

Фурье-инвариантный пучок Лагерра–Гаусса с автофокусировкой

В.В. Котляр^{1,2}, Е.Г. Абрамочкин³, А.А. Ковалев^{1,2}, Е.С. Козлова^{1,2}, А.А. Савельева^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34;

³ Самарский филиал Физического института имени П.Н. Лебедева Российской академии наук,
443011, Россия, г. Самара, ул. Ново-Садовая, д. 221

Аннотация

В работе рассмотрен новый пучок Лагерра–Гаусса, который отличается от обычных модовых пучков Лагерра–Гаусса, сохраняющих с точностью до масштаба структуру распределения интенсивности. Этот пучок не сохраняет свою структуру при распространении в свободном пространстве, но обладает интересными свойствами. Этот пучок Фурье-инвариантный и имеет в начальной плоскости (в плоскости перетяжки) и в дальней зоне дифракции увеличенную область темного. То есть диаметр центрального темного круга в сечении пучка может быть больше, чем у обычных пучков Лагерра–Гаусса. При сохранении топологического заряда пучка, меняя индексы многочлена Лагерра, можно увеличивать или уменьшать эффективный диаметр центрального темного пятна интенсивности. Кроме того, данный пучок обладает свойством автофокусировки, то есть на расстоянии Рэлея от перетяжки распределение интенсивности имеет вид светового кольца (при любом значении радиального индекса) с минимальным диаметром и максимальной интенсивностью на кольце. Данный пучок можно применять для манипулирования микрочастицами без использования дополнительной сферической линзы для его фокусировки.

Ключевые слова: оптический вихрь, пучок Лагерра–Гаусса, преобразование Фурье, преобразование Френеля.

Цитирование: Котляр, В.В. Фурье-инвариантный пучок Лагерра–Гаусса с автофокусировкой / В.В. Котляр, Е.Г. Абрамочкин, А.А. Ковалев, Е.С. Козлова, А.А. Савельева // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 2. – С. 180-185. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1374.

Citation: Kotlyar VV, Abramochkin EG, Kovalev AA, Kozlova ES, Savelyeva AA. Fourier-invariant autofocused Laguerre-Gaussian beams. Computer Optics 2024; 48(2): 180-185. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1374.

Введение

Интерес к лазерным вихревым пучкам Лагерра–Гаусса (ЛГ) устойчиво сохраняется на протяжении многих лет. Это объясняется их широким применением на практике в задачах микроманипулирования [1], беспроводной телекоммуникации [2], зондирования атмосферы [3], квантовой информатике [4], охлаждении атомов [5], оптической микроскопии отдельных молекул [6] и квантовых точек [7]. Кроме того, пучки ЛГ очень хорошо теоретически исследованы, например, именно для пучков ЛГ было показано, что свет может обладать орбитальным угловым моментом (ОУМ) [8]. Известно много модернизаций пучков ЛГ, например, элегантные пучки ЛГ [9], пучки Лагерра–Эрмита–Гаусса [10], асимметричные пучки ЛГ [11] и асимметричные пучки с полущелым топологическим зарядом [12], произведение пучков ЛГ [13]. Создавать пучки ЛГ можно с помощью лазеров [14–17], модовых конверторов [18] и с помощью пространственного модулятора света [19]. И несмотря на долгую историю пучков ЛГ, их потенциал еще не исчерпан.

В этой работе мы рассматриваем новый пучок ЛГ, топологический заряд которого равен разности азимутального и радиального индексов многочлена Ла-

герра, степень радиальной переменной равна сумме азимутального и радиального индексов. Таким образом, у данного пучка топологический заряд и степень, в которую возводится радиальная переменная, не равны друг другу, как они равны у обычного пучка ЛГ. Поэтому при распространении в свободном пространстве такой пучок не сохраняет структуру интенсивности, зато имеет другие интересные свойства: автофокусировку и возможность контролировать диаметр центрального темного пятна интенсивности без изменения величины топологического заряда пучка.

1. Фурье-инвариантные пучки Лагерра–Гаусса с увеличенной областью темного

Рассмотрим комплексную амплитуду параксиального когерентного монохроматического светового поля в начальной плоскости ($z=0$):

$$E_{m,n}(r, \varphi) = \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i(m-n)\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{m+n} L_n^m\left(\frac{r^2}{w^2}\right), \quad (1)$$

где (r, φ) – полярные координаты, w – радиус перетяжки Гауссова пучка, $L_n^m(x)$ – присоединенный многочлен Лагерра, n и m – целые числа. Этот пучок отличается от обычных пучков Лагерра–Гаусса и не сохраняет

структуру световых колец интенсивности при распространении в свободном пространстве. Но, как мы далее покажем, пучок (1) обладает интересными и полезными для приложений свойствами: 1) пучок (1) обладает свойством Фурье-инвариантности, 2) свойством автофокусировки на расстоянии Рэлея от перетяжки и 3) имеет увеличенную область темного вблизи оптической оси, то есть диаметр центрального темного пятна интенсивности можно изменять (увеличивать) без изменения величины топологического заряда.

Заметим, что нормированный ОУМ данного пучка будет равен его топологическому заряду, $m - n$. То есть будет зависеть и от азимутального, и от радиального индексов многочлена Лагерра в (1). То, что ОУМ структурно-устойчивых пучков определяется обоими индексами многочленов Лагерра, входящих в суперпозицию, известно [20, 21]. Причем в [21] показано, что можно сформировать такую суперпозицию пучков ЛГ, у которой при изменении параметра будет изменяться ОУМ, величина которого будет зависеть от суммы радиальных и азимутальных индексов многочленов Лагерра, входящих в суперпозицию.

Из (1) видно, что топологический заряд оптического вихря равен $m - n$ и нормированный на мощность пучка орбитальный угловой момент также равен $m - n$. Число колец у пучка равно $n + 1$, так как у многочлена Лагерра радиальный индекс равен n . Но так как пучок (1) не сохраняет своей структуры при распространении, то число колец может меняться. Поэтому $n + 1$ – это максимальное число колец пучка (1). Далее возьмем производную от интенсивности поля (1) $I_{m,n}(r, \varphi) = |E_{m,n}(r, \varphi)|^2$ по переменной r/w и приравняем ее к нулю. Получим уравнение для нахождения экстремумов интенсивности:

$$L_n^m(y)(m - 3y) + yL_n^{m+1}(y) = 0, \quad y = \left(\frac{r}{w}\right)^2. \quad (2)$$

Уравнение (2) имеет вид алгебраического уравнения $n + 1$ степени, и поэтому аналитически решить его можно только при малых n . Например, используя, что при $n = 1$ многочлен Лагерра имеет вид $L_1^m(y) = -y + (m + 1)$, из (2) можно получить, что радиус первого светлого кольца интенсивности будет равен $r = 2\sqrt{m}$. В общем случае радиус первого светлого кольца будет зависеть от радиального числа n , как следует из (2). Амплитуду (1) можно записать в виде

$$E_{l,n}(r, \varphi) = \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + il\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{l+2n} L_n^{l+n}\left(\frac{r^2}{w^2}\right), \quad (3)$$

у которого топологический заряд равен l и которое сводится к (1) простой заменой $l = m - n$. Из (3) видно, что без изменения топологического заряда ($l = \text{const}$) можно менять эффективный диаметр темной области вблизи оптической оси, изменяя только номер $n > 0$. Увеличивая n , область темных значений интенсивности

вблизи оптической оси увеличивается, а при уменьшении n – область темного уменьшается.

Пучок (1), хотя и не является обычным структурно-устойчивым пучком ЛГ, но является Фурье-инвариантным. Можно показать, что выполняется равенство [22]:

$$\begin{aligned} E_{m,n}(\rho, \theta, z) &= \left(\frac{-ik}{2\pi f}\right) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i(m-n)\varphi\right) \times \\ &\times \left(\frac{r}{w}\right)^{m+n} L_n^m\left(\frac{r^2}{w^2}\right) \exp\left(-\frac{ikr\rho}{f} \cos(\varphi - \theta)\right) r dr d\varphi = (4) \\ &= (-i)^{m-n+1} \left(\frac{2z_0}{f}\right) \exp(-\xi^2 + i(m-n)\theta) \xi^{m+n} L_n^m(\xi), \end{aligned}$$

где $\xi = z_0\rho/fw$, $z_0 = kw^2/2$ – длина Рэлея, (ρ, θ) – полярные координаты в Фурье-плоскости, f – фокусное расстояние сферической линзы, выполняющей Фурье-преобразование. Из (4) видно, что комплексная амплитуда светового поля в фокусе линзы равна амплитуде светового поля (1) с точностью до масштаба и постоянной величины.

2. Преобразование Френеля от пучка Лагерра–Гаусса с увеличенной областью темного

Чтобы получить преобразование Френеля начального светового поля (1) в виде конечной суммы обычных пучков ЛГ, надо найти коэффициенты разложения в конечной сумме вида:

$$r^{2n} L_p^{n+1}(r^2) L_q^n(r^2) = \sum_{k=0}^{p+q+n} C_k L_k^l(2r^2). \quad (5)$$

Верхний предел в сумме (5) выбирался, как в [13], из соображений, чтобы в сумме число коэффициентов C_k было равно сумме всех индексов в левой части $p + q + n + 1$, которых нет в правой части. Тогда пучок (1) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} E(r, \varphi) &= \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i(m-n)\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{m+n} L_n^m\left(\frac{r^2}{w^2}\right) = \\ &= \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + il\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{l+2n} L_n^{l+n}\left(\frac{r^2}{w^2}\right) = \{p = n, q = 0\} = \\ &= \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + il\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^l \left[\left(\frac{r}{w}\right)^{2n} L_p^{l+n}\left(\frac{r^2}{w^2}\right) L_q^n\left(\frac{r^2}{w^2}\right)\right] = \\ &= \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + il\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{p+q+n} \sum_{k=0}^{p+q+n} C_k L_k^{(l+n-n)}\left(\frac{2r^2}{w^2}\right) = \\ &= \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + il\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^l \sum_{k=0}^{2n} C_k L_k^l\left(\frac{2r^2}{w^2}\right) = \\ &= 2^{-l/2} \sum_{k=0}^{2n} C_k \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + il\varphi\right) \left(\frac{\sqrt{2}r}{w}\right)^l L_k^l\left(\frac{2r^2}{w^2}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$C_k = \frac{(P+l+n)!k!}{2^{p+n-k}(l+k)!p!} P_k^{(p-k, q+n-k)}(0) P_q^{(p+n-k, k+l-q)}(0),$$

при условии, что $p = n, q = 0$, коэффициенты примут вид:

$$C_k = \frac{(l+2n)!k!}{2^{2n-k}(l+k)!n!} P_k^{(n-k, n-k)}(0) P_0^{(2n-k, k+l)}(0), \quad (7)$$

где $P_s^{(u,v)}(0)$ – многочлены Якоби в нуле. Из (7) следует, что световое поле (1) является суперпозицией конечного числа обычных пучков ЛГ. Поэтому можно получить комплексную амплитуду светового поля (1) на любом расстоянии z от начальной плоскости:

$$E_{l,n}(r, \varphi, z) = 2^{-l/2} \left(\frac{w}{w(z)} \right) \sum_{s=0}^{2n} C_s \exp \left(-\frac{r^2}{w^2(z)} + \frac{izr^2}{z_0 w^2(z)} + il\varphi \right) \times (8) \\ \times \exp(i(2s+l+1)\psi(z)) \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right)^l L_s^l \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right),$$

где $w(z) = w(1+z^2/z_0^2)^{1/2}$ – радиус Гауссова пучка на расстоянии z , $z_0 = k w^2/2$ – длина Рэлея, где k – волновое число света, $\psi(z) = \arctan(z/z_0)$ – фаза Гоу. Коэффициенты в (8) можно упростить, используя свойства многочленов Якоби: $P_0^{(u,v)}(x) = 1, P_{2p+1}^{(v,v)}(0) = 0$, получим

$$C_s = \frac{(l+2n)!s!}{2^{2n-s}(l+s)!n!} P_s^{(n-s, n-s)}(0), \quad (9) \\ s = 2p, \quad p = 0, 1, 2, \dots, n.$$

Из (9) следует, что в сумме (8) отличные от нуля только четные слагаемые по s . При этом многочлен Якоби в (9) можно вычислять, как конечную сумму:

$$P_s^{(n-s, n-s)}(0) = \frac{(n!)^2}{2^s} \sum_{p=0}^s \frac{(-1)^{s-p}}{p!(s-p)!(n-p)!(n-s+p)!}. \quad (10)$$

В (8) можно вынести все слагаемые, которые не суммируются из-под знака суммы, тогда под знаком суммы останется выражение:

$$\sum_{s=0}^{2n} C_s \exp(i[2s\psi(z)]) L_s^l \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right). \quad (11)$$

При $z = 0$ в (11) фаза Гоу равна нулю, и комплексная амплитуда (8) совпадает с начальной амплитудой (6). В пределе при $z \gg z_0$ фаза Гоу равна $\pi/2$ и в (11) экспоненты будут равны $(-1)^s = 1$, так как $s = 2r$. То есть суммы (11) при $z = 0$ и при $z \gg z_0$ совпадают. Это еще раз доказывает, что поле (1) в дальней зоне дифракции совпадает с полем в перетяжке. При $z = z_0$ фаза Гоу $\psi(z)$ равна $\pi/4$, тогда экспонента в (11) равна $\exp(i2s\psi(z_0)) = i^s$, и так как в сумме (11) только четные слагаемые, то $i^s = (-1)^{r/2}$, $r = 0, 1, 2, \dots, n$. Поэтому в сумме все слагаемые действительные и знакопеременные.

Заметим, что пучок (3) представляет собой конечную суперпозицию пучков ЛГ (8) с разными радиальными индексами, но с одним и тем же азимутальным числом l . Поэтому топологический заряд пучка (8) будет сохраняться при распространении и будет равен l . Пучок (8) имеет радиально-симметричную структуру, то есть имеет интенсивность в виде конечного числа световых колец, число которых может меняться при распространении. Оптический вихрь у такого пучка (8) находится на оптической оси. Дополнительных неосевых вихрей при распространении пучка (8) возникать не может, так как это приводило бы к нарушению радиальной симметрии в сечении пучка.

Из (1) видно, что радиальный индекс многочлена Лагерра равен n , и поэтому всего корней у многочлена Лагерра тоже n , а у пучка ЛГ (1) светлых колец поэтому $n + 1$. Из (11) видно, что радиальный индекс у многочлена Лагерра равен $2n$. Казалось бы, что и корней (нулей) у суммы (11) тоже будет $2n$. Но это не так. В сумме отличными от нуля являются только четные члены, поэтому после замены аргумента x у многочлена Лагерра $x^2 = y$ сумма (11) относительно аргумента y будет иметь максимальный показатель n и максимальное число корней, равное n .

3. Моделирование

В этом параграфе с помощью преобразования Френеля для пучка ЛГ (1) будут рассчитаны распределения интенсивности и фазы на разных расстояниях от начальной плоскости.

Параметры расчёта: длина волны $\lambda = 532$ нм, радиус перетяжки Гауссова пучка $w_0 = 0,5$ мм, азимутальный индекс многочлена Лагерра $m = 4$ и радиальный индекс $n = 3$. На рис. 1 показаны двумерные распределения интенсивности (рис. 1а) и фазы (рис. 1б) для начального пучка (1) с указанными выше параметрами, а также сечение интенсивности по радиусу (рис. 1в).



Рис. 1. Двумерные распределения интенсивности а) и фазы б), а также сечение интенсивности по радиусу в) исходного пучка. Белая черта – 1 мкм.

Далее были получены распределения интенсивности и фазы формирующегося поля до автофокуса на расстоянии от перетяжки z/z_0 : $1/4$ (а–в), $1/2$ (г–е), $3/4$ (ж–и). Из рис. 2 видно, что пучок плавно фокусируется в узкое кольцо.

Далее были получены распределения интенсивности и фазы формирующегося поля в фокусе и на некотором расстоянии после него, но все еще в зоне Френеля. Рис. 3 демонстрирует распределения интенсивности и фазы исходного пучка (1) на расстоянии от перетяжки z/z_0 : 1 (а–в), $1,5$ (г–е), 2 (ж–и).

Из рис. 3 видно, что на расстоянии Рэлея z_0 от перетяжки формируется одно светлое кольцо с радиусом, примерно равным 0,4 мкм, что эквивалентно фокусировке Гауссова пучка с радиусом перетяжки 0,5 мкм сферической линзой с числовой апертурой примерно 0,4. Заметим, что в начальной плоскости радиус первого светлого кольца почти в 2 раза больше, чем радиус перетяжки и равен примерно 0,9 мкм. Такой радиус у обычного пучка ЛГ с перетяжкой 0,5 мкм был бы при топологическом заряде 3. А у пучка ЛГ (1) топологический заряд равен $m - n = 4 - 3 = 1$. Это видно из распределения фазы на рис. 1 – 3.

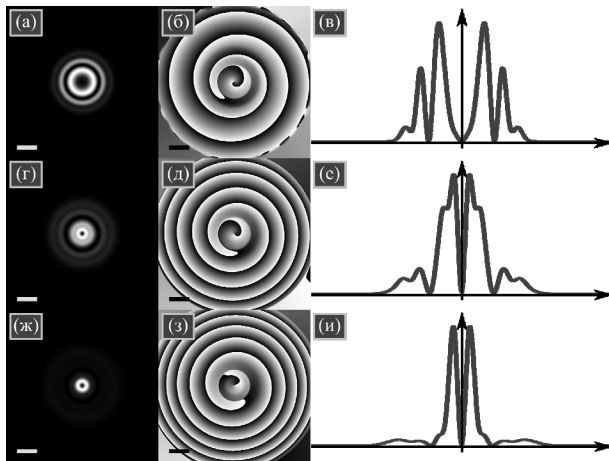


Рис. 2. Двумерное распределение интенсивности (первый столбец) и фазы (второй столбец), а также сечение интенсивности по радиусу (третий столбец) исходного пучка (рис. 1) в ближней зоне до автофокусировки на расстояниях: $0,25z_0$ (а–в), $0,5z_0$ (г–е), $0,75z_0$ (ж–и)

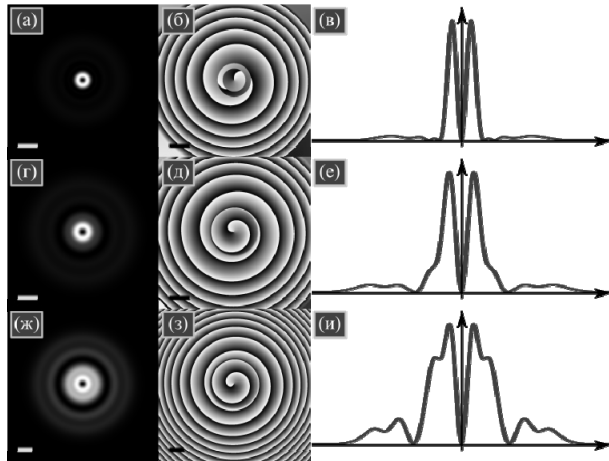


Рис. 3. Двумерное распределение интенсивности (первый столбец) и фазы (второй столбец), а также сечение интенсивности по радиусу (третий столбец) исходного пучка (рис. 1) в фокусе и после него на расстояниях: $1z_0$ (а–в), $1,5z_0$ (г–е), $2z_0$ (ж–и)

Далее были получены распределения интенсивности и фазы формирующегося поля в дальней зоне на расстоянии от перетяжки z/z_0 : 3 (а–в), 4 (г–е), 10 (ж–и).

Из рис. 4 видно, что распределение интенсивности меняется слабо. Ее форма на расстоянии $4z_0$ и $10z_0$

практически совпадает, в то время как на расстоянии $2z_0$ она отличается значительно.

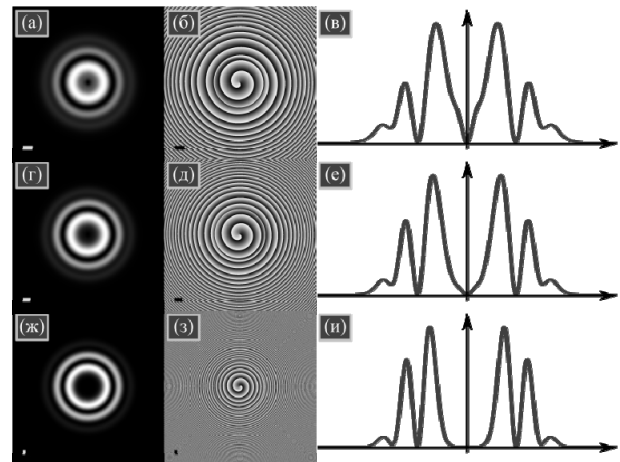


Рис. 4. Двумерное распределение интенсивности (первый столбец) и фазы (второй столбец), а также сечение интенсивности по радиусу (третий столбец) исходного пучка (рис. 1) в дальней зоне на расстояниях: $3z_0$ (а–в), $4z_0$ (г–е), $10z_0$ (ж–и)

Заключение

В работе рассмотрен пучок ЛГ, который отличается от обычных модовых пучков ЛГ. Этот пучок не сохраняет свою структуру при распространении в свободном пространстве, но обладает интересными свойствами. Этот пучок Фурье-инвариантный, имеет в начальной плоскости (в плоскости перетяжки) и в дальней зоне дифракции увеличенную область темного. То есть при сохранении топологического заряда пучка, меняя радиальный индекс многочлена ЛГ, можно увеличивать эффективный диаметр центрального темного пятна интенсивности или уменьшать. Пучок обладает свойством автофокусировки, то есть на расстоянии Рэлея от перетяжки распределение интенсивности имеет вид светового кольца (при любом значении радиального индекса) с минимальным диаметром и максимальной интенсивностью на кольце. Данный пучок можно применять для манипулирования микрочастицами без использования дополнительной сферической линзы для его фокусировки.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда грант № 22-12-00137 в части «Преобразование Френеля от пучка Лагерра–Гаусса с увеличенной областью темного» и «Моделирование» и в рамках государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» в частях «Введение», «Заключение».

References

[1] Prentice PA, MacDonald MP, Frank TG, Cuschieri A, Spalding GC, Sibbett W, Campbell PA, Dholakia K. Manipulation and filtration of low index particles with holographic Laguerre–Gaussian optical trap arrays. *Opt Express* 2004; 12: 593-600. DOI: 10.1364/OPEX.12.000593.

- [2] Doster T, Watnik AT. Laguerre–Gauss and Bessel–Gauss beams propagation through turbulence: analysis of channel efficiency. *Appl Opt* 2016; 55: 10239-10246. DOI: 10.1364/AO.55.010239.
- [3] Ferlic NA, Iersel M, Paulson DA, Davis CC. Propagation of Laguerre–Gaussian and Im–Bessel beams through atmospheric turbulence: A computational study. *Proc SPIE* 2020; 11506: 115060H. DOI: 10.1117/12.2567348.
- [4] Ghaderi GAM, Mahmoudi M. Laguerre–Gaussian modes generated vector beam via nonlinear magneto-optical rotation. *Sci Rep* 2021; 11: 5972. DOI: 10.1038/s41598-021-85249-8.
- [5] Cao M, Yu Y, Zhang L, Ye F, Wang Y, Wei D, Zhang P, Guo W, Zhang S, Gao H, Li F. Demonstration of CNOT gate with Laguerre Gaussian beams via four-wave mixing in atom vapor. *Opt Express* 2014; 22: 20177-20184. DOI: 10.1364/OE.22.020177.
- [6] Dedecker P, Muls B, Hofkens J, Enderlein J, Hotta J. Orientational effects in the excitation and de-excitation of single molecules interacting with donut-mode laser beams. *Opt Express* 2007; 15: 3372-3383. DOI: 10.1364/OE.15.003372.
- [7] Bokor N, Iketaki Y, Watanabe T, Fujii M. Investigation of polarization effects for high-numerical-aperture first-order Laguerre–Gaussian beams by 2D scanning with a single fluorescent microbead. *Opt Express* 2005; 13: 10440-10447. DOI: 10.1364/OPEX.13.010440.
- [8] Allen L, Beijersbergen MW, Spreeuw RJC, Woerdman JP. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre–Gaussian laser modes. *Phys Rev A* 1992; 45: 8185-8189. DOI: 10.1103/PhysRevA.45.8185.
- [9] Zhou G, Ru G. Orbital angular momentum density of an elegant Laguerre–Gaussian beam. *Prog Electromagn Res* 2013; 141: 751-768. DOI: 10.2528/PIER13051608.
- [10] Abramochkin E, Razueva E, Volostnikov V. General astigmatic transform of Hermite–Laguerre–Gaussian beams. *J Opt Soc Am A* 2010; 27: 2506-2513. DOI: 10.1364/JOSAA.27.002506.
- [11] Kovalev AA, Kotlyar VV, Porfirev AP. Asymmetric Laguerre–Gaussian beams. *Phys Rev A* 2016; 93: 063858. DOI: 10.1103/PhysRevA.93.063858.
- [12] Fadeyeva T, Alexeyev C, Rubass A, Volyar A. Vector erf-Gaussian beams: fractional optical vortices and asymmetric TE and TM modes. *Opt Lett* 2012; 37: 1397-1399. DOI: 10.1364/OL.37.001397.
- [13] Kotlyar VV, Abramochkin EG, Kovalev AA, Savelyeva AA. Product of Two Laguerre–Gaussian Beams. *Photonics* 2022; 9: 496. DOI: 10.3390/photonics9070496.
- [14] Bisson JF, Senatsky Y, Ueda KI. Generation of Laguerre–Gaussian modes in Nd:YAG laser using diffractive optical pumping. *Laser Phys Lett* 2015; 2(7): 327-333. DOI: 10.1002/lapl.200510008.
- [15] Lin D, Daniel JMO, Clarkson WA. Controlling the handedness of directly excited Laguerre–Gaussian modes in a solid-state laser. *Opt Lett* 2014; 39(13): 3903-3906. DOI: 10.1364/OL.39.003903.
- [16] Thirugnanasambandam MP, Senatsky Y. Generation of very-high order Laguerre–Gaussian modes in Yb:YAG ceramic laser. *Laser Phys Lett* 2010; 7(9): 637-643. DOI: 10.1002/lapl.201010044.
- [17] Wang M, Ma Y, Sheng Q, He X, Liu J, Shi W, Yao J, Omatsu T. Laguerre–Gaussian beam generation via enhanced intracavity spherical aberration. *Opt Express* 2021; 29: 27783-27790. DOI: 10.1364/OE.436110.
- [18] Abramochkin E, Volostnikov V. Beam transformations and nontransformed beams. *Opt Commun* 1991; 83: 123-135. DOI: 10.1016/0030-4018(91)90534-K.
- [19] Matsumoto N, Ando T, Inoue T, Ohtake Y, Fukuchi N, Hara T. Generation of high-quality higher-order Laguerre–Gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators. *J Opt Soc Am A* 2008; 25: 1642-1651. DOI: 10.1364/JOSAA.25.001642.
- [20] Kotlyar V, Kovalev A. Orbital angular momentum of paraxial propagation-invariant laser beams. *J Opt Soc Am A* 2022; 39: 1061-1065. DOI: 10.1364/JOSAA.457660.
- [21] Volyar A, Abramochkin E, Bretsko M, Khalilov S, Akimova Y. General astigmatism of structured LG beams: Evolution and transformations of the OAM super-bursts. *Photonics* 2023; 10: 727. DOI: 10.3390/photonics10070727.
- [22] Prudnikov AP, Brychkov YA, Marichev OI. Integrals and series, Special functions. New York: Gordon and Breach; 1981.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт» и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Абрамочкин Евгений Григорьевич – доктор физико-математических наук (2006), ведущий научный сотрудник Самарского филиала Физического института им. П.Н. Лебедева РАН. Научные интересы связаны с комплексным анализом, теорией специальных функций и уравнениями математической физики. E-mail: ega@fian.smr.ru

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений, НИЦ "Курчатовский институт". В списке науч-

ных работ более 80 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, сингулярная оптика, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@ipsiras.ru

Козлова Елена Сергеевна, 1989 года рождения. В 2011 году окончила Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и информатика». Кандидат физико-математических наук с 2014 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт» и по совместительству доцент кафедры технической кибернетики Самарского университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, численные методы. E-mail: kozlova.elena.s@gmail.com

Савельева Александра Александровна, 1996 года рождения, в 2020 году окончила Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и информатика». Область научных интересов: дифракционная оптика, численные методы, FDTD-метод, острая фокусировка света. E-mail: lexis2450@gmail.com

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 21 июня 2023 г. Окончательный вариант – 10 июля 2023 г.

Fourier-invariant autofocused Laguerre-Gaussian beams

V.V. Kotlyar^{1,2}, E.G. Abramochkin^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}, E.S. Kozlova^{1,2}, A.A. Savelyeva^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;

²Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34;

³Lebedev Physical Institute, 443011, Samara, Russia, Novo-Sadovaya 221

Abstract

We study a new Laguerre - Gaussian (LG) beam, which differs from conventional LG mode beams that preserve the structure of the intensity distribution up to scale. The proposed beam does not retain its structure upon free-space propagation but shows some interesting properties. This beam is Fourier invariant and has extended dark regions in the initial (waist) plane and in the far field. Thus, while maintaining the beam topological charge, the effective diameter of the central dark intensity spot can be increased or decreased by changing the radial index of the Laguerre polynomial. In addition, this beam has the property of autofocusing, that is, at the Rayleigh distance from the waist, the intensity distribution has the form of a light ring (for any value of the radial index) with a minimum diameter and maximum intensity on the ring. This beam can be used to manipulate microparticles without using an additional focusing spherical lens.

Keywords: optical vortex, Laguerre-Gaussian beam, Fourier transform, Fresnel transform.

Citation: Kotlyar VV, Abramochkin EG, Kovalev AA, Kozlova ES, Savelyeva AA. Fourier-invariant autofocused Laguerre-Gaussian beams. *Computer Optics* 2024; 48(2): 180-185. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1374.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Russian Science Foundation under grant #22-12-00137 (Sections "Fresnel transform from Laguerre-Gaussian beam with enlarged dark area" and "Simulation") and within a state contract with the NRC "Kurchatov Institute" (Sections "Introduction" and "Conclusion").

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara), NRC "Kurchatov Institute" and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is coauthor of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Eugeny Grigor'evich Abramochkin (b. 1962) graduated from Kuibyshev State University (1984), majoring in Mathematical Physics. He received his Doctor's Degree in Physics in 2006. He is a leading researcher of Samara Branch of Lebedev Physical Institute of Russian Academy of Sciences. He is a co-author of nearly 50 scientific papers. His research interests include complex analysis, special functions, and mathematical physics equations. E-mail: ega@fian.smr.ru

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree (2012). He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute", holding a part - time position of assistant at SSAU's Technical Cybernetics sub - department. He is coauthor of more than 80 scientific papers. Research interests are mathematical diffraction theory, singular optics, and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru

Elena Sergeevna Kozlova, (b. 1989) received Master's degree in Applied Mathematics and Informatics in Samara State Aerospace University (2011). She received her PhD in 2014. She is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and Associate Professor of Computer Science department at Samara National Research University. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: kozlova.elena.s@gmail.com

Alexandra Alexandrovna Savelyeva, (b. 1996) in 2020 graduated from the Samara National Research University named after academician S.P. Korolyov – SSAU with a degree in Applied Mathematics and Informatics. Research interests: diffractive optics, numerical methods, FDTD method, sharp focusing of light. E - mail: lexis2450@gmail.com

Received June 21, 2023. The final version – July 10, 2023.
