

## Компьютерное моделирование дифракционных изображающих линз с использованием гиперспектральных изображений

С.И. Харитонов<sup>1,2</sup>, В.А. Фурсов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,  
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

### Аннотация

Мы предлагаем компьютерную технологию моделирования процесса формирования оптических изображений дифракционной изображающей линзой. Центральная идея технологии состоит в том, чтобы оценивать качество оптики путём сопоставления входного и выходного изображений по критериям, принятым в обработке изображений. Для этого на вход подаются, а на выходе формируются гиперспектральные изображения одинакового разрешения. При большом числе спектральных компонентов обеспечивается достаточно точное воспроизведение эффектов, связанных с зависимостью коэффициента преломления от длины волны. Для сравнения входного и выходного изображений по показателю PSNR осуществляется «сборка» обычных трёхкомпонентных RGB-изображений с использованием стандартных функций соответствия во всем оптическом диапазоне. Приводятся результаты исследования зависимости показателя PSNR от основных параметров оптической системы: фокусное расстояние, линейная апертура и количество учитываемых дифракционных порядков.

**Ключевые слова:** дифракционная изображающая линза, моделирование изображений, геометрическая оптика, гармоническая линза.

**Цитирование:** Харитонов, С.И. Компьютерное моделирование дифракционных изображающих линз с использованием гиперспектральных изображений / С.И. Харитонов, В.А. Фурсов // Компьютерная оптика. – 2023. – Т. 47, № 5. – С. 725–733. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1274.

**Citation:** Kharitonov SI, Fursov VA. Computer simulation of diffractive imaging lenses using hyperspectral images. *Computer Optics* 2023; 47(5): 725-733. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1274.

### Введение

Исследование проблем формирования изображений с помощью дифракционных оптических элементов (ДОЭ) началось сравнительно недавно, в связи с появлением регистрирующих приборов на основе изображающей линзы Френеля [1]. Качество полученного в результате изображения было крайне низким. По мере совершенствования технологии изготовления дифракционных оптических элементов, в частности, с созданием объективов на основе изображающей линзы Френеля [2, 3] качество дифракционных изображений существенно возросло. Это явилось мотивацией для роста числа работ по созданию различных приборов с использованием дифракционных изображающих линз [4, 5].

К сожалению, достигнутый уровень разрешения дифракционной оптики всё-таки пока заметно ниже получаемого с помощью традиционных рефракционных оптических систем. Поэтому разработчики дифракционных оптических приборов прилагают серьёзные усилия как по совершенствованию самих приборов [6–8], так и по разработке алгоритмов постобработки изображений. В частности, в одной из последних работ рассмотрена технология реконструкции видеопотока на основе глубокого обучения в ди-

фракционных оптических системах массового производства [9].

Создание оптических систем на основе дифракционных элементов требует и значительных затрат времени, и материальных ресурсов. Естественно стремление сократить затраты усилий и времени на отработку новых приборов путём компьютерного моделирования. Это позволит в короткие сроки рассмотреть большое число вариантов приборов и, в конечном итоге, повысить их качество и снизить стоимость.

Настоящая работа является продолжением и развитием работы [10]. Идея работы состоит в том, чтобы построить технологию моделирования, позволяющую оценивать качество дифракционных изображающих линз непосредственно по показателям, традиционно используемым в обработке изображений. В частности, мы используем наиболее популярный показатель – пиковое отношение сигнала к шуму (*peak signal-to-noise ratio*), обозначаемый как PSNR. Ясно, что реализация этой идеи возможна только путём сравнения изображений на входе и выходе оптической системы. Мы используем для этой цели гиперспектральное изображение. При этом, наряду с сопоставлением изображений, появляется возможность моделирования процесса формирования изображений

в малых спектральных диапазонах. При большом числе спектральных компонентов это позволяет с высокой точностью воспроизвести эффекты, связанные с дифракцией и зависимостью показателя преломления от длины волны. Предлагаемая технология может использоваться на этапе проектирования для выбора схемы и параметров оптических приборов на основе изображающих линз.

### 1. Формулировка задачи

На рис. 1 приведена упрощенная схема рассматриваемой оптической системы. Входным является изображение некоторой сцены, плоскость которого перпендикулярна главной оптической оси оптической системы. Для формирования выходного изображения используется гармоническая дифракционная линза. Наша задача состоит в построении технологии моделирования, позволяющей оценить качество изображающей дифракционной линзы путём сравнения близости входного и выходного изображений.

Потери, связанные с прохождением сигнала через оптическую систему, мы будем оценивать путём сравнения входного и выходного изображений по показателю PSNR. Для того, чтобы это было возможным, дополнительно потребуем, чтобы размеры входного и выходного изображений совпадали, а главная оптическая ось проходила через центры этих изображений. Кроме того, будем полагать, что размеры входного и выходного изображений, а также сюжет входного изображения не изменяются в ходе всех экспериментов.

Далее будем обозначать:  $U_0 \times V_0$  – входное изображение,  $a$  – расстояние от плоскости входного изображения до линзы;  $b$  – расстояние от линзы до плоскости выходного изображения;  $u_0, v_0$  – координаты точек входного изображения на заданной плоскости;  $u, v$  – координаты точек на линзе;  $x, y$  – координаты точек на плоскости формируемого изображения, представляемого в виде  $X \times Y$ -матрицы. Все обозначения можно найти также на схеме оптической системы (рис. 1).

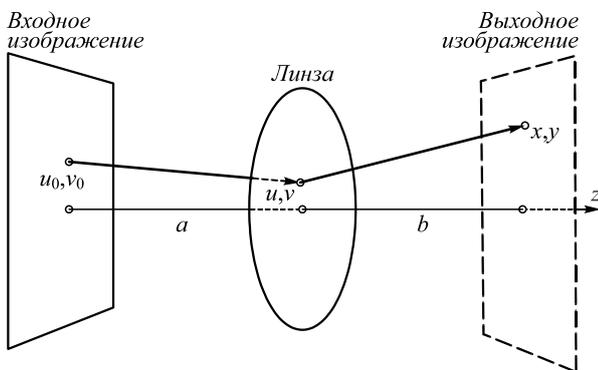


Рис. 1. Оптическая схема

Задача состоит в том, чтобы в рамках приведённой схемы и указанных выше предположений построить компьютерную технологию, позволяющую

выявлять закономерности изменения и взаимной зависимости параметров, а также получать количественные оценки степени искажений при заданных значениях параметров оптической системы. В частности, мы приведём соотношения и структурную схему алгоритма для моделирования процесса формирования дифракционного изображения.

Подчеркнём, что основной вклад настоящей работы – создание технологии, позволяющей оценивать качество оптического канала по критериям близости входного и выходного изображений канала. В частности, в экспериментальной части работы мы приведём примеры результатов моделирования, показывающие зависимость близости входного и выходного изображений по критерию PSNR от фокусного расстояния, линейной апертуры, а также от числа принимаемых во внимание дифракционных порядков.

### 2. Основные соотношения

Пусть заданы  $U_0 \times V_0$  – входное изображение,  $a$  – расстояние от плоскости входного изображения до линзы и  $F$  – фокусное расстояние. Тогда в соответствии с формулой линзы

$$b = \frac{aF}{a - F}. \tag{1}$$

Далее пусть  $u_0, v_0$  – произвольная точка на входном изображении. Из этой точки на дифракционную линзу падает расходящийся пучок. Рассмотрим точку  $u, v$  в пределах линейной апертуры линзы. В эту точку из точки  $u_0, v_0$  приходит луч, направляющие косинусы которого определяются соотношениями

$$s_0^x = \frac{u - u_0}{\sqrt{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 + a^2}}, \tag{2}$$

$$s_0^y = \frac{v - v_0}{\sqrt{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 + a^2}}, \tag{3}$$

$$s_0^z = \frac{a}{\sqrt{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 + a^2}}. \tag{4}$$

Направляющие косинусы луча после прохождения линзы определяются в соответствии со следующими соотношениями [11, 13]:

$$s^x(\lambda_k) = s_0^x + k_m(\lambda_k) \frac{\partial \Psi(u, v)}{\partial u}, \tag{5}$$

$$s^y(\lambda_k) = s_0^y + k_m(\lambda_k) \frac{\partial \Psi(u, v)}{\partial v}, \tag{6}$$

$$s^z(\lambda) = \sqrt{1 - s^x(\lambda_k)^2 - s^y(\lambda_k)^2}, \tag{7}$$

где

$$k_m(\lambda_k) = \frac{\lambda_k m}{\lambda_0 N}, \tag{8}$$

$$\Psi(u, v) = \sqrt{u^2 + v^2 + F^2}. \quad (9)$$

Здесь  $\lambda_k$  – длина волны  $k$ -го спектрального компонента,  $\lambda_0$  – базовая длина волны,  $m$  – номер дифракционного порядка,  $N$  – гармонический интервал линзы.

После прохождения линзы луч приходит в точку  $x, y$  на изображении, координаты которой вычисляются в соответствии с соотношениями:

$$x_m(u, v, \lambda_k) = u + \frac{s_m^x(\lambda_k)}{s_m^z(\lambda_k)} b, \quad (10)$$

$$y_m(u, v, \lambda_k) = v + \frac{s_m^y(\lambda_k)}{s_m^z(\lambda_k)} b. \quad (11)$$

Интенсивность света  $m$ -го порядка дифракции в точке с координатами  $(x_m, y_m)$  для спектрального компонента, соответствующего длине волны  $\lambda_k$ , на выходном изображении определяется как

$$J(x_m, y_m, \lambda_k) = \sum_{\forall u_0, v_0, u, v} I(x_m, y_m, u_0, v_0, u, v, \lambda_k), \quad (12)$$

где

$$I(x_m, y_m, u_0, v_0, u, v, \lambda_k) = \frac{B(u_0, v_0, \lambda_k) R(u_0, v_0, u, v, \lambda_k)}{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 + a^2}, \quad (13)$$

$B(u_0, v_0, \lambda_k)$  – яркость точки на спектральном компоненте  $\lambda_k$  входного изображения, а  $R(u_0, v_0, u, v, \lambda_k)$  – функция, зависящая от косинуса угла между направлением луча и нормалью к плоскости входного изображения. В простейшем случае ламбертовской диаграммы рассеяния функция совпадает с  $s_0^z$  и представляется в виде

$$R(u_0, v_0, u, v, \lambda_k) = \frac{a}{\sqrt{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 + a^2}}. \quad (14)$$

Совокупность значений  $J(u_m, v_m, \lambda_k)$ , соответствующих длине волны  $\lambda_k$ , для всех точек задней фокальной плоскости образует спектральный компонент модельного изображения. Этот компонент включает суммарный вклад всех дифракционных порядков для монохроматического света с длиной волны  $\lambda_k$  и определяется суммированием по всем порядкам с весами  $c_m(\lambda_k)$ :

$$J(x, y, \lambda_k) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m(\lambda_k) J(x_m, y_m, \lambda_k), \quad (15)$$

где

$$c_m(\lambda_k) = \text{Sinc}^2 \left( N \cdot \left( \mu(\lambda_k) \frac{\lambda_k}{\lambda_0} - \frac{m}{N} \right) \right), \quad (16)$$

$$\mu(\lambda) = \frac{n(\lambda) - 1}{n(\lambda_0) - 1}, \quad (17)$$

а  $n(\lambda)$  – показатель преломления материала линзы. Далее из этих спектральных компонентов формируются три компонента RGB.

RGB-компоненты необходимы для сравнения входного и выходного изображений по показателю PSNR с использованием стандартной программы. Эти компоненты формируются по соотношениям:

$$J_R(x, y) = \sum_{\forall x, y, k} \alpha_k(R) J(x, y, \lambda_k), \quad (18)$$

$$J_G(x, y) = \sum_{\forall x, y, k} \alpha_k(G) J(x, y, \lambda_k), \quad (19)$$

$$J_B(x, y) = \sum_{\forall x, y, k} \alpha_k(B) J(x, y, \lambda_k), \quad (20)$$

где  $J(x, y, \lambda_k)$  –  $k$ -я спектральная компонента изображения (15), а  $\alpha_k(R)$ ,  $\alpha_k(G)$ ,  $\alpha_k(B)$  – отсчеты функций чувствительности цветовых компонентов  $R, G, B$ .

### 3. Схема алгоритма моделирования

На рис. 2 приведена структурная схема алгоритма моделирования процесса формирования дифракционного изображения, реализованного в соответствии с приведёнными выше формулами. Для наглядности в блоках структурной схемы сохранены обозначения, фигурирующие в формулах (2–17). Дадим краткие комментарии к схеме.

Алгоритм моделирования строится в виде системы вложенных циклов. В основном «внешнем» цикле осуществляется перебор по всем длинам волн, соответствующих спектральным компонентам гиперспектрального изображения. В следующих двух внутренних циклах для каждого спектрального компонента осуществляется перебор по всем точкам предметной области (сцены) и всем допустимым координатам линзы.

Координаты точек  $u_0, v_0$  на входном изображении являются целыми числами (пикселей). Для того, чтобы параметры оптической системы были приближены к реальным значениям, мы полагаем, что 1 пиксел соответствует одному миллиметру. С учётом этого координаты  $u, v$  в пределах линейной апертуры линзы задавались вещественными числами с малым шагом  $h_u, h_v$ . Связано это с необходимостью формировать изображения при малой апертуре, например, 3 мм.

Из каждого луча предметной области во внутренних циклах формируется пучок лучей. Каждый луч этого пучка соответствует некоторому дифракционному порядку. Направления этих отдельных лучей зависят от функции  $\Psi(u, v)$  и коэффициентов  $k_m(\lambda_k)$ .

Фигурирующие в соотношениях (5), (6) и используемые при вычислениях в блоке 8 частные производные  $\psi_u(u, v)$ ,  $\psi_v(u, v)$  для каждой точки  $u, v$  могут вычисляться аналитически или путём вычисления центральных разностей по двум точкам, отстоящим на  $2h_u, 2h_v$  соответственно. Коэффициент  $k_m(\lambda_k)$  характеризует вклад  $m$ -го дифракционного порядка в формирование направления луча после прохождения линзы и вычисляется по формуле (8) в блоке 8.

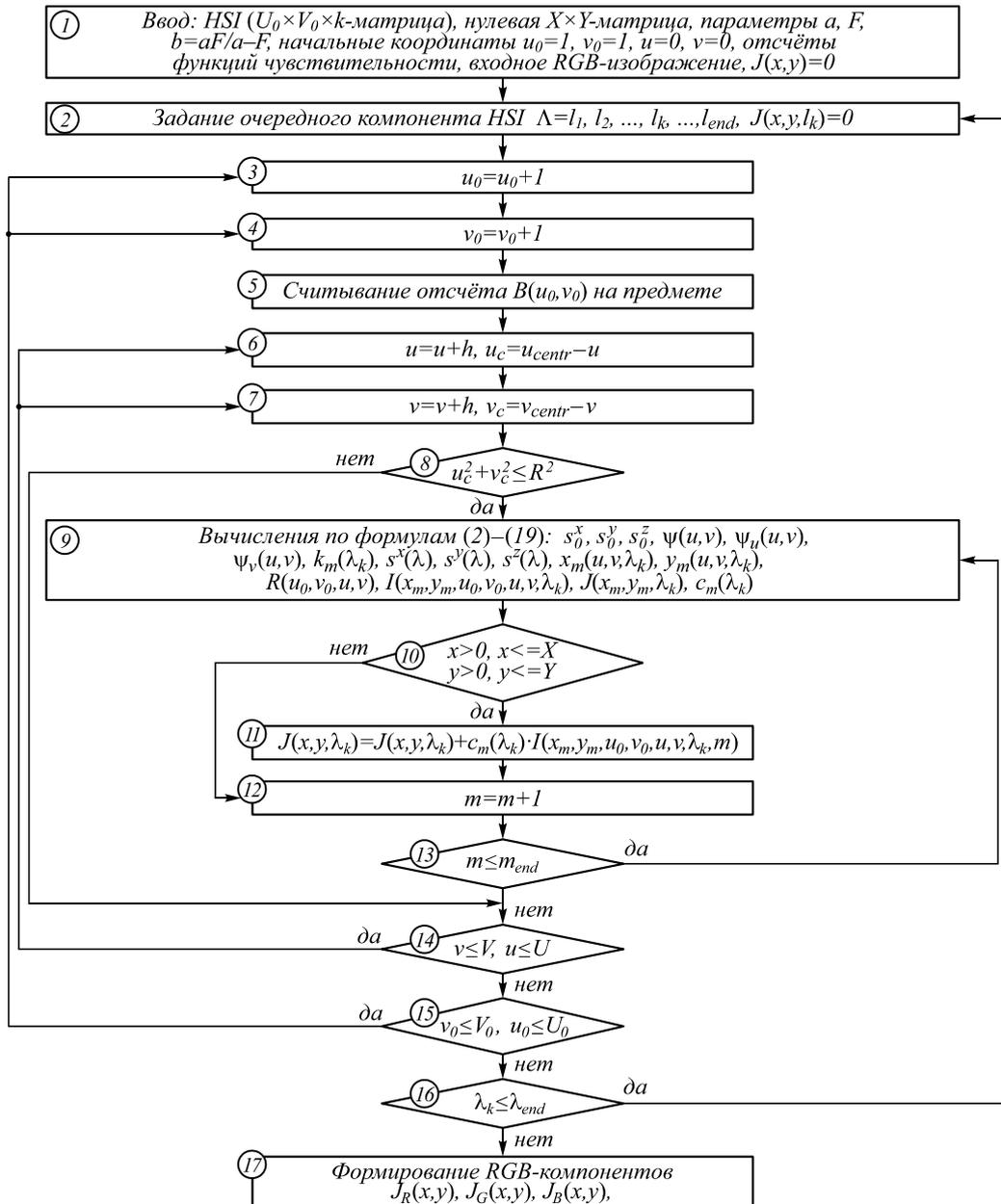


Рис. 2. Структурная схема алгоритма моделирования дифракционных изображений

Получающиеся в результате вычислений по формулам (10), (11) координаты точки на изображении, соответствующей  $m$ -му дифракционному порядку, округляются до ближайших целых значений пикселей (1 пиксел соответствует 1 мм) по стандартным правилам округления. Фигурирующий в этих формулах параметр  $b$  – расстояние от линзы до формируемого изображения, вычисляется в соответствии с формулой линзы по соотношению (1).

Линейная апертура линзы задаётся в виде окружности радиуса  $R$ , вписанной в квадрат  $S_{Ln} \times S_{Ln}$ . Таким образом, линейная апертура линзы равна  $S_{Ln}$ . В процессе реализации алгоритма последовательно по строкам «просматриваются» все отсчёты в этом квадрате, при этом отсчёты вне круга радиуса  $R$  пропускаются и в расчётах не участвуют (блоки 11, 12

структурной схемы). Для расчёта граничных точек окружности для каждого отсчёта в блоках 6, 7 вычисляются координаты  $u_c, v_c$  точек относительно центральной точки линзы.

Суммарный вклад всех дифракционных порядков определяется отдельно для каждого монохроматического спектрального компонента путём суммирования по всем порядкам с весами  $c_m(\lambda_k)$  в соответствии с соотношением (15). В результате реализации основного внешнего цикла по длинам волн формируются все заданные спектральные компоненты выходного гиперспектрального изображения, из которых может быть сформировано необходимое представление для его сравнения с входным гиперспектральным изображением.

#### 4. Общие требования к экспериментам

Идея предлагаемой технологии моделирования дифракционного изображения состоит в использовании в качестве входной модели сцены гиперспектрального изображения некоторого объекта. При большом числе спектральных компонентов это даёт возможность с достаточно высокой точностью воспроизвести эффект дисперсии формируемого изображения, возникающий вследствие зависимости коэффициента преломления от длины волны. Чем больше спектральных компонентов содержит гиперспектральное изображение, тем выше будет точность моделирования. Мы использовали гиперспектральное изображение, полученное с использованием созданного в Институте систем обработки изображений РАН на основе схемы Оффнера гиперспектрометра, имеющего около 250 спектральных каналов [14–17].

В настоящей работе целью моделирования является разработка технологии количественной оценки качества формируемого изображения при различных параметрах оптической системы. Для этого мы формируем на выходе оптической системы изображение, размеры и формат представления которого такие же, как у входного. Сопоставление входного и выходного изображений осуществляется по показателю PSNR. Для наглядности сравнительной количественной и визуальной оценки используются RGB-представления входного и выходного гиперспектральных изображений, полученные с использованием стандартных (1931 г.) кривых чувствительности. Сформированное описанным способом RGB-изображение приведено на рис. 3а.

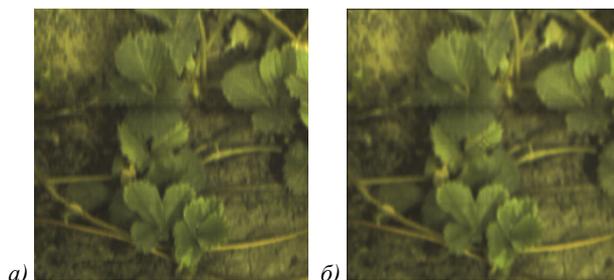


Рис. 3. Исходное (а) и выходное (б) RGB-изображения при отсутствии aberrаций

Пространственные размеры входного изображения во всех экспериментах задавались  $200 \times 200$ . Этот выбор продиктован тем, что при увеличении размеров изображения вычислительная сложность быстро растёт и получить результат за приемлемое время становится проблематичным. Впрочем, это не снижает ценности полученных результаты, поскольку задача состоит в проверке принципиальных возможностей технологии. Для этого были проведены следующие эксперименты:

- исследование зависимости степени искажений от фокусного расстояния линзы;

- определение зависимости качества формирования выходного изображения от линейной апертуры линзы;

- исследование зависимости степени хроматических искажений от числа дифракционных и гармонических порядков.

В экспериментах, связанных с исследованием зависимости степени искажений от фокусного расстояния, мы задавали линейную апертуру линзы равной 4 мм, а шаг сетки – 0,2. Это обеспечивает достаточно точное представление поля градиентов функции (9). В исследовании степени влияния апертуры на качество изображений для разных апертур мы также задавали постоянный шаг сетки, равный 0,2.

В качестве «полотна», на которое «наносится» выходное изображение, мы использовали вспомогательное обнулённое изображение  $200 \times 200$  с таким же числом спектральных компонентов, как у исходного гиперспектрального изображения. Поскольку размеры вспомогательного изображения задавались одинаковыми с размерами исходного, на выходном изображении могли появляться незаполненные отсчётами точки. Связано это с тем, что градиент вычисляется по трём отсчётам, т.е. с учётом граничного отсчёта линзы на длине 0,6 мм. Поэтому для обеспечения точности сравнения входного и выходного изображений оба изображения «обрезались» на величину одного пиксела с каждой стороны.

В соответствии с поставленной целью в ходе экспериментов наблюдались эффекты, возникающие в дифракционной и гармонической линзе при прохождении света видимого диапазона. Эксперименты проводились в диапазоне длин волн в интервале от  $\lambda_{\min} = 431$  нм до  $\lambda_{\max} = 651$  нм, базовая длина волны  $\lambda_0$  полагалась равной  $\lambda_0 = 550$  нм.

Для наблюдения различных свойств оптического канала мы варьировали параметры, связанные с конструктивными характеристиками линзы. Качество формирования выходного изображения во всех экспериментах оценивалось по показателю PSNR.

При исследовании зависимости степени хроматических искажений от числа учитываемых дифракционных порядков для каждого значения длины волны  $\lambda_k$  формировались различные варианты наборов коэффициентов  $k_m(\lambda_k)$  для дифракционных порядков  $m$ , вычисленных в соответствии (8). Число этих коэффициентов определялось максимальным числом моделируемых порядков. Интегральный эффект хроматических искажений моделируется путём суммирования интенсивности лучей, соответствующих различным порядкам, с весами  $c_m(\lambda_k)$ , вычисляемыми по формуле (17).

Во всех указанных выше экспериментах при моделировании эффекта хроматической aberrации в дифракционной линзе число  $N$ , характеризующее гармонический интервал линзы, задавалось равным единице ( $N=1$ ). Для оценки степени хроматических искажений в зависимости от числа  $N$  для сравнения

заключительный эксперимент проведён также для гармонической линзы, полученный при  $N=2$ .

Итоговый результат моделирования в каждом эксперименте представляется в виде трёх цветовых компонентов –  $R, G, B$ . Это связано с необходимостью представления изображений на экране компьютера, а также с использованием стандартных процедур вычисления показателя PSNR.

### 5. Результаты экспериментов

Первый эксперимент состоял в исследовании влияния фокусного расстояния на качество формируемого изображения. В этом эксперименте мы исключили влияние хроматической аберрации. Для этого на всех спектральных диапазонах мы задавали  $c(\lambda_k)=1$ . Цель этого эксперимента состояла в установлении предпочтительного фокусного расстояния для дальнейших экспериментов. Из соображений практического характера в этом эксперименте мы задавали линейную апертуру линзы 4 мм (4 пиксела), шаг сетки отсчётов на линзе – 0,2.

Фокусное расстояние варьировалось в пределах от 50 до 500 с шагом 50. При этом для всех значений фокусного расстояния линейная апертура линзы оставалась постоянной. Поскольку размеры входного изображения были также фиксированы, расстояние до него изменялось (увеличивалось) с шагом 100, при этом угловая апертура соответственно уменьшалась.

На рис. 4 приведена полученная зависимость показателя PSNR при сопоставлении входного и выходного изображений от фокусного расстояния при отсутствии искажений типа хроматической аберрации.

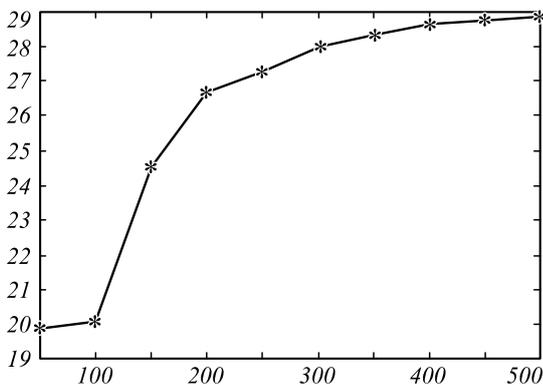


Рис. 4. Зависимость показателя PSNR входного и выходного изображений от фокусного расстояния

Как и следовало ожидать, качество выходного изображения возрастает с увеличением фокусного расстояния и уменьшением угловой апертуры. На рис. 3а приведено входное, а на рис. 3б – выходное изображение, полученные при отсутствии хроматических аберраций при значениях параметров  $F=500, a=1000$ , при этом  $PSNR=28,864$ . Визуально эти изображения практически неразличимы. К сожалению, в реальных условиях этот результат не может быть достигнут, т.к. в дифракционной линзе всегда

присутствуют искажения. Тем не менее, он интересен с точки зрения анализа предельных возможностей рефракционной линзы.

Подчеркнем, что для визуального сопоставления результатов получающиеся в ходе моделирования спектральные компоненты «собирались» в трёхкомпонентное RGB-изображение с использованием тех же функций чувствительности, которые применялись при формировании исходного изображения.

Поскольку выходное изображение всегда получается перевёрнутым, для сравнения выходного изображения с исходным, показанным на рис. 3а, выходное изображение здесь и всегда далее поворачивается на  $180^\circ$ . Для того, чтобы исключить влияние искажений интерполяции, характерных для библиотечных функций обработки изображений, поворот осуществляется путём перестановки пикселей.

Следующий эксперимент посвящён исследованию влияния линейной апертуры  $D$ . В этом эксперименте мы задавали фиксированными расстояние от линзы до плоскости входного изображения и фокусное расстояние:  $a=900, F=450$  и изменяли линейную апертуру линзы в интервале  $[2, 20]$  с шагом 2, т.е. задавали 10 различных значений из ряда:  $D=2, 4, 6, \dots, 20$ . Для каждого значения линейной апертуры из этого ряда мы формировали множество вещественных координат линзы с шагом 0,2. Таким образом, даже для апертуры 2 пиксела на линзе мы имели 8 точек прохождения лучей (без краевых), что оказалось достаточным для формирования выходного изображения  $200 \times 200$ .

График зависимости показателя PSNR при сравнении входного и выходного изображений от значений линейной апертуры приведён на рис. 5. Как и следовало ожидать, с увеличением линейной апертуры формируемое модельное изображение оказывается более искажённым. Напомним, что в данном эксперименте расстояние от изображения до линзы фиксировано, поэтому увеличение линейной апертуры сопровождается уменьшением угловой апертуры. Следствием чего и является увеличение интенсивности искажений оптической системы.

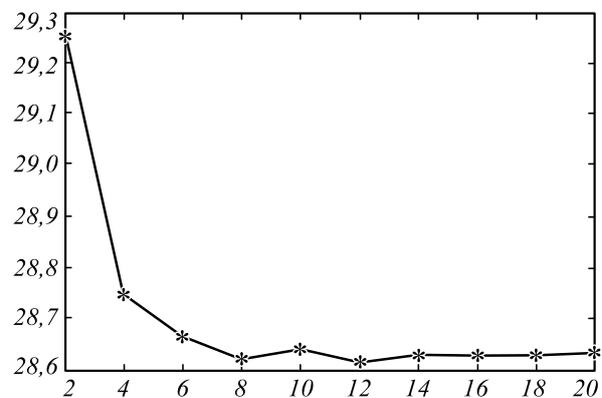


Рис. 5. Зависимость показателя PSNR близости входного и выходного от линейной апертуры

Важнейшая часть работы состояла в моделировании и установлении зависимостей интенсивности искажений типа хроматической аберрации от числа дифракционных порядков  $m$  и гармонического интервала  $N$ . Для количественной оценки сравниваемых вариантов мы по-прежнему использовали показатель PSNR, а изображения на входе и выходе оптической системы имели одинаковые размеры. С учётом полученных выше зависимостей искажений от параметров системы в экспериментах по исследованию интенсивности хроматических аберраций мы задавали такие значения параметров оптической системы, при которых при отсутствии аберраций достигались достаточно высокие характеристики качества:  $F=450$ ,  $a=900$ ,  $D=5$ .

В этом эксперименте по-прежнему рассматривался интервал длин волн  $[420, 660]$  нм с базовой длиной волны  $\lambda_0=550$ . Для формирования RGB-изображений использовались те же функции чувствительности. На рис. 6 приведены графики зависимости показателя PSNR и коэффициентов  $k_m(\lambda_k)$ , характеризующих вклад дифракционных максимумов на длинах волн  $\lambda=431$  и  $\lambda=651$ , от числа дифракционных порядков.

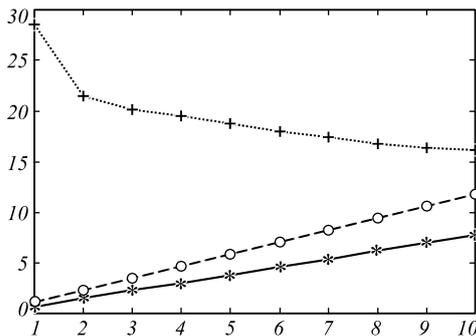


Рис. 6. Зависимость PSNR (+) и коэффициентов  $k_m(431)$  (\*),  $k_m(651)$  (o) от  $m$  при  $N=1$

Из графика PSNR видно, что качество выходных изображений быстро убывает уже на нескольких первых дифракционных порядках, однако при дальнейшем увеличении числа действующих порядков показатель PSNR уменьшается незначительно. Это подтверждается также визуально на рис. 8а, б, где для сравнения с рис. 3 приведены изображения, полученные при числе моделируемых порядков  $m=3$  и  $m=10$  соответственно. Таким образом, как и следовало

Табл. 1. Оценки показателей качества и коэффициенты влияния дифракционных порядков

N	Характеристики	Число учитываемых дифракционных порядков $m$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N=1	PSNR	28,507	21,517	20,079	19,545	18,757	18,007	17,401	16,839	16,430	16,227
	$k_m(431)$	0,7836	1,5673	2,3509	3,1345	3,9182	4,7018	5,4855	6,2691	7,0527	7,8364
	$k_m(651)$	1,1836	2,3673	3,5509	4,7345	5,9182	7,1018	8,2855	9,4691	10,653	11,836
	$C(431)$	0,9431	0,8920	0,3995	0,0423	0,0142	0,0468	0,0134	0,0020	0,0161	0,0076
	$C(651)$	0,9843	0,5937	0,1295	0,0006	0,0435	0,0281	0,0001	0,0124	0,0129	0,0005
N=2	PSNR	28,563	28,658	25,835	22,961	20,844	19,153	18,136	17,686	17,430	17,272
	$k_m(431)$	0,3918	0,7836	1,1755	1,5673	1,9591	2,3509	2,7427	3,1345	3,5264	3,9182
	$k_m(651)$	0,5918	1,1836	1,7755	2,3673	2,9591	3,5509	4,1427	4,7345	5,3264	5,9182
	$C(431)$	0,0954	0,2764	0,5301	0,7878	0,9630	0,9910	0,8613	0,6224	0,3579	0,1467
	$C(651)$	0,6749	0,8982	0,9986	0,9384	0,7403	0,4765	0,2330	0,0710	0,0049	0,0071

ожидать, относительный вклад в интенсивность хроматических аберраций высоких порядков снижается, по сравнению с вкладом малых порядков.

Мы провели аналогичный эксперимент при тех же условиях для случая, когда число гармонических порядков  $N=2$ . Графики зависимости показателя PSNR (+) и коэффициентов  $k_m(431)$  (\*),  $k_m(651)$  (o) от числа порядков  $m$  при  $N=2$  приведены на рис. 7. Качество выходного изображения в этом случае существенно выше во всем диапазоне принимаемых во внимание дифракционных порядков. Для более детального анализа все результаты, показанные на графиках, а также коэффициенты  $C_m(431)$ ,  $C_m(651)$  приведены ниже в табл. 1.

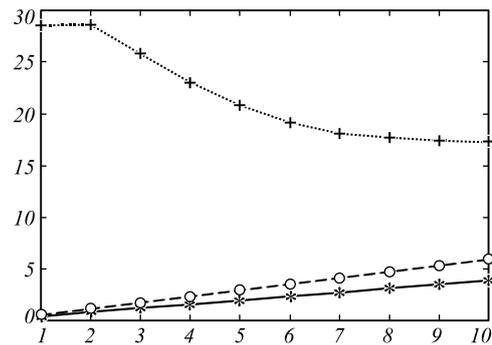


Рис. 7. Зависимость PSNR (+) и коэффициентов  $k_m(431)$  (\*),  $k_m(651)$  (o) от  $m$  при  $N=2$

Из графиков на рис. 6, 7 и табл. 1 видно, что коэффициенты  $k_m(\lambda_k)$ , влияющие на разброс пучка лучей при  $N=1$ , возрастают гораздо быстрее, чем при  $N=2$ . Это и является причиной более значительных хроматических искажений. В некоторой степени этот эффект снижается за счёт того, что коэффициенты  $c_m(\lambda_k)$ , которые влияют на величины дифракционных максимумов при  $N=2$ , убывают быстрее, чем при  $N=1$ .

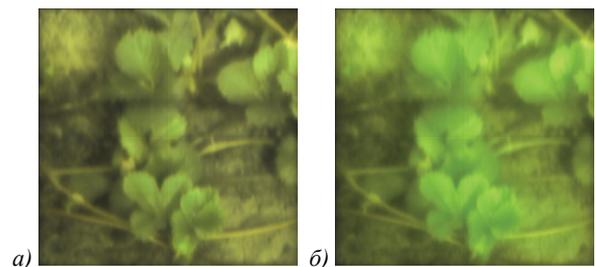


Рис. 8. Выходные изображения при  $m=3$  (а) и  $m=10$  (б)

### Заключение

В статье представлена технология моделирования процесса формирования дифракционного изображения, позволяющая оценивать качество оптического канала путем сравнения входного и выходного изображений по критерию близости PSNR. Для имитации зависимости качества изображения от изменения коэффициента преломления материала линзы использовалось гиперспектральное тестовое изображение с большим числом спектральных уровней. Для вычисления критерия близости входного и выходного изображений по показателю PSNR многокомпонентные изображения на входе и выходе оптического канала преобразовывались в 3-компонентные RGB-изображения.

Схема эксперимента и приведённые результаты исследований подтверждают, что качество дифракционных изображений не может достигать качества рефракционных изображений. Тем не менее, рассматриваемая технология может использоваться на этапе эскизного проектирования компактных оптических приборов на основе элементов дифракционной оптики, в которых предусмотрена постобработка изображений. Поскольку возникающие в данном случае искажения значительны, представляет интерес разработка принципиально новых подходов к решению задачи восстановления дифракционных изображений, возможно, с использованием фрагментов описанной технологии моделирования.

### Благодарности

Авторы выражают благодарность Владимиру Подлипнову за предоставленные для проведения экспериментов гиперспектральные изображения.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания филиалу ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в части разработки алгоритма моделирования (проект № 007-ГЗ/3363/26) и государственного задания Самарскому университету в части подготовки мультиспектральных изображений (проект № FSSS-2021-0016).

### References

- [1] Davis A, Kuhlentz DF. Optical design using Fresnel lenses. Basic principles and some practical examples. *Optik und Photonik* 2007; 2(4): 52-55.
- [2] Thieme J. Theoretical investigations of imaging properties of zone plates using diffraction theory. In Book: Sayre D, Kirz J, Howells M, Rarback H, eds. *X-Ray Microscopy II*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 1988: 70-79.

- [3] Takeuchi A, Uesugi K, Suzuki Y, Tamura S, Kamijo N. High-resolution X-ray imaging microtomography with Fresnel zone plate optics at SPring-8. *Proc 8th Int Conf X-ray Microscopy IPAP Conf Series* 2005; 7: 360-362.
- [4] Heide F, Rouf M, Hullin MB, Labitzke B, Heidrich W, Kolb A. High-quality computational imaging through simple lenses. *ACM Trans Graph* 2013; 32(5): 149.
- [5] Genevet P, Capasso F, Aieta F, Khorasaninejad M, Devlin R. Recent advances in planar optics: from plasmonic to dielectric metasurfaces. *Optica* 2017; 4(1): 139-152.
- [6] Soifer VA, ed. *Computer design of diffractive optics*. Woodhead Publishing Ltd; 2012. ISBN: 978-1-84569-635-1.
- [7] Kazanskii NL, Khonina SN, Skidanov RV, Morozov A, Kharitonov SI, Volotovskiy SG. Formation of images using multilevel diffractive lens. *Computer Optics* 2014; 38(3): 425-434. DOI: 10.18287/0134-2452-2014-38-3-425-434.
- [8] Skidanov RV, Doskolovich LL, Ganchevskaya SV, Blank VA, Podlipnov VV, Kazanskiy NL. Experiment with a diffractive lens with a fixed focus position at several given wavelengths. *Computer Optics* 2020; 44(1): 22-28. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-646.
- [9] Evdokimova VV, Petrov MV, Klyueva MA, Zybin EY, Kosianchuk VV, Mishchenko IB, Novikov VM, Selvesiuk NI, Ershov EI, Ivliev NA, Skidanov RV, Kazanskiy NL, Nikonov AV. Deep learning-based video stream reconstruction in mass-production diffractive optical systems. *Computer Optics* 2021; 45(1): 130-141. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-834.
- [10] Kharitonov S, Fursov V. Computer simulation of image formation by diffraction lens. *Optical Memory and Neural Networks* 2022; 31(1): S31-S37. DOI: 10.3103/S1060992X2205006X.
- [11] Bobrov ST, Greisukh GI, Tyrkevich YuG. Optics of diffractive elements and systems [In Russian]. Leningrad: "Mashinostroenie" Publisher; 1986.
- [12] Greisukh GI, Bobrov ST, Stepanov SA. Optics of diffractive and gradient-index elements and systems. Bellingham: SPIE Press; 1997. ISBN: 978-0-8194-2451-8.
- [13] Golub MA, Doskolovich LL, Kazanskiy NL, Kharitonov SI, Soifer VA. Computer generated diffractive multi-focal lens. *J Mod Opt* 1992; 39(6): 1245-1251. DOI: 10.1080/713823549.
- [14] Kazanskiy NL. Modeling diffractive optics elements and devices. *Proc SPIE* 2018; 10774: 107740O. DOI: 10.1117/12.2319264.
- [15] Kazanskiy N, Ivliev N, Podlipnov V, Skidanov R. An airborne Offner imaging hyperspectrometer with radially-fastened primary elements. *Sensors* 2020; 20(12): 3411. DOI: 10.3390/s20123411.
- [16] Rastorguev AA, Kharitonov SI, Kazanskiy NL. Modeling of image formation with a space-borne Offner hyperspectrometer. *Computer Optics* 2020; 44(1): 12-21. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-644.
- [17] Rastorguev AA, Kharitonov SI, Kazanskiy NL. Numerical simulation of the performance of a spaceborne Offner imaging hyperspectrometer in the wave optics approximation. *Computer Optics* 2022; 46(1): 56-64. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1034.

### Сведения об авторах

**Харитонов Сергей Иванович**, 1961 г. рождения, доктор физико-математических наук, доцент кафедры наноинженерии, ведущий научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. В 1984 г. окончил физический факультет Самарского государ-

---

ственного университета, в 1993 г. защитил кандидатскую, в 2010 г. – докторскую диссертацию. Область научных интересов: дифракционная, квантовая оптика, волноводная оптика. E-mail: [prognoz2007@gmail.com](mailto:prognoz2007@gmail.com).

**Фурсов Владимир Алексеевич**, 1945 года рождения, окончил Московский авиационный институт в 1973 году. Степень кандидата наук по специальности «Управление движущимися объектами» получил в 1980 году, степень доктора наук – в 1999 году. В 2002 год присвоено звание профессора факультета информатики. Область научных интересов: теория оценивания, методы обработки изображений и распознавания образов. E-mail: [fursov@ssau.ru](mailto:fursov@ssau.ru).

---

*ГРНТИ: 29.31.15*

*Поступила в редакцию 11 января 2023 г. Окончательный вариант – 3 мая 2023 г.*

---

---

# Computer simulation of diffractive imaging lenses using hyperspectral images

S.I. Kharitonov<sup>1,2</sup>, V.A. Fursov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> IPISI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;

<sup>2</sup> Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

## Abstract

We offer a computer technology for modeling a process of optical imaging with a diffractive imaging lens. The central idea of the technology is to evaluate the quality of the optical system by matching the input and output images against criteria adopted in image processing. For this purpose, same-resolution hyperspectral images are fed to the input and generated at the output. Thanks to the large number of spectral components, a fairly accurate reproduction of the effects associated with the dependence of the refractive index on the wavelength is ensured. To compare input and output images in terms of PSNR (peak signal-to-noise ratio), standard three-component RGB images are "assembled" using standard matching functions over the entire optical range. Results of the study of the dependence of the PSNR indicator on the main parameters of the optical system are given: focal length, linear aperture and the number of diffraction orders taken into account.

*Keywords:* diffraction imaging lens, image modeling, geometric optics, harmonic lens.

*Citation:* Kharitonov SI, Fursov VA. Computer simulation of diffractive imaging lenses using hyperspectral images. *Computer Optics* 2023; 47(5): 725-733. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1274.

*Acknowledgements:* This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education within the government project No. 007-Г3/3363/26 of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS (Numerical modeling) and the government project FSSS-2021-0016 of Samara University (Multi-spectral imaging).

---

## Authors' information

**Sergey Ivanovich Kharitonov** (b. 1961) leading researcher of Diffractive Optics laboratory in the IPISI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Doctor of Physical and Mathematical Sciences. 1984 – graduated from Physics department of Samara State University (presently, Samara National Research University); 1993 – defended his candidate dissertation; 2010 – defended his doctoral thesis. Research interests: diffraction, quantum optics, waveguide optics. The list of S.I. Kharitonov scientific papers includes 87 articles, 5 patents. E-mail: [prognoz2007@gmail.com](mailto:prognoz2007@gmail.com).

**Vladimir Alekseevich Fursov**, (b. 1945) graduated from Moscow Aviation Institute (MAI) in 1973 and got Ph.D. degree in Control of Moving Objects from MAI, in 1980. He got the Doctor of Sciences degree from Samara State University in 1999. In 2002 he got the rank of Professor from Computer Science faculty. Research interests include development of the theory of estimation and methods of image processing and pattern recognition. E-mail: [fursov@ssau.ru](mailto:fursov@ssau.ru).

---

Received January 11, 2023. The final version – May 3, 2023.

---