

Управление гигантскими всплесками орбитального углового момента структурированных Лагерр–Гауссовых пучков в среде с общим астигматизмом

А.В. Воляр¹, Е.Г. Абрамочкин², М.В. Брецько¹, С.И. Халилов¹, Я.Е. Акимова¹

¹ КФУ им. В.И. Вернадского, Физико-технический институт,

295007, Россия, Республика Крым, г. Симферополь, проспект Академика Вернадского, д. 4;

² Самарский филиал федерального государственного бюджетного учреждения науки Физического института имени П.Н. Лебедева Российской академии наук (СФ ФИАН), 443011, Россия, г. Самара, ул. Ново-Садовая, д. 221

Аннотация

В статье теоретически и экспериментально рассмотрено влияние астигматического элемента (например, цилиндрической линзы) на структурированный пучок Лагерра–Гаусса, когда оси линзы ориентированы под произвольным углом к лабораторным координатным осям (общий астигматизм). Хотя структурно устойчивый Лагерр–Гауссов пучок содержит множество осесимметричных мод, согласованных между собой по фазам и амплитудам, их суперпозиция уже теряет исходную осевую симметрию, но приобретает новые свойства (например, быстрые осцилляции орбитального углового момента), при этом орбитальный угловой момент пучка не может превышать азимутальное число ℓ исходной ЛГ-моды. Потеря осевой симметрии возникает за счет внесения фазовых и амплитудных возмущений каждой моды структурированного пучка Лагерра–Гаусса, которые разрушают кольцевые дислокации. Поскольку вырожденные кольцевые дислокации образованы оптическими вихрями с противоположными топологическими зарядами, но равными весами, то их разрушение сопровождается появлением пар оптических вихрей в виде топологических диполей (их количество равно радиальному числу n). В результате расширяется спектр мод структурированного пучка Лагерра–Гаусса до величины $\pm(2n+\ell)$. Астигматический элемент (цилиндрическая линза) нарушает равенство весов в диполях, что приводит к резкому возрастанию орбитального углового момента всего структурированного пучка Лагерра–Гаусса. Причем величиной орбитального углового момента можно управлять, меняя наклон осей цилиндрической линзы и управляющие параметры структурированного пучка Лагерра–Гаусса. Именно эти процессы подробно рассмотрены в статье как в теоретическом, так и экспериментальном аспектах. В результате мы показали, что при определенной ориентации осей цилиндрической линзы орбитальный угловой момент пучка может превышать суммы орбитального и азимутального числа ($\text{ОУМ} > n + \ell$). Кроме того, мы обнаружили, что картина интенсивности астигматического структурированного пучка Лагерра–Гаусса может следовать за поворотом осей астигматического элемента (эффект отслеживания структурой пучка оси вращения цилиндрической линзы) при определенных соотношениях между управляющими параметрами структурированного пучка Лагерра–Гаусса и астигматического элемента.

Ключевые слова: вихревые пучки, структурированный свет, орбитальный угловой момент.

Цитирование: Воляр, А.В. Управление гигантскими всплесками орбитального углового момента структурированных Лагерр–Гауссовых пучков в среде с общим астигматизмом / А.В. Воляр, Е.Г. Абрамочкин, М.В. Брецько, С.И. Халилов, Я.Е. Акимова // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 1. – С. 35–46. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1395.

Citation: Volyar AV, Abramochkin EG, Bretsko MV, Khalilov SI, Akimova YE. Control of giant orbital angular momentum bursts of structured Laguerre-Gaussian beams in a medium with general astigmatism. Computer Optics 2024; 48(1): 35-46. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1395.

Введение

Уникальность структурированных вихревых пучков [1–14], содержащих множество степеней свободы, заключается не только в их способности переносить огромные массивы данных [1–23], в управлении микророботами в оптических пинцетах [24] или в квантовом кодировании сообщений [25], но и в со-

противляемости к разрушению своей внутренней структуры при слабых возмущениях, в частности, в турбулентной атмосфере [19–29]. На наш взгляд, такая способность к частичному или полному самовосстановлению структурированных пучков заключается в парадоксальном процессе разрушения единичных пучков Лагерра–Гаусса (ЛГ) под действием несимметричных возмущений. Дело в том, что ЛГ-пучки

являются в принципе неустойчивыми структурами из-за их осевой симметрии. Даже слабые несимметричные возмущения способны их превратить в семейство мод Эрмита–Гаусса (ЭГ) [30], число которых равно удвоенному радиальному числу $2n$ плюс топологический заряд ℓ , т.е. $N=2n+\ell+1$. Такое N -кратное вырождение не разрушает структуру исходного ЛГ-пучка до тех пор, пока каждая ЭГ-мода не получает дополнительное независимое фазовое и амплитудное возмущение. Пучок теряет исходную осевую симметрию, но приобретает новые свойства, а именно, каждая ЭГ-мода может переносить независимую информацию, формируя двухпараметрический структурный ЛГ-пучок за счет модуляции амплитуд и фаз собственных ЭГ-мод, как это было показано в наших статьях [31–32]. Если в среде достаточно слабые внешние возмущения, не приводящие к возникновению новых мод, то небольшое перераспределение энергии внутри семейства собственных мод не приводит к критическому разрушению структуры сложного пучка.

Фактически формирование структурированного ЛГ-(сЛГ)-пучка из единичной ЛГ-моды связано с разрушением ее осевой симметрии, которое, в свою очередь, выявляет скрытые свойства единичного ЛГ-пучка. Действительно, ЛГ-пучок имеет топологический заряд (ТЗ), равный азимутальному числу ℓ ЛГ-моды, которое и определяет ее орбитальный угловой момент ℓ_z (ОУМ) [33–35]. Кроме того, радиальное число n не связано с ОУМ и задает только число вырожденных кольцевых дислокаций (темных колец) ЛГ-пучка. Однако возмущение амплитуд и фаз собственных ЭГ-мод в структурированном пучке снимает вырождение по ТЗ в кольцевых дислокациях, которые распадаются на пары оптических вихрей, и изменяют ОУМ структурированного пучка [36–39]. Теперь общее ОУМ пучка формирует $2n+\ell+1$ мода [40], а радиальное число n характеризует частоту быстрых осцилляций ОУМ, управляемых амплитудным ε и фазовым θ параметрами структурированного пучка [41]. Однако максимальная амплитуда ОУМ не может превышать величину азимутального числа $\ell_z \leq \ell$ в исходном ЛГ-пучке в связи с тем, что новорожденные оптические вихри формируют топологические диполи с равными весами, но разными знаками ТЗ.

Ситуация радикально изменяется, когда структурированный ЛГ-пучок распространяется через среду с простым астигматизмом [42], когда оси астигматической среды ориентированы вдоль осей симметрии структурированного пучка. Симметрия топологических диполей нарушается. В пучке возникают супервсплески ОУМ, максимальная амплитуда которых приблизительно равна половине радиального числа $\ell_z \approx n/2$. Тем не менее, при простом астигматизме невозможно задать условия, при которых ОУМ пучка может достигать максимально возможного значения $\ell_z^{\max} = 2n + \ell$. Потенциальная возможность в расширении области управления как структурой пучка, так

и его ОУМ скрывается в еще одной степени свободы, который закладывает в пучок общий астигматизм среды за счет вращения его осей, что позволяет управлять соотношением весов новорожденных оптических вихрей. Таким образом, целью нашей статьи является разработка теории структурированных ЛГ-пучков, постановка эксперимента в средах с общим астигматизмом и выявление эволюции супервсплесков ОУМ с сохранением тонкой структуры сЛГ-пучков, вызванной нарушением их симметрии.

1. Структурные преобразования сЛГ-пучков при общем астигматизме

Задачей этого теоретического параграфа является расчет комплексной амплитуды многопараметрического сЛГ-пучка в среде с общим астигматизмом и анализ его структурных превращений в рамках унитарных преобразований. Начнем с того, что стандартный ЛГ-пучок в базисе ЭГ-мод записывается как

$$LG_{n,\pm\ell}(\mathbf{r}) = \frac{(-1)^n}{2^{2n+3\ell/2} n!} \sum_{k=0}^{2n+\ell} (\pm 2i)^k P_k^{(n+\ell-k, n-k)}(0) HG_{2n+\ell-k, k}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где $P_k^{(n,m)}(\cdot)$ – многочлен Якоби,

$$LG_{n,\pm\ell}(\mathbf{r}) = \exp(-r^2) (x \pm iy)^\ell L_n^\ell(2r^2),$$

$$HG_{n,m}(\mathbf{r}) = \exp(-r^2) H_n(\sqrt{2}x) H_m(\sqrt{2}y)$$

– комплексные амплитуды ЛГ-и ЭГ-пучков соответственно, $\mathbf{r} = (x, y)$ – безразмерные координаты, нормированные на перетяжку w_0 Гауссова пучка. Ниже мы ограничимся случаем $+\ell$. Каждую ЭГ-моду в (1) можно рассматривать как независимую степень свободы. Чтобы сформировать структурированный пучок, внесем в каждую ЭГ-моду в (1) новую амплитуду ε и фазу θ в соответствии с правилом $\varepsilon_k(\varepsilon, \theta) = 1 + \varepsilon \exp(ik\theta)$, так что комплексная амплитуда (1) примет вид структурированного сЛГ-пучка

$$sLG_{n,\pm\ell}(\mathbf{r}, \varepsilon, \theta) = \frac{(-1)^n}{2^{2n+3\ell/2} n!} \sum_{k=0}^{2n+\ell} (2i)^k \times \times P_k^{(n+\ell-k, n-k)}(0) \varepsilon_k(\varepsilon, \theta) HG_{2n+\ell-k, k}(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Такой пучок легко сформировать на эксперименте с помощью пространственного модулятора света (SLM) [43–46]. Новое семейство параксиальных структурированных пучков обладает рядом необычных свойств, указанных выше, но что интересно: его комплексную амплитуду (3) можно привести к компактной форме путем длительных преобразований [40] в виде двух стандартных пучков Эрмита–Лагерра–Гаусса (ЭЛГ) [30] с различными управляющими параметрами

$$sLG_{n,\ell}(\mathbf{r}, \varepsilon, \theta) = \frac{(-1)^n}{2^{n+\ell} n!} \left\{ HLG_{n+\ell, n}(\mathbf{r}|\pi/4) + \varepsilon (-i)^{n+\ell} e^{i(2n+\ell)\theta} HLG_{n, n+\ell}(\mathbf{R}_{-\pi/4} \mathbf{r}|\Theta) \right\}, \quad (3)$$

где $\Theta = \theta/2 - \pi/4$ – управляющий параметр второго ЭЛГ-пучка,

$$\mathbf{R}_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \text{ а } HLG_{n,m}(\cdot) -$$

комплексная амплитуда ЭЛГ-пучка [41]:

$$HLG_{n,m}(\mathbf{r}|\alpha) = \sum_{k=0}^{n+m} i^k \cos^{n-k} \alpha \sin^{m-k} \alpha \times \\ \times P_k^{(n-k, m-k)}(-\cos 2\alpha) HG_{n+m-k, k}(\mathbf{r}). \quad (4)$$

Отсюда следует, что первый член в (3) соотносится с модами ЛГ-в соответствии с преобразованием

$$HLG_{n+\ell, n}(\mathbf{r}|\pi/4) = (-1)^n 2^{n+\ell} n! LG_{n, \ell}(\mathbf{r}), \ell \geq 0. \quad (5)$$

Обозначим через ξ и η поперечные координаты пучка в среде с общим астигматизмом, оси которого ориентированы под углом β . Функцию астигматического преобразования среды запишем как

$$\psi(\mathbf{p}, \beta) = (\xi^2 - \eta^2) \cos 2\beta + 2\xi\eta \sin 2\beta, \quad (6)$$

где $\mathbf{p} = (\xi, \eta)$. Для комплексной амплитуды (3), записанной в терминах ЭЛГ-пучков, удобно использовать общее астигматическое преобразование в форме Фурье-преобразования [30].

$$F \left[\exp(ib\psi(\mathbf{p}, \beta)) sLG_{n, \ell}(\mathbf{p}, \varepsilon, \theta) \right] (\mathbf{r}) = \\ = \frac{(-1)^n}{2^{n+\ell} n!} \cdot \frac{(-i)^{2n+\ell}}{2\sqrt{1+b^2}} \exp \left(-\frac{ib\psi(\mathbf{r}, \beta)}{4(1+b^2)} \right) \times \\ \times asLG_{n, \ell}(\mathbf{r}, \varepsilon, \theta, b, \beta), \\ asLG_{n, \ell}(\mathbf{r}, \varepsilon, \theta, b, \beta) = e^{i\ell(\beta+\pi/4)} \times \\ \times HLG_{n+\ell, n} \left(\frac{\mathbf{R}_{-\pi/4-\beta} \mathbf{r}}{2\sqrt{1+b^2}} \middle| \frac{\pi}{4} - \omega_- \right) + \varepsilon (-i)^{n+\ell} \times \\ \times e^{i(2n+\ell)\Theta} e^{-i\ell\tilde{\varphi}} HLG_{n, n+\ell} \left(\frac{\mathbf{R}_{-\tilde{\gamma}-\beta} \mathbf{r}}{2\sqrt{1+b^2}} \middle| \tilde{\theta} \right), \quad (8)$$

где $F[f(\mathbf{p})](\mathbf{r}) = (1/2\pi) \int_{\mathbb{R}^2} \exp(-i\langle \mathbf{r}, \mathbf{p} \rangle) f(\mathbf{p}) d^2\mathbf{p} -$

2D Фурье-преобразование, $\omega_- = \arctan b$, где b – параметр астигматизма. Обозначения углов $\tilde{\varphi}$, $\tilde{\theta}$ и $\tilde{\gamma}$ раскрыты в формулах А5-А7 в Приложении.

Геометрическая интерпретация ЭЛГ-пучков [30] позволяет представить состояние пучка точкой на сфере единичного радиуса в рамках унитарных преобразований так, что тройка углов $(\alpha, \beta, \omega_-)$ характеризует первый и второй члены в (3) и (8), α – задает начальный угол, а углы β и ω_- задают свойства астигматической среды. При распространении через астигматическую среду положение пучка на сфере отслеживает тройка углов $(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}, \tilde{\gamma})$. Связь между ними позволяет записать комплексную амплитуду в виде выражения (8), а вывод соответствующих выражений

представлен в *Приложении А*. Возможная геометрическая интерпретация более сложного сЛГ-пучка будет представлена в следующем параграфе.

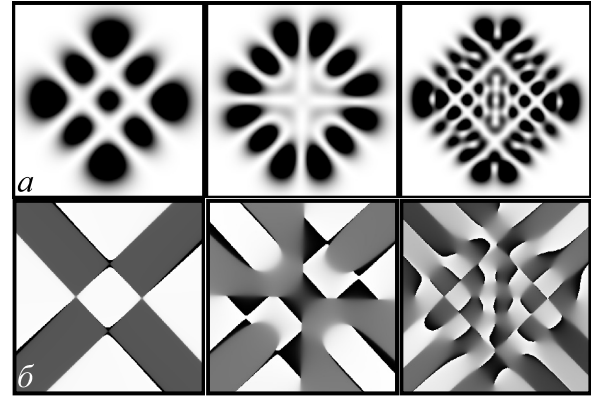


Рис. 1. Компьютерное моделирование астигматических сЛГ-пучков: (а) интенсивности (инверсия) и (б) фазы для различных квантовых чисел ($n; \ell$)

Как мы видим из выражения (8), сЛГ-пучок в астигматической системе характеризуется множеством управляющих параметров, но при проведении эксперимента удобно выбрать часть параметров в виде $a=0, b=1, \varepsilon=1$, изменяя величины квантовых чисел (n, ℓ) и фазовый параметр θ и угол β наклона оси астигматизма. Характерные картины интенсивности и фазы представлены на рис. 1 для различных квантовых чисел и угла $\beta = \pi/4$, в то время как фазовый параметр $\theta=0,97$ рад выбран в области всплеска ОУМ при простом астигматизме [42].

2. Геометрия астигматических преобразований сЛГ-пучка

Внутренняя симметрия гибридных ЭЛГ-пучков нашла естественное отображение в виде траекторий на поверхности единичной 2D-сферы Пуанкаре в рамках унитарных преобразований [47, 48]. Фактически, такая геометрия подчеркивает внутреннее единство представлений спинового и орбитального углового момента. Эта аналогия находит свое продолжение в интерпретации ЭГ-, ЛГ- и ЭЛГ-мод в виде 2D-осцилляторов в гамильтоновой динамике [49] и представлений в виде лучей на обобщенной сфере Майорана [50].

Однако астигматический сЛГ- (асЛГ)-пучок, содержащий две ЭЛГ-моды с двумя различными управляющими параметрами, теряет свою прежнюю симметрию, а его геометрическое отображение уже требует использования многомерной сферы и, следовательно, теряется простота геометрической интерпретации. С другой стороны, обычный ЭЛГ-пучок характеризуется последовательностью вращений на сфере между начальной и конечной точкой, а промежуточная геометрическая эволюция пучка описывается выражениями (А5)-(А7) для углов $\tilde{\theta}(\theta, \beta)$ и $\tilde{\varphi}(\theta, \beta)$, как

функций фазового параметра θ и угла β ориентации осей астигматической среды (цилиндрической линзы). Тогда эволюцию асЛГ-пучка также можно отобразить траекториями на 2D-сфере, не забывая, что такое отображение теряет однозначность. Тем не менее, потеря однозначности восполнится появлением критических точек и траекторий, которые укажут на необходимость детального исследования этих областей. Тогда семейства траекторий для состояний астигматических сЛГ-пучков зададим как

$$\begin{aligned} X &= \sin 2\tilde{\theta} \cos \tilde{\varphi}, \\ Y &= \sin 2\tilde{\theta} \sin \tilde{\varphi}, \\ Z &= \cos \tilde{\theta}, \end{aligned} \tag{9}$$

так что $X^2 + Y^2 + Z^2 = 1$ для любых углов θ и β .

На рис. 2 изображены два семейства траекторий, управляемых (а) фазовым параметром θ при заданных значениях угла β и (б) углом β при заданных значениях фазового параметра θ . Сразу заметим, что эти траектории не отражают эволюцию ОУМ, как это было сделано в статьях [47, 48], но отображают общие свойства астигматических пучков с различными радиальными n и азимутальными ℓ числами, а также с различными знаками ОУМ. Отчетливо выделяются четыре квадранта, разделенные меридиональными плоскостями (а) XOZ и YOZ , (б) плоскостями, повернутыми на угол $\pi/4$ вокруг оси OZ относительно меридиональных плоскостей на рис. 2а. Все траектории на рис. 2а,б стягиваются к северному полюсу как для положительных, так и для отрицательных ОУМ при $\beta \rightarrow 0$ и $\theta \rightarrow 0$. Когда $\beta \rightarrow \pm\pi/2$, $\pm 3\pi/2$ и $\theta \rightarrow \pm\pi/2$, $\pm 3\pi/2$, все траектории стремятся к экватору и к главным меридианам в противоположных квадрантах.

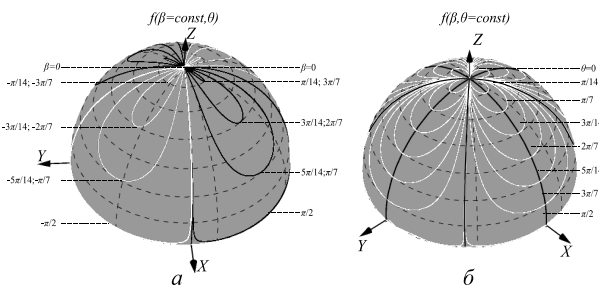


Рис. 2. Теоретически рассчитанные траектории состояний асЛГ-пучка на полусфере единичного радиуса в зависимости от: (а) фазового параметра θ при постоянном угле астигматизма β ; (б) угле астигматизма β при постоянном фазовом параметре θ . На полусфере (а) черная кривая соответствует вращению цилиндрической линзы против часовой стрелки, а светлая кривая – по часовой стрелке. На полусфере (б) светлая кривая соответствует изменению угла астигматизма ($-\pi < \beta < \pi$), а черные кривые соответствуют главным квадрантам полушарий

Стоит отметить, что вблизи экватора на рис. 2а траектории слабо зависят от угла β , который задает направление оси астигматизма при изменяющемся

фазовом параметре θ , но вблизи главных меридианов угол β меняет знак. Аналогичная ситуация возникает с изменением знака фазового параметра на рис. 2б. Это указывает на то, что в области этих значений управляющих параметров следует ожидать радикальных изменений в структуре пучков. На первый взгляд кажется, что свойства пучков в соседних квадрантах на рис. 2а, б должны периодически воспроизводиться.

Однако нарушение исходной симметрии гибридных ЭЛГ-мод может вызвать неожиданные эффекты при вращении астигматической системы по часовой стрелке и против неё как в вырожденной точке северного полюса, так и вблизи главных меридианов, о чем мы поговорим в следующих параграфах.

3. Управление всплесками ОУМ

Расчеты, приведенные в Приложении Б, показывают, что удельный ОУМ многопараметрического пучка после астигматического элемента запишем в виде отношения полного ОУМ к полной интенсивности пучка

$$\begin{aligned} \ell_z [asLG_{n,\ell}(\mathbf{r}, \varepsilon, \theta, b, \beta)] &= \\ &= \frac{\ell (\sin 2\alpha_1 - \varepsilon^2 \sin 2\alpha_2) + 2\text{Re}[c_1^* c_2 \cdot U]}{1 + \varepsilon^2 + 2\text{Re}[c_1^* c_2 \cdot V]}, \end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned} c_1 &= e^{i\ell(\beta+\pi/4)}, c_2 = \varepsilon(-i)^{n+\ell} e^{i(2n+\ell)\Theta} e^{-i\ell\tilde{\varphi}}; \\ (n_1, m_1) &= (n + \ell, n); (n_2, m_2) = (n, n + \ell); \\ \alpha_1 &= \pi/4 - \omega_-; \alpha_2 = \tilde{\theta}; \omega_- = \arctan b; \gamma = \pi/4 - \tilde{\varphi}. \\ U &= \ell \lambda_n^{(n,n+\ell)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) \sin 2\alpha_1 - \\ &- \left\{ (n + \ell + 1) \lambda_{n-1}^{(n,n+\ell)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) + \right. \\ &+ \left. (n + 1) \lambda_{n+1}^{(n,n+\ell)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) \right\} \cos 2\alpha_1, \\ V &= \lambda_n^{(n,n+\ell)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma). \end{aligned} \tag{12}$$

Выясним, какие скрытые свойства асЛГ-пучка с нарушенной симметрией в астигматической среде проявляются при вариации параметров пучка. Действительно, как мы отмечали выше, спектр мод симметричного структурированного пучка сЛГ содержит моды с $\pm(2n + \ell)$ ОУМ. Однако наличие такого широкого спектра мод приводит только к быстрым осцилляциям ОУМ при вариации фазового параметра θ , в то время как его максимальная величина не может превышать ОУМ $\ell_z = \ell$ исходного ЛГ-пучка [41]. Ситуация резко изменяется, когда пучок проходит через среду с простым астигматизмом ($\beta = 0$) и возникают всплески ОУМ, величина которых не превышает половины радиального числа исходной ЛГ-моды $\ell_z \approx n/2$ [42], но при $\ell = 0$ ОУМ исчезает ($\ell_z = 0$).

Детальную картину эволюции ОУМ при вариации параметров θ и β в асЛГ-пучке иллюстрируют рис. 3

и рис. 4. Нарушение симметрии пучка при общем астигматизме вызывает расщепление вырожденных кольцевых дислокаций и появление новых вихрей, что включает в процесс формирования ОУМ как радиальные, так и азимутальные числа. Результатом этого процесса является появление новых всплесков ОУМ. Мы обнаружили, что амплитуды таких всплесков могут превышать сумму радиального и азимутального числа $\ell_z^{\max} \geq |n + \ell|$ при ориентации оси астигматизма $\beta = \pm \pi/4$. Также наблюдаются мощные всплески ОУМ в окрестности углов $\beta \approx 0; \pi$, при этом возникает конверсия знака ОУМ при повороте оси астигматизма на угол $\pi/2$ относительно исходных углов.

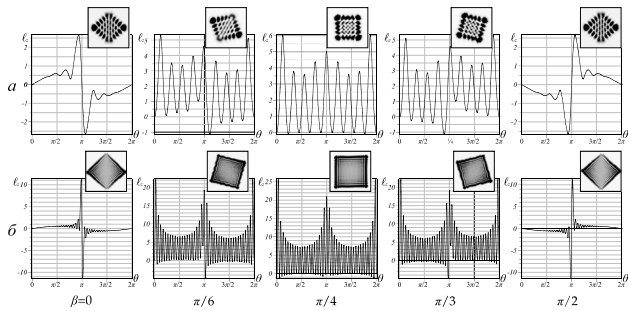


Рис. 3. Кривые ОУМ ℓ_z (теория) асЛГ-пучка: (а) ($n = 4; \ell = 1$) и (б) ($n = 20; \ell = 1$) в зависимости от фазового параметра θ для различных углов астигматизма β . На выносках представлены распределения интенсивности (эксперимент) для (а) $\theta \approx 0,97\pi$ и (б) $\theta \approx 0,98\pi$

Тем не менее, нам пока не удалось найти условия, при которых ОУМ достигает своего потенциально возможного значения $\ell_z^{\max} \approx |2n + \ell|$. Мы ожидаем, что более детальные исследования процесса формирования ОУМ на основе разделения чистого вклада от оптических вихрей и за счет разрушения симметрии пучка при астигматизме на основе метода моментов интенсивности [51] позволит приблизить решение этой проблемы. В этом аспекте интерес представляет вопрос возникновения острых всплесков ОУМ в пучках с почти прямоугольной формой картины интенсивности на рис. 4, свойственной безвихревым ЭГ-модам.

4. Эффект следования структуры пучка за осью астигматизма

Как мы отмечали ранее [35], асЛГ-пучки могут распространяться в среде с простым астигматизмом ($\beta = 0; \pi/2$) без изменения своей структуры при определенных соотношениях между параметрами пучка и астигматической среды. Однако наши предварительные теоретические и экспериментальные исследования показали отсутствие таких условий для среды с общим астигматизмом ($\beta \neq 0$) – нарушение условия подобия масштабов вдоль осей x и y при фокусировке пучка всегда приводит к разрушению симметрии исходного пучка. Тем не менее, столь жесткое требование к разрушению исходной структуры пучка не распространяется на условия сохранения (или частично-

го сохранения) разрушенной структуры пучка при повороте оси астигматизма. Именно эту проблему мы и рассмотрим в этом параграфе. Предпосылки к проявлению такого эффекта следования уже заложены в форме траекторий на сфере на рис. 2. Так, траектории состояний пучка на рис. 2б разделены главными меридианами на четыре квадранта и различаются видом отклика структуры пучка на направление оси астигматизма β . При этом параметр $\theta(\theta, \beta)$, ответственный за структуру пучка, почти не изменяется в окрестности фазовых параметров $\theta = \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4$. На эксперименте мы обнаружили, что при определенных значениях параметра θ наблюдается синхронное вращение картины интенсивности вслед за поворотом оси цилиндрической линзы в определенном интервале углов β . Но сразу бросается в глаза, что этот эффект по-разному проявляется при вращении угла β по часовой стрелке и против неё. Это экспериментальное наблюдение заставило нас более пристально взглянуть в физический механизм эффекта.

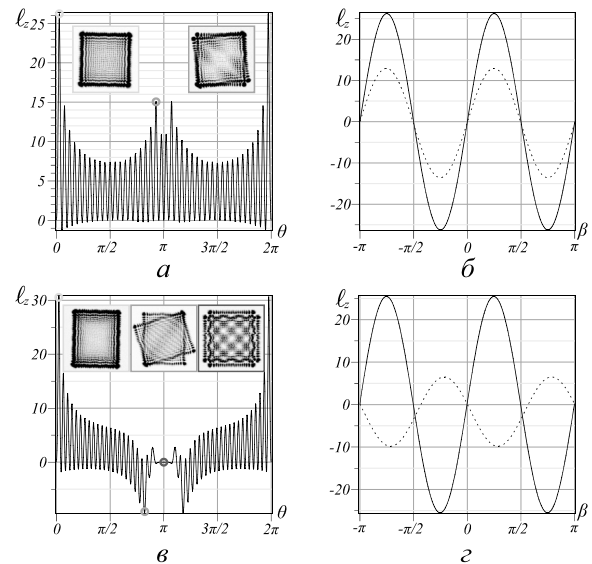


Рис. 4. Кривые ОУМ ℓ_z (теория) асЛГ-пучка: (а, в) в зависимости от фазового параметра θ ; (б, г) в зависимости от параметра астигматизма β ; (а, б) соответствует ($n = 20; \ell = 2$) и (в, г) ($n = 20; \ell = 10$). Кривая $\ell_z(\beta)$ соответствует основным максимумам ОУМ (сплошная кривая) $\theta = 0, 1\pi$ и (пунктирная кривая) $\theta = \pi - 0, 1$. На выносках представлены распределения интенсивности (эксперимент)

При изменении угла β (движение по экватору на рис. 2б) картина интенсивности поворачивается в целом на угол ϕ , который легко определить из соотношений (8), как

$$\phi = \arctg \frac{Y}{X} = \arctg(\tg \tilde{\phi}). \tag{13}$$

Семейство кривых на рис. 5 соответствует зависимости (13), где угол $\tilde{\phi}(\theta, \beta)$ задан соотношением (А6) из Приложения А. Мы видим, что светлая кривая

для $\theta=0,51\pi$ имеет почти ступенчатую форму с широкими плато, где положение картины интенсивности не меняется, но затем следует резкий поворот оси картины интенсивности. По мере стремления фазового параметра к $\theta \rightarrow \pi$ ступенчатая кривая сглаживается (серая кривая), так что в окрестности $\theta \approx \pi$ наблюдается прямо пропорциональная зависимость $\phi = -\beta$ для черной кривой. Однако зависимости $\phi(\beta)$ на рис. 5 не отражают вида перестройки (или сохранения) структуры картины интенсивности при вращении оси астигматизма. На эксперименте и компьютерном моделировании этот процесс был исследован, а основные результаты представлены на рис. 6.

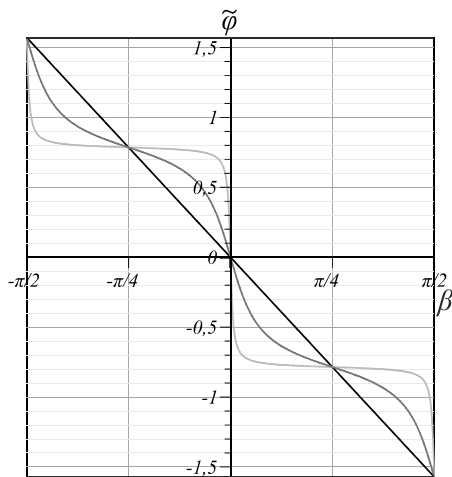


Рис. 5. Теоретическая зависимость угла поворота $\tilde{\phi}(\beta)$ картины интенсивности на угол β вращения цилиндрической линзы для фазового параметра θ : (светлая кривая) – $\theta = 0,51\pi$; (серая кривая) – $\theta = 0,6\pi$; (черная кривая) – $\theta = 0,98\pi$

Наши измерения картины интенсивности и ее структурные перестройки при вращении цилиндрической линзы проводились на экспериментальной установке, подробно описанной в нашей статье [32] (см. рис. 7 в статье [32]). Цилиндрическая линза с фокусным расстоянием $f_{\text{цил}} = 15$ см крепилась в поворотном устройстве оптического столика, позволяющего устанавливать угол β оси цилиндрической линзы с точностью до четверти углового градуса.

Структурированный ЛГ-пучок формировался на SLM, цифровое обеспечение которого позволяло управлять радиальным n и азимутальным ℓ числами пучка, его амплитудным ε и фазовым θ параметрами. Картина интенсивности детектировалась в плоскости двойного фокуса $z = 2f_{\text{цил}}$ цилиндрической линзы с последующей цифровой обработкой.

В верхней части рис. 6 изображены картины интенсивности асЛГ-пучка при заданном направлении β оси астигматизма. Градиент серого на полукруге отображает степень корреляции η структуры пучка относительно исходной картины.

В нижней части полукруга изображен геликоидальный волновой фронт пучка, падающего на ци-

линдрическую линзу. Направление закрутки геликоида соответствует знаку ТЗ исходного ЛГ-пучка. Мы обнаружили, что степень сохранения (степень корреляции) структуры пучка при вращении цилиндрической линзы зависит от соотношения между ТЗ пучка и направлением вращения цилиндрической линзы (знаком угла β). Так, если знак угла β совпадает со знаком ТЗ пучка, то структура пучка слабо изменяется в процессе структурного отслеживания оси линзы. В противоположном случае структура пучка быстро разрушается.

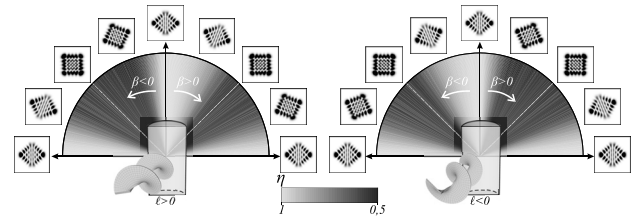


Рис. 6. Моделирование структуры асЛГ-пучка после вращения цилиндрической линзы для $(n = 4; \ell = \pm 1)$.

Картина интенсивности (инверсия) повторяет вращение оси цилиндрической линзы для $\ell > 0, \beta > 0$ и $\ell < 0, \beta < 0$, в то время как при $\ell > 0, \beta < 0$ и $\ell < 0, \beta > 0$ картина интенсивности быстро изменяется

Мы заинтересовались, как структура пучка будет изменяться при пересечении критической точки для фазового параметра $\theta = 0, \pi/4, 3\pi/4$, где наблюдается резкий всплеск ОУМ, в то время как картина интенсивности имеет много общего с картиной интенсивности ЭГ-моды? Ответ на этот вопрос иллюстрирует рис. 7. Первая строка на рис. 7 демонстрирует картины интенсивности асЛГ-пучка для $\theta = 0$ и $\ell = 0$ при различных направлениях β вращения цилиндрической линзы.

При этом наблюдается четкое отслеживание направления вращения линзы и картины интенсивности без разрушения ее структуры.

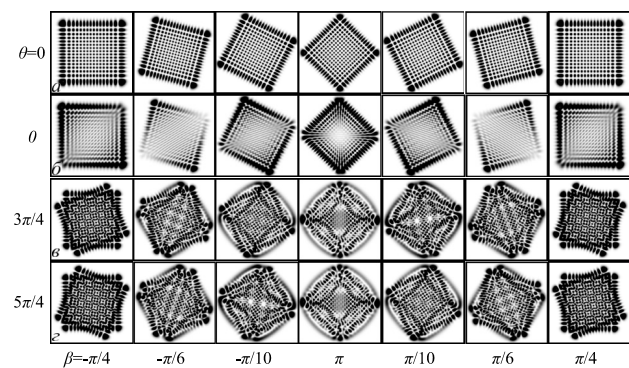


Рис. 7. Компьютерное моделирование интенсивности (инверсия) асЛГ-пучка для (а, б) $(n = 15; \ell = 0)$; (в, г) $(n = 15; \ell = 1)$ при различных параметрах θ и β

Однако для ненулевого ТЗ ($\ell = 1$) возникает частичное разрушение исходной картины интенсивности для различных знаков ТЗ и β (вторая строка), хотя главные диагонали прямоугольников в картинах интенсивности строго следуют за поворотом цилиндрической линзы.

Ситуация резко изменяется при больших значениях фазового параметра θ (третья и четвертая строка на рис. 7). Вращение линзы приводит к резкой перестройке картины интенсивности. Особенно ярко это проявляется при смене знака ТЗ пучка (четвертая строка рис. 7). Хотя структура пучка и разрушается при вращении линзы, наблюдается строгая корреляция между картинками при вращении линзы по и против часовой стрелки. В самом деле, сравнение картин интенсивности в третьей и четвертой строках рис. 7 показывает, что их тонкая структура совпадает, если направление вращения цилиндрической линзы изменяется одновременно с изменением знака ОУМ, т.е. произведение ОУМ на знак вращения линзы $\ell_z \cdot \text{sign}(\beta) = \text{const}$ должно оставаться неизменным.

Для того чтобы подтвердить или опровергнуть полученные теоретические предсказания, требуется сравнить между собой картины интенсивности для различных фазовых параметров θ , углов вращения β цилиндрической линзы и ℓ_z ОУМ посредством степени корреляции η , измеренной на эксперименте и представленной на рис. 8.

Кривые для $\theta = \pi$ на рис. 8 описывают степень корреляции $\eta(\beta)$ для пучков с нулевым ОУМ ($\ell_z = 0$), они симметрично преобразуют интенсивность при вращении линзы по и против часовой стрелки с ошибкой измерения до 5%. Симметрия кривой $\eta(\beta)$ нарушается для ненулевых значений ОУМ, когда знаки β и ℓ_z могут быть одинаковыми или различными. Важно отметить, что в интервале углов вращения линзы $\beta \in (0, \pm \pi/8)$ наблюдается эффект следования структуры пучка за осью вращения цилиндрической линзы при выполнении условия $\ell_z \cdot \text{sign}(\beta) = \text{const}$.

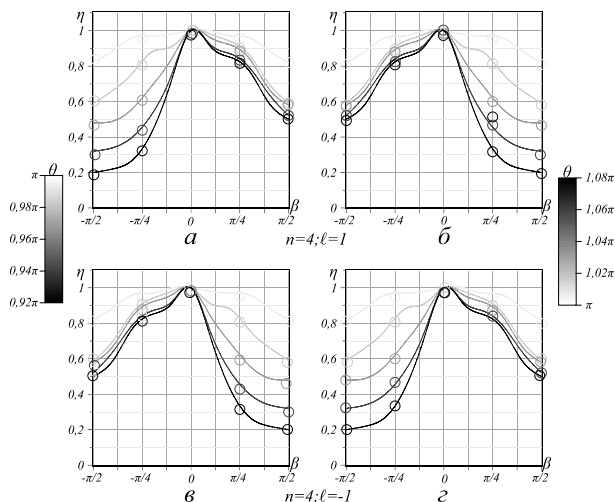


Рис. 8. Кривые степени корреляции (теория) $\eta(\beta)$ для картин интенсивности в зависимости от угла поворота цилиндрической линзы асЛГ-пучка с положительным и отрицательным ТЗ: (а, б) ($n = 4$; $\ell = 1$) и (в, з) ($n = 4$; $\ell = -1$). Каждая кривая на графике соответствует определённому значению фазового параметра θ , представленному на рисунке в виде градиента: слева для (а, в), справа для (б, з). Кружки соответствуют экспериментальным точкам

Выводы

Свойства структурированных ЛГ-пучков в астигматической среде являются ярким примером проявления скрытых свойств стандартных ЛГ- и ЭЛГ-пучков при нарушении их вращательной симметрии. Вращение этих пучков по и против часовой стрелки не изменяет их свойств. Стоит только сложить эти пучки, чтобы получить сЛГ-пучок [40], как свойство вращательной симметрии нарушается и возникают быстрые осцилляции ОУМ, частота которых задается радиальным n числом сЛГ-пучка, в то время как их амплитуда не превышает начального топологического заряда ℓ (равного азимутальному числу исходной ЛГ-моды). Тем не менее, его спектр мод становится широким, содержащим ОУМ, равный $\pm(2n + \ell)$ удвоенному радиальному числу, плюс азимутальное число с противоположными знаками ОУМ.

Мы показали, что в среде с общим астигматизмом ситуация кардинально меняется. Можно выделить две основные особенности. Первой из них является то, что экстремумы ОУМ возникают при угле астигматизма $\beta = \pi/4$ при любых значениях фазового параметра θ , но их экстремальное значение, превышающее $|n + \ell|$, возможно получить только при оптимальных значениях фазового параметра. Второе основное свойство-эффект следования структуры пучка за углом β поворота оси цилиндрической линзы, который проявляется при условии, что произведение ОУМ и знака угла поворота β остается неизменным.

Стоит отметить, что мы рассмотрели только часть из множества скрытых свойств структурированных пучков, утративших вращательную симметрию. Дальнейшие детальные теоретические и экспериментальные исследования заслуживают того, чтобы выявить условия, при которых появляется возможность получить экстремальное ОУМ $\pm(2n + \ell)$ путем подавления нежелательных мод.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 23-22-00314).

References

- [1] Willner AE, Song H, Zou K, Zhou H, Su X. Orbital angular momentum beams for high-capacity communications. *J Lightwave Technol* 2023; 41(7): 1918-1933. DOI: 10.1109/JLT.2022.3230585.
- [2] Rubinsztein-Dunlop H, Forbes A, Berry MV, Dennis MR, Andrews DL, Mansuripur M, Denz C, Alpmann C, Banzer P, Bauer T, Karimi E, Marrucci L, Padgett M, Ritsch-Marte M, Litchinitser NM, Bigelow NP, Rosales-Guzmán C, Belmonte A, Torres JP, Neely TW, Baker M, Gordon R, Stilgoe AB, Romero J, White AG, Fickler R, Willner AE, Xie G, McMorran B, Weiner AM. Roadmap on structured light. *J Opt* 2017; 19: 013001. DOI: 10.1088/2040-8978/19/1/013001.
- [3] Shen Y, Yang X, Naidoo D, Fu X, Forbes A. Structured ray-wave vector vortex beams in multiple degrees of

- freedom from a laser. *Optica* 2020; 7(7): 820-831. DOI: 10.1364/OPTICA.382994.
- [4] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. *Vortex laser beams*. Boca Raton: CRC Press; 2019. ISBN: 978-1-1385-4211-2.
- [5] Wang Z, Shen Y, Naidoo D, Fu X, Forbes A. Astigmatic hybrid SU(2) vector vortex beams: towards versatile structures in longitudinally variant polarized optics. *Opt Express* 2021; 29(1): 315-329. DOI: 10.1364/OE.414674.
- [6] He C, Shen Y, Forbes A. Towards higher-dimensional structured light. *Light Sci Appl* 2022; 11: 205. DOI: 10.1038/s41377-022-00897-3.
- [7] Wan Z, Wang Z, Yang X, Shen Y, Fu X. Digitally tailoring arbitrary structured light of generalized ray-wave duality. *Opt Express* 2020; 28(21): 31043-31056. DOI: 10.1364/OE.400587.
- [8] Singh K, Buono W, Forbes A, Dudley A. Accelerating polarization structures in vectorial fields. *Opt Express* 2021; 29(2): 2727-2737. DOI: 10.1364/OE.411029.
- [9] Scholes S, Kara R, Pinnell J, Rodriguez-Fajardo V, Forbes A. Structured light with digital micro-mirror devices: a guide to best practice. *Opt Eng* 2019; 59(4): 041202. DOI: 10.1117/1.OE.59.4.041202.
- [10] De Oliveira M, Nape I, Pinnell J, Tabebordbar N, Forbes A. Experimental high-dimensional quantum secret sharing with spin-orbit-structured photons. *Phys Rev A* 2020; 101(4): 042303. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.042303.
- [11] Forbes A. Sculpturing electric currents with structured light. *Nat Photonics* 2020; 14: 656-657. DOI: 10.1038/s41566-020-00705-7.
- [12] Shen Y, Wan Z, Meng Y, Fu X, Gong M. Polygonal Vortex Beams. *IEEE Photon J* 2018; 10(4): 503016. DOI: 10.1109/JPHOT.2018.2858845.
- [13] Lin Z, Hu J, Chen Y, Brès C-S, Yu S. Single-shot Kramers–Kronig complex orbital angular momentum spectrum retrieval. *Adv Photonics* 2023; 5(3): 036006. DOI: 10.1117/1.AP.5.3.036006.
- [14] Shen Y, Zayats AV. Topology, skyrmions, and superoscillation of structured light. *Proc SPIE* 2023; PC12436: PC1243606. DOI: 10.1117/12.2653880.
- [15] Shen Y, Wang X, Xie Z, Min C, Fu X, Liu Q, Gong M, Yuan X. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities. *Light Sci Appl* 2019; 8: 90. DOI: 10.1038/s41377-019-0194-2.
- [16] Forbes A, de Oliveira M, Dennis M. Structured light. *Nat Photon* 2021; 15: 253-262. DOI: 10.1038/s41566-021-00780-4.
- [17] Izdebskaya Ya, Shvedov V, Volyar A. Symmetric array of off-axis singular beams: spiral beams and their critical points. *J Opt Soc Am A* 2008; 25(1): 171-181. DOI: 10.1364/JOSAA.25.000171.
- [18] Volyar A, Shvedov V, Fadeyeva T, Desyatnikov AS, Neshev DN, Krolkowski W, Kivshar YuS. Generation of single-charge optical vortices with an uniaxial crystal. *Opt Express* 2006; 14: 3724-3729. DOI: 10.1364/OE.14.003724.
- [19] Fadeyeva T, Alexeyev C, Rubass A, Volyar A. Vector erf-Gaussian beams: fractional optical vortices and asymmetric TE and TM modes. *Opt Lett* 2012; 37: 1397-1399. DOI: 10.1364/OL.37.001397.
- [20] Gbur GJ. *Singular optics*. New York: CRC Press; 2017. DOI: 10.1201/9781315374260.
- [21] Soifer VA, Golub MA. *Laser beam mode selection by computer-generated holograms*. Boca Raton: CRC Press; 1994. ISBN: 978-0-8493-2476-5.
- [22] Porfirev AP, Kuchmizhak AA, Gurbatov SO, Juodkakis S, Khonina SN, Kulchin YuN. Phase singularities and optical vortices in photonics. *Phys Usp* 2022; 65(8): 789-811. DOI: 10.3367/UFNe.2021.07.039028.
- [23] Daukantas P. Structured light without distortion. *Optics and Photonics News*. 2023. Source: <https://www.optica-opn.org/home/newsroom/2023/february/structured_light_without_distortion/>.
- [24] Palagi S, Mark AG, Reigh SY, Melde K, Qiu T, Zeng H, Parmeggiani C, Martella D, Sanchez-Castillo A, Kapernaum N, Giesselmann F, Wiersma DS, Lauga E, Fischer P. Structured light enables biomimetic swimming and versatile locomotion of photoresponsive soft microrobots. *Nat Mater* 2016; 15(6): 647-653. DOI: 10.1038/nmat4569.
- [25] Wang X-L, Cai X-D, Su Z-E, Chen M-C, Wu D, Li L, Liu N-L, Lu C-Y, Pan J-W. Quantum teleportation of multiple degrees of freedom of a single photon. *Nature* 2015; 518: 516-519. DOI: 10.1038/nature14246.
- [26] Lukin VP. Outer scale of turbulence and its influence on fluctuations of optical waves. *Phys Usp* 2021; 191(3): 292-317. DOI: 10.3367/UFNe.2020.10.038849.
- [27] Aksenov VP, Dudorov VV, Kolosov VV, Levitsky ME. Synthesized vortex beams in the turbulent atmosphere. *Front Phys* 2020; 143. DOI: 10.3389/fphy.2020.00143.
- [28] Cox MA, Mphuthi N, Nape I, Mashaba N, Cheng L, Forbes A. Structured light in turbulence. *IEEE J Sel Top Quantum Electron* 2021; 27(2): 7500521. DOI: 10.1109/JSTQE.2020.3023790.
- [29] Klug A, Peters C, Forbes A. Robust structured light in atmospheric turbulence. *Adv Photonics* 2023; 5: 016006. DOI: 10.1117/1.AP.5.1.016006.
- [30] Abramochkin EG, Volostnikov VG. *Modern Optics of Gaussian Beams [In Russian]*. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2010. ISBN: 978-5-9221-1216-1.
- [31] Volyar AV, Bretsko MV, Akimova YaE, Egorov YuA. Beyond the light intensity or intensity moments and measurements of the vortex spectrum in complex light beams. *Computer Optics* 2018; 42(5): 736-743. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-42-5-736-743.
- [32] Volyar AV, Abramochkin EG, Akimova YE, Bretsko MV. Huge spikes and dips of the orbital angular momentum in structured Laguerre-Gaussian beams resistant to simple astigmatism. *Computer Optics* 2023; 47(3): 350-360. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1243.
- [33] Allen L, Barnett SM, Padgett MJ. *Optical angular momentum*. Boca Raton: CRC Press; 2003. ISBN: 9780429174940.
- [34] Torres JP, Torner L. *Twisted photons: applications of light with orbital angular momentum*. Bristol: Wiley-VCH; 2011. ISBN: 9783527635375.
- [35] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. *Topological charge of optical vortices*. Boca Raton: CRC Press; 2022. ISBN: 978-1-032-34553-6.
- [36] Berry MV. Wave dislocation reactions in non-paraxial gaussian beams. *J Mod Opt* 1998; 45(9): 1845-1858. DOI: 10.1080/09500349808231706.
- [37] Vasnetsov MV, Gorshkov VN, Marienko IG, Soskin MS. Wavefront motion in the vicinity of a phase dislocation: "optical vortex". *Opt Spectrosc* 2000; 88(2): 260-265. DOI: 10.1134/1.626789.
- [38] Kreminskaya LV, Soskin MS, Khizhnyak AI. The Gaussian lenses give birth to optical vortices in laser beams. *Opt Commun* 1998; 145(1): 377-384. DOI: 10.1016/S0030-4018(97)00473-2.

- [39] Soskin MS, Vasnetsov MV. Singular optics. Ch 4. Amsterdam: Elsevier; 2001: 219-276. DOI: 10.1016/S0079-6638(01)80018-4.
- [40] Volyar AV, Abramochkin EG, Bretsko MV, Akimova YE, Egorov YA. Can the radial number of vortex modes control the orbital angular momentum? *Computer Optics* 2022; 46(6): 853-863. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1169.
- [41] Volyar A, Abramochkin E, Akimova Y, Bretsko M. Control of the orbital angular momentum via radial numbers of structured Laguerre–Gaussian beams. *Opt Lett* 2022; 47(10): 2402-2405. DOI: 10.1364/OL.459404.
- [42] Volyar A, Abramochkin E, Akimova Y, Bretsko M. Superbursts of the orbital angular momentum in astigmatic-invariant structured LG beams. *Opt Lett* 2022; 47(21): 5537-5540. DOI: 10.1364/OL.474385.
- [43] Pinnell J, Nape I, Sephton B, Cox MA, Rodríguez-Fajardo V, Forbes A. Modal analysis of structured light with spatial lightmodulators: A practical tutorial. *J Opt Soc Am A* 2020; 37: C146-C160. DOI: 10.1364/josaa.398712.
- [44] Wang J, Liang Y. Generation and detection of structured light: A review. *Front Phys* 2021; 9: 688284. DOI: 10.3389/fphy.2021.688284.
- [45] Forbes A, Dudley A, McLaren M. Creation and detection of optical modes with spatial light modulators. *Adv Opt Photon* 2016; 8(2): 200-227. DOI: 10.1364/AOP.8.000200.
- [46] Flamm D, Grossmann DG, Sailer M, Kaiser M, Zimmermann F, Chen K, Jenne M, Kleiner J, Hellstern J, Tillkorn C, Sutter DH, Kumkar M. Structured light for ultrafast laser micro- and nanoprocessing. *Opt Eng* 2021; 60(2): 025105. DOI: 10.1117/1.OE.60.2.025105.
- [47] Dennis MR, Alonso MA. Swings and roundabouts: optical Poincaré spheres for polarization and Gaussian beams. *Phil Trans R Soc A* 2017; 375: 20150441. DOI: 10.1098/rsta.2015.0441.
- [48] Shen Y, Wang Z, Fu X, Naidoo D, Forbes A. SU(2) Poincaré sphere: A generalized representation for multidimensional structured light. *Phys Rev A* 2020; 102: 031501(R). DOI: 10.1103/PhysRevA.102.031501.
- [49] Hsieh C-L, Wang C-H, Chung W-C, Liang H-C, Chen Y-F. Transition from eigenmodes to geometric modes characterized by the quantum SU(2) coupled oscillator model: a review. *Opt Continuum* 2023; 2(4): 738-750. DOI: 10.1364/OPTCON.484492.
- [50] Gutierrez-Cuevas R, Wadood SA, Vamivakas AN, Alonso MA. Modal Majorana sphere and hidden symmetries of structured-Gaussian beams. *Phys Rev Lett* 2019; 125: 123903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.123903.
- [51] Fadeyeva TA, Rubass AF, Aleksandrov RV, Volyar AV. Does the optical angular momentum change smoothly in fractional-charged vortex beams? *J Opt Soc Am B* 2014; 31: 798-805. DOI: 10.1364/JOSAB.31.000798.

Приложение А. Астигматическое преобразование сЛГ-пучков

В этом параграфе мы получим общие астигматические преобразования сЛГ-пучков (см. (2) и (3)). Начнем с того, что астигматическое преобразование (АП) удобно записать в интегральной форме как [42]:

$$F \left[\exp \left(ia |\boldsymbol{\rho}|^2 + ib \Psi(\boldsymbol{\rho}, \beta) \right) HLG_{n,m}(\boldsymbol{\rho} | \alpha) \right] (\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \exp \left(-i \langle \mathbf{r}, \boldsymbol{\rho} \rangle + ia \rho^2 + ib \Psi(\boldsymbol{\rho}, \beta) \right) HLG_{n,m}(\boldsymbol{\rho} | \alpha) d^2 \boldsymbol{\rho} =$$

$$= \frac{(-i)^{n+m}}{2\sqrt{|\sigma_+ \sigma_-|}} \exp \left(-\frac{i\Psi(\mathbf{r}, \beta)}{4|\sigma_+ \sigma_-|} + i(n-m)\tilde{\varphi} + i(n+m+1)\omega_+ \right) HLG_{n,m}(\mathbf{R}_{-\tilde{\gamma}} \mathbf{S} \mathbf{r} | \tilde{\theta}), \quad (\text{A1})$$

где $\sigma_{\pm} = 1 + i(a \pm b)$, $\Psi(\mathbf{r}, \beta) = a(1 + a^2 - b^2)r^2 + b(1 + b^2 - a^2)\psi(\mathbf{r}, \beta)$, $\omega_{\pm} = (\arg \sigma_{\pm} \pm \arg \sigma_{\mp})/2$, \mathbf{R}_{α} – матрица вращения,

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1/|\sigma_+| & 0 \\ 0 & 1/|\sigma_-| \end{pmatrix} - \text{диагональная матрица, а параметры } \tilde{\theta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\varphi} \text{ являются решениями тригонометрической}$$

системы уравнений:

$$\sin 2\tilde{\theta} = \sin 2\alpha \cos 2\omega_- + \cos 2\alpha \sin 2\beta \sin 2\omega_-, \quad (\text{A2})$$

$$e^{2i\tilde{\gamma}} \cos 2\tilde{\theta} = \cos 2\alpha \cos 2\beta + i(\sin 2\alpha \sin 2\omega_- - \cos 2\alpha \sin 2\beta \cos 2\omega_-), \quad (\text{A3})$$

$$e^{i\tilde{\theta} \pm i\tilde{\varphi}} = e^{i\omega_-} (\cos \tilde{\gamma} \mp \sin \tilde{\gamma}) (\cos \alpha \cos \beta + i \sin \alpha \sin \beta) - e^{-i\omega_-} (\sin \tilde{\gamma} \pm \cos \tilde{\gamma}) (\cos \alpha \sin \beta - i \sin \alpha \cos \beta). \quad (\text{A4})$$

Все уравнения содержат только параметры $(\tilde{\theta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\varphi})$ с левосторонним вращением света на выходе астигматической системы, в то время как состояние пучка на входе астигматической системы задаются параметрами (a, b, α, β) . Нам достаточно найти только одно решение этой системы уравнений, поскольку остальные решения будут задавать члены с правосторонним вращением. Фактически первые два уравнения (A2) и (A3) позволяют найти параметры $\tilde{\theta}$ и $\tilde{\gamma}$, тогда как третье уравнение (A4) обеспечит определение параметра $\tilde{\varphi}$. Решение системы уравнений имеет вид

$$\tilde{\theta} = \frac{1}{2} \arg \left\{ \delta \cdot \sqrt{(\cos 2\alpha \cos 2\beta)^2 + (\sin 2\alpha \sin 2\omega_- - \cos 2\alpha \sin 2\beta \cos 2\omega_-)^2} + \right.$$

$$\left. + i(\sin 2\alpha \cos 2\omega_- + \cos 2\alpha \sin 2\beta \sin 2\omega_-) \right\}, \quad (\text{A5})$$

$$\tilde{\gamma} = \frac{1}{2} \arg \left\{ \delta \cdot (\cos 2\alpha \cos 2\beta + i(\sin 2\alpha \sin 2\omega_- - \cos 2\alpha \sin 2\beta \cos 2\omega_-)) \right\}, \quad (\text{A6})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi} &= -\tilde{\theta} + \arg \left\{ e^{i\omega_-} (\cos \tilde{\gamma} - \sin \tilde{\gamma}) (\cos \alpha \cos \beta + i \sin \alpha \sin \beta) - e^{i\omega_-} (\sin \tilde{\gamma} + \cos \tilde{\gamma}) (\cos \alpha \sin \beta - i \sin \alpha \cos \beta) \right\}, \\ \tilde{\varphi} &= \tilde{\theta} + \arg \left\{ e^{i\omega_-} (\cos \tilde{\gamma} + \sin \tilde{\gamma}) (\cos \alpha \cos \beta + i \sin \alpha \sin \beta) - e^{i\omega_-} (\sin \tilde{\gamma} - \cos \tilde{\gamma}) (\cos \alpha \sin \beta - i \sin \alpha \cos \beta) \right\}. \end{aligned} \quad (A7)$$

Здесь $\delta = \pm 1$ – новый параметр. Можно выбрать $\delta = 1$, хотя выбор $\delta = -1$ иногда приводит к более компактным выражениям. В частности, если $a = \alpha = 0$, то $\omega_- = \arctg b$. Полагая $\delta = \text{sign}(\cos 2\beta)$, приходим к $(\tilde{\theta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\varphi}) = (\beta, 0, \pi/4)$.

Пусть параметр дефокусировки равен нулю $a = 0$, тогда $\sigma_{\pm} = 1 + ib$, $\omega_{\pm} = \arctg b$, $\Psi(\mathbf{r}, \beta) = b(1 + b^2)\psi(\mathbf{r}, \beta)$, \mathbf{S} превращается в единичную матрицу $\mathbf{S} = \mathbf{I} / 2\sqrt{1 + b^2}$, а интеграл в (A1) становится равным

$$F \left[\exp(ib\Psi(\boldsymbol{\rho}, \beta)) sLG_{n,\ell}(\boldsymbol{\rho}|\varepsilon, \theta) \right](\mathbf{r}) = \frac{(-1)^n}{2^{n+\ell} n!} \cdot \frac{(-i)^{2n+\ell}}{2\sqrt{1+b^2}} \exp \left(-\frac{ib\Psi(\mathbf{r}, \beta)}{4(1+b^2)} \right) \cdot asLG_{n,\ell}(\mathbf{r}|\varepsilon, \theta, b, \beta), \quad (A8)$$

$$asLG_{n,\ell}(\mathbf{r}|\varepsilon, \theta, b, \beta) = e^{i\ell(\beta+\pi/4)} HLG_{n+\ell,n} \left(\frac{\mathbf{R}_{-\pi/4-\beta}\mathbf{r}}{2\sqrt{1+b^2}} \left| \frac{\pi}{4} - \omega_- \right. \right) + \varepsilon (-i)^{n+\ell} \cdot e^{i(2n+\ell)\Theta} e^{-i\ell\tilde{\varphi}} HLG_{n,n+\ell} \left(\frac{\mathbf{R}_{-\tilde{\gamma}-\beta}\mathbf{r}}{2\sqrt{1+b^2}} \left| \tilde{\theta} \right. \right), \quad (A9)$$

где параметры определяются из уравнений (A5)-(A7) и равны $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}(\Theta, \beta - \pi/4, \omega_-, \delta)$, $\tilde{\gamma} = \tilde{\gamma}(\Theta, \beta - \pi/4, \omega_-, \delta)$, $\tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}(\Theta, \beta - \pi/4, \omega_-, \delta)$.

Приложение Б. Орбитальный угловой момент асЛГ-пучка

Рассмотрим суперпозицию двух ЭЛГ-пучков с различными управляющими параметрами, поперечные поля которых повернуты на углы γ_1 и γ_2

$$F(\mathbf{r}) = c_1 HLG_{n_1, m_1}(\mathbf{R}_{\gamma_1}\mathbf{r}|\alpha_1) + c_2 HLG_{n_2, m_2}(\mathbf{R}_{\gamma_2}\mathbf{r}|\alpha_2) \quad (B1)$$

и оценим ОУМ $\ell_z[F] = L/E$, где

$$E = \|F\|^2 = \int_{\mathfrak{R}^2} |F(\mathbf{r})|^2 d^2\mathbf{r}, \quad L = \int_{\mathfrak{R}^2} \text{Im} \{ F^*(\mathbf{r}) \partial_{\phi} F(\mathbf{r}) \} d^2\mathbf{r}.$$

Поскольку ОУМ не зависит от поворота координат, выберем переменную $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{R}_{-\gamma_1}\mathbf{r}$ и используем параметры

$$F(\mathbf{r}) \cong c_1 HLG_{n_1, m_1}(\mathbf{r}|\alpha_1) + c_2 HLG_{n_2, m_2}(\mathbf{R}_{\gamma_2-\gamma_1}\mathbf{r}|\alpha_2) = c_1 HLG_{n_1, m_1}(\mathbf{r}|\alpha_1) + c_2 HLG_{n_2, m_2}(\mathbf{R}_{\gamma}\mathbf{r}|\alpha_2), \quad (B2)$$

где $\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$.

Сначала оценим E :

$$E = \int_{\mathfrak{R}^2} \left| c_1 HLG_{n_1, m_1}(\mathbf{r}|\alpha_1) + c_2 HLG_{n_2, m_2}(\mathbf{R}_{\gamma}\mathbf{r}|\alpha_2) \right|^2 d^2\mathbf{r} = E_1 + E_2 + E_3,$$

$$E_1 = |c_1|^2 \left\| HLG_{n_1, m_1}(\mathbf{r}|\alpha_1) \right\|^2 = |c_1|^2 \cdot \frac{\pi}{2} 2^{m_1+m_1} n_1! m_1!,$$

$$E_2 = |c_2|^2 \left\| HLG_{n_2, m_2}(\mathbf{r}|\alpha_2) \right\|^2 = |c_2|^2 \cdot \frac{\pi}{2} 2^{m_2+m_2} n_2! m_2!,$$

$$E_3 = 2 \text{Re} \left\{ c_1^* c_2 \int_{\mathfrak{R}^2} HLG_{n_1, m_1}^*(\mathbf{r}|\alpha_1) HLG_{n_2, m_2}(\mathbf{R}_{\gamma}\mathbf{r}|\alpha_2) d^2\mathbf{r} \right\}.$$

Если $n_1 + m_1 \neq n_2 + m_2$, то $E_3 = 0$. Если же $n_1 + m_1 = n_2 + m_2 = N$, тогда $n_1 = N - m_1$, то разложение ЭЛГ-пучка по ЭЛГ-модам с различными управляющими параметрами запишется в виде [30]:

$$HLG_{n,m}(\mathbf{R}_{\gamma}\mathbf{r}|\theta) = \sum_{k=0}^{n+m} \lambda_k^{(n,m)}(\alpha, \theta, \gamma) HLG_{n+m-k,k}(\mathbf{r}|\alpha), \quad (B3)$$

$$\begin{aligned} \lambda_k^{(n,m)}(\alpha, \theta, \gamma) &= (-1)^k \left\{ \cos \gamma \cos(\theta - \alpha) + i \sin \gamma \sin(\theta + \alpha) \right\}^{n-k} \left\{ \cos \gamma \sin(\theta - \alpha) - i \sin \gamma \cos(\theta + \alpha) \right\}^{m-k} \times \\ &\times P_k^{(n-k, m-k)}(\sin^2 \gamma \cos 2(\theta + \alpha) - \cos^2 \gamma \cos 2(\theta - \alpha)). \end{aligned} \quad (B4)$$

В результате находим спектр ЭЛГ-пучка с управляющим параметром α_2 :

$$\begin{aligned} HLG_{N-m_2, m_2}(\mathbf{R}, \mathbf{r} | \alpha_2) &= \sum_{k=0}^N \lambda_k^{(N-m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) HLG_{N-k, k}(\mathbf{r} | \alpha_1) = \\ &= \lambda_{m_1}^{(N-m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) HLG_{N-m_1, m_1}(\mathbf{r} | \alpha_1) + \dots \end{aligned}$$

Ненулевой вклад в E_3 дает только член с $k = m_1$, т.е.

$$E_3 = 2 \operatorname{Re} \left\{ c_1^* c_2 \lambda_{m_1}^{(N-m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) \right\} \cdot \frac{\pi}{2} 2^N (N - m_1)! m_1!$$

Теперь для ОУМ получаем три интеграла

$$L = \int_{\mathbb{R}^2} \operatorname{Im} \left\{ \mathbf{F}^*(\mathbf{r}) \partial_\phi \mathbf{F}(\mathbf{r}) \right\} d^2 \mathbf{r} = L_1 + L_2 + L_3,$$

$$\begin{aligned} L_1 &= |c_1|^2 \int_{\mathbb{R}^2} \operatorname{Im} \left\{ HLG_{n_1, m_1}^*(\mathbf{r} | \alpha_1) \partial_\phi HLG_{n_1, m_1}(\mathbf{r} | \alpha_1) \right\} d^2 \mathbf{r} = |c_1|^2 \cdot \ell_z \left[HLG_{n_1, m_1}(\mathbf{r} | \alpha_1) \right] \cdot \left\| HLG_{n_1, m_1}(\mathbf{r} | \alpha_1) \right\|^2 = \\ &= |c_1|^2 \cdot (n_1 - m_1) \sin 2\alpha_1 \cdot \frac{\pi}{2} 2^{n_1+m_1} n_1! m_1!, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2 &= |c_2|^2 \int_{\mathbb{R}^2} \operatorname{Im} \left\{ HLG_{n_2, m_2}^*(\mathbf{r} | \alpha_2) \partial_\phi HLG_{n_2, m_2}(\mathbf{r} | \alpha_2) \right\} d^2 \mathbf{r} = |c_2|^2 \cdot \ell_z \left[HLG_{n_2, m_2}(\mathbf{r} | \alpha_2) \right] \cdot \left\| HLG_{n_2, m_2}(\mathbf{r} | \alpha_2) \right\|^2 = \\ &= |c_2|^2 \cdot (n_2 - m_2) \sin 2\alpha_2 \cdot \frac{\pi}{2} 2^{n_2+m_2} n_2! m_2!, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_3 &= \operatorname{Im} \left\{ c_1^* c_2 \int_{\mathbb{R}^2} HLG_{n_1, m_1}^*(\mathbf{r} | \alpha_1) \partial_\phi HLG_{n_2, m_2}(\mathbf{R}, \mathbf{r} | \alpha_2) d^2 \mathbf{r} \right\} + \operatorname{Im} \left\{ c_1 c_2^* \int_{\mathbb{R}^2} HLG_{n_2, m_2}^*(\mathbf{R}, \mathbf{r} | \alpha_2) \partial_\phi HLG_{n_1, m_1}(\mathbf{r} | \alpha_1) d^2 \mathbf{r} \right\} = \\ &= 2 \operatorname{Im} \left\{ c_1 c_2^* \int_{\mathbb{R}^2} HLG_{n_2, m_2}^*(\mathbf{R}, \mathbf{r} | \alpha_2) \partial_\phi HLG_{n_1, m_1}(\mathbf{r} | \alpha_1) d^2 \mathbf{r} \right\}, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \partial_\phi HLG_{n, m}(\mathbf{r} | \alpha) &= \{x \partial_y - y \partial_x\} HLG_{n, m}(\mathbf{r} | \alpha) = i \left\{ -m \cos 2\alpha HLG_{n+1, m-1}(\mathbf{r} | \alpha) - n \cos 2\alpha HLG_{n-1, m+1}(\mathbf{r} | \alpha) + \right. \\ &\left. + (n - m) \sin 2\alpha HLG_{n, m}(\mathbf{r} | \alpha) \right\}. \end{aligned} \tag{Б5}$$

Фактор мнимой единицы в правой части показывает, что L_3 можно свести к сумме трех интегралов вида E_3 , где пара индексов (n_2, m_2) остается неизменной, пока пара индексов (n_1, m_1) принимает значения $(n_1 + 1, m_1 - 1)$, $(n_1 - 1, m_1 + 1)$ и (n_1, m_1) . Как следствие, если $n_1 + m_1 \neq n_2 + m_2$, тогда $L_3 = 0$. Если $n_1 + m_1 = n_2 + m_2 = N$, тогда

$$\begin{aligned} L_3 &= \left\{ -m_1 \cos 2\alpha_1 \cdot E_3 \Big|_{m_1 \rightarrow m_1 - 1} - n_1 \cos 2\alpha_1 \cdot E_3 \Big|_{m_1 \rightarrow m_1 + 1} + (n_1 - m_1) \sin 2\alpha_1 \cdot E_3 \right\} = \frac{\pi}{2} 2^N \cdot 2 \operatorname{Re} \left\{ c_1^* c_2 \times \right. \\ &\times \left(-m_1 \cos 2\alpha_1 \cdot (N - m_1 + 1)! (m_1 - 1)! \lambda_{m_1 - 1}^{(N-m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) - (N - m_1) \cos 2\alpha_1 \cdot (N - m_1 - 1)! (m_1 + 1)! \times \right. \\ &\times \left. \lambda_{m_1 + 1}^{(N-m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) + (N - 2m_1) \sin 2\alpha_1 \cdot (N - m_1)! m_1! \lambda_{m_1}^{(N-m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) \right\} = \frac{\pi}{2} 2^N (N - m_1)! m_1! \times \\ &\times 2 \operatorname{Re} \left\{ c_1^* c_2 \left(-(N - m_1 + 1) \cos 2\alpha_1 \cdot \lambda_{m_1 - 1}^{(N-m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) - (m_1 + 1) \cos 2\alpha_1 \cdot \lambda_{m_1 + 1}^{(N-m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) + \right. \right. \\ &\left. \left. + (N - 2m_1) \sin 2\alpha_1 \cdot \lambda_{m_1}^{(N-m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) \right) \right\}. \end{aligned}$$

Таким образом, если $n_1 + m_1 \neq n_2 + m_2$, то

$$\ell_z [F] = \frac{|c_1|^2 \cdot 2^{n_1+m_1} n_1! m_1! \cdot (n_1 - m_1) \sin 2\alpha_1 + |c_2|^2 \cdot 2^{n_2+m_2} n_2! m_2! \cdot (n_2 - m_2) \sin 2\alpha_2}{|c_1|^2 \cdot 2^{n_1+m_1} n_1! m_1! + |c_2|^2 \cdot 2^{n_2+m_2} n_2! m_2!}. \tag{Б6}$$

Если же $n_1 + m_1 = n_2 + m_2 = N$, то

$$\ell_z [F] = \frac{|c_1|^2 \cdot (N - 2m_1) \sin 2\alpha_1 + |c_2|^2 \cdot \frac{(N - m_2)! m_2!}{(N - m_1)! m_1!} (N - 2m_2) \sin 2\alpha_2 + 2 \operatorname{Re}\{c_1^* c_2 \cdot U\}}{|c_1|^2 + |c_2|^2 \cdot \frac{(N - m_2)! m_2!}{(N - m_1)! m_1!} + 2 \operatorname{Re}\{c_1^* c_2 \cdot V\}}, \quad (B7)$$

где

$$\begin{aligned} U &= (N - 2m_1) \lambda_{m_1}^{(N - m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) \sin 2\alpha_1 - \left\{ (N - m_1 + 1) \lambda_{m_1 - 1}^{(N - m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) + (m_1 + 1) \times \right. \\ &\quad \left. \times \lambda_{m_1 + 1}^{(N - m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) \right\} \cos 2\alpha_1, \\ V &= \lambda_{m_1}^{(N - m_2, m_2)}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma). \end{aligned} \quad (B8)$$

Сведения об авторах

Воляр Александр Владимирович – доктор физико-математических наук (1992). С 1993 г. – профессор, с 1999 г. – заведующий кафедрой общей физики. Сфера научных интересов: оптика, лазерная физика. E-mail: volyar.singular.optics@gmail.com

Абрамочкин Евгений Григорьевич – доктор физико-математических наук (2006), ведущий научный сотрудник Самарского филиала Физического института им. П.Н. Лебедева РАН. Научные интересы связаны с комплексным анализом, теорией специальных функций и уравнениями математической физики. E-mail: ega@fian.smr.ru

Брецко Михаил Владимирович – кандидат физико-математических наук (2022), ассистент кафедры общей физики Физико-технического института Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского. Сфера научных интересов: компьютерное моделирование, сингулярная оптика. E-mail: mihailbretcko4@gmail.com

Халилов Сервер Искандарович – ассистент кафедры бизнес-информатики и математического моделирования Физико-технического института Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского. Сфера научных интересов: сингулярная оптика, лазерная физика. E-mail: server.khalilov.94@mail.ru

Акимова Яна Евгеньевна – кандидат физико-математических наук (2022), ассистент кафедры общей физики Физико-технического института Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского. Сфера научных интересов: сингулярная оптика, лазерная физика. E-mail: akimova.yana@yandex.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 10 июля 2023 г. Окончательный вариант – 13 сентября 2023 г.

Control of giant orbital angular momentum bursts of structured Laguerre-Gaussian beams in a medium with general astigmatism

A.V. Volyar¹, E.G. Abramochkin², M.V. Bretsko¹, S.I. Khalilov¹, Ya.E. Akimova¹

¹ Physics and Technology Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University;
295007, Simferopol, Republic of Crimea, Russia, Academician Vernadsky 4,

² Lebedev Physical Institute, 443034, Samara, Russia, Novo-Sadovaya 221

Abstract

We examined theoretically and experimentally the influence of astigmatic elements (for example, a cylindrical lens) on a structured Laguerre-Gaussian beam (sLG) when the lens axes are directed at an arbitrary angle to the laboratory coordinate axes (a general astigmatism). Although a structurally stable Laguerre-Gaussian (LG) beam contains a great number of axisymmetric modes (in the LG basis) with matching phases and amplitudes, their superposition already loses its original axial symmetry, but acquires new properties (for example, fast oscillations of the orbital angular momentum (OAM)), while the beam OAM cannot exceed the azimuthal number ℓ of the original LG mode. The loss of axial symmetry occurs due to bringing phase and amplitude perturbations into each mode of the sLG beam, which destroy the ring dislocations. Since degenerate ring dislocations are formed by optical vortices with opposite topological charges, but with equal weights, their destruction is accompanied by appearing of vortex pairs in the form of topological dipoles (their number is equal to the radial number n). As a result, the mode spectrum of the sLG is extended to the value $\pm(2n + \ell)$. The astigmatic element (cylindrical lens) violates the equality of vortex weights in the dipoles, which leads to a sharp growing the OAM of the sLG beam. Moreover, the OAM can be controlled by changing the rotation of the cylindrical lens axes and the control parameters of the sLG beam. It is these processes that are discussed in detail in our article, both in theoretical and experimental aspects. We show that with a certain orientation of the cylindrical lens axes, the beam OAM can exceed the sum of the orbital and azimuthal numbers ($OAM > n + \ell$). Besides, we reveal that the intensity pattern of the astigmatic sLG beam can follow the rotation of the astigmatic element axes (the effect of the beam structure following the cylindrical lens axes) at certain relations between control parameters of the sLG beam and the astigmatic element.

Keywords: vortex beams, structured light, orbital angular momentum.

Citation: Volyar AV, Abramochkin EG, Bretsko MV, Khalilov SI, Akimova YE. Control of giant orbital angular momentum bursts of structured Laguerre-Gaussian beams in a medium with general astigmatism. *Computer Optics* 2024; 48(1): 35-46. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1395.

Acknowledgements This work was financially supported by the Russian Science Foundation under grant No. 23-22-00314.

Authors' information

Alexander Vladimirovich Volyar (b. 1949) graduated from Simferopol State University (1972). After graduation he is its employee. Doctor of Physical and Mathematical Sciences (1992). Since 1993 he is a professor. Since 1999 he is a head of the General Physics department. His research spans various fields of optics and laser physics.

E-mail: volyar.singular.optics@gmail.com

Eugeny Grigor'evich Abramochkin (b. 1962) graduated from Kuibyshev State University (1984), majoring in Mathematical Physics. He received his Doctor's Degree in Physics in 2006. He is a leading researcher of Samara Branch of Lebedev Physical Institute of Russian Academy of Sciences. He is a co-author of nearly 50 scientific papers. His research interests include complex analysis, special functions, and mathematical physics equations.

E-mail: ega@fian.smr.ru

Mikhail Vladimirovich Bretsko (b. 1994) graduated from V.I. Vernadsky Crimean Federal University (2022), majoring in Physics and Astronomy. He received his Ph. D. in Physics in 2022. He is assistant of General Physics department in the Physical-Technical Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Co-author of about 40 scientific papers. His research interests include computer modeling, singular optics.

E-mail: mihailbretcko4@gmail.com

Server Iskandarovich Khalilov – assistant of Business Informatics and Mathematical Modeling department of the Physical-Technical Institute of the Crimean Federal University named after. V.I. Vernadsky. Research interests: singular optics, laser physics. E-mail: server.khalilov.94@mail.ru

Yana Evgenievna Akimova (b. 1994) graduated from V.I. Vernadsky Crimean Federal University (2022), majoring in Physics and Astronomy. She received her Ph. D. in Physics in 2022. She is assistant of General Physics department in the Physical-Technical Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Co-author of about 40 scientific papers. Her research interests include diffractive and singular optics, laser physics.
E-mail: akimova.yana@yandex.ru

Received July 10, 2023. The final version – September 13, 2023.
