

Фокусировка цилиндрического векторного пучка и эффект Холла

В.В. Котляр^{1,2}, С.С. Стафеев^{1,2}, А.А. Ковалёв^{1,2}, В.Д. Зайцев^{1,2}
¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Известно, что в сечении цилиндрического векторного пучка высокого порядка поляризация локально линейная. Причём чем выше порядок пучка, тем большее число полных оборотов совершают векторы локальной линейной поляризации при обходе вокруг оптической оси. Известно также, что цилиндрический векторный пучок с радиально-симметричной амплитудой имеет в начальной плоскости и в плоскости фокуса нулевой спиновый угловой момент и орбитальный угловой момент (так как у всех декартовых составляющих поля производная фазы по полярному углу равна нулю). В работе показано, что вблизи фокальной плоскости цилиндрического векторного пучка (до и после фокуса) формируется чётное число локальных субволновых областей, в которых вектор поляризации вращается, причём в соседних областях он вращается в разные стороны, то есть продольная проекция вектора спинного углового момента в соседних областях имеет разные знаки. При переходе через фокальную плоскость направление вращения вектора поляризации в каждой точке сечения пучка меняется на противоположное. Такое пространственное разделение левого и правого вращения векторов поляризации является проявлением оптического спинного эффекта Холла.

Ключевые слова: спиновый эффект Холла, цилиндрический векторный пучок, острая фокусировка, спиновый угловой момент, орбитальный угловой момент.

Цитирование: Котляр, В.В. Фокусировка цилиндрического векторного пучка и эффект Холла / В.В. Котляр, С.С. Стафеев, А.А. Ковалёв, В.Д. Зайцев // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 1. – С. 47-52. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1356.

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA, Zaitsev VD. Focusing a cylindrical vector beam and the Hall effect. Computer Optics 2024; 48(1): 47-52. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1356.

Введение

В оптике хорошо известны цилиндрические векторные пучки (ЦВП) [1, 2], в том числе высоких порядков. При величине порядка $n = 1$ эти пучки имеют свои названия – пучок с радиальной поляризацией [3] или с азимутальной поляризацией [4]. Также рассматривалась острая фокусировка ЦВП первого порядка [5, 6], высокого порядка [7, 8], дробного порядка [9] и вихревых пучков с азимутальной поляризацией высокого порядка [10].

Известно, что у ЦВП любого порядка в начальной плоскости и в фокусе поляризация неоднородная и линейная в каждой точке сечения пучка. Порядок пучка n равен числу оборотов векторов поляризации вокруг оптической оси за один обход вокруг оси по замкнутому контуру. На оптической оси в начальной плоскости у таких пучков имеется точка поляризационной сингулярности (V-точка), в которой не определено направление вектора линейной поляризации [11]. Индекс поляризации этой V-точки равен порядку пучка n . Известно также, что в остром фокусе ЦВП n -го порядка распределение интенсивности имеет $2(n-1)$ локальных максимумов [11]. Третья проекция вектора Стокса $S_3 = 2\text{Im}(E_x^* E_y) = 0$, то есть спиновой угловой момент (СУМ) в началь-

ной плоскости, у ЦВП равен нулю. Также равен нулю орбитальный угловой момент (ОУМ) ЦВП в начальной плоскости и в фокусе.

В этой работе с помощью формализма Ричардса–Вольфа и с помощью численного моделирования показано, что вблизи острого фокуса (до фокуса и после фокуса) формируются локальные субволновые области, в которых имеет место эллиптическая и круговая поляризация разных знаков. Формирование чередующихся областей с СУМ разного знака (областей с разным спином) при нулевом СУМ в начальной плоскости является проявлением оптического спинного эффекта Холла. В некоторых работах под эффектом Холла в фокусе понимают смещение центра тяжести пучка, так в [12] показано такое смещение для внеосевого пучка Лагерра–Гаусса с круговой поляризацией в фокальной плоскости. В данной работе мы демонстрируем эффект Холла для пучка с осевой симметрией комплексной амплитуды и с цилиндрической поляризацией в начальной плоскости. Кроме того, для такого пучка показано, что эффект возникает не в фокальной плоскости, а около неё.

1. Спиновый угловой момент до и после фокуса

Рассмотрим начальное световое поле в виде цилиндрического векторного пучка n -го порядка, для

которого вектора Джонса электрического и магнитного полей имеют вид:

$$E_n(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix}, \quad H_n(\varphi) = \begin{pmatrix} -\sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где (r, φ) – полярные координаты в сечении пучка в начальной плоскости. Используя формализм Ричардса–Вольфа [13], можно получить явные выражения для всех проекций векторов напряжённости электрического и магнитного полей в плоскости острого фокуса светового поля (1):

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi) &= i^{n-1} (\cos(n\varphi)I_{0,n} + \cos((n-2)\varphi)I_{2,n-2}), \\ E_y(r, \varphi) &= i^{n-1} (\sin(n\varphi)I_{0,n} - \sin((n-2)\varphi)I_{2,n-2}), \\ E_z(r, \varphi) &= 2i^n \cos((n-1)\varphi)I_{1,n-1}, \\ H_x(r, \varphi) &= -i^{n-1} (\sin(n\varphi)I_{0,n} + \sin((n-2)\varphi)I_{2,n-2}), \\ H_y(r, \varphi) &= i^{n-1} (\cos(n\varphi)I_{0,n} - \cos((n-2)\varphi)I_{2,n-2}), \\ H_z(r, \varphi) &= -2i^n \sin((n-1)\varphi)I_{1,n-1}. \end{aligned} \quad (2)$$

В (2) функции $I_{\nu,\mu}$ зависят только от радиальной переменной r и равны выражению:

$$I_{\nu,\mu} = \left(\frac{4\pi f}{\lambda} \right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left(\frac{\theta}{2} \right) \times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\mu(x) d\theta, \quad (3)$$

где k – волновое число света, λ – длина волны света, f – фокусное расстояние идеальной сферической линзы, формирующей фокус, z – оптическая ось (при $z=0$ – плоскость фокуса), $x = kr \sin \theta$, $J_\mu(x)$ – функция Бесселя первого рода μ -го порядка, $NA = \sin \theta_0$ – числовая апертура апланатической оптической системы, $A(\theta)$ – любая действительная функция, описывающая амплитуду входного поля, обладающего осевой симметрией (плоская волна, Гауссов пучок, пучок Бесселя–Гаусса). У интегралов $I_{\nu,\mu}$ (3) первый индекс $\nu=0,1,2$ описывает тип интеграла, а второй индекс $\mu=0,1,2,\dots$, равен порядку функции Бесселя.

Найдем распределение плотности спина или СУМ в фокусе пучка (1). Вектор углового спинового момента определяется выражением [14]:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{16\pi\omega} \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}), \quad (4)$$

где ω – циклическая частота света. В дальнейшем постоянную $1/(16\pi\omega)$ будем игнорировать. Из (4) видно, что продольная компонента СУМ (без учета константы) совпадает с ненормированной третьей компонентой вектора Стокса S_3 :

$$S_3 = S_z = 2 \text{Im}(E_x^* E_y). \quad (5)$$

Известно, что третья компонента Стокса показывает наличие в поле круговой или эллиптической поляризации [15]. Если $S_3=0$, то в поле только линейная

поляризация. Подставим проекции электрического поля (2) в выражение (5) и учтём, что вблизи фокуса интегралы (3) являются комплексными величинами. Тогда получим:

$$S_z = 2 \text{Im}(I_{0,n} I_{2,n-2}^*) \sin[2(n-1)\varphi], \quad (6)$$

где звездочки "*" означают комплексное сопряжение. Выделяя в интегралах (3) вещественные и мнимые части и учитывая, что вблизи плоскости фокуса ($kz \ll 1$) имеет место приближение $\exp(ikz \cos \theta) \approx 1 + ikz \cos \theta$, вместо (6), получим:

$$S_z \approx 2kz \sin(2(n-1)\varphi) (I_0 R_2 - I_2 R_0), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} R_0 &= I_{0,n}(z=0), \quad I_0 = \bar{I}_{0,n}, \\ R_2 &= I_{2,n-2}(z=0), \quad I_2 = \bar{I}_{2,n-2}, \\ \bar{I}_{\nu,\mu} &= \left(\frac{4\pi f}{\lambda} \right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left(\frac{\theta}{2} \right) \times \\ &\times \cos^{3/2}(\theta) A(\theta) J_\mu(x) d\theta. \end{aligned} \quad (8)$$

Из (7) видно, что в самом фокусе ($z=0$) $S_3=0$ и, значит, в каждой точке плоскости фокуса поляризация линейная. Но при малой дефокусировке ($kz \ll 1$) $S_3 \neq 0$ и при $n \neq 1$ функции $I_{0,n}$ и $I_{2,n-2}$ становятся комплексными и появляются области эллиптической и круговой поляризации. Причём там, где до фокуса ($z < 0$) плотность СУМ была отрицательная $S_3 < 0$, после фокуса ($z > 0$) она положительная $S_3 > 0$, и наоборот. Из (6) видно, что на окружности некоторого радиуса с центром на оптической оси вблизи плоскости фокуса находятся центры $4(n-1)$ локальных субволновых областей, в которых поляризация эллиптическая или круговая, причём в соседних таких областях вектор поляризации вращается в разные стороны (по часовой стрелке или против нее). Радиус этой окружности определяется уравнением

$$\frac{\partial}{\partial r} \text{Im}(I_{0,n} I_{2,n-2}^*) = 0. \quad (9)$$

Аналогичный результат получен в [16] только при $n=0$. Так как при $n \neq 1$ вблизи фокуса светового поля (1) имеет место пространственное разделение областей с левой и правой круговой поляризацией (областей с разным «спином»), то можно утверждать, что вблизи фокуса (до и после) имеет место спиновый эффект Холла, хотя в самой плоскости фокуса этот эффект пропадает.

2. Поперечный поток энергии до и после фокуса

Найдем далее поперечные проекции вектора потока энергии. Вектор Пойнтинга определяется выражением [13]:

$$\mathbf{P} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{Re}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}), \quad (10)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{H} – вектора напряжённости электрического и магнитного полей, $*$ – знак комплексного сопряжения, \times – векторное умножение, c – скорость света в вакууме. В дальнейшем постоянную $c/(4\pi)$ будем игнорировать. Подставим выражения для проекций электромагнитного поля в фокусе (2) в формулу (10) и получим поперечные проекции вектора Пойнтинга вблизи фокуса:

$$\begin{aligned} P_x &= 2 \operatorname{Im} \left\{ (I_{0,n}^* - I_{2,n-2}^*) I_{1,n-1} \right\} \cos(\varphi), \\ P_y &= 2 \operatorname{Im} \left\{ (I_{0,n}^* - I_{2,n-2}^*) I_{1,n-1} \right\} \sin(\varphi). \end{aligned} \quad (11)$$

Выделяя в интегралах (3) вещественные и мнимые части и учитывая, что вблизи плоскости фокуса ($kz \ll 1$) имеет место приближение $\exp(ikz \cos \theta) \approx 1 + ikz \cos \theta$, вместо (11), получим:

$$\begin{aligned} P_x &= 2kz \cos \varphi \left[R_1 (I_0 - I_2) + I_1 (R_2 - R_0) \right], \\ P_y &= 2kz \sin \varphi \left[R_1 (I_0 - I_2) + I_1 (R_2 - R_0) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

В (12) введены обозначения для вещественной и мнимой частей интегралов (3):

$$\begin{aligned} R_0 &= I_{0,n}(z=0), \quad I_0 = \bar{I}_{0,n}, \quad R_1 = I_{1,n-1}(z=0), \\ I_1 &= \bar{I}_{1,n-1}, \quad R_2 = I_{2,n-2}(z=0), \quad I_2 = \bar{I}_{2,n-2}, \\ \bar{I}_{\nu,\mu} &= \left(\frac{4\pi f}{\lambda} \right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left(\frac{\theta}{2} \right) \times \\ &\times \cos^{3/2}(\theta) A(\theta) J_\mu(x) dx. \end{aligned} \quad (13)$$

Для большей наглядности перейдём в полярную систему координат. Тогда, вместо (12), получим для радиальной и азимутальной проекций поперечного вектора Пойнтинга вблизи фокуса:

$$\begin{aligned} P_r &= 2kz Q(r), \\ P_\varphi &= 0, \\ Q(r) &= R_1 (I_0 - I_2) + I_1 (R_2 - R_0). \end{aligned} \quad (14)$$

Выражение (14) показывает, что вблизи фокуса у пучка (1) при любом порядке n поток энергии расходится или сходится от оптической оси по радиусам. При $z=0$ (в фокусе) поток энергии параллелен оптической оси. До фокуса ($z < 0$) поперечный поток энергии сходится по радиусам к оптической оси, а после фокуса ($z > 0$) расходится. Так как функция $Q(r)$ в (14) может менять знак при удалении от оптической оси, то на некоторых окружностях с центром на оптической оси до фокуса поперечный поток энергии расходится, а после фокуса – сходится.

Покажем, что для поля (1) продольная компонента вектора углового момента близи фокуса равна нулю, как и в начальной плоскости. Действительно, вектор углового момента света имеет вид [17]:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2c} \operatorname{Re}(\mathbf{r} \times (\mathbf{E}^* \times \mathbf{H})) = \frac{2\pi}{c^2} (\mathbf{r} \times \mathbf{P}), \quad (15)$$

а его продольная компонента (без учета несущественной постоянной) равна

$$J_z = r P_\varphi = 0. \quad (16)$$

Выражение (16) следует из (14), так как $P_\varphi = 0$. Угловой момент (15) можно представить [18] как сумму спинового углового момента \mathbf{S} и орбитального углового момента \mathbf{L} :

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \mathbf{S} + \mathbf{L} = \frac{1}{8\pi\omega} \operatorname{Im}(\mathbf{E}^* \times \nabla) + \\ &+ \frac{1}{8\pi\omega} \sum_{p=x,y,z} \operatorname{Im}(E_p^* (\mathbf{r} \times \nabla) E_p). \end{aligned} \quad (17)$$

Без учета константы $1/(8\pi\omega)$ продольная компонента СУМ, как следует из (7), равна $S_z \approx 2kz \sin(2(n-1)\varphi) (I_0 R_2 - I_2 R_0)$. Продольная компонента ОУМ из (17) равна выражению:

$$L_z = \operatorname{Im} \left[E_x^* \frac{\partial}{\partial \varphi} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial \varphi} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial \varphi} E_z \right]. \quad (18)$$

Подставляя в (18) выражения для проекций электрического поля из уравнения (2), вместо (18), вблизи фокуса получим:

$$L_z \approx -2kz \sin(2(n-1)\varphi) (I_0 R_2 - I_2 R_0). \quad (19)$$

Сумма (19) и (7) подтверждает справедливость формулы (16), то есть вблизи фокуса продольные компоненты СУМ и ОУМ равны по величине и направлены в противоположные стороны ($S_z = -L_z$), и поэтому продольная компонента углового момента равна нулю. Интересно, что продольная компонента ОУМ (19) при переходе через фокус меняет знак, как и продольная компонента СУМ (7).

Таким образом, отсутствие вращения поперечного потока энергии вблизи фокуса ($P_\varphi = 0$) означает, что продольная компонента углового момента равна нулю, но не означает, что у поля (1) вблизи фокуса продольная компонента ОУМ также равна нулю. У поля (1) в фокусе есть продольная компонента ОУМ, которая равна по модулю продольной компоненте СУМ, но противоположна ей по знаку. Заметим также, что полные (усреднённые по всему сечению пучка) СУМ и ОУМ сохраняются по отдельности при распространении света в пространстве [19], то есть вблизи фокуса у пучка (1) должны быть равны нулю два интеграла:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi S_z(r, \varphi, z) &= 0, \\ \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi L_z(r, \varphi, z) &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Это означает, что локальное вращение вектора поляризации вблизи фокуса (7) должно менять знак в разных областях поперечного сечения пучка так, чтобы скомпенсировать это вращение и чтобы полный СУМ и ОУМ пучка (1) были равны нулю (20).

3. Моделирование

Для подтверждения теоретических выводов мы провели численное моделирование. Для этого мы рассчитали электрическое и магнитное поля вблизи острого фокуса, используя выражения (2), и проверили их, вычислив поле непосредственно с помощью двойных интегралов Дебая.

На рис. 1 представлены распределения интенсивности в начальной плоскости (рис. 1а) и в плоскости фокуса (рис. 1б), а также распределения интенсивности (рис. 1в,ж), радиальной составляющей вектора Пойнтинга (рис. 1з,з), продольных составляющих векторов СУМ (рис. 1д,и) и ОУМ (рис. 1е,к) острогофокусированного Гауссова пучка 3-го порядка ($n=3$) с цилиндрической поляризацией (1) в двух поперечных плоскостях: перед фокусом (рис. 1в-е) и за фокусом (рис. 1ж-к). Для расчёта использовались следующие параметры: длина волны $\lambda=532$ нм, фокусное расстояние $f=10$ мкм, числовая апертура $\theta_0=0,49\pi$ ($NA=0,999$), расчётная область 4×4 мкм, продольная координата (относительно фокальной плоскости) $z=-\lambda$ (рис. 1в-е) и $z=+\lambda$ (рис. 1ж-к). Для описания Гауссовой формы входного поля радиальное распределение комплексной амплитуды было равно $A(\theta) = \exp[-(\sin \theta/\sin \alpha_0)^2]$, где $\alpha_0 = \pi/3$.

Мы выбрали линзу с высокой числовой апертурой 0,999, так как, во-первых, такой числовой апертурой может обладать металлинза с фокусным расстоянием порядка длины волны, и, во-вторых, с ростом числовой апертуры эффект Холла проявляется сильнее.

На рис. 2 изображены те же распределения и для тех же параметров, что и на рис. 1, но для другого порядка поляризации $n=4$.

Из рис. 1 и 2 видно, что на расстояниях $\pm \lambda$ от фокуса формируются распределения интенсивности с размерами порядка $1,5-2$ мкм. Однако в областях с существенными значениями интенсивности СУМ принимает разные по знаку значения и области с положительным и отрицательным значением СУМ имеют размеры порядка длины волны (рис. 1д,и) или меньше её (рис. 2д,и).

Несмотря на визуальное сходство распределений СУМ (рис. 1д,и, рис. 2д,и) и ОУМ (рис. 1е,к, рис. 2е,к), они вычислялись совершенно по-разному: распределения СУМ вычислялись по формуле (5), тогда как распределения ОУМ были рассчитаны по формуле (18) с численным дифференцированием по угловой координате φ . Тем не менее полученные картины подтверждают, что ОУМ L_z и СУМ S_z компенсируют друг друга и что после прохождения фокальной плоскости вращение вектора поляризации меняет

своё направление (то есть продольная составляющая СУМ меняет знак).

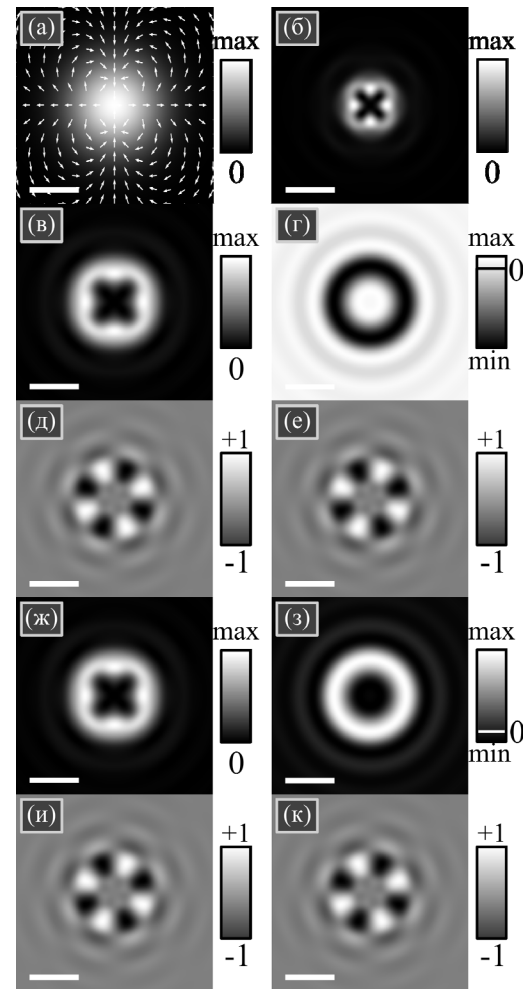


Рис. 1. Распределения интенсивности в начальной плоскости (а) и в плоскости фокуса (б), а также распределения интенсивности (в, ж), радиальной составляющей вектора Пойнтинга (з, з), нормированной на максимум продольной составляющей вектора СУМ (д, и) и нормированной на максимум продольной составляющей вектора ОУМ (е, к) острогофокусированного Гауссова пучка с цилиндрической поляризацией 3-го порядка до фокуса (в-е) и вне фокуса (ж-к). На всех рисунках светлый и чёрный цвета означают соответственно максимум и минимум. Стрелками показаны направления поляризации (а). Метки шкалы (в левом нижнем углу) обозначают 1 мкм

Рис. 1 и 2 также подтверждают наличие вблизи фокуса $4(n-1)$ областей с разным направлением вращения вектора поляризации. Рис. 1 содержит $4(n-1)=8$ локальных субволновых областей с эллиптической поляризацией (рис. 1д,и), в том числе 4 тёмные области с левой эллиптической поляризацией и 4 светлые области с правой эллиптической поляризацией. На рис. 2 таких субволновых областей $4(n-1)=12$. Таким образом, моделирование подтверждает, что вблизи фокуса области с разным «спином» пространственно разделены, то есть имеет место эффект Холла.

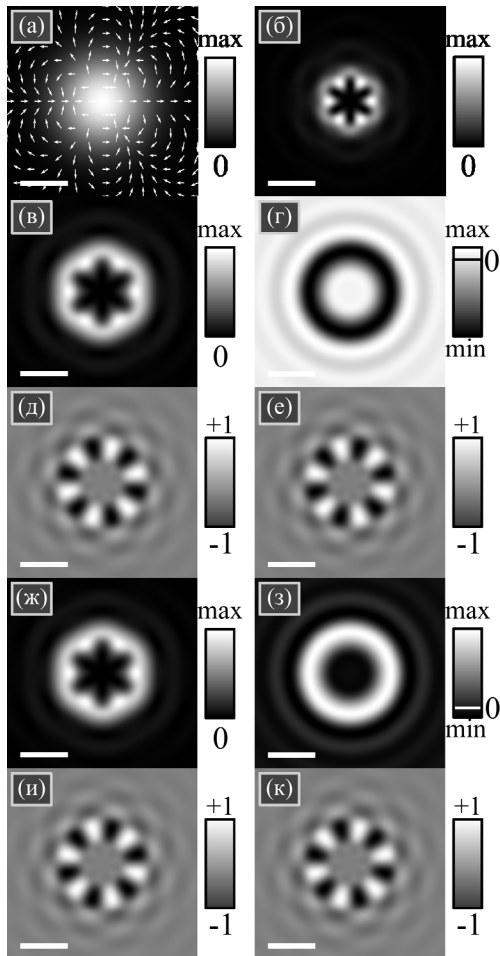


Рис. 2. Распределения интенсивности в начальной плоскости (а) и в плоскости фокуса (б), а также распределения интенсивности (в, ж), радиальной составляющей вектора Пойнтинга (г, з), нормированной на максимум продольной составляющей вектора СУМ (д, и) и нормированной на максимум продольной составляющей вектора ОУМ (е, к) остро сфокусированного Гауссова пучка с цилиндрической поляризацией 4-го порядка до фокуса (в-е) и вне фокуса (ж-к). На всех рисунках светлый и чёрный цвета означают соответственно максимум и минимум. Стрелками показаны направления поляризации (а). Метки шкалы (в левом нижнем углу) обозначают 1 мкм

Заключение

Известно, что в сечении ЦВП высокого порядка поляризация локально линейная. Число полных оборотов, которое совершают векторы локальной линейной поляризации при обходе по замкнутому контуру вокруг оптической оси, равно порядку ЦВП, скажем, n . Известно также, что ЦВП не имеет в начальной плоскости и в плоскости фокуса ни СУМ, ни ОУМ. В этой работе мы показали, что вблизи плоскости фокуса ЦВП, на расстоянии, равном, например, длине волны до и после фокуса, формируется $4(n-1)$ локальных субволновых областей, в которых вектор поляризации вращается. Центры этих локальных областей лежат на окружности некоторого радиуса (уравнение (9)) с центром на оптической оси, причём в со-

седних областях вектор поляризации вращается в разные стороны, то есть продольная проекция вектора СУМ в соседних областях имеет разные знаки. Полный СУМ, который получается усреднением плотности СУМ по всему сечению пучка, равен нулю. Такое пространственное разделение левого и правого вращения векторов поляризации является проявлением оптического спинового эффекта Холла. Данный эффект можно использовать в оптической сенсорике для определения порядка ЦВП. Например, известны оптические сенсоры на основе метаповерхностей [20–23], которые определяют левую и правую круговые поляризации с помощью разделения их в пространстве. В нашем случае порядок ЦВП n определяется по числу локальных областей с левой и правой круговой поляризацией вблизи острого фокуса.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-12-00236, в части теории). Работа также выполнена в рамках Государственного задания ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (в части моделирования).

References

- [1] Zhan Q, Leger JR. Focus shaping using cylindrical vector beams. *Opt Express* 2002; 10(7): 324-331. DOI: 10.1364/OE.10.000324.
- [2] Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Adv Opt Photon* 2009; 1(1): 1-57. DOI: 10.1364/AOP.1.000001.
- [3] Tidwell SC, Ford DH, Kimura WD. Generating radially polarized beams interferometrically. *Appl Opt* 1990; 29(15): 2234-2239. DOI: 10.1364/AO.29.002234.
- [4] Moh KJ, Yuan XC, Bu J, Burge RE, Gao BZ. Generating radial or azimuthal polarization by axial sampling of circularly polarized vortex beams. *Appl Opt* 2007; 46(30): 7544-7551. DOI: 10.1364/AO.46.007544.
- [5] Youngworth KS, Brown TG. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams. *Opt Express* 2000; 7(2): 77-87. DOI: 10.1364/OE.7.000077.
- [6] Davidson N, Bokor N. High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens. *Opt Lett* 2004; 29(12): 1318-1320. DOI: 10.1364/OL.29.001318.
- [7] Rashid M, Maragò OM, Jones PH. Focusing of high order cylindrical vector beams. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2009; 11(6): 065204. DOI: 10.1088/1464-4258/11/6/065204.
- [8] Liu J, Chen X, He Y, Lu L, Ye H, Chai G, Chen S, Fan D. Generation of arbitrary cylindrical vector vortex beams with cross-polarized modulation. *Results Phys* 2020; 19: 103455. DOI: 10.1016/j.rinp.2020.103455.
- [9] Stafeev SS, Nalimov AG, Zaitsev VD, Kotlyar VV. Tight focusing cylindrical vector beams with fractional order. *J Opt Soc Am B* 2021; 38(4): 1090-1096. DOI: 10.1364/JOSAB.413581.
- [10] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area. *Opt Express* 2019; 27(12): 16689-16702. DOI: 10.1364/OE.27.016689.
- [11] Kotlyar VV, Kovalev AA, Stafeev SS, Nalimov AG, Rasouli S. Tightly focusing vector beams containing V-points

- polarization singularities. *Opt Laser Technol* 2022; 145: 107479. DOI: 10.1016/j.optlastec.2021.107479.
- [12] Khonina SN, Golub I. Vectorial spin Hall effect of light upon tight focusing. *Opt Lett* 2022; 47(9): 2166-2169. DOI: 10.1364/OL.457507.
- [13] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc Lond A* 1959; 253: 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [14] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodríguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. *Opt Express* 2011; 19(27): 26132-26149. DOI: 10.1364/OE.19.026132.
- [15] Born M, Wolf E. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. 6th ed. Oxford, New York: Pergamon Press; 1980. ISBN: 0-08-026482-4.
- [16] Stafeev SS, Nalimov AG, Kovalev AA, Zaitsev VD, Kотляр VV. Circular polarization near the tight focus of linearly polarized light. *Photonics* 2022; 9(3): 196. DOI: 10.3390/photonics9030196.
- [17] Humblet J. Sur le moment d'impulsion d'une onde électromagnétique. *Physica* 1943; 10(7): 585-603. DOI: 10.1016/S0031-8914(43)90626-3.
- [18] Bliokh K, Bekshaev A, Nori F. Extraordinary momentum and spin in evanescent waves. *Nat Commun* 2014; 5: 3300. DOI: 10.1038/ncomms4300.
- [19] Bliokh KY, Bekshaev AY, Nori F. Corrigendum: Dual electromagnetism: helicity, spin, momentum, and angular momentum (2013 *New J. Phys.* 15 033026). *New J Phys* 2016; 18(8): 089503. DOI: 10.1088/1367-2630/18/8/089503.
- [20] Wen D, Yue F, Kumar S, Ma Y, Chen M, Ren X, Kremer PE, Gerardot BD, Taghizadeh MR, Buller GS, Chen X. Metasurface for characterization of the polarization state of light. *Opt Express* 2015; 23(8): 10272-10281. DOI: 10.1364/OE.23.010272.
- [21] Wen D, Yue F, Li G, Zheng G, Chan K, Chen S, Chen M, Li KF, Wong PWH, Cheah KW, Pun EYB, Zhang S, Chen X. Helicity multiplexed broadband metasurface holograms. *Nat Commun* 2015; 6: 8241. DOI: 10.1038/ncomms9241.
- [22] Khorasaninejad M, Chen WT, Zhu AY, Oh J, Devlin RC, Rousso D, Capasso F. Multispectral chiral imaging with a metalens. *Nano Lett* 2016; 16(7): 4595-4600. DOI: 10.1021/acs.nanolett.6b01897.
- [23] Ma A, Intaravanne Y, Han J, Wang R, Chen X. Polarization detection using light's orbital angular momentum. *Adv Opt Mater* 2020; 8(18): 2000484. DOI: 10.1002/adom.202000484.

Сведения об авторах

Сведения об авторах **Котляр Виктор Викторович** и **Ковалёв Алексей Андреевич** – см. стр.33 – 34 этого номера.

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Зайцев Владислав Дмитриевич, 1991 года рождения. В 2020 году окончил магистратуру Самарского государственного университета имени академика С.П. Королёва по специальности «Прикладные математика и физика». Аспирант Самарского национального исследовательского университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, метод конечных элементов, диэлектрики. E-mail: zaicev-vlad@yandex.ru ORCID: 0000-0002-1243-8208.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 24 мая 2023 г. Окончательный вариант – 27 июля 2023 г.

Focusing a cylindrical vector beam and the Hall effect

V.V. Kotlyar^{1,2}, S.S. Stafeev^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}, V.D. Zaitsev^{1,2}

¹IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;

²Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

Polarization of a higher-order cylindrical vector beam (CVB) is known to be locally linear. The higher the beam order, the larger number of full circles the local linear polarization vector makes around the optical axis. It is also known that the CVB with radially symmetric amplitude has zero spin angular momentum (SAM) and zero orbital angular momentum (OAM) both in the initial plane and in the focal plane (because in both Cartesian components of the vector field, the angular derivative of phase is zero). We show here that near the focal plane of the CVB (i.e. before and beyond the focus), an even number of local subwavelength areas with rotating polarization vectors are generated. In addition, in the neighboring areas, the polarization vectors are rotating in the opposite directions. Thus, the longitudinal components of the SAM vector in such neighboring areas are of different sign. After passing through the focal plane, the rotation direction of the polarization vector at each point of the beam cross-section changes to the opposite one. Such a spatial separation of the left and right rotation of the polarization vectors is a manifestation of the optical spin Hall effect.

Keywords: spin Hall effect, cylindrical vector beam, tight focusing, spin angular momentum, orbital angular momentum.

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA, Zaitsev VD. Focusing a cylindrical vector beam and the Hall effect. *Computer Optics* 2024; 48(1): 47-52. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1356.

Acknowledgements: This work was partly funded by the Russian Science Foundation (Project No. 23-12-00236, theoretical background) and within the government project of the Federal Scientific Research Center "Crystallography and Photonics" of the Russian Academy of Sciences (numerical simulation).

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru ORCID: 0000-0003-1737-0393.

Sergey Sergeevich Stafeev (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. He is a co-author of more than 200 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru ORCID: 0000-0002-0488-4267.

Vladislav Dmitrievich Zaitsev (b. 1991) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State University (2020). PhD student of Samara National Research University. Research interests are diffraction optics, finite element method, dielectrics. E-mail: zaitsev-vlad@yandex.ru ORCID: 0000-0002-1243-8208.

Received May 24, 2023. The final version – July 27, 2023.
