющие вектора Пойнтинга S_x и S_y также становятся ненулевыми, хотя при $m=1$ и $m=2$ они отсутствовали. Поток энергии в плоскости фокуса превращается из ламинарного в турбулентный. В отличие от дробных $m \in (0,1)$ выраженных центров вращения поперечного потока становится больше (рис. 6).

Заключение

С помощью формул Ричардса–Вольфа моделировалась фокусировка цилиндрического векторного пучка с длиной волны 532 нм и дробным порядком плоской дифракционной линзой с числовой апертурой $NA=0,95$. Было проведено две серии моделирований: исследовалось влияние отклонения порядка пучка от $m=2$ (т.е. случая, когда обратный поток наблюдается в центре фокусного пятна) и исследовались пучки с дробными порядками меньше единицы. Было показано, что:

- при изменении порядка пучка от нуля до единицы распределение интенсивности изменяется с эллиптического к кольцевому, при этом промежуточные состояния имеют вид наклоненных эллипсов. У продольной компоненты вектора Пойнтинга форма распределения меняется с круговой на кольцевую, но промежуточные эллипсы не наклонены;
- при целых значениях порядков пучка поперечные составляющие вектора Пойнтинга равны нулю, при отклонениях порядка пучка от целого значения поток энергии приобретает турбулентный вид. Для порядка пучка от нуля до единицы наблюдается два ярко выраженных центра с координатами $x=0$ и $y=\pm 0,1$ мкм, вокруг которых закручен поперечный поток в области фокуса. При увеличении порядка пучка выше единицы таких выраженных центров вращения становится больше;

– небольшие отклонения порядка пучка от $m=2$ не приводят к исчезновению обратного потока энергии на оси. Отрицательные значения на оси начинаются от $m=1,55$.

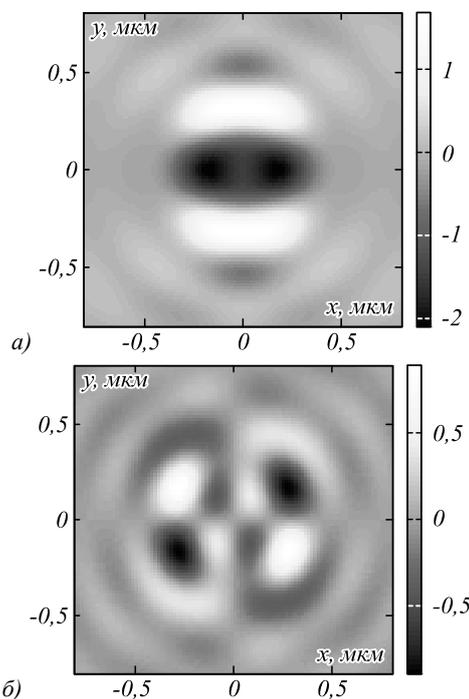


Рис. 6. Составляющие вектора Пойнтинга S_x (а) и S_y (б) в области фокуса при фокусировке пучка с порядком поляризации $m=1,9$

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в части «Фокусировка цилиндрических векторных пучков с порядком от нуля до единицы», Российского фонда фундаментальных исследований – грант 18-29-20003 в части «Моделирование», и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение 007-ГЗ/Ч3363/26) в части «Введение».

Литература

1. **Dorn, R.** Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs // Physical Review Letters. – 2003. – Vol. 91, Issue 23. – 233901.
2. **Khonina, S.N.** Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions / S.N. Khonina // Optical Engineering. – 2013. – Vol. 52, Issue 9. – 091711. – DOI: 10.1117/1.OE.52.9.091711.
3. **Grosjean, T.** Longitudinally polarized electric and magnetic optical nano-needles of ultra high lengths / T. Grosjean, I. Gauthier // Optics Communications. – 2013. – Vol. 294. – P. 333-337.
4. **Guan, J.** Transversely polarized sub-diffraction optical needle with ultra-long depth of focus / J. Guan, J. Lin, C. Chen, Y. Ma, J. Tan, P. Jin // Optics Communications. – 2017. – Vol. 404. – P. 118-123.
5. **Yu, Y.** Engineering of multi-segmented light tunnel and flattop focus with designed axial lengths and gaps / Y. Yu,

- H. Huang, M. Zhou, Q. Zhan // *Optics Communications*. – 2018. – Vol. 407. – P. 398-401.
6. **Zheng, C.** Characterization of the focusing performance of axial line-focused spiral zone plates / C. Zheng, S. Su, H. Zang, Z. Ji, Y. Tian, S. Chen, K. Mu, L. Wei, Q. Fan, C. Wang, X. Zhu, C. Xie, L. Cao, E. Liang // *Applied Optics*. – 2018. – Vol. 57. – P. 3802-3807.
 7. **Lin, J.** Generation of longitudinally polarized optical chain by 4π focusing system / J. Lin, R. Chen, P. Jin, M. Cada, Y. Ma // *Optics Communications*. – 2015. – Vol. 340. – P. 69-73.
 8. **Yu, Y.** Generation of uniform three-dimensional optical chain with controllable characteristics / Y. Yu, Q. Zhan // *Journal of Optics*. – 2015. – Vol. 17. – 105606.
 9. **Xiaoqiang, Z.** Focusing properties of cylindrical vector vortex beams / Z. Xiaoqiang, C. Ruishan, W. Anting // *Optics Communications*. – 2018. – Vol. 414. – P. 10-15.
 10. **Khonina, S.N.** Shaping of spherical light intensity based on the interference of tightly focused beams with different polarizations / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S.G. Volotovskiy // *Optics and Laser Technology*. – 2014. – Vol. 60. – P. 99-106. – DOI: 10.1016/j.optlastec.2014.01.012.
 11. **Khonina, S.N.** High-aperture binary axicons for the formation of the longitudinal electric field component on the optical axis for linear and circular polarizations of the illuminating beam / S.N. Khonina, D.A. Savelyev // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. – 2013. – Vol. 117. – P. 623-630. – DOI: 10.1134/S1063776113120157.
 12. **Rashid, M.** Focusing of high order cylindrical vector beams / M. Rashid, O.M. Maragò, P.H. Jones // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2009 – Vol. 11 – 065204.
 13. **Li, Y.** Propagation evolution of an off-axis high-order cylindrical vector beam / Y. Li, Z. Zhu, X. Wang, L. Gong, M. Wang, S. Nie // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2014. – Vol. 31. – P. 2356-2361.
 14. **Qi, J.** Multiple-slit diffraction of high-polarization-order cylindrical vector beams / J. Qi, W. Wang, B. Pan, H. Deng, J. Yang, B. Shi, H. Shan, L. Zhang, H. Wang // *Proceedings of SPIE*. – 2017. – Vol. 10339. – 1033927.
 15. **Wang, X.-L.** Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement / X.-L. Wang, J. Ding, W.-J. Ni, C.-S. Guo, H.-T. Wang // *Optics Letters*. – 2007. – Vol. 32. – P. 3549-3551.
 16. **Chen, H.** Generation of vector beam with space-variant distribution of both polarization and phase / H. Chen, J. Hao, B.-F. Zhang, J. Xu, J. Ding, H.-T. Wang // *Optics Letters*. – 2011. – Vol. 36. – P. 3179-3181.
 17. **Liu, Y.** Generation of perfect vortex and vector beams based on Pancharatnam-Berry phase elements / Y. Liu, Y. Ke, J. Zhou, Y. Liu, H. Luo, S. Wen, D. Fan // *Scientific Reports*. – 2017. – Vol. 7. – 44096.
 18. **Khonina, S.N.** Vortex beams with high-order cylindrical polarization: features of focal distributions / S.N. Khonina // *Applied Physics B*. – 2019. – Vol. 125. – 100. – DOI: 10.1007/s00340-019-7212-1.
 19. **Chen, S.** Generation of arbitrary cylindrical vector beams on the higher order Poincaré sphere / S. Chen, X. Zhou, Y. Liu, X. Ling, H. Luo, S. Wen // *Optics Letters*. – 2014. – Vol. 39. – P. 5274-5276.
 20. **Khonina, S.N.** Formation of hybrid higher-order cylindrical vector beams using binary multi-sector phase plates / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S.A. Fomchenkov, A.P. Porfirev // *Scientific Reports*. – 2018. – Vol. 8. – 14320. – DOI: 10.1038/s41598-018-32469-0.
 21. **D'Errico, A.** Topological features of vector vortex beams perturbed with uniformly polarized light / A. D'Errico, M. Maffei, B. Piccirillo, C. de Lisio, F. Cardano, L. Marrucci // *Scientific Reports*. – 2017. – Vol. 7. – 40195.
 22. **Gao, X.-Z.** Redistributing the energy flow of tightly focused ellipticity-variant vector optical fields / X.-Z. Gao, Y. Pan, G.-L. Zhang, M.-D. Zhao, Z.-C. Ren, C.-G. Tu, Y.-N. Li, H.-T. Wang // *Photonics Research*. – 2017. – Vol. 5. – P. 640-648.
 23. **Khonina, S.N.** Vector Lissajous laser beams / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.P. Porfirev // *Optics Letters*. – 2020. – Vol. 45, Issue 15. – P. 4112-4115. – DOI: 10.1364/OL.398209.
 24. **Стафеев, С.С.** Обратный поток энергии в фокусе цилиндрического векторного пучка / С.С. Стафеев, А.Г. Налимов, В.В. Котляр // *Компьютерная оптика*. – 2018 – Т. 42, № 5. – С. 744-750. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-744-750.
 25. **Stafeev, S.S.** The non-vortex inverse propagation of energy in a tightly focused high-order cylindrical vector beam / S.S. Stafeev, V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, E.S. Kozlova // *IEEE Photonics Journal*. – 2019 – Vol. 11, Issue 4. – 4500810. – DOI: DOI: 10.1109/JPHOT.2019.2921669.
 26. **Kotlyar, V.V.** Mechanism of formation of an inverse energy flow in a sharp focus / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.G. Nalimov, A.A. Kovalev, A.P. Porfirev // *Physical Review A*. – 2020. – Vol. 101, Issue 3. – 033811. – DOI: 10.1103/PhysRevA.101.033811.
 27. **Degtyarev, S.** Metasurfaces with continuous ridges for inverse energy flux generation / S. Degtyarev, D. Savelyev, S. Khonina, N. Kazanskiy // *Optics Express*. – 2019. – Vol. 27, Issue 11. – P. 15129-15135. – DOI: 10.1364/OE.27.015129.
 28. **Khonina, S.N.** Increased reverse energy flux area when focusing a linearly polarized annular beam with binary plates / S.N. Khonina, A.V. Ustinov // *Optics Letters*. – 2019. – Vol. 44, Issue 8. – P. 2008-2011. – DOI: 10.1364/OL.44.002008.
 29. **Machavariani, G.** Efficient extracavity generation of radially and azimuthally polarized beams / G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe, A. Meir, S. Jackel // *Optics Letters*. – 2007. – Vol. 32. – P. 1468-1470.
 30. **Machavariani, G.** Spatially-variable retardation plate for efficient generation of radially- and azimuthally-polarized beam / G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe, A. Meir, S. Jackel // *Optics Communications*. – 2008. – Vol. 281. – P. 732-738.
 31. **Алферов, С.В.** Экспериментальное исследование фокусировки неоднородно поляризованных пучков, сформированных при помощи секторных пластинок / С.В. Алферов, С.В. Карпеев, С.Н. Хонина, О.Ю. Моисеев // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 51-56. – DOI: 10.18287/0134-2452-2014-38-1-51-56.
 32. **Khonina, S.N.** Sector sandwich structure: an easy-to-manufacture way towards complex vector beam generation / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, A.P. Porfirev // *Optics Express*. – 2020. – Vol. 28, Issue 19. – P. 27628-27643. – DOI: 10.1364/OE.398435.
 33. **Imai, R.** Terahertz vector beam generation using segmented nonlinear optical crystals with threefold rotational symmetry / R. Imai, N. Kanda, T. Higuchi, Z. Zheng, K. Konishi, M. Kuwata-Gonokami // *Optics Express*. – 2012. – Vol. 20. – P. 21896-21904.
 34. **Man, Z.** Arbitrary vector beams with selective polarization states patterned by tailored polarizing films / Z. Man,

- C. Min, Y. Zhang, Z. Shen, X.-C. Yuan // *Laser Physics*. – 2013. – Vol. 23. – 105001.
35. **Налимов, А.Г.** Отражающий четырёхзонный субволновый элемент микрооптики для преобразования линейной поляризации в радиальную / А.Г. Налимов, Л. О'Фаолейн, С.С. Стафеев, М.И. Шанина, В.В. Котляр // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 229-236. – DOI: 10.18287/0134-2452-2014-38-2-229-236.
36. **Stafeev, S.S.** Microlens-aided focusing of linearly and azimuthally polarized laser light / S.S. Stafeev, A.G. Nalimov, M.V. Kotlyar, D. Gibson, S. Song, L. O'Faolain, V.V. Kotlyar // *Optics Express*. – 2016. – Vol. 24, Issue 26. – P. 29800-29813. – DOI: 10.1364/OE.24.029800.
37. **Kotlyar, V.V.** Subwavelength micropolarizer in a gold film for visible light / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, M.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, L. O'Faolain // *Applied Optics*. – 2016. – Vol. 55, Issue 19. – P. 5025-5032. – DOI: 10.1364/AO.55.005025.
38. **Stafeev, S.S.** Tight focusing of a quasi-cylindrical optical vortex / S.S. Stafeev, V.V. Kotlyar // *Optics Communications*. – 2017. – Vol. 403. – P. 277-282. – DOI: 10.1016/j.optcom.2017.07.054.
39. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // *Proceedings of the Royal Society of London A. Mathematical and Physical Sciences*. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379.

Сведения об авторах

Зайцев Владислав Дмитриевич, 1991 года рождения. В 2020 году окончил магистратуру Самарского государственного университета имени академика С.П. Королёва по специальности «Прикладная математика и физика». Аспирант Самарского национального исследовательского университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, метод конечных элементов, диэлектрики.
E-mail: zaycev-vlad@yandex.ru. ORCID: 0000-0002-1243-8208.

Сведения об авторе **Стафеев Сергей Сергеевич** – см. стр. 171 этого номера.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 31 августа 2020 г. Окончательный вариант – 6 февраля 2021 г.

Focusing fractional-order cylindrical vector beams

S.S. Stafeev^{1,2}, V.D. Zaitsev^{1,2}

¹IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

²Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

By numerically simulating the sharp focusing of fractional-order vector beams ($0 \leq m \leq 1$, with azimuthal polarization at $m=1$ and linear polarization at $m=0$), it is shown that the shape of the intensity distribution in the focal spot changes from elliptical ($m=0$) to round ($m=0.5$) and ends up being annular ($m=1$). Meanwhile, the distribution pattern of the longitudinal component of the Poynting vector (energy flux) in the focal spot changes in a different way: from circular ($m=0$) to elliptical ($m=0.5$) and ends up being annular ($m=1$). The size of the focal spot at full width at half maximum of intensity for a first-order azimuthally polarized optical vortex ($m=1$) and numerical aperture $NA=0.95$ is found to be 0.46 of the incident wavelength, whereas the diameter of the on-axis energy flux for linearly polarized light ($m=0$) is 0.45 of the wavelength. Therefore, the answers to the questions: when the focal spot is round and when elliptical, or when the focal spot is minimal -- when focusing an azimuthally polarized vortex beam or a linearly polarized non-vortex beam, depend on whether we are considering the intensity at the focus or the energy flow.

In another run of numerical simulation, we investigate the effect of the deviation of the beam order from $m=2$ (when an energy backflow is observed at the focal spot center). The reverse energy flow is shown to occur at the focal spot center until the beam order gets equal to $m=1.55$.

Keywords: cylindrical vector beam, sharp focusing, Richard-Wolf formulas, energy backflow.

Citation: Stafeev SS, Zaitsev VD. Focusing fractional-order cylindrical vector beams. *Comput Optics* 2021; 45(2): 172-178. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-805.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (Project No. 18-19-00595) in part of “Focusing of cylindrical vector beams of order varying from zero to unity”, Russian Foundation of Basic Research (Project No. 18-29-20003 in part of “Simulation”), and Ministry of Science and Higher Education within the State assignment FSRC «Crystallography and Photonics» RAS in part of “Introduction”.

References

- [1] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam. *Phys Rev Lett* 2003; 91(23): 233901.
 - [2] Khonina SN. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions. *Opt Eng* 2013; 52(9): 091711. DOI: 10.1117/1.OE.52.9.091711.
 - [3] Grosjean T, Gauthier I. Longitudinally polarized electric and magnetic optical nano-needles of ultra high lengths. *Opt Commun* 2013; 294: 333-337.
 - [4] Guan J, Lin J, Chen C, Ma Y, Tan J, Jin P. Transversely polarized sub-diffraction optical needle with ultra-long depth of focus. *Opt Commun* 2017; 404: 118-123.
 - [5] Yu Y, Huang H, Zhou M, Zhan Q. Engineering of multi-segmented light tunnel and flat-top focus with designed axial lengths and gaps. *Opt Commun* 2018; 407: 398-401.
 - [6] Zheng C, Su S, Zang H, Ji Z, Tian Y, Chen S, Mu K, Wei L, Fan Q, Wang C, Zhu X, Xie C, Cao L, Liang E. Characterization of the focusing performance of axial line-focused spiral zone plates. *Appl Opt* 2018; 57: 3802-3807.
 - [7] Lin J, Chen R, Jin P, Cada M, Ma Y. Generation of longitudinally polarized optical chain by 4π focusing system. *Opt Commun* 2015; 340: 69-73.
 - [8] Yu Y, Zhan Q. Generation of uniform three-dimensional optical chain with controllable characteristics. *J Opt* 2015; 17(10): 105606.
 - [9] Xiaoqiang Z, Ruishan C, Anting W. Focusing properties of cylindrical vector vortex beams. *Opt Commun* 2018; 414: 10-15.
 - [10] Khonina SN, Ustinov AV, Volotovskiy SG. Shaping of spherical light intensity based on the interference of tightly focused beams with different polarizations. *Opt Laser Technol* 2014; 60: 99-106. DOI: 10.1016/j.optlastec.2014.01.012.
 - [11] Khonina SN, Savelyev DA. High-aperture binary axicons for the formation of the longitudinal electric field component on the optical axis for linear and circular polarizations of the illuminating beam. *J Exp Theor Phys* 2013; 117: 623-630. DOI: 10.1134/S1063776113120157.
 - [12] Rashid M, Maragò OM, Jones PH. Focusing of high order cylindrical vector beams. *J Opt A–Pure Appl Opt* 2009; 11: 065204.
 - [13] Li Y, Zhu Z, Wang X, Gong L, Wang M, Nie S. Propagation evolution of an off-axis high-order cylindrical vector beam. *J Opt Soc Am A* 2014; 31: 2356-2361.
 - [14] Qi J, Wang W, Pan B, Deng H, Yang J, Shi B, Shan H, Zhang L, Wang H. Multiple-slit diffraction of high-polarization-order cylindrical vector beams. *Proc SPIE* 2017; 10339; 1033927.
 - [15] Wang X-L, Ding J, Ni W-J, Guo C-S, Wang H-T. Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement. *Opt Lett* 2007; 32: 3549-3551.
 - [16] Chen H, Hao J, Zhang B-F, Xu J, Ding J, Wang H-T. Generation of vector beam with space-variant distribution of both polarization and phase. *Opt Lett* 2011; 36: 3179-3181.
 - [17] Liu Y, Ke Y, Zhou J, Liu Y, Luo H, Wen S, Fan D. Generation of perfect vortex and vector beams based on
-

- Pancharatnam-Berry phase elements. *Sci Rep* 2017; 7: 44096.
- [18] Khonina SN. Vortex beams with high-order cylindrical polarization: features of focal distributions. *Appl Phys B* 2019; 125: 100. DOI: 10.1007/s00340-019-7212-1.
- [19] Chen S, Zhou X, Liu Y, Ling X, Luo H, Wen S. Generation of arbitrary cylindrical vector beams on the higher order Poincaré sphere. *Opt Lett* 2014; 39: 5274-5276.
- [20] Khonina SN, Ustinov A V., Fomchenkov SA, Porfirev AP. Formation of hybrid higher-order cylindrical vector beams using binary multi-sector phase plates. *Sci Rep* 2018; 8: 14320. DOI: 10.1038/s41598-018-32469-0.
- [21] D'Errico A, Maffei M, Piccirillo B, de Lisio C, Cardano F, Marrucci L. Topological features of vector vortex beams perturbed with uniformly polarized light. *Sci Rep* 2017; 7: 40195.
- [22] Gao X-Z, Pan Y, Zhang G-L, Zhao M-D, Ren Z-C, Tu C-G, Li Y-N, Wang H-T. Redistributing the energy flow of tightly focused ellipticity-variant vector optical fields. *Photonics Res* 2017; 5: 640-648.
- [23] Khonina SN, Ustinov AV, Porfirev AP. Vector Lissajous laser beams. *Opt Lett* 2020; 45(15): 4112-4115. DOI: 10.1364/OL.398209.
- [24] Stafeev SS, Nalimov AG, Kotlyar VV. Energy backflow in the focal spot of a cylindrical vector beam. *Computer Optics* 2018; 42(5): 744-750. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-744-750.
- [25] Stafeev SS, Kotlyar VV, Nalimov AG, Kozlova ES. The non-vortex inverse propagation of energy in a tightly focused high-order cylindrical vector beam. *IEEE Photon J* 2019; 11(4): 4500810. DOI: 10.1109/JPHOT.2019.2921669.
- [26] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG, Kovalev AA, Porfirev AP. Mechanism of formation of an inverse energy flow in a sharp focus. *Phys Rev A* 2020; 101(3): 033811. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.033811.
- [27] Degtyarev S, Savelyev D, Khonina S, Kazanskiy N. Metasurfaces with continuous ridges for inverse energy flux generation. *Opt Express* 2019; 27(11): 15129-15135. DOI: 10.1364/OE.27.015129.
- [28] Khonina SN, Ustinov AV. Increased reverse energy flux area when focusing a linearly polarized annular beam with binary plates. *Opt Lett* 2019; 44(8): 2008-2011. DOI: 10.1364/OL.44.002008.
- [29] Machavariani G, Lumer Y, Moshe I, Meir A, Jackel S. Efficient extracavity generation of radially and azimuthally polarized beams. *Opt Lett* 2007; 32: 1468-1470.
- [30] Machavariani G, Lumer Y, Moshe I, Meir A, Jackel S. Spatially-variable retardation plate for efficient generation of radially- and azimuthally-polarized beams. *Opt Commun* 2008; 281: 732-738.
- [31] Alferov SV, Karpeev SV, Khonina SN, Moiseev OY. Experimental study of focusing of inhomogeneously polarized beams generated using sector polarizing plates. *Computer Optics* 2014; 38(1): 51-56. DOI: 10.18287/0134-2452-2014-38-1-51-56.
- [32] Khonina SN, Karpeev SV, Porfirev AP. Sector sandwich structure: an easy-to-manufacture way towards complex vector beam generation. *Opt Express* 2020; 28(19): 27628-27643. DOI: 10.1364/OE.398435.
- [33] Imai R, Kanda N, Higuchi T, Zheng Z, Konishi K, Kuwata-Gonokami M. Terahertz vector beam generation using segmented nonlinear optical crystals with threefold rotational symmetry. *Opt Express* 2012; 20: 21896-21904.
- [34] Man Z, Min C, Zhang Y, Shen Z, Yuan X-C. Arbitrary vector beams with selective polarization states patterned by tailored polarizing films. *Laser Phys* 2013; 23: 105001.
- [35] Nalimov AG, O'Faolain L, Stafeev SS, Shanina MI, Kotlyar VV. Reflected four-zones subwavelength microoptics element for polarization conversion from linear to radial. *Computer Optics* 2014; 38(2): 229-236. DOI: 10.18287/0134-2452-2014-38-2-229-236.
- [36] Stafeev SS, Nalimov AG, Kotlyar MV, Gibson D, Song S, O'Faolain L, Kotlyar VV. Microlens-aided focusing of linearly and azimuthally polarized laser light. *Opt Express* 2016; 24(26): 29800-29813. DOI: 10.1364/OE.24.029800.
- [37] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kotlyar MV, Nalimov AG, O'Faolain L. Subwavelength micropolarizer in a gold film for visible light. *Appl Opt* 2016; 55(19): 5025-5032. DOI: 10.1364/AO.55.005025.
- [38] Stafeev SS, Kotlyar VV. Tight focusing of a quasi-cylindrical optical vortex. *Opt Commun* 2017; 403: 277-282. DOI: 10.1016/j.optcom.2017.07.054.
- [39] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc Math Phys Eng Sci* 1959; 253(1274): 358-379.

Authors' information

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Vladislav Dmitrievich Zaitsev (b. 1991) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State University (2020). PhD student of Samara National Research University. Research interests are diffraction optics, finite element method, dielectrics. E-mail: zaitsev-vlad@yandex.ru. ORCID: 0000-0002-1243-8208.

Received August 31, 2020. The final version – February 6, 2021.