

## Фокусировка линейно-поляризованного оптического вихря и эффект Холла

В.В. Котляр<sup>1,2</sup>, А.А. Ковалёв<sup>1,2</sup>, А.Г. Налимов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН;  
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

### Аннотация

Рассмотрена острая фокусировка оптического вихря с целым топологическим зарядом и с линейной поляризацией. Мы показали, что по отдельности сохраняются при распространении пучка усредненные по сечению пучка продольные компоненты вектора спинового углового момента (он равен нулю) и орбитального углового момента (он равен произведению мощности пучка на величину топологического заряда). Это сохранение приводит к тому, что в фокусе формируется спиновый эффект Холла, когда появляется четное число областей с разным знаком продольной проекции спинового углового момента. Аналогично орбитальный эффект Холла в фокусе состоит в том, что появляется четное число областей с разным направлением вращения поперечного потока энергии (по часовой и против часовой стрелки) разделенных в фокусе. В данном случае таких локальных областей вблизи оптической оси всего четыре для любого топологического заряда. Мы показали, что полный поток энергии, пересекающий фокальную плоскость, меньше полной мощности пучка, так как часть мощности распространяется вдоль фокальной плоскости. Также мы показали, что продольная компонента вектора углового момента не равна сумме спинового углового момента и орбитального углового момента. Более того, в выражении для плотности углового момента нет слагаемого спинового углового момента. Эти величины не зависят друг от друга. Распределение в фокусе продольной проекции углового момента характеризует орбитальный эффект Холла, а распределение продольной проекции спинового углового момента характеризует спиновый эффект Холла в фокусе.

**Ключевые слова:** топологический заряд, оптический вихрь, эффект Холла.

**Цитирование:** Котляр, В.В. Фокусировка линейно-поляризованного оптического вихря и эффект Холла / В.В. Котляр, А.А. Ковалев, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 1. – С. 26-34. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1358.

**Citation:** Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Focusing of linearly polarized optical vortex and a Hall effect. Computer Optics 2024; 48(1): 26-34. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1358.

### Введение

В 1909 году Пойнтинг [1] предсказал, что свет с левой круговой поляризацией имеет спиновый угловой момент (СУМ), или короче, спин, равный  $-1$ , а с правой круговой поляризацией – спин  $+1$ . Точнее говоря, он предсказал, что каждый фотон может обладать спином, равным постоянной Планка: либо  $-\hbar$ , либо  $\hbar$ . В 1936 году Beth [2] экспериментально доказал это, показав, что при прохождении света с линейной поляризацией через четвертьлинейную пластинку, пластинка приобретает вращательный момент. В 1992 году Allen и соавторы показали [3], что свет, в том числе каждый фотон, с вихревой фазой, описываемой угловой гармоникой  $\exp(in\phi)$ , обладает орбитальным угловым моментом (ОУМ)  $n\hbar$ , где  $n$  – топологический заряд. В парааксиальном случае СУМ и ОУМ являются независимыми величинами и сохраняются по отдельности при распространении света в свободном пространстве. Но при острой фокусировке света вблизи фокуса может происходить спин-

орбитальная конверсия (СОК) [4]. В настоящее время изучению СУМ, ОУМ и СОК посвящено множество работ (смотри обзор [5]). В [6] изучалась острая фокусировка радиально-поляризованного света. В фокусе оптического вихря с радиальной поляризацией [7] изучался эффект Холла [8]. В [9] исследовался 3D СУМ в остром фокусе оптического вихря с линейной поляризацией. Острая фокусировка оптического вихря с азимутальной поляризацией изучалась в [10]. В [11] изучался угловой момент (УМ) в остром фокусе гибридных цилиндрических векторных пучков. Орбитальное движение микрочастиц в остром фокусе оптических вихрей с круговой и радиальной поляризацией изучалось в [12]. В [13] рассматривалась СОК в непарааксиальных пучках с гибридной поляризацией. Пучки с гибридной поляризацией в остром фокусе рассматривались в [14]. В [15] изучалась острая фокусировка пучков Бесселя с круговой поляризацией. Острая фокусировка пучков Пуанкаре высоких порядков рассматривалась в [16]. В наших недавних работах изучался

эффект Холла в остром фокусе цилиндрических векторных пучков высокого порядка [17], пучков с гибридной неоднородной поляризацией [18], пучков Пуанкаре [19] и в фокусе оптических вихрей с круговой поляризацией [20]. Эффект Холла в остром фокусе оптического вихря с линейной поляризацией ранее не рассматривался.

В данной работе рассмотрена острая фокусировка оптического вихря с целым топологическим зарядом и с линейной поляризацией. С помощью теории Ричардса–Вольфа [21], которая точно описывает свет вблизи острого фокуса когерентного излучения, получены точные аналитические выражения для продольных компонент векторов СУМ, ОАМ и УМ в плоскости фокуса для оптического вихря с линейной поляризацией. Показано, что усредненные по сечению пучка продольные компоненты СУМ и ОУМ сохраняются в начальной плоскости и фокусе. Показано также, что в фокусе имеет место разделение областей с разным знаком продольной составляющей СУМ и областей с разным знаком продольной компоненты УМ. Показано, что в остром фокусе величины УМ и СУМ независимы и достаточны для описания света в фокусе, а смысл величины ОУМ в фокусе не ясен, так как УМ не является суммой СУМ и ОУМ. Однако сохранение величины ОУМ доказать просто, а сохранение УМ авторам доказать не удалось.

### 1. Проекция векторов напряженности электрического и магнитного полей и поток энергии в фокусе

Рассмотрим начальный вектор Джонса для оптического вихря с линейной поляризацией

$$E_n(\varphi) = \exp(in\varphi) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $(r, \varphi)$  – полярные координаты в сечении пучка,  $n$  – топологический заряд, целое число, вектор линейной поляризации направлен по горизонтальной оси  $x$ . В [22] получены проекции электрического и магнитного векторов в плоскости острого фокуса для начального поля (1):

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{i^{n-1}}{2} e^{in\varphi} (2I_{0,n} + e^{2i\varphi} I_{2,n+2} + e^{-2i\varphi} I_{2,n-2}), \\ E_y &= \frac{i^n}{2} e^{in\varphi} (e^{-2i\varphi} I_{2,n-2} - e^{2i\varphi} I_{2,n+2}), \\ E_z &= i^n e^{in\varphi} (e^{-i\varphi} I_{1,n-1} - e^{i\varphi} I_{1,n+1}), \\ H_x &= \frac{i^n}{2} e^{in\varphi} (e^{-2i\varphi} I_{2,n-2} - e^{2i\varphi} I_{2,n+2}), \\ H_y &= \frac{i^{n-1}}{2} e^{in\varphi} (2I_{0,n} - e^{2i\varphi} I_{2,n+2} - e^{-2i\varphi} I_{2,n-2}), \\ H_z &= i^{n+1} e^{in\varphi} (e^{-i\varphi} I_{1,n-1} + e^{i\varphi} I_{1,n+1}). \end{aligned} \quad (2)$$

В (2) входят функции  $I_{\nu,\mu}$ , зависящие только от радиальной переменной  $r$ :

$$I_{\nu,\mu} = 2kf \int_0^\alpha \sin^{\nu+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{1/2}(\theta) \times \\ \times A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\mu(kr \sin \theta) d\theta, \quad (3)$$

где  $k=2\pi/\lambda$  – волновое число монохроматического света с длиной волны  $\lambda$ ,  $f$  – фокусное расстояние фокусирующей линзы,  $\alpha$  – максимальный угол наклона лучей к оптической оси, определяющий числовую апертуру апланатической линзы  $NA = \sin \alpha$ ,  $J_\nu(\xi)$  – функция Бесселя первого рода  $\nu$ -го порядка. Функция  $A(\theta)$  – действительная функция, определяющая радиально-симметричную амплитуду начального поля, зависящую от угла наклона  $\theta$  луча, исходящего из точки на начальном сферическом фронте и сходящегося в центр плоскости фокуса. Описание светового поля в фокусе с помощью функций (3) было впервые получено в классической работе Ричардса и Вольфа [21]. Далее найдем проекции вектора Пойнтинга

$$\mathbf{P} = \frac{c}{2\pi} \operatorname{Re}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}), \quad (4)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  – векторы напряженности электрического и магнитного полей, знаки "\*" и "×" означают комплексное сопряжение и векторное произведение,  $\operatorname{Re}$  – действительная часть комплексного числа, а  $c$  – скорость света в вакууме. Далее будем опускать константу  $c/(2\pi)$ . Подставляя (2) в (4), получим в полярных координатах в фокусе поля (1):

$$\begin{aligned} P_r &= 0, \\ P_\varphi &= Q(r), \\ P_z &= \frac{1}{2} (2I_{0,n}^2 - I_{2,n+2}^2 - I_{2,n-2}^2), \\ Q(r) &= I_{1,n+1} (I_{0,n} + I_{2,n+2}) + I_{1,n-1} (I_{0,n} + I_{2,n-2}). \end{aligned} \quad (5)$$

Из (5) следует, что поперечный поток энергии в фокусе поля (1) вращается по кругу против часовой стрелки, если функция  $Q(r) > 0$ , и по часовой стрелке, если  $Q(r) < 0$ . Продольная проекция потока энергии на разных радиусах  $r$  может быть положительной или отрицательной. Можно показать, что полная энергии в фокусе каждого слагаемого в  $P_z$  равна выражению:

$$\begin{aligned} W_{\nu,\mu} &= 2\pi \int_0^\infty |I_{\nu,\mu}(r)|^2 r dr = \\ &= 4\pi f^2 \int_0^\alpha \sin^{2\nu+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{5-2\nu} \left( \frac{\theta}{2} \right) |A^*(\theta)|^2 d\theta = W_\nu. \end{aligned} \quad (6)$$

Из (6) видно, что энергия (или мощность) не зависит от номера функции Бесселя  $\mu$ . Применяя формулу (6) к осевому потоку энергии, пересекающей фокус (5), получим:

$$\hat{P}_z = \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi P_z(r) = W_0 - W_2 = 2W_1 - 2W_2. \quad (7)$$

Можно показать, что мощность  $W_0$  примерно в 7 раз больше мощности  $W_2$  (при  $\alpha = \pi/2$  и при  $|A(\theta)| \equiv 1$  точно в 7 раз). Поэтому полный поток (7) всегда положительный. Хотя плотность потока энергии (5) на разных радиусах  $r$  может быть как положительная, так и отрицательная (обратный поток энергии [23]). Уравнение (7) показывает, что не вся мощность  $W$  пересекает плоскость фокуса слева направо (в положительном направлении оси  $z$ ). Часть мощности  $2W_1$  распространяется в направлении, перпендикулярном оптической оси, и не пересекает плоскость фокуса. А часть мощности  $W_2$  пересекает плоскость фокуса в обратном направлении. И только часть мощности  $W_0 - W_2$  течет вдоль положительного направления оси  $z$ . Интересно, что соотношение мощностей (7) не зависит от топологического заряда пучка (1). Из уравнений для компонент поля в фокусе (2) видно, что при прохождении начального оптического вихря  $\exp(in\varphi)$  через сферическую линзу формируются еще 4 дополнительных оптических вихря  $\exp(i(n-2)\varphi)$ ,  $\exp(i(n+2)\varphi)$ ,  $\exp(i(n-1)\varphi)$  и  $\exp(i(n+1)\varphi)$ . То есть часть энергии идет на образование этих вихрей. Два последних оптических вихря имеют только продольные проекции электрического и магнитного полей, и поэтому распространяются вдоль плоскости фокуса, не пересекая ее. Мощность этих двух вихрей равна  $2W_1$  в (7). Две другие ОУМ-гармоники  $\exp(i(n-2)\varphi)$  и  $\exp(i(n+2)\varphi)$  описываются поперечными проекциями поля (2). Но можно заметить, что в поле  $E_x$  они входят с плюсом, а в  $H_y$  – с минусом. Эти оптические вихри должны распространяться вдоль оси  $z$  так, чтобы тройка векторов  $E_x$ ,  $H_y$ ,  $k_z$  была правой. Но так как ОУМ-гармоники  $\exp(i(n-2)\varphi)$  и  $\exp(i(n+2)\varphi)$  входят в  $H_y$  с минусом, то для них  $k_z < 0$ , то есть они пересекают плоскость фокуса в обратном направлении. Поэтому мощность  $2W_2$  в (7) отнимается от общей мощности пучка.

## 2. Продольная проекция вектора спинового углового момента в фокусе

Далее найдем осевую проекцию СУМ, которая показывает наличие в фокусе света с эллиптической и круговой поляризацией. Продольная составляющая СУМ определяется следующим образом [24]:

$$S_z = 2 \operatorname{Im} \{ E_x^* E_y \}. \quad (8)$$

Подставляя (2) в (8), получим осевую проекцию СУМ в фокусе для поля (1):

$$S_z = \frac{1}{2} (I_{2,n+2} - I_{2,n-2}) \times (I_{2,n+2} + I_{2,n-2} + 2 \cos(2\varphi) I_{0,n}). \quad (9)$$

Из (9) видно, что если первый множитель не равен нулю, то СУМ имеет 4 области в плоскости фокуса, центры которых лежат на декартовых осях (две области с центром на вертикальной оси и две области с центром на горизонтальной оси) и в которых знак СУМ разный. Если  $I_{2,n+2} - I_{2,n-2} > 0$ , то при  $\varphi = 0, \pi$  второй множитель положительный и  $S_z > 0$ , а при  $\varphi = \pi/2, 3\pi/4$  второй множитель в (9) отрицательный и  $S_z < 0$ . Если, наоборот,  $I_{2,n+2} - I_{2,n-2} < 0$ , то и СУМ положителен на вертикальной оси и отрицательный на горизонтальной. Первый множитель равен нулю только при отсутствии оптического вихря ( $n = 0$ ). Таким образом, из (9) следует, что для поля (1) в фокусе при  $n \neq 0$  имеет место спиновый эффект Холла, когда вектора с левой и правой эллиптической поляризацией (с разными спинами) разделены между собой и находятся в четырех областях попарно на вертикальной оси и горизонтальной. Так как осевая проекция СУМ в начальной плоскости (1) равна нулю (так как линейная поляризация), то должен быть равен нулю полный спин в фокусе. Действительно, если проинтегрировать СУМ в (9), то получим:

$$\hat{S}_z = \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi S_z(r, \varphi) = \frac{1}{2} \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi (I_{2,n+2}^2 - I_{2,n-2}^2 + 2 \cos 2\varphi I_{0,n} (I_{2,n-2} - I_{2,n+2})) = \frac{1}{2} (W_2 - W_2 + 0) = 0. \quad (10)$$

Интегрирование по всей плоскости фокуса первого и второго слагаемого дает разность двух одинаковых энергий (6), а третье слагаемое, зависящее от  $\cos(2\varphi)$ , равно нулю при интегрировании на целом числе периодов по углу  $\varphi$ . Из-за того, что полный спин в фокусе равен нулю, области с разным спином должны возникать парами, чтобы компенсировать друг друга.

Механизм формирования в фокусе областей с разным спином, на наш взгляд, такой. Кроме линейной поляризации, в начальной плоскости есть оптический вихрь. Наличие оптического вихря создает не одинаковые условия для распространения левой и правой круговых поляризаций, которые в сумме формируют линейную поляризацию пучка. Поэтому левая и правая поляризация в пучке распространяются немного под разными азимутальными углами и в фокусе появляются в разных местах. Происходит разделение спинов.

## 3. Интенсивность и продольная проекция орбитального углового момента в фокусе

Далее найдем продольную проекцию вектора ОУМ в фокусе поля (1). Продольная проекция ОУМ равна выражению [20]:

$$L_z = \operatorname{Im} \left( E_x^* \frac{\partial}{\partial \varphi} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial \varphi} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial \varphi} E_z \right). \quad (11)$$

Подставляя (2) в (11), получим:

$$L_z = \frac{1}{2} \{ 2nI_{0,n}^2 + 2(n+1)I_{1,n+1}^2 + 2(n-1)I_{1,n-1}^2 + (n+2)I_{2,n+2}^2 + (n-2)I_{2,n-2}^2 + 2 \cos(2\varphi) [ 2(n+1)I_{0,n}I_{2,n+2} + 2(n-1)I_{0,n}I_{2,n-2} - nI_{1,n-1}I_{1,n+1} ] \}. \quad (12)$$

Так как выражение (12) имеет вид  $L_z = A(r) + \cos(2\varphi)B(r)$ , то это означает, что оно имеет два максимума на горизонтальной оси при  $\varphi=0, \pi$  и два минимума на вертикальной оси при  $\varphi=\pi/2, 3\pi/2$ . Можно показать, что основной вклад дают слагаемые, содержащие интегралы (3) с нулевым первым индексом, то есть выражение (12) приближенно можно записать так:

$$L_z \approx nI_{0,n}^2 + 2 \cos(2\varphi) I_{0,n} \times ((n+1)I_{2,n+2} + (n-1)I_{2,n-2}) \approx nI_{0,n} (I_{0,n} + 4I_{2,n+2} \cos(2\varphi)). \quad (13)$$

Из (13) видно, что при  $\varphi=0, \pi$  в фокусе имеются области с  $L_z > 0$ , а при  $\varphi=\pi/2, 3\pi/2$  – области с  $L_z < 0$ . То есть в фокусе поля (1) имеет место пространственное разделение областей в ОУМ разного знака. Причем расположение в плоскости фокуса этих 4 областей с центрами на горизонтальной и вертикальной оси коррелирует с областями с эллиптической поляризацией разного знака (9). Заметим, что в начальной плоскости (1) осевая проекция ОУМ (11) равна:  $L_z = nW$ , где  $W$  – полная мощность пучка. Если проинтегрировать (12) по всей плоскости фокуса, то получим, что слагаемые, умноженные на  $\cos(2\varphi)$ , пропадут из-за того, что интегрирование по углу производится на целом числе периодов. Интегрирование других слагаемых приведет к выражению

$$\begin{aligned} \hat{L}_z &= \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi L_z(r, \varphi) = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi ( 2nI_{0,n}^2 + 2(n+1)I_{1,n+1}^2 + 2(n-1)I_{1,n-1}^2 + (n+2)I_{2,n+2}^2 + (n-2)I_{2,n-2}^2 ) = \\ &= nW_0 + (n+1)W_1 + (n-1)W_1 + \frac{1}{2}(n+2)W_2 + \\ &+ \frac{1}{2}(n-2)W_2 = n(W_0 + 2W_1 + W_2) = nW. \end{aligned} \quad (14)$$

Последнее равенство в (14) следует из баланса мощности всего пучка и его составляющих в фокусе, который (баланс) можно получить, проинтегрировав распределение интенсивности по всему сечению пучка. Распределение интенсивности в фокусе следует из (2) и равно:

$$I = \frac{1}{2} [ 2I_{0,n}^2 + I_{2,n+2}^2 + I_{2,n-2}^2 + 2I_{1,n+1}^2 + 2I_{1,n-1}^2 + 2 \cos(2\varphi) ( I_{0,n}I_{2,n+2} + I_{0,n}I_{2,n-2} - 2I_{1,n+1}I_{1,n-1} ) ]. \quad (15)$$

Проинтегрируем по всему сечению пучка в фокусе выражение для интенсивности (15), получим:

$$\begin{aligned} W &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} I(r, \varphi) r dr d\varphi = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr d\varphi [ 2I_{0,n}^2 + I_{2,n+2}^2 + I_{2,n-2}^2 + 2I_{1,n+1}^2 + 2I_{1,n-1}^2 + 2 \cos(2\varphi) \times \\ &\times ( I_{0,n}I_{2,n+2} + I_{0,n}I_{2,n-2} - 2I_{1,n+1}I_{1,n-1} ) ] = \\ &= W_0 + W_2 + 2W_1. \end{aligned} \quad (16)$$

В (16) использовано (6) и то, что интегрирование слагаемого с  $\cos(2\varphi)$  по периоду дает ноль. Из (16) видно, что полная мощность пучка равна:

$$W = W_0 + W_2 + 2W_1. \quad (17)$$

Уравнение (17) было использовано в последнем равенстве в (14). Таким образом, мы показали, что продольная проекция ОУМ, усредненная по сечению пучка, сохраняется для поля (1). Сохранение полного ОУМ при распространении пучка (1) является причиной формирования в фокусе четного числа областей, в которых проекция ОУМ имеет разный знак (орбитальный эффект Холла).

#### 4. Продольная проекция вектора углового момента в фокусе

Далее сравним продольные проекции УМ и суммы СУМ и ОУМ. Угловой момент определяется уравнением [25]

$$\mathbf{J} = (\mathbf{r} \times \mathbf{P}). \quad (18)$$

Продольная компонента УМ определяется только угловой проекцией потока энергии в фокусе (5) и равна:

$$\begin{aligned} J_z &= rQ(r) = \\ &= r [ I_{1,n+1} ( I_{0,n} + I_{2,n+2} ) + I_{1,n-1} ( I_{0,n} + I_{2,n-2} ) ]. \end{aligned} \quad (19)$$

Из (19) видно, что продольная компонента УМ на оптической оси всегда равна нулю, так как «плечо» равно нулю. Сравним выражение (19) с суммой СУМ (9) и ОУМ (12) для поля (1) в фокусе:

$$\begin{aligned} S_z + L_z &= \frac{1}{2} \{ 2nI_{0,n}^2 + 2(n+1)I_{1,n+1}^2 + 2(n-1)I_{1,n-1}^2 + \\ &+ (n+1)I_{2,n+2}^2 + (n-1)I_{2,n-2}^2 + 2 \cos(2\varphi) \times \\ &\times [ (4n+3)I_{0,n}I_{2,n+2} + (4n-3)I_{0,n}I_{2,n-2} - \\ &- 2nI_{1,n+1}I_{1,n-1} ] \}. \end{aligned} \quad (20)$$

Из сравнения (19) и (20) видно, что УМ не равен сумме СУМ и ОУМ. Например, угловой момент (19) радиально симметричный и не зависит от угла  $\varphi$ . А сумма СУМ и ОУМ (20) зависит от азимутального

угла как  $\cos(2\varphi)$ . Значит, должно быть третье слагаемое  $X_z$ , которое должно быть добавлено к сумме (20), чтобы выполнялось равенство:

$$J_z = S_z + L_z + X_z. \quad (21)$$

Возникают вопросы. Что передается частице и составляет ее вращаться по круговой траектории: угловой момент (19) или ОУМ (12)? И что называть орбитальный эффектом Холла: разделение в фокусе областей с разным знаком ОУМ (12) или разделение в фокусе областей с разным знаком УМ (19)? Скорее всего, орбитальный эффект Холла определяется разным направлением поперечного потока энергии (5), так как именно поперечный поток «увлекает» за собой микрочастицу, заставляя ее вращаться по «орбите» [26]. Поэтому и УМ, который пропорционален поперечному потоку энергии  $Q(r)$ , отвечает за вращение частицы по круговой траектории.

### 5. Физический смысл третьего слагаемого в уравнении для углового момента

В этом параграфе мы покажем, что слагаемые СУМ и ОУМ в (21) сформированы искусственно и что достаточно всего двух характеристик для светового поля – УМ и СУМ, которые никак не связаны между собой. Начнем с определения УМ (18) и распишем явно входящие в него величины:

$$\mathbf{J} = (\mathbf{r} \times \mathbf{P}) = \text{Im}(\mathbf{r} \times (\mathbf{E}^* \times (\nabla \times \mathbf{E}))). \quad (22)$$

В (22) все размерные константы опущены. Далее для определенности рассмотрим получение в декартовых координатах только продольной проекции вектора УМ. Из (22) получим:

$$\begin{aligned} J_z &= \text{Im} \left\{ x \left[ E_x^* \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) + E_z^* \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \right] - \right. \\ &\quad \left. - y \left[ E_y^* \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) + E_z^* \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \right] \right\} = \\ &= \text{Im} \left[ x \left( E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial y} + E_z^* \frac{\partial E_z}{\partial y} - E_x^* \frac{\partial E_y}{\partial x} - E_z^* \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \right. \\ &\quad \left. - y \left( E_x^* \frac{\partial E_y}{\partial x} + E_z^* \frac{\partial E_z}{\partial x} - E_y^* \frac{\partial E_x}{\partial y} - E_z^* \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Напишем в общем виде продольную компоненту ОУМ (11), но в декартовых координатах:

$$\begin{aligned} L_z &= \text{Im} \left[ E_x^* \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) E_x + E_y^* \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) E_y + \right. \\ &\quad \left. + E_z^* \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) E_z \right] = \text{Im} \left[ x \left( E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial y} + E_y^* \frac{\partial E_y}{\partial y} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + E_z^* \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) - y \left( E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial x} + E_y^* \frac{\partial E_y}{\partial x} + E_z^* \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Сравнивая (23) и (24), можно заметить, что в при  $x$  и  $y$  в (23) четыре слагаемых, а в (24) – три. Поэтому, чтобы сформировать в (23) отдельное слагаемое вида (24), добавим и вычтем в (23) два слагаемых, тогда получим вместо (23):

$$\begin{aligned} J_z &= \text{Im} \left[ x \left( E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial y} + E_z^* \frac{\partial E_z}{\partial y} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (E_y^* \frac{\partial E_y}{\partial y} - E_y^* \frac{\partial E_y}{\partial y}) - E_x^* \frac{\partial E_y}{\partial x} - E_z^* \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \right. \\ &\quad \left. - y \left( E_x^* \frac{\partial E_y}{\partial x} + E_z^* \frac{\partial E_z}{\partial x} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial x} - E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial x}) - E_y^* \frac{\partial E_x}{\partial y} - E_z^* \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Добавленные слагаемые в (25) выделены малыми круглыми скобками. Они не меняют значение выражения (23). Теперь в (25) сгруппируем слагаемые, чтобы явно выделить слагаемое, равное  $L_z$  (24), получим:

$$\begin{aligned} J_z &= L_z - \text{Im} \left[ x \left( E_x^* \frac{\partial E_y}{\partial x} + E_y^* \frac{\partial E_y}{\partial y} + E_z^* \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \right. \\ &\quad \left. - y \left( E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial x} + E_y^* \frac{\partial E_x}{\partial y} + E_z^* \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Далее добавим и вычтем в (26) продольную проекцию СУМ (8), получим:

$$\begin{aligned} J_z &= L_z + S_z - \text{Im} \left[ x \left( E_x^* \frac{\partial E_y}{\partial x} + E_y^* \frac{\partial E_y}{\partial y} + E_z^* \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \right. \\ &\quad \left. - y \left( E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial x} + E_y^* \frac{\partial E_x}{\partial y} + E_z^* \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + \right. \\ &\quad \left. + (E_x^* E_y - E_y^* E_x) \right] = L_z + S_z + X_z. \end{aligned} \quad (27)$$

Таким образом, мы из (23) получили (21). В (27) разница двух слагаемых в малых круглых скобках равна с обратным знаком СУМ. То есть ОУМ и СУМ в выражении УМ сформированы искусственно добавлением и вычитанием дополнительных слагаемых. В результате образовалось третье слагаемое  $X_z$ , которое не имеет смысла в общем случае. Хотя в некоторых случаях ему можно приписать определенный смысл. Например, если  $L_z + S_z = 0$ , то слагаемое  $X_z = J_z$  равно угловому моменту светового поля. Вывод из этого параграфа такой. Орбитальный эффект Холла в фокусе имеет место тогда, когда разделены между собой области с продольной проекцией УМ разного знака, то есть разделены области, в которых поперечный поток энергии вращается в разные стороны. Спиновый эффект Холла в фокусе имеет место, когда разделены между собой области с продольной проекцией СУМ разного знака, то есть разделены области, в которых вектор поляризации вращается в разные стороны.

### 6. Моделирование

На рис. 1 показаны распределения интенсивности, а также плотностей СУМ, ОУМ и УМ пучка (1) в остром фокусе при  $n=1$  (рис. 1а-г),  $n=3$  (рис. 1д-ж),  $n=5$  (рис. 1и-м). Рис. 1 подтверждает формулу (9), согласно которой максимальные и минимальные значения плотности СУМ достигаются на декартовых осях. Рис. 1 также подтверждает формулы (9) и (13), согласно которым плотность ОУМ симметрична относительно декартовых осей, а плотность УМ обладает радиальной симметрией.

Из рис. 12 следует, что в фокусе имеет место спиновый эффект Холла (рис. 1б, е, к), когда в фокусе

формируются на разных радиусах по четыре локальных области с положительным и отрицательным (примерно равными по модулю) СУМ. Орбитальный эффект Холла также имеет место в фокусе (рис. 1г, з, м), но, во-первых, он радиальный, а во-вторых, слабо выражен, так как положительный УМ, распределенный по кольцу одного радиуса, гораздо больше по модулю отрицательного УМ, распределенного по кольцу другого радиуса. На рис. 1г, з, м кольца с отрицательным УМ не видно, но величина отрицательного УМ показана на вертикальной шкале.

На рис. 2 показаны зависимости суммарной интенсивности и суммарного продольного потока мощности от расстояния до фокуса.

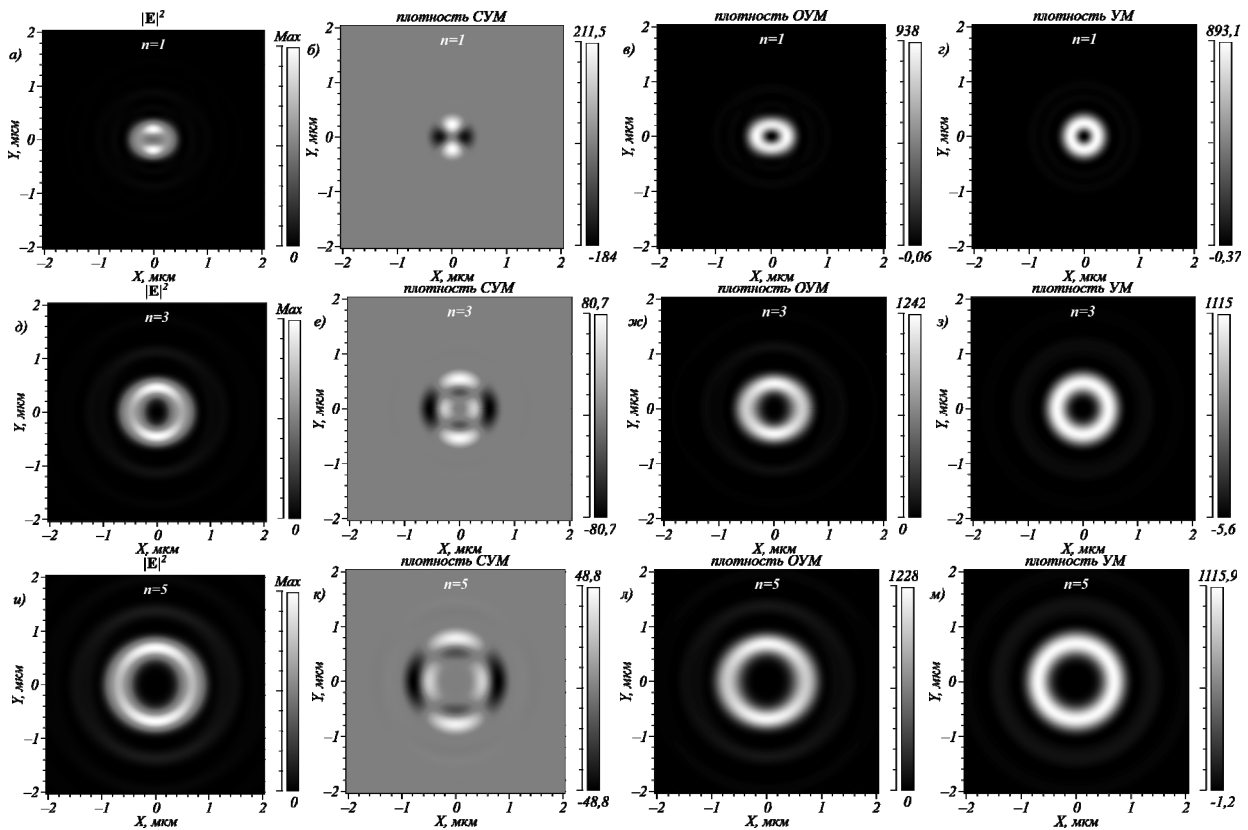


Рис. 1. Распределения интенсивности (а, д, з), плотности СУМ (б, е, и), плотности ОУМ (в, ж, л) и плотности УМ (г, з, м) пучка (1) в остром фокусе при  $n=1$  (а-г),  $n=3$  (д-ж),  $n=5$  (и-м) и при следующих параметрах расчёта: длина волны  $\lambda = 532$  нм, фокусное расстояние  $f = 10$  мкм, числовая апертура  $NA = 0,95$ , размер расчётной области  $-4 \times 4$  мкм<sup>2</sup>. Числа у шкал в градациях серого рядом с каждым рисунком означают минимальное и максимальное значения

Рис. 2 подтверждает формулу (17), согласно которой общая энергия света должна быть равна  $2\pi f^2$  (при  $\alpha = \pi/2$  и при  $|A(\theta)| \equiv 1$ ) и формулу (7), согласно которой общий продольный поток мощности должен быть равен  $\pi f^2$ . То есть подтверждается и представление продольного потока мощности через прямой поток, перпендикулярный поток и обратный поток.

### 7. Обсуждение результатов

В этой работе мы показали, что по отдельности сохраняются усредненные по плоскости фокуса продольные проекции СУМ и ОУМ для начального оптического вихря (с любой радиально-симметричной

действительной амплитудой) с линейной поляризацией. Но так происходит не всегда. Например, если рассмотреть острую фокусировку оптического вихря с круговой поляризацией [20], то усредненные осевые СУМ и ОУМ не сохраняются, а сохраняется только их сумма. Действительно, плотность продольных компонент векторов СУМ и ОУМ в фокусе оптического вихря с правой круговой поляризацией

$$E(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(in\varphi) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (28)$$

имеют вид соответственно:

$$S_z = I_{0,n}^2 - I_{2,n+2}^2, \quad (29)$$

$$L_z = nI_{0,n}^2 + (n+2)I_{2,n+2}^2 + 2(n+1)I_{1,n+1}^2. \quad (30)$$

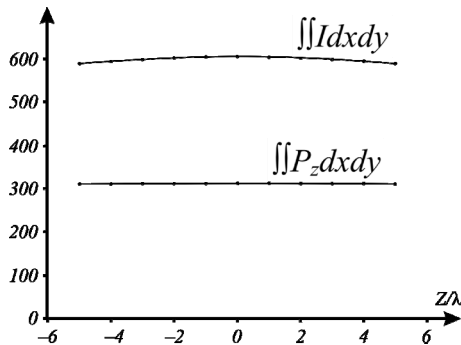


Рис. 2. Зависимость интенсивности и продольной компоненты вектора Умова–Пойнтинга, интегрированной по поперечной плоскости, от расстояния до фокуса  $z$ . Верхняя кривая – суммарная интенсивность, нижняя кривая – суммарный продольный поток мощности. Параметры расчёта: те же, что и на рис. 1. На графиках показаны кривые для  $n = 1$  и  $n = 3$ , но они почти полностью совпадают. Предполагалось, что распределение фокусируемого излучения равномерное ( $|A(\theta)| \equiv 1$ ). В этом случае суммарная энергия равна  $2\pi f^2 \approx 628$  мкм<sup>2</sup>. Численно полученные значения, примерно равные  $\iint I dx dy \approx 600$  мкм<sup>2</sup>. Теоретическое значение суммарного продольного потока мощности равно  $\pi f^2 \approx 314$  мкм<sup>2</sup>. Численно получены значения, примерно равные  $\iint P_z dx dy \approx 310$  мкм<sup>2</sup>

Проинтегрируем обе эти величины (29) и (30) по плоскости фокуса, получим:

$$\hat{S}_z = \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi S_z(r, \varphi) = \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi (I_{0,n}^2 - I_{2,n+2}^2) = (W_0 - W_2), \quad (31)$$

$$\hat{L}_z = \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi L_z(r, \varphi) = \frac{1}{2} \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi (nI_{0,n}^2 + (n+2)I_{2,n+2}^2 + 2(n+1)I_{1,n+1}^2) = nW_0 + (n+2)W_2 + 2(n+1)W_1 = nW + 2(W_2 + W_1).$$

А сумма (31) и (32) будет равна:

$$\hat{S}_z + \hat{L}_z = (n+1)W. \quad (33)$$

В начальной плоскости для СУМ и ОУМ поля (28) получим выражения:

$$\hat{S}_z = W, \quad \hat{L}_z = nW, \quad \hat{S}_z + \hat{L}_z = (n+1)W. \quad (34)$$

Из (33) видно, что в начальном поле у отдельного фотона сумма спина и ОУМ для пучка (28) была равна  $S_z + L_z = (n+1)\hbar$ , а у всего пучка  $\hat{S}_z + \hat{L}_z = (n+1)W$ . При фокусировке пучка (28) в плоскости фокуса полный спин пучка уменьшился, а полный ОУМ увеличился:

$$\hat{S}_z = (W_0 - W_2) = W - 2(W_2 + W_1), \quad (35)$$

$$\hat{L}_z = nW + 2(W_2 + W_1).$$

Этот эффект называется спин-орбитальная конверсия (СОК) [4]. Итак, если у начального поля (1) нет спина (нет СУМ), то в фокусе нет СОК и полный спин равен нулю (10):  $\hat{S}_z = 0$ . Но в фокусе может сформироваться спиновый эффект Холла (9). Орбитальный угловой момент для поля (1) также сохраняется (14) и равен  $\hat{L}_z = nW$ . И в фокусе имеет место орбитальный эффект Холла (12), (13). Если в начальном поле (28) есть СУМ (29), то из-за СОК он не сохраняется в фокусе, а уменьшается (35), частично переходя в ОУМ. У пучка (28) также имеется спиновый и радиальный орбитальный эффекты Холла [20], но оба эти эффекты радиальные, то есть знак СУМ и ОУМ разный на разных радиусах от оптической оси.

### Заключение

В данной работе получены следующие результаты. Показано, что при острой фокусировке оптического вихря с произвольной радиально-симметричной функцией амплитуды и с линейной поляризацией в плоскости фокуса распределение осевой проекции вектора СУМ (9) зависит от азимутального угла  $\varphi$  как  $\cos(2\varphi)$ , и поэтому для любого топологического заряда  $n$  в фокусе имеет место спиновый эффект Холла, когда на вертикальной и горизонтальной осях формируются по две области с разными знаками, в которых вектор поляризации вращается в разные стороны (по часовой стрелке и против часовой стрелки). Аналогично показано, что в фокусе осевая проекция ОУМ (12) зависит от азимутального угла  $\varphi$  как  $\cos(2\varphi)$ . Но мы не можем назвать эти четыре области с разными знаками продольной проекции ОУМ проявлением орбитального эффекта Холла, так как не знаем, как в этих областях ведет себя поперечный поток энергии (меняет направление вращения или нет). Также показано, что поперечный поток энергии вращается в плоскости фокуса в разных направлениях на разных радиусах от оптической оси (5). Такое распределение поперечного потока энергии в фокусе можно назвать радиальным орбитальным эффектом Холла, так как поток энергии будет вращать диэлектрические микрочастицы по часовой и против часовой стрелки, захваченные на разных радиусах в фокусе (угловой трактор [26]).

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 23-12-00236 в частях по теории, а также в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в части «моделирование».

## References

- [1] Poynting JH. The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarized light. *Proc R Soc Lond A* 1909; 82(557): 560-567. DOI: 10.1098/rspa.1909.0060.
- [2] Beth RA. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light. *Phys Rev* 1936; 50(2): 115-125. DOI: 10.1103/PhysRev.50.115.
- [3] Allen L, Beijersbergen MW, Spreeuw RJC, Woerdman JP. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. *Phys Rev A* 1992; 45(11): 8185-8189. DOI: 10.1103/PhysRevA.45.8185.
- [4] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodríguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. *Opt Express* 2011; 19(27): 26132-26149. DOI: 10.1364/OE.19.026132.
- [5] Guo J-X, Wang W-Y, Cheng T-Y, Lü J-Q. Interaction of spin-orbit angular momentum in the tight focusing of structured light. *Front Phys* 2022; 10: 1079265. DOI: 10.3389/fphy.2022.1079265.
- [6] Youngworth KS, Brown TG. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams. *Opt Express* 2000; 7(2): 77-87. DOI: 10.1364/oe.7.000077.
- [7] Han L, Liu S, Li P, Zhang Y, Cheng H, Zhao J. Catalytic effect of orbital angular momentum on the conversion of transverse to three-dimensional spin states within tightly focused radially polarized beams. *Phys Rev A* 2018; 97(5): 053802. DOI: 10.1103/PhysRevA.97.053802.
- [8] Li H, Ma C, Wang J, Tang M, Li X. Spin-orbit Hall effect in the tight focusing of a radially polarized vortex beam. *Opt Express* 2021; 29: 39419-39427.
- [9] Zhang X, Shen B, Zhu Z, Rui G, He J, Cui Y, Gu B. Understanding of transverse spin angular momentum in tightly focused linearly polarized vortex beams. *Opt Express* 2022; 30(4): 5121-5130. DOI: 10.1364/OE.449583.
- [10] Li M, Cai Y, Yan S, Liang Y, Zhang P, Yao B. Orbit-induced localized spin angular momentum in strong focusing of optical vectorial vortex beams. *Phys Rev A* 2018; 97(5): 053842. DOI: 10.1103/PhysRevA.97.053842.
- [11] Meng P, Man Z, Konijnenberg AP, Urbach HP. Angular momentum properties of hybrid cylindrical vector vortex beams in tightly focused optical systems. *Opt Express* 2019; 27(24): 35336-35348. DOI: 10.1364/OE.27.035336.
- [12] Li M, Yan S, Yao B, Liang Y, Zhang P. Spinning and orbiting motion of particles in vortex beams with circular or radial polarizations. *Opt Express* 2016; 24(18): 20604-20612. DOI: 10.1364/OE.24.020604.
- [13] Chen R, Chew K, Dai C, Zhou G. Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in the near field of a highly nonparaxial optical field with hybrid states of polarization. *Phys Rev A* 2017; 96(5): 053862. DOI: 10.1103/PhysRevA.96.053862.
- [14] Hu K, Chen Z, Pu J. Tight focusing properties of hybridly polarized vector beams. *J Opt Soc Am A* 2012; 29(6): 1099-1104. DOI: 10.1364/JOSAA.29.001099.
- [15] Huang S, Zhang G, Wang Q, Wang M, Tu C, Li Y, Wang H-T. Spin-to-orbital angular momentum conversion via light intensity gradient. *Optica* 2021; 8(9): 1231-1236. DOI: 10.1364/OPTICA.435475.
- [16] Yu P, Liu Y, Wang Z, Li Y, Gong L. Interplay between spin and orbital angular momenta in tightly focused higher-order Poincaré sphere beams. *Ann Phys* 2020; 532(8): 2000110. DOI: 10.1002/andp.202000110.
- [17] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA, Zaitsev VD. Spin hall effect before and after the focus of a high-order cylindrical vector beam. *Appl Sci* 2022; 12(23): 12218. DOI: 10.3390/app122312218.
- [18] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kozlova ES, Butt MA. High-order orbital and spin hall effects at the tight focus of laser beams. *Photonics* 2022; 9(12): 970. DOI: 10.3390/photonics9120970.
- [19] Kotlyar VV, Stafeev SS, Zaitsev VD, Telegin AM. Poincaré beams at the tight focus: Inseparability, radial spin hall effect, and reverse energy flow. *Photonics* 2022; 9(12): 969. DOI: 10.3390/photonics9120969.
- [20] Kotlyar VV, Kovalev AA, Telegin AM. Angular and orbital angular momenta in the tight focus of a circularly polarized optical vortex. *Photonics* 2023; 10(2): 160. DOI: 10.3390/photonics10020160.
- [21] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc A* 1959; 253: 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [22] Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS. Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus. *J Opt Soc Am B* 2019; 36(10): 2850-2855. DOI: 10.1364/JOSAB.36.002850.
- [23] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area. *Opt Express* 2019; 27(12): 16689-16702. DOI: 10.1364/OE.27.016689.
- [24] Barnett SM, Allen L. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams. *Opt Commun* 1994; 110: 670-678. DOI: 10.1016/0030-4018(94)90269-0.
- [25] Humblet J. Sur le moment d'impulsion d'une onde électromagnétique. *Physica* 1943; 10: 585-603. DOI: 10.1016/s0031-8914(43)90626-3.
- [26] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. Radial dependence of the angular momentum density of a paraxial optical vortex. *Phys Rev A* 2018; 97(5): 053833. DOI: 10.1103/PhysRevA.97.053833.

## Сведения об авторах

**Котляр Виктор Викторович**, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств.

E-mail: [kotlyar@ipsiras.ru](mailto:kotlyar@ipsiras.ru)



**Ковалёв Алексей Андреевич**, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН. В списке научных работ более 80 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, сингулярная оптика, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: [alanko@ipsiras.ru](mailto:alanko@ipsiras.ru)

**Налимов Антон Геннадьевич**, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 140 работ и 3 патентов. E-mail: [anton@ipsiras.ru](mailto:anton@ipsiras.ru)

---

*ГРНТИ: 29.31.15*

*Поступила в редакцию 25 мая 2023 г. Окончательный вариант – 26 июня 2023 г.*

---

---

# Focusing of linearly polarized optical vortex and a Hall effect

V.V. Kotlyar<sup>1,2</sup>, A.A. Kovalev<sup>1,2</sup>, A.G. Nalimov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, 443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

<sup>2</sup>Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

## Abstract

Polarization of a higher-order cylindrical vector beam (CVB) is known to be locally linear. The higher the beam order, the larger number of full circles the local linear polarization vector makes around the optical axis. It is also known that the CVB with radially symmetric amplitude has zero spin angular momentum (SAM) and zero orbital angular momentum (OAM) both in the initial plane and in the focal plane (because in both Cartesian components of the vector field, the angular derivative of phase is zero). We show here that near the focal plane of the CVB (i.e. before and beyond the focus), an even number of local subwavelength areas with rotating polarization vectors are generated. In addition, in the neighboring areas, the polarization vectors are rotating in the opposite directions. Thus, the longitudinal components of the SAM vector in such neighboring areas are of different sign. After passing through the focal plane, the rotation direction of the polarization vector at each point of the beam cross-section changes to the opposite one. Such a spatial separation of the left and right rotation of the polarization vectors is a manifestation of the optical spin Hall effect.

**Keywords:** topological charge, optical vortex, Hall effect.

**Citation:** Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Focusing of linearly polarized optical vortex and a Hall effect. *Computer Optics* 2024; 48(1): 26-34. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1358.

**Acknowledgements:** This work was partly funded by the Russian Science Foundation (Project No. 23-12-00236, theoretical background) and within the government project of the Federal Scientific Research Center “Crystallography and Photonics” of the Russian Academy of Sciences (numerical simulation).

---

## Authors’ information

**Victor Victorovich Kotlyar** is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices.

E-mail: [kotlyar@ipsiras.ru](mailto:kotlyar@ipsiras.ru)

**Alexey Andreevich Kovalev** (b. 1979), graduated (2002) from S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU)), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree (2012). He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of assistant at SSAU’s Technical Cybernetics sub-department. He is co-author of more than 80 scientific papers. Research interests are mathematical diffraction theory, singular optics, and photonic crystal devices. E-mail: [alanko@ipsiras.ru](mailto:alanko@ipsiras.ru)

**Anton Gennadyevich Nalimov** (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003, finished it in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 100 papers and 3 inventions. E-mail: [anton@ipsiras.ru](mailto:anton@ipsiras.ru)

---

Received May 25, 2023. The final version – June 26, 2023.

---