

## Дисперсия оптических вихрей в скрученных эллиптических оптических волокнах с крутильными механическими напряжениями

Б.П. Лапин<sup>1</sup>, Е.В. Баршак<sup>1</sup>, Д.В. Викулин<sup>1</sup>, К.Н. Алексеев<sup>1</sup>, М.А. Яворский<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,  
295007, Россия, Республика Крым, Симферополь, пр. Вернадского, д. 4

### Аннотация

В данной статье изучена дисперсия оптических вихрей с топологическим зарядом  $l \geq 1$  в скрученных эллиптических волокнах с крутильными механическими напряжениями. На основе спектров вихревых мод скрученных эллиптических волокон со ступенчатым и градиентным профилями установлены аналитические выражения для поляризационного, топологического и гибридного типов дисперсии оптических вихрей. Показано, что в сильно скрученных волокнах с градиентным профилем показателя преломления появляются новые виды дисперсии по сравнению со случаем ступенчатого профиля. Численно исследована зависимость дисперсии оптических вихрей от материальных и геометрических параметров волокна. Установлено, что в скрученных эллиптических волокнах со ступенчатым профилем существует спектральная область, вблизи которой для оптических вихрей с  $l \geq 1$  все виды дисперсии принимают околонулевые значения. Также продемонстрировано, что для скрученных эллиптических волокон с градиентным профилем данный режим реализуется для сильно скрученных сильно эллиптических волокон при  $l=1$ .

**Ключевые слова:** оптическое волокно, крутильные механические напряжения, дисперсия, оптический вихрь.

**Цитирование:** Лапин, Б.П. Дисперсия оптических вихрей в скрученных эллиптических оптических волокнах с крутильными механическими напряжениями / Б.П. Лапин, Е.В. Баршак, Д.В. Викулин, К.Н. Алексеев, М.А. Яворский // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 1. – С. 53-60. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1340.

**Citation:** Lapin BP, Barshak EV, Vikulin DV, Alexeyev CN, Yavorsky MA. Dispersion of optical vortices in twisted elliptical-core optical fibers with torsional stresses. Computer Optics 2024; 48(1): 53-60. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1340.

### Введение

Оптоволоконным линиям связи так же, как и иным системам передачи данных, присуще явление дисперсии. Оно заключается в различии скоростей распространения оптических импульсов на разных длинах волн. Данное обстоятельство приводит к уширению импульсов и их взаимному перекрытию на выходе из волокна, из-за чего передаточные характеристики канала связи в целом ухудшаются [1]. Соответственно, значительные усилия исследователей были направлены на разработку методов по измерению и подавлению хроматической дисперсии в оптических волокнах [2–10]. Заметим, что в некоторых случаях наличие значительной дисперсии в волокнах желательно, например, в рамановских спектрометрах с однопиксельным приёмником [11]. Кроме того, интерес представляет исследование кольцевых оптических волокон с большой дисперсией вихревых мод [12].

В отличие от однородной изотропной среды в оптическом волокне возникает дополнительный вид дисперсии, а именно поляризационно-модовая дисперсия (ПМД). Её источником является искажение формы поперечного сечения и/или наведение случайной анизотропии показателя преломления, за счёт чего появляется различие групповых скоростей ортогонально поляризованных фундаментальных мод [13,

14]. Одним из эффективных способов подавления ПМД для фундаментальной моды является скрутка волокна [15–18].

В то время как проблема ПМД основной волоконной моды исчерпывающе изучена, вопрос о дисперсии топологически заряженных полей долгое время оставался не рассмотренным. В недавней работе [19] авторы затронули вопрос о ПМД мод с орбитальным угловым моментом (ОУМ) в анизотропных волокнах со случайным блужданием локальной оси анизотропии. На основе теории, используемой для описания одномодовых волокон, ими была предложена техника, позволяющая охарактеризовать эффект «ОУМ-ПМД» для высших мод.

Очевидно, что переход от использования в оптоволоконных линиях связи фундаментальной моды к использованию в них полей с ОУМ, например, оптических вихрей (ОВ), невозможен без исследования их дисперсии. Заметим, что вихревые поля, помимо состояния поляризации, описываются также и угловым распределением, то есть обладают орбитальной степенью свободы. Данный факт приводит к появлению новых видов дисперсии [20]. Как было показано, в изотропных волокнах с круглым поперечным сечением вихревые моды с одинаковыми по модулю азимутальными числами распространяются с разными скоростями из-за обусловленных спин-

орбитальным взаимодействием (СОВ) поправок к постоянной распространения. Всего в циркулярном волокне можно выделить три типа дисперсии для ОВ. К первому типу относится ПМД для ОВ, которые имеют одинаковый топологический заряд (ТЗ), но противоположные знаки круговой поляризации. Второй тип дисперсии присущ вихрям с одинаковым состоянием поляризации, но противоположными по знаку ТЗ. Данный тип можно отнести к топологической модовой дисперсии (ТМД). Третий вид дисперсии называется гибридным (ГМД), так как он возникает для пар ОВ, у которых знаки ТЗ и состояния круговой поляризации попарно противоположны. Расчёты показали, что в случае ступенчатого распределения показателя преломления в поперечном сечении осесимметричного волокна можно добиться одновременного обращения в ноль всех типов дисперсии.

В дальнейшем была рассмотрена модель волокна с круглым поперечным сечением, в котором наводились крутильные механические напряжения (КМН), неизбежно возникающие в процессе изготовления волокна [21]. Авторами было установлено, что КМН аддитивно изменяют величину ПМД и ТМД таким образом, что ГМД становится отличной от нуля. За счёт этого строгое обращение в ноль всех видов дисперсии для вихревых мод оказывается невозможным при произвольной длине волны.

В указанных выше работах по дисперсии ОВ были рассмотрены волокна только с круглым поперечным сечением. Тем не менее, в реальных системах форма поперечного сечения волокна всегда отличается от круговой и имеет, например, форму эллипса. Как было показано в [22, 23], при определённом соотношении параметров модами скрученного эллиптического волокна (СЭВ) (рис. 1) могут являться ОВ. В этой связи в данной работе будет изучено влияние эллиптичности формы поперечного сечения волокна при наличии КМН на дисперсию ОВ с ТЗ  $l \geq 1$ .

**1. Модель скрученного эллиптического волокна с крутильными механическими напряжениями**

Показатель преломления  $n$  в оптическом волокне описывается следующим образом [1]:

$$\hat{n}^2 = n_c^2 (1 - 2\Delta f) \hat{1}. \tag{1}$$

Здесь  $n_c$  – показатель преломления сердцевинки волокна,  $\Delta$  – высота профиля, и  $f$  – функция профиля;  $\hat{1}$  – единичная матрица размера 3. В дальнейшем мы будем рассматривать только осесимметричные функции вида  $f \equiv f(R)$ , где  $R = r/r_0$ ,  $r$  – расстояние от оси волокна до точки среды,  $r_0$  – некоторый характерный масштаб. В качестве функций  $f$  выберем такие, которые отвечают ступенчатому

$$f = \Theta(R - 1) \tag{2}$$

и градиентному волокнам

$$f = R^2. \tag{3}$$

Здесь  $\Theta$  – ступенчатая функция Хэвисайда. В случае ступенчатого волокна высота профиля определяется как

$$\Delta = (n_c^2 - n_{об}^2) / 2n_c^2,$$

где  $n_{об}$  – показатель преломления оболочки. Для таких волокон  $r_0$  – радиус сердцевинки. Если функция профиля задаётся с помощью (3), оболочка в волокне формально отсутствует. В этом случае  $r_0$  формально определяет расстояние, при котором  $n = n_{об}$ .

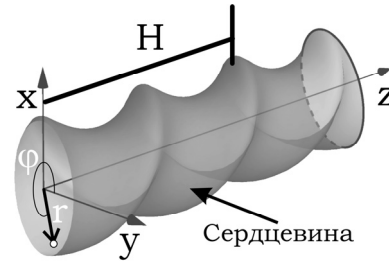


Рис. 1. Модель скрученного эллиптического волокна с крутильными механическими напряжениями. Сердцевина волокна погружена в бесконечную оболочку. Шаг скрутки –  $H$ , лабораторная система координат –  $(x, y, z)$ , цилиндрические координаты  $(r, \varphi, z)$

Для учёта одновременного действия в системе эллиптичности и КМН в волокнах с профилями (2) и (3) необходимо прибавить к показателю преломления (1) следующую поправку [24]:

$$\hat{n}_{СЭВ}^2 = -\frac{\Delta}{2} n_c^2 e^2 r f' \cos 2(\varphi - qz) \hat{1} + p_{44} n_c^4 r q \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 0 & -\cos \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

здесь  $(r, \varphi, z)$  – координаты точки в цилиндрических координатах,  $q = 2\pi/H$ ,  $H$  – шаг скрутки,  $p_{44}$  – элемент тензора фотоупругости,

$$e = \sqrt{1 - (a/b)^2} -$$

параметр, определяющий степень эллиптичности поперечного сечения,  $a, b$  – полуоси эллипса.

Моды волокна при наличии КМН и эллиптичности поперечного сечения могут быть найдены при решении волнового уравнения [1]:

$$(\nabla^2 + k^2 [\hat{n}^2 + \hat{n}_{СЭВ}^2]) \vec{E} = \nabla(\text{div} \vec{E}), \tag{5}$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны и  $\vec{E}$  – вектор напряжённости электрического поля, член  $\nabla(\text{div} \vec{E})$  называется градиентным и отвечает за СОВ. Вихревые решения уравнения (5) имеют вид [25]:

$$\begin{aligned} |\psi_1\rangle &= |1, l\rangle, |\psi_2\rangle = |1, -l\rangle, \\ |\psi_3\rangle &= |-1, -l\rangle, |\psi_4\rangle = |-1, l\rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь

$$|\sigma, l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( F_l, i\sigma F_l, \frac{1}{r\tilde{\beta}_l} (rF'_l - \sigma l F_l) e^{i\sigma\phi} \right)^T e^{il\phi},$$

$\sigma = \pm 1$  – знак круговой поляризации,  $l$  – азимутальное число (ТЗ), «Т» обозначает транспонирование,  $\tilde{\beta}_l$  – скалярная постоянная распространения, а функция  $F_l \equiv F_l(r)$  – радиальная функция, вид которой зависит от типа профиля. Для волокна с профилем (2) она имеет вид [1]:

$$F_l(R) = \begin{cases} J_l(\tilde{U}R) / J_l(\tilde{U}), R \leq 1 \\ K_l(\tilde{W}R) / K_l(\tilde{W}), R \geq 1 \end{cases}. \quad (7)$$

Здесь  $J_l$  – это функция Бесселя 1-го рода порядка  $l$ , а  $K_l$  – модифицированная функция Бесселя 1-го рода порядка  $l$ . Также выполняется соотношение  $\tilde{U}^2 + \tilde{W}^2 = V^2$ , где  $V = kn_c r_0 \sqrt{2\Delta}$  – волноводный параметр. В случае волокон с градиентным профилем (3) выражение для радиальной функции имеет следующий вид:

$$F_l(R) = R^l L_m^l(VR^2) \exp(-VR^2/2), \quad (8)$$

где  $L_m^l$  – обобщенный полином Лагерра. В дальнейшем мы будем рассматривать случай, когда индекс  $m=0$  и  $L_0^l \equiv 1$ . Для получения скалярной постоянной распространения  $\tilde{\beta}_l$  достаточно решить соответствующее виду профиля характеристическое уравнение и вычислить её [1] согласно рецепту:

$$\tilde{\beta}_l = \left( k^2 n_c^2 - \tilde{U}^2 / r_0^2 \right)^{1/2}.$$

## 2. Дисперсия оптических вихрей

Рассмотрим первый случай, в котором моды СЭВ с КМН имеют вихревой характер, а именно случай сильно скрученного и сильно эллиптического волокна, реализуемый при выполнении следующих соотношений между параметрами системы:

$$\delta\epsilon_{ell}, 10 \frac{q}{k} \gg \frac{2\Delta}{k^2 r_0^2}, \quad (9)$$

где

$$\delta\epsilon_{ell} = \frac{\Delta}{2} n_c^2 e^2.$$

В этом случае выражения для  $l=1$  мод и их постоянных распространения имеют вид:

$$\begin{aligned} |\psi_1\rangle &\approx |1, 1\rangle, |\psi_2\rangle \approx |1, -1\rangle, \\ |\psi_3\rangle &\approx |-1, 1\rangle, |\psi_4\rangle \approx |-1, -1\rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \tilde{\beta}_1 + \delta\beta_{Tw-Ell} + (1-g)q, \\ \beta_2 &= \tilde{\beta}_1 - \delta\beta_{Tw-Ell} + (1-g)q, \\ \beta_3 &= \tilde{\beta}_1 + \delta\beta_{Tw-Ell} - (1-g)q, \\ \beta_4 &= \tilde{\beta}_1 - \delta\beta_{Tw-Ell} - (1-g)q, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\delta\beta_{Tw-Ell} = \sqrt{([1-g]q)^2 + (k\delta n_{ell})^2} \quad (12)$$

и

$$\delta n_{ell} = \frac{\delta\epsilon_{ell}}{4Ql n_c}, \quad g = \frac{1}{2} n_c^2 |p_{44}|, \quad Q_l = \int_0^\infty R F_l^2(R) dR.$$

Величина  $\delta n_{ell}$  для волокна с градиентным профилем может быть вычислена точно:

$$\delta n_{ell} = -\sqrt{\pi} \delta\epsilon_{ell} / V.$$

Анализ выражений (10), (11) позволяет утверждать, что в сильно скрученных сильно эллиптических волокнах возможны следующие виды дисперсии: а) ПМД (тип Р) (между модами  $|\psi_1\rangle$  и  $|\psi_3\rangle$  или  $|\psi_2\rangle$  и  $|\psi_4\rangle$ ); б) ТМД (тип Т) (между модами  $|\psi_1\rangle$  и  $|\psi_2\rangle$  или  $|\psi_3\rangle$  и  $|\psi_4\rangle$ ); в) ГМД (тип Н) (между модами  $|\psi_2\rangle$  и  $|\psi_3\rangle$  или  $|\psi_1\rangle$  и  $|\psi_4\rangle$ ).

Получим выражения для дисперсий на основе стандартного определения:

$$\Delta\tau = \kappa \frac{d\Delta\beta}{d\lambda}. \quad (13)$$

Здесь  $\kappa = -2\pi z / ck^2$ ,  $c$  – скорость света в вакууме,  $z$  – длина волокна. Тогда для ПМД имеем:

$$\Delta\tau_{13}^P = \Delta\tau_{24}^P = \Delta\tau^P = -2\kappa q g'. \quad (14)$$

Индексы внизу указывают на номера мод, для которых рассчитывается дисперсия, индекс сверху – на тип дисперсии,  $g' = dg/d\lambda$ . Заметим, что значение  $\Delta\tau_{ss}^P$  линейно растёт при росте шага скрутки, и для его вычисления при произвольном  $q$  достаточно знать величину  $2\kappa g'$ . Аналогично получаем выражение для ТМД:

$$\Delta\tau_{12}^T = \Delta\tau_{34}^T = \Delta\tau^T = 2\kappa \beta'_{Tw-Ell}, \quad (15)$$

здесь  $\delta\beta'_{Tw-Ell} = d(\delta\beta'_{Tw-Ell})/d\lambda$  – производная поправки к постоянной распространения моды, описывающей одновременное действие скрутки и эллиптичности.

Выражения для гибридной модовой дисперсии можно получить на основе выражений (14) и (15):

$$\Delta\tau_{14}^H = \Delta\tau^T + \Delta\tau^P, \quad \Delta\tau_{32}^H = \Delta\tau^T - \Delta\tau^P. \quad (16)$$

Рассмотрим теперь случай сильно скрученных волокон (ССВ), когда влияние скрутки волокна значительно превосходит влияние СОВ и эллиптичности, что имеет место при следующем соотношении между параметрами волокна:

$$\frac{q}{k} \gg \frac{2\Delta}{k^2 r_0^2}, \delta \varepsilon_{ell}. \quad (17)$$

Тогда  $l=1$  моды волокна со ступенчатым профилем описываются выражениями:

$$|\psi_1\rangle = |1,1\rangle e^{-2iqz}, |\psi_2\rangle = |-1,-1\rangle e^{2iqz}, \quad (18)$$

$$|\psi_3\rangle = |TE_0\rangle, |\psi_4\rangle = |TM_0\rangle.$$

$$\beta_{1,2} = \tilde{\beta}_1 + \frac{A_1}{2\tilde{\beta}_1} \pm 2(1-g)q, \beta_3 = \tilde{\beta}_1, \beta_4 = \tilde{\beta}_1 + \frac{B_1}{\tilde{\beta}_1}. \quad (19)$$

Моды  $|\psi_{3,4}\rangle$  являются ТЕ- и ТМ-модами идеального циркулярного волокна. Константы  $A_l, B_l$  характеризуют СОВ, и их вид зависит от типа профиля. Для волокон со ступенчатым профилем они вычисляются как:

$$A_l = \frac{\Delta(F_l'(R=1) - |l|)}{2\tilde{\beta}_l r_0^2 Q_l}, B_l = \frac{\Delta(F_l'(R=1) + |l|)}{2\tilde{\beta}_l r_0^2 Q_l}, \quad (20)$$

а для случая градиентного профиля как:

$$A_l = -\frac{(2\Delta)^{3/2} (|l|+1)}{2r_0 V}, B_l = -\frac{(2\Delta)^{3/2} (-|l|+1)}{2r_0 V}. \quad (21)$$

Из выражений (18), (19) следует, что ССВ со ступенчатым профилем присуща только Н-дисперсия между вихревыми модами  $|\psi_{1,2}\rangle$ :

$$\Delta\tau_{12}^H = 2\Delta\tau^P. \quad (22)$$

Ситуация в корне меняется, если профиль волокна становится градиентным. Тогда моды волокна приобретают вихревой характер и описываются выражениями (6) (взятыми при  $|l|=1$ ), а их постоянные распространения имеют вид:

$$\beta_{1,3} = \tilde{\beta}_1 + \frac{A_l}{2\tilde{\beta}_1} \pm (1-g)q, \beta_{2,4} = \tilde{\beta}_1. \quad (23)$$

Иными словами, в волокне с градиентным профилем для  $l=1$  мод появятся нетривиальные типы дисперсии, а именно:

$$\Delta\tau_{12,43}^T = \pm\Delta\tau_{COB} + \Delta\tau^P / 2, \quad (24)$$

$$\Delta\tau_{14,23}^P = \Delta\tau_{12,43}^T, \Delta\tau_{13}^H = \Delta\tau^P, \Delta\tau_{24}^H = 0,$$

где

$$\Delta\tau_{COB} = \frac{\kappa}{2} \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{A_l}{\tilde{\beta}_l} \right).$$

Теперь можно перейти к изучению дисперсии между вихревыми модами с ТЗ, по модулю большим единицы. В этом случае моды волокна и их постоянные распространения имеют вид:

$$|\psi_1\rangle = |1,l\rangle, |\psi_2\rangle = |-1,l\rangle, \quad (25)$$

$$|\psi_3\rangle = |1,-l\rangle, |\psi_4\rangle = |-1,-l\rangle.$$

$$\beta_1 = \tilde{\beta}_l + \frac{A_l}{2\tilde{\beta}_l} + (l+1)(1-g)q,$$

$$\beta_2 = \tilde{\beta}_l + \frac{B_l}{2\tilde{\beta}_l} + (l-1)(1-g)q, \quad (26)$$

$$\beta_3 = \tilde{\beta}_l + \frac{B_l}{2\tilde{\beta}_l} - (l-1)(1-g)q,$$

$$\beta_4 = \tilde{\beta}_l + \frac{A_l}{2\tilde{\beta}_l} - (l+1)(1-g)q.$$

Все четыре высших моды СЭВ с КМН представляют собой вихри с двумя знаками поляризации и топологического заряда. Следовательно, в этом случае присутствуют все типы дисперсии:

$$\Delta\tau_{12,34}^P = \pm\Delta\tau_{COB-2} + \Delta\tau^P, \Delta\tau_{13,24}^T = \pm\Delta\tau_{COB-2} + l\Delta\tau^P, \quad (27)$$

$$\Delta\tau_{14,32}^H = (l \pm 1)\Delta\tau^P,$$

где

$$\Delta\tau_{COB-2} = \frac{\kappa}{2} \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{A_l - B_l}{\tilde{\beta}_l} \right).$$

Заметим, что из полученных результатов можно установить выражения для дисперсии в прямых эллиптических волокнах с КМН: для этого всюду множителя  $(1-g)$  следует заменить на «-g».

### 3. Результаты

Важным фактором, определяющим дисперсию  $\Delta\tau$  любого типа, является зависимость материальных характеристик системы от длины волны. Одним из таких её параметров является показатель преломления, для моделирования поведения которого мы используем формулу Селлмайера [26], ограничиваясь первыми тремя слагаемыми:

$$n^2 = 1 + \sum_{i=1}^3 \frac{a_i \lambda^2}{\lambda^2 - b_i^2}. \quad (28)$$

Здесь коэффициенты  $a_i, b_i$  зависят от состава среды. Мы будем рассматривать случай, когда примесь в сердцевине и/или оболочке является оксид германия  $\text{GeO}_2$ . Для рассматриваемых в данной статье стёкол (плавленый кварц  $\text{SiO}_2$  с примесью  $\text{GeO}_2$ ) значения данных коэффициентов приведены, например, в [21]. Заметим, что примесь оксида германия повышает коэффициент преломления, поэтому для сохранения направляемого распространения света в волокне необходимо, чтобы концентрация  $\text{GeO}_2$  в сердцевине была больше, чем в оболочке. Также стоит отметить, что при моделировании материальные и геометрические параметры системы подбирались таким образом, чтобы обеспечить чистоту вихревых мод не ниже 90–95 % (в большинстве случаев она составляла почти 100 %) и при этом гарантировать существование в волокне ОВ с требуемым ТЗ.

**Сильно скрученное и сильно эллиптическое волокно.** Как видно из рисунка (рис. 2а, б, в), в данном волокне при ступенчатом профиле может реализовываться область околонулевой дисперсии вблизи некоторой точки спектра. Положение данной точки зависит от концентрации примеси GeO<sub>2</sub> в сердцевине волокна. Интересной особенностью является почти полное подавление ПМД по сравнению с иными типами дисперсии. При достаточно большой концентрации оксида германия в сердцевине значения всех типов дисперсий, за исключением ПМД, интенсивно растут при увеличении длины волны. Очевидно, что величина дисперсии тем значительнее, чем больше величина высоты профиля Δ. При уменьшении контраста между сердцевиной и оболочкой рис. 2г возможно достигнуть существенного уменьшения любого типа дисперсии:  $|\Delta\tau| < 1,5$  пс/км. Однако при этом приходится увеличивать радиус волокна r<sub>0</sub> с 10λ<sub>0</sub> до 20λ<sub>0</sub>, чтобы оно могло поддерживать распространение l = 1 мод.

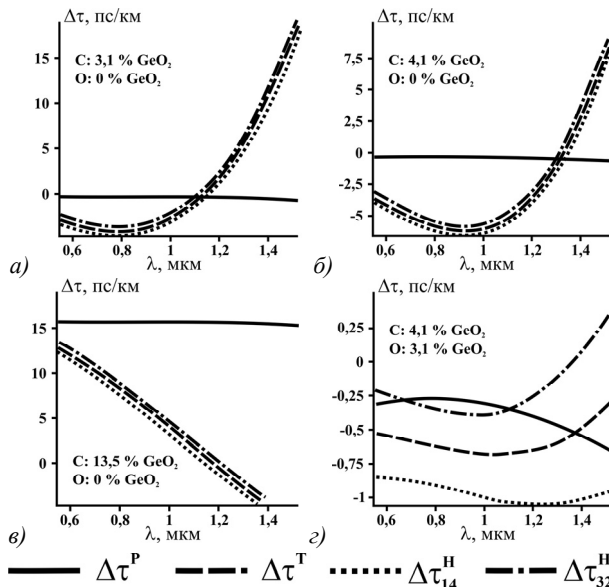


Рис. 2. Зависимость дисперсий  $\Delta\tau^{P,T,H}$  для вихревых l = 1 мод от длины волны для сильно скрученного сильно эллиптического волокна со ступенчатым профилем.

Процентное содержание примеси GeO<sub>2</sub> в плавленом кварце SiO<sub>2</sub> в сердцевине (C) и оболочке (O) указано на отдельных рисунках. Параметры системы: e = 0,14, H = 3 см, радиус сердцевины: (а), (б), (в) r<sub>0</sub> = 10λ<sub>0</sub>; г) r<sub>0</sub> = 20λ<sub>0</sub>; λ<sub>0</sub> = 632,8 нм

Если профиль волокна становится градиентным, то дисперсионные кривые начинают в более широком диапазоне «прижиматься» к нулю (рис. 3). Из рис. 3а видно, что при тех же геометрических и материальных параметрах градиентное волокно с сильной скруткой и эллиптичностью имеет разброс модуля дисперсии любого типа не более 1,5 пс/км во всём рассматриваемом диапазоне. Данное свойство сохраняется при росте концентрации примеси GeO<sub>2</sub> в сердцевине примерно до уровня 5,8%. При концентрациях 7% и 13,5% величина дисперсии значительно уве-

личивается, но имеет почти одинаковую величину (рис. 3б, в), разница наблюдается лишь в расположении точки околонулевой величины дисперсии. Из рис. 3г и рис. 2г видно, что для ступенчатого волокна с r<sub>0</sub> = 20λ<sub>0</sub> можно достичь почти тех же значений дисперсии, что и для градиентного волокна с r<sub>0</sub> = 10λ<sub>0</sub>. Заметим, что ПМД как в случае ступенчатого, так и в случае градиентного волокна очень мала по сравнению с другими видами дисперсии.

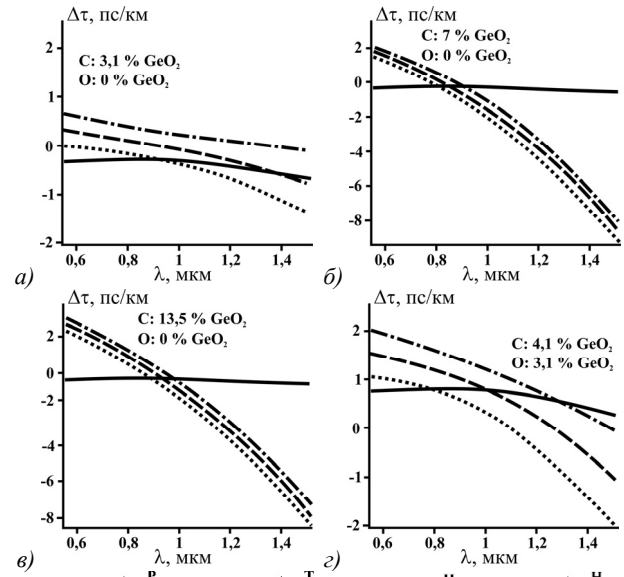


Рис. 3. Зависимость дисперсий  $\Delta\tau^{P,T,H}$  для вихревых l = 1 мод сильно скрученного сильно эллиптического волокна с градиентным профилем от длины волны. Содержание примесей в сердцевине (C) и оболочке (O) указано на отдельных рисунках. Параметры системы: r<sub>0</sub> = 10λ<sub>0</sub>, остальные параметры те же, что и для рис. 2

**Сильно скрученное волокно.** Достоинством ССВ в случае ступенчатого профиля является слабая зависимость гибридной дисперсии  $\Delta\tau_{12}^H$  от концентрации примеси GeO<sub>2</sub>. На рис. 4а приведены кривые для  $\Delta\tau_{12}^H$ , построенные для концентраций примесей GeO<sub>2</sub> 3,1% и 13,5%. Подобное поведение кривых объясняется тем, что постоянные распространения ОВ |1,1⟩ и |−1,−1⟩ содержат слагаемые ±2(1−g)q, в которых от длины волны зависит только параметр g. Его величина для всего рассматриваемого спектрального диапазона находится вблизи значения 0,08, что в значительной мере приводит к слабой зависимости  $\Delta\tau_{12}^H$  от длины волны.

Ситуация меняется, когда волокно становится градиентным. Для него гибридная дисперсия для ОВ |1,1⟩ и |−1,−1⟩ находится в пределах 20 пс/км, а для ОВ |1,−1⟩ и |−1,1⟩ она (с точностью до слагаемых второго порядка малости) равна нулю. Однако при этом появляются дополнительные топологические виды дисперсии (рис. 4б), и при большом оптическом контрасте их величина может достигать до ±150 пс/км (рис. 4в).

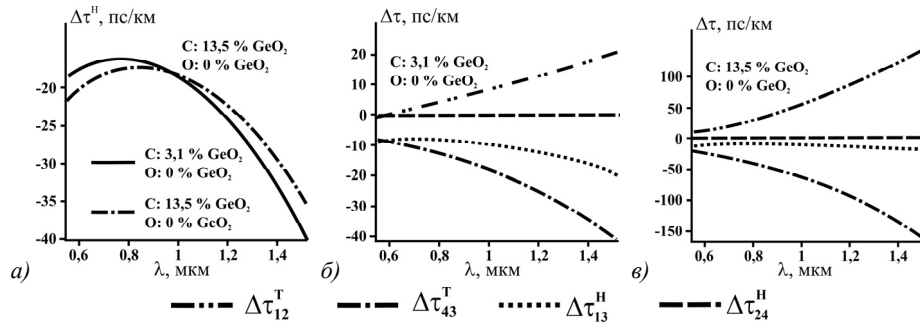


Рис. 4. Зависимость дисперсий  $\Delta\tau^{T,H}$  для вихревых  $l=1$  мод от длины волны для сильно скрученного волокна со ступенчатым (а) и градиентным (б, в) профилями. Процентное содержание примеси  $\text{GeO}_2$  в плавленом кварце  $\text{SiO}_2$  в сердцевине (С) и оболочке (О) указано на отдельных рисунках. Параметры системы:  $e = 0,025$ ,  $H = 1$  мм, радиус сердцевинки:  $r_0 = 10\lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 632,8$  нм

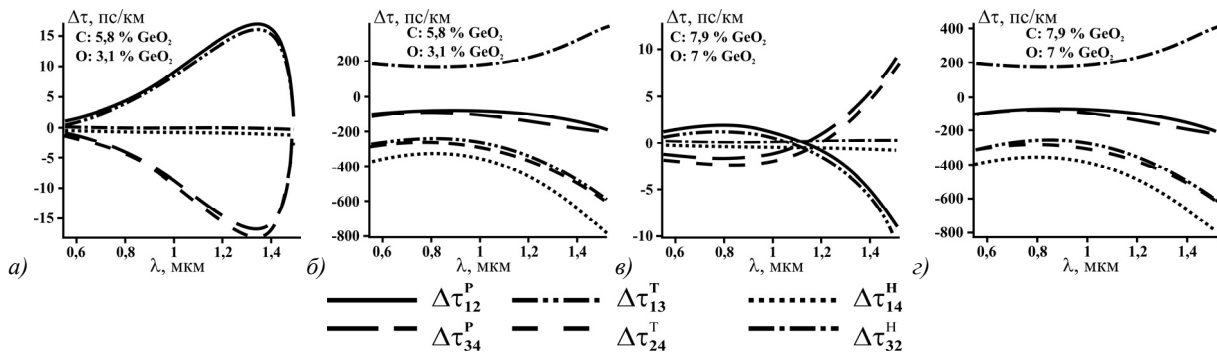


Рис. 5. Зависимость дисперсий  $\Delta\tau^{P,T,H}$  для вихревых  $l=3$  мод от длины волны для СЭВ с КМН со ступенчатым (а, б) и градиентным (в, з) профилями. Процентное содержание примеси  $\text{GeO}_2$  в плавленом кварце  $\text{SiO}_2$  в сердцевине (С) и оболочке (О) указано на отдельных рисунках. Параметры системы:  $e = 0,14$ ,  $H = 10$  см (а, в) и  $H = 0,1$  мм (б, з), радиус сердцевинки:  $r_0 = 18\lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 632,8$  нм

**СЭВ с КМН в случае  $l > 1$ .** Моды такого волокна представляют собой ОВ (25), и в системе присутствуют все типы дисперсии. Расчёты показывают, что при большом шаге скрутки волокна ГМД (рис. 5а, в) при ступенчатом и градиентном профилях почти равна нулю. Остальные типы дисперсии могут быть достаточно сильно минимизированы (до 15 пс/км). При этом в рассматриваемом нами диапазоне есть точки, вблизи которых они принимают околонулевое значение (рис. 5а, в). При малых значениях шага скрутки волокна дисперсия радикально увеличивается (рис. 5б, з). Нужно также отметить, что по величине все виды дисперсии (кроме ГМД) для волокна со ступенчатым профилем и теми же параметрами, что указаны для рис. 5в, существенно выше для больших длин волн. Таким образом, в некоторых случаях градиентный профиль позволяет минимизировать величину дисперсии для высших оптических вихрей.

**Заключение**

В данной работе изучена дисперсия оптических вихрей в скрученных эллиптических волокнах с крутильными механическими напряжениями. Получены аналитические выражения для поляризационной, топологической и гибридной дисперсий. Установлено, что в сильно эллиптических сильно скрученных волокнах с градиентным и ступенчатым профилями по-

казателя преломления при определённых параметрах системы все виды дисперсии для вихревых мод с единичным топологическим зарядом могут принимать околонулевые значения в спектральном диапазоне от 550 нм до 1550 нм. Показано, что для оптических вихрей с высшими значениями топологического заряда все виды дисперсии могут иметь почти нулевые значения как при ступенчатом, так и градиентном профилях.

**Благодарности**

Данная работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-22-00425).

**References**

- [1] Snyder AW, Love JD. Optical waveguide theory. London, New York: Chapman and Hall; 1983.
- [2] Lin C, Kogelnik H, Cohen LG. Optical-pulse equalization of low-dispersion transmission in single-mode fibers in the 1.3–1.7- $\mu\text{m}$  spectral region. Opt Lett 1980; 5: 476-478. DOI: 10.1364/OL.5.000476.
- [3] Ouellette F. All-fiber filter for efficient dispersion compensation. Opt Lett 1991; 16: 303-305. DOI: 10.1364/OL.16.000303.
- [4] Poole CD, Wiesenfeld JM, McCormick AR, Nelson KT. Broadband dispersion compensation by using the higher-order spatial mode in a two-mode fiber. Opt Lett 1992; 17: 985-987. DOI: 10.1364/OL.17.000985.
- [5] Poole CD, Wiesenfeld JM, DiGiovanni DJ, Vengsarkar AM. Optical fiber-based dispersion compensation using

- higher order modes near cutoff. *J Lightw Technol* 1994; 12: 1746-1758. DOI: 10.1109/50.337486.
- [6] Menashe D, Tur M, Danziger Y. Interferometric technique for measuring dispersion of high order modes in optical fibers. *Electron Lett* 2001; 37: 1439-1440. DOI: 10.1049/el:20010987.
- [7] Roy A, Sharan P, Acharya HN. Optimal design of broadband long period grating-based LP01↔LP02 mode converters for dispersion compensation. *Opt Quantum Electron* 2003; 35: 651-661. DOI: 10.1023/A:1023900217486.
- [8] Ahn T-J, Jung Y, Oh K, Young Kim D. Optical frequency-domain chromatic dispersion measurement method for higher-order modes in an optical fiber. *Opt Express* 2005; 13: 10040-10048. DOI: 10.1364/OPEX.13.010040.
- [9] Zolnacz K, Szatkowski M, Masajada J, Urbanczyk W. Broadband chromatic dispersion measurements in higher-order modes selectively excited in optical fibers using a spatial light modulator. *Opt Express* 2021; 29: 13256-13268. DOI: 10.1364/OE.422736.
- [10] Zhao W, Wang Y, Li S-a, Geng W, Bao C, Fang Y, Wang Z, Liu Y-g, Ren Y, Pan Z, Yue Y. Non-zero dispersion-shifted ring fiber for the orbital angular momentum mode. *Opt Express* 2021; 29: 25428-25438. DOI: 10.1364/OE.424886.
- [11] Sidorova M, Pavlov SG, Semenov AD, Gensch M, Hübers HW. Fiber-dispersive Raman spectrometer with single-photon sensitivity. *Opt Express* 2021; 29: 20941-20951. DOI: 10.1364/OE.425492.
- [12] Geng W, Fang Y, Wang Y, Bao C, Wang Z, Liu Y-g, Huang H, Ren Y, Pan Z, Yue Y. Highly dispersive germanium-doped coupled ring-core fiber for vortex modes. *J Lightw Technol* 2022; 40: 2144-2150. DOI: 10.1109/JLT.2021.3133448.
- [13] Gordon JP, Kogelnik H. PMD fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers. *Proc Natl Acad Sci USA* 2000; 97: 4541-4550. DOI: 10.1073/pnas.97.9.4541.
- [14] Sunnerud H, Karlsson M, Chongjin X, Andrekson PA. Polarization-mode dispersion in high-speed fiber-optic transmission systems. *J Lightw Technol* 2002; 20: 2204-2219. DOI: 10.1109/JLT.2002.806765.
- [15] Fujii Y, Sano K. Polarization coupling in twisted elliptical optical fiber. *Appl Opt* 1980; 19: 2602-2605. DOI: 10.1364/AO.19.002602.
- [16] Barlow AJ, Ramskov-Hansen JJ, Payne DN. Birefringence and polarization mode-dispersion in spun single-mode fibers. *Appl Opt* 1981; 20: 2962-2968. DOI: 10.1364/AO.20.002962.
- [17] Li MJ, Nolan DA. Fiber spin-profile designs for producing fibers with low polarization mode dispersion. *Opt Lett* 1998; 23: 1659-1661. DOI: 10.1364/OL.23.001659.
- [18] Wang Y, Xu C-Q, Izraelian V. Characterization of spun fibers with millimeter spin periods. *Opt Express* 2005; 13: 3841-3851. DOI: 10.1364/OPEX.13.003841.
- [19] Wang L, Vaity P, Chatigny S, Messaddeq Y, Rusch LA, LaRochelle S. Orbital-angular-momentum polarization mode dispersion in optical fibers. *J Lightw Technol* 2016; 34: 1661-1671. DOI: 10.1109/JLT.2015.2506461.
- [20] Cao H, Gao S-C, Zhang C, Wang J, He D-Y, Liu B-H, Zhou Z-W, Chen Y-J, Li Z-H, Yu S-Y, Romero J, Huang Y-F, Li C-F, Guo G-C. Distribution of high-dimensional orbital angular momentum entanglement over a 1 km few-mode fiber. *Optica* 2020; 7: 232-237. DOI: 10.1364/OPTICA.381403.
- [21] Barshak EV, Yavorsky MA, Vikulin DV, Lapin BP, Volyar AV, Alexeyev CN. Polarization and topological mode dispersion of optical vortices in circular optical fibers. *Computer Optics* 2019; 43(1): 25-34. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-1-25-34.
- [22] Barshak EV, Alexeyev CN, Lapin BP, Yavorsky MA. Novel types of mode dispersion of optical vortices in twisted optical fibers. *Proc Int Conf DAYS on DIFFRACTION* 2019: 11-16.
- [23] Alexeyev C, Barshak E, Fridman Y, Yavorsky M. Optical vortices in twisted elliptical optical fibers with torsional stress. *Appl Opt* 2012; 51: C163-C169. DOI: 10.1364/AO.51.00C163.
- [24] Barshak EV, Alexeyev CN, Lapin BP, Yavorsky MA. Twisted anisotropic fibers for robust orbital-angular-momentum-based information transmission. *Phys Rev A* 2015; 91: 033833. DOI: 10.1103/PhysRevA.91.033833.
- [25] Barshak EV, Yavorsky MA, Vikulin DV, Lapin BP, Volyar AV, Alexeyev CN. Polarization and topological mode dispersion of optical vortices in circular optical fibers. *Computer Optics* 2019; 43(1): 25-34. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-1-25-34.
- [26] Fleming JW. Dispersion in GeO<sub>2</sub>-SiO<sub>2</sub> glasses. *Appl Opt* 1984; 23: 4486-4493. DOI: 10.1364/AO.23.004486.

#### Сведения об авторах

**Лалин Борис Петрович**, 1986 года рождения, кандидат физико-математических наук; в 2009 году окончил Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского по специальности «Физика», работает в должности доцента на кафедре общей физики в Физико-техническом институте Крымского федерального университета. Область научных интересов: волоконная сингулярная оптика. E-mail: [lapinboris@gmail.com](mailto:lapinboris@gmail.com)

**Баршак Елена Владимировна**, 1989 года рождения, в 2011 году окончила Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского по специальности «Физика», кандидат физико-математических наук (2017). Занимает должность доцента кафедры физики конденсированных сред, физических методов и информационных технологий в медицине Физико-технического института КФУ им. В.И. Вернадского. Область научных интересов: волоконная оптика, сингулярная оптика. E-mail: [lena.barshak@gmail.com](mailto:lena.barshak@gmail.com)

**Викulin Дмитрий Вячеславович**, 1996 года рождения, в 2017 году окончил Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского по специальности 03.03.02 «Физика», является ассистентом кафедры системного анализа и информатизации Физико-технического института Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского. Область научных интересов: волоконная оптика, волоконная акустооптика, сингулярная оптика. E-mail: [vikulindmitriy@mail.ru](mailto:vikulindmitriy@mail.ru)

---

**Алексеев Константин Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, 1960 года рождения; в 1982 году окончил Симферопольский государственный университет по специальности «Физика», работает профессором на кафедре теоретической физики в Физико-техническом институте Крымского федерального университета. Область научных интересов: волоконная сингулярная оптика. E-mail: [c.alexeyev@yandex.ua](mailto:c.alexeyev@yandex.ua)

**Яворский Максим Александрович**, 1982 года рождения, в 2004 году окончил Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского по специальности «Физика», доктор физико-математических наук, профессор. Работает заместителем директора по научной работе Физико-технического института КФУ им. В.И. Вернадского. Область научных интересов: волоконная оптика, акустооптика, сингулярная оптика. E-mail: [mayavorsky@yahoo.com](mailto:mayavorsky@yahoo.com)

---

ГРНТИ: 29.31.27

Поступила в редакцию 30 апреля 2023 г. Окончательный вариант – 5 июля 2023 г.

---



---

# Dispersion of optical vortices in twisted elliptical-core optical fibers with torsional stresses

*B.P. Lapin<sup>1</sup>, E.V. Barshak<sup>1</sup>, D.V. Vikulin<sup>1</sup>, C.N. Alexeyev<sup>1</sup>, M.A. Yavorsky<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup> V.I. Vernadsky Crimean Federal University 295000, Simferopol, Russia, Republic of Crimea, Prospekt Vernadskogo, 4*

## *Abstract*

In this paper, the dispersion of optical vortices (OVs) with a topological charge  $l \geq 1$  in twisted elliptical fibers (TEF) with torsional stresses (TS) is studied. Analytical expressions for polarization, topological, and hybrid dispersion are derived from the spectra of vortex modes in step- and gradient-index TEFs with TS. It is shown that in strongly twisted fibers with a gradient refractive index profile, new types of dispersion appear in comparison with the case of a step-index profile. The dependence of the dispersion of OVs on the material and geometrical parameters of the fiber is studied numerically. It is established that in step-index TEFs with TS, there is a spectral region near which all types of dispersion for OVs with  $l \geq 1$  take a near zero value. It is also demonstrated that for TEFs with a gradient profile, this regime is realized for strongly twisted strongly elliptical fibers.

*Keywords:* optical fiber, torsional mechanical stresses, dispersion, optical vortex.

*Citation:* Lapin BP, Barshak EV, Vikulin DV, Alexeyev CN, Yavorsky MA. Dispersion of optical vortices in twisted elliptical-core optical fibers with torsional stresses. *Computer Optics* 2024; 48(1): 53-60. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1340.

*Acknowledgements:* This work was financially supported by the Russian Science Foundation under project No. 23-22-00425.

---

## *Authors' information*

**Boris Petrovich Lapin**, (born in 1986), Candidate of Physical and Mathematical Sciences; graduated from the V.I. Vernadsky Taurida National University (specialty "Physics") in 2009, currently an Associate Professor at the Physical-Technical Institute of the Crimean Federal University. Research interests: singular fiber optics.

E-mail: [lapinboris@gmail.com](mailto:lapinboris@gmail.com)

**Elena Vladimirovna Barshak**, (b. 1989), PhD, she holds the position of an Associate Professor of Condensed Matter Physics, Physical Methods and Information Technologies in Medicine at the Physical-Technical Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Research interests are fiber optics, singular optics.

E-mail: [lena.barshak@gmail.com](mailto:lena.barshak@gmail.com)

**Dmitriy Vyacheslavovich Vikulin**, (b. 1996) graduated from V.I. Vernadsky Crimean Federal University in 2017, majoring in Physics. Currently he is an assistant of System Analysis and Informatization department at the Physical-Technical Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Research interests are fiber optics, fiber acousto-optics, singular optics. E-mail: [vikulindmitriy@mail.ru](mailto:vikulindmitriy@mail.ru)

**Constantine Nikolayevich Alexeyev**, (b. 1960) Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, graduated from Simferopol State University in 1982 with a degree in Physics, currently a professor at the Theoretical Physics department at the Physical-Technical Institute of the Crimean Federal University. Research interests: singular fiber optics. E-mail: [c.alexeyev@yandex.ua](mailto:c.alexeyev@yandex.ua)

**Maxim Alexandrovich Yavorsky** (b. 1982) graduated from V.I. Vernadsky Taurida National University in 2004, majoring in Physics, doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor. Currently he works as the vice director in science at the Physical-Technical Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Research interests are fiber optics, acousto-optics, singular optics. E-mail: [maxyavorsky@yahoo.com](mailto:maxyavorsky@yahoo.com)

---

*Received April 30, 2023. The final version – July 5, 2023.*

---