

Дискретизация математической модели анализа контурных изображений на основе оптики спиральных пучков

С.А. Кишкин¹, С.П. Котова²

¹ МИРЭА – Российский технологический университет,
119454, Россия, г. Москва, Вернадского проспект, д. 78, ст. 1;

² Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН,
443011, Россия, г. Самара, ул. Ново-Садовая, д. 221

Аннотация

В статье в кратком виде излагается математическая модель распознавания контуров объектов интереса на растровом изображении. Более детально раскрывается процесс ее дискретизации в рамках разработки численных методов, которые позволяют реализовать указанную модель на современных средствах вычислительной техники. Приведены явные математические выкладки, пригодные для написания кодов прикладного программного обеспечения, получена оценка вычислительной сложности, подтверждающая возможность достижения производительности режима реального времени. Представлены результаты численного эксперимента по восстановлению спиральных пучков света.

Ключевые слова: компьютерная оптика, машинное зрение, распознавание изображений, спиральные пучки света.

Цитирование: Кишкин, С.А. Дискретизация математической модели анализа контурных изображений на основе оптики спиральных пучков / С.А. Кишкин, С.П. Котова // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 2. – С. 204-209. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1365.

Citation: Kishkin SA, Kotova SP. Discretization of a mathematical model for image analysis based on the optics of spiral beams. Computer Optics 2024; 48(2): 204-209. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1365.

Введение

Значительное количество данных об окружающей среде человечество получает посредством своего зрения. Современные средства вычислительной техники (СВТ) позволяют повысить объемы генерируемой, обрабатываемой и хранимой информации, получаемой по оптическому каналу. Тем не менее набор базовых инструкций, которыми может оперировать ЭВМ, состоит из очень ограниченного количества команд, определяемых аппаратной архитектурой используемого оборудования. Поэтому задача обучения СВТ «зрению» (в широком смысле этого слова) по-прежнему далека от завершения, а исследования в данной предметной области будут являться актуальными по меньшей мере ближайший десяток лет. Область компьютерного зрения широка, она включает в себя множество различных подразделов, от низкоуровневых (приближенных к аппаратуре) до высокоуровневых (приближенных к теории). К первым можно отнести конструирование средств регистрации изображений на основе многоэлементных фотоматриц [1], ко вторым – построение формализованных моделей описания процесса распознавания объектов человеком [2], которые впоследствии можно было бы переложить на ЭВМ. Развитие рассматриваемой предметной области идет постепенно, последние годы никаких радикальных открытий в ней не происходило, хотя следует отметить, что в смежной сфере – генерации изображений по заданному текстовому

описанию, в 2022 году появилась публичная версия специализированного программного обеспечения Stable Diffusion [3], которая позволяет создавать иллюстрации в автоматизированном режиме. В рамках компьютерного зрения рассматривается обратная задача: по входному изображению или видеопотоку получить описание объекта интереса. Она является более сложной, однако и в ней также многообещающим выглядит применение математического аппарата нейронных сетей и глубокого (глубинного) обучения [4, 5, 6].

В рамках настоящей статьи рассматривается подход к анализу контурных изображений, основанный на математическом формализме описания спиральных пучков света [7, 8]. Производится развитие указанных идей в направлении разработки численных методов для СВТ, которые позволяют реализовать ранее полученные аналитические результаты.

Спиральные пучки света как объект современной оптики Гауссовых пучков также исследуются другими научными коллективами. Для более подробного ознакомления рекомендуется подборка работ [9–11].

Статья организована следующим образом: в параграфе 1 дается краткое описание математической модели анализа контура границы объекта на изображении, в параграфах 2 и 3 последовательно производится изучение аналитических свойств построенной модели, ее дискретизация, приводится численный метод для ее реализации, дается оценка на количество вычислительных операций ЭВМ, в параграфе 4 приво-

дятся результаты численного эксперимента на средствах вычислительной техники.

1. Математическая модель анализа контура границы объекта на изображении

Регистрируемое средствами вычислительной техники двумерное изображение объекта содержит в себе различную информацию для его распознавания, такую как: контур выделенной границы, линейные габариты (ширина, высота), цвет. В настоящей работе более подробно рассматривается первая категория, поскольку для нее уже построена математическая модель, позволяющая получить инвариантный способ описания контура в условиях наличия на них шумов, вызванных неточностью функционирования средств видеофиксации.

Контур на плоскости может быть задан в виде кривой, записанной в комплексно-параметрическом виде:

$$\zeta(t) : [0; T] \rightarrow \mathbb{C}. \tag{1}$$

Наглядно процесс отождествления контура границы самолета изображен на рис. 1.

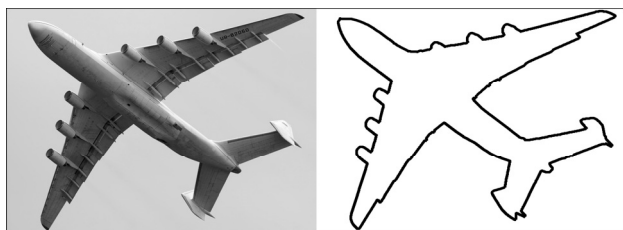


Рис. 1. Изображение самолета и выделенный контур его границы

Тогда для него может быть построен спиральный пучок – световое поле, генерируемое когерентным источником, которое при распространении в пространстве сохраняет свою структурную устойчивость, изменяясь лишь в масштабе и повороте (более подробно с оптикой спиральных пучков можно ознакомиться в монографии [12]). Тогда распределение его комплексной амплитуды в фиксированной плоскости описывается следующим интегро-дифференциальным преобразованием:

$$S(z, \bar{z} | \zeta(t), t \in [0, T]) = \exp\left(-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}\right) \int_0^T \exp\left(-\frac{\zeta(t)\bar{\zeta}(t)}{\rho^2}\right) \times \times \exp\left(\frac{2z\bar{\zeta}(t)}{\rho^2} + \int_0^t (\bar{\zeta}(\tau)\zeta'(\tau) - \zeta(\tau)\bar{\zeta}'(\tau)) d\tau\right) |\zeta'(t)| dt, \tag{2}$$

где $\rho \in \mathbb{R}$ – Гауссов параметр пучка, а черта обозначает комплексное сопряжение.

На рис. 2 приведены результаты расчетов указанного преобразования для контура рис. 1. Под интенсивностью спирального пучка понимается квадрат модуля комплексной амплитуды $|S(z, \bar{z})|^2$, под фазой – ее аргумент $\arg S(z, \bar{z})$.

В процитированных выше работах авторов настоящей статьи было установлено, что комплексная ам-

плитуда спирального пучка раскладывается в ряд по нормированной ортогональной системе мод Лагерра–Гаусса с нулевым первым индексом:

$$\mathcal{L}_{0,n}(z, \bar{z}) = \sqrt{\frac{2^{n+1}}{\pi \rho^{2n+2} n!}} \exp\left(-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}\right) z^n,$$

следующим образом:

$$S(z, \bar{z}) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \mathcal{L}_{0,n}(z, \bar{z}), \tag{3}$$

причем полученные коэффициенты c_n представимы в виде:

$$c_n = \sqrt{\frac{2^{n-1} \pi}{n! \rho^{2n-2}}} \int_0^T \zeta(t)^n \times \times \exp\left(\frac{2z\bar{\zeta}(t)}{\rho^2} + \int_0^t (\bar{\zeta}(\tau)\zeta'(\tau) - \zeta(\tau)\bar{\zeta}'(\tau)) d\tau\right) \times \times |\zeta'(t)| dt, \tag{4}$$

и обладают свойствами инвариантности относительно изменения масштаба и выбора начальной точки на контуре, а также устойчивы к повороту и наличию шумовых дефектов.

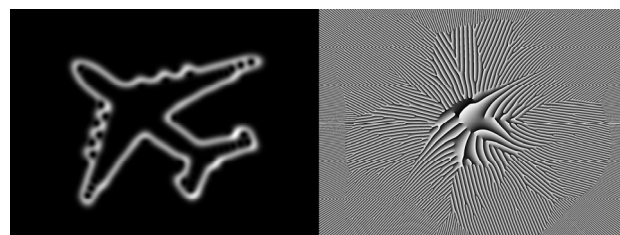


Рис. 2. Интенсивность и фаза построенного спирального пучка

Мерой схожести двух контуров выступает метрика μ , порождаемая нормированным скалярным произведением пространства спиральных пучков, параметризованная взаимным углом поворота контуров θ :

$$\mu(\zeta_1, \zeta_2) = 1 - \max_{\theta \in [0, 2\pi]} \frac{\sum_{n=0}^{\infty} c_n^{(1)} \bar{c}_n^{(2)} \exp(-i\theta n)}{\sum_{n=0}^{\infty} |c_n^{(1)}|^2 \sum_{n=0}^{\infty} |c_n^{(2)}|^2},$$

где максимум берется по всем углам $\theta \in [0, 2\pi)$, а верхний индекс означает порядковый номер контура (1 или 2). Более подробно с выводом и анализом представленного выражения можно ознакомиться в работе авторов [8].

Данный факт заслуживает отдельного внимания, поскольку идея разложения светового поля с конечной энергией по ортогональной базисной системе, вообще говоря, не нова. Классическими ортогональными базисами в оптике выступают системы мод Лагерра–Гаусса $\mathcal{L}_{m,n}$ и Эрмита–Гаусса $\mathcal{H}_{m,n}$, обобщение которых при помощи астигматического преобразова-

ния до единого семейства мод Эрмита–Лагерра–Гаусса осуществлено в [12]. Существенным элементом здесь является зависимость сразу от двух параметров m и n , что позволяет описать световое поле в виде матрицы – двухиндексного массива комплексных коэффициентов. В то же время для спиральных пучков в форме кривых такие базисные системы избыточны и для их задания достаточно использовать усеченную систему Лагерра–Гаусса $\mathcal{L}_{0,n}$ и соответствующее ей описание светового поля в виде одноиндексного массива, что, в свою очередь, позволяет успешно осуществлять реализацию эффективных численных процедур на ЭВМ, в том числе за счет получения явного вида выражения меры схожести контуров.

2. Дискретизация полученной математической модели

После того, как все необходимые аналитические выкладки произведены, а математическая модель построена, наступает этап ее дискретизации, поскольку реализовать расчеты с использованием СВТ не представляется возможным как минимум по причине того, что комплексная амплитуда спирального пучка (2) определена всюду на комплексной плоскости, а набор коэффициентов разложения по базису мод Лагерра–Гаусса, вообще говоря, бесконечный.

Прежде чем приступить к расчетам на СВТ, необходимо показать корректность процедуры сужения области определения комплексной амплитуды со всей плоскости до лишь небольшого его подмножества D в окрестности начала координат. Для этого исследуем поведение интенсивности спирального пучка в ε -окрестности порождающей кривой $\zeta(t)$, получив оценку сверху. Поскольку модуль интеграла не превосходит интеграла от модуля функции, то справедлив следующий переход:

$$|S(z, \bar{z})|^2 = \left| \int_0^t \dots dt \right|^2 \leq \left(\int_0^t |\dots| dt \right)^2 \leq$$

Раскроем многоточие, подставив явное выражение комплексной амплитуды 2 и сгруппировав в показателе первой экспоненты чисто вещественное число, а во второй – чисто мнимое:

$$\leq \left(\int_0^t \exp \left\{ -\frac{(z - \zeta(t))(\bar{z} - \bar{\zeta}(t))}{\rho^2} \right\} \right) \times \left| \exp \left\{ \frac{z\bar{\zeta}(t) - \bar{z}\zeta(t)}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \int_0^t (\bar{\zeta}(\tau)\zeta'(\tau) - \zeta(\tau)\bar{\zeta}'(\tau)) d\tau \right\} \right| \times | \zeta'(t) | dt)^2 =$$

Поскольку показатель второй экспоненты – чисто мнимое число, то ее модуль равен единице, а модуль вещественной экспоненты совпадает с ней самой, то из приведенного выражения остается лишь:

$$= \left(\int_0^t \exp \left(-\frac{|z - \zeta(t)|^2}{\rho^2} \right) | \zeta'(t) | dt \right)^2.$$

Тогда рассмотрим точки плоскости $z \in \mathbb{C}$, которые удалены от ближайшей точки кривой $\zeta(t)$ не более, чем на величину ε , т.е. $|z - \zeta(t)| < \varepsilon$:

$$|S(z, \bar{z})|^2 \leq \left(\int_0^t \exp \left(-\frac{\varepsilon^2}{\rho^2} \right) | \zeta'(t) | dt \right)^2 = \left(\exp \left(-\frac{\varepsilon^2}{\rho^2} \right) \int_0^t | \zeta'(t) | dt \right)^2.$$

Оставшийся интеграл задает длину кривой $\zeta(t)$, которую обозначим константой L . Тогда имеем итоговую оценку сверху на интенсивность спирального пучка:

$$|S(z, \bar{z})|^2 \leq e^{-2\varepsilon^2/\rho^2} L^2.$$

Таким образом, при удалении от порождающей кривой $\zeta(t)$ точки $z \in \mathbb{C}$ интенсивность спирального пучка убывает по экспоненциальному закону. Таким образом, представленное на рис. 2 изображение светового поля действительно является корректным, и ни один его фрагмент не был упущен, поскольку за его границами интенсивность не может возрастать.

Проведенный анализ позволяет сузить область определения комплексной амплитуды спирального пучка со всей комплексной плоскости до прямоугольника D с уже конечными границами, что отражено наглядно на рис. 3.

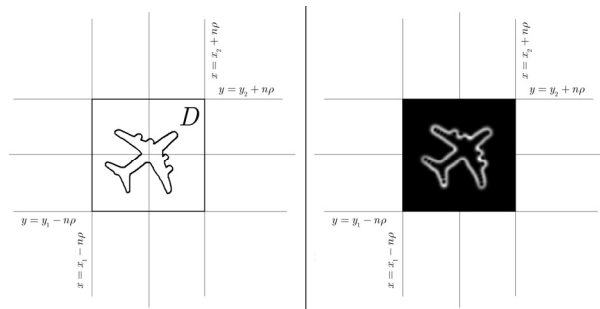


Рис. 3. Слева – новая область определения D , задаваемая контуром границы самолета, справа – интенсивность спирального пучка как фрагмент всей комплексной плоскости

3. Разработка численного метода, оценка количества производимых расчетов

Поскольку входное изображение получается с фотоматрицы в виде двумерного массива пикселей, произведем дискретизацию полученной в предыдущем параграфе области D , разбив ее на N_y и N_x точек по вертикали и по горизонтали, получив таким образом комплексную сетку.

Комплексные числа хранятся на СВТ в виде пары вещественных чисел, которые определены реализаци-

ей стандарта IEEE 754-2008 [13] и в двойной точности (double precision) требуют для своего хранения 8 байт. Таким образом, для хранения одного спирального пучка в памяти ЭВМ требуется $16N_xN_y$ байт, что для изображения формата FullHD дает порядка 15,8 Мегабайт, что является достаточно большой величиной даже по современным меркам, поскольку при распознавании объектов часто встречаются не отдельные изображения, а видеопотоки. Однако проблема заключается даже не в требуемых объемах памяти, а в количестве расчетов, которые необходимо совершить для их получения.

При получении изображения с фотоматрицы контур границы объекта будет представлен не аналитическим выражением (1), а конечным набором точек (пикселей) в количестве N на плоскости вида:

$$\zeta = \{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_i, \dots, \zeta_N\}. \quad (5)$$

Выделение контура объекта интереса на входном изображении является отдельной важной научной и инженерной задачей, но выходит за рамки настоящей статьи. При проведении исследований авторами была использована готовая реализация граничного детектора Кэнни. Подбор параметров производился вручную для конкретной фотоматрицы и освещения рабочей сцены. Основное требование к обрабатываемым контурам состоит в том, чтобы они имели толщину в один пиксель (не обладали утолщениями). Предложенный метод остается работоспособным даже при наличии множественных разрывов контура, математические выкладки остаются корректными, поскольку спиральный пучок строится для ломаной ζ , отсутствующие фрагменты интерпретируются как прямые линии между соответствующими точками, при этом качество получаемого результата распознавания, конечно же, снижается.

Влияние шумовых дефектов на изображении было исследовано и изложено авторами в [7, 8]. Было установлено, что наличие Гауссовой экспоненты $\exp(-zz^*/\rho^2)$ с переменным параметром ρ позволяет для одной порождающей кривой строить сразу несколько спиральных пучков с разной степенью детализации в поисках лучшего соотношения между сглаживанием шумов и выделением информационно значимых участков контура.

Тогда интегро-дифференциальное выражение для комплексной амплитуды спирального пучка (2) примет вид конечных сумм (аналог интеграла) и разностей (аналог производной):

$$S(z, \bar{z}) = \exp\left(-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}\right) \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(\frac{1}{\rho^2} \{(2z - \zeta_k)\bar{\zeta}_k + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k [\bar{\zeta}_j(\zeta_{j+1} - \zeta_{j-1}) - \zeta_j(\bar{\zeta}_{j+1} - \bar{\zeta}_{j-1})]\}\right) |\zeta_{k+1} - \zeta_k|. \quad (6)$$

В последнем математическом выражении содержится три вида математических операций: сложение, умножение, экспоненцирование. Произведем оценку количества необходимых для его расчета операций, пренебрегая сложением в силу его меньшей вычислительной сложности на СВТ. Для этого выражение оставлено в виде, когда экспонента от суммы $\exp(a+b)$ не приводится к $\exp(a)\exp(b)$, поскольку эти выражения дают разный набор инструкций для ЭВМ.

Для этого зафиксируем точку $z = z_0$ области $D \subset \mathbb{C}$. Тогда выражение в больших круглых скобках дает следующие умножения: первое – $2z$, второе – $(2z - \zeta_k)\bar{\zeta}_k$, третье – $\bar{\zeta}_j(\zeta_{j+1} - \zeta_{j-1})$, четвертое – $\zeta_j(\bar{\zeta}_{j+1} - \bar{\zeta}_{j-1})$, пятое – $1/2$, шестое – $1/\rho^2$. Седьмое умножение производится на $|\zeta_{k+1} - \zeta_k|$ после экспоненцирования. Указанные действия необходимо совершить для всех слагаемых внешней суммы по k , что дает оценку на количество умножений, равную $7N$. Взятие экспоненты осуществляется однократно для каждого из слагаемых внешней суммы в количестве N раз. Гауссовой экспонентой $\exp(-zz^*/\rho^2)$ пренебрежем, поскольку она дает всего три операции умножения и одно взятие экспоненты и не зависит от N – количества точек, задающих кривую.

Вспомним, что эту процедуру необходимо проделывать для каждого z_0 комплексной сетки D в количестве $N_x \times N_y$ раз, что дает итоговую сложность расчетов комплексной амплитуды спирального пучка в $7NN_xN_y$ операций умножения и NN_xN_y операций взятия экспонент. В том случае, если исходными данными для анализа контуров выступило изображение формата FullHD (1920×1080 пикселей), типичная длина контура границы объекта лежит в диапазоне от 300 до 4000 точек в зависимости от площади исследуемого объекта на изображении. Взяв за среднее значение $N = 2000$, получим примерную количественную оценку количества операций: около 4 миллиардов взятий экспонент и 28 миллиардов умножений в комплексной арифметике. Без использования средств распараллеливания вычислений центральный процессор в однопоточном режиме с тактовой частотой 2,4 ГГц выполняет их за время порядка 25 минут, что является неприемлемым для организации процесса распознавания объектов в видеопотоке режима реального времени 24 кадра / с.

Получим аналогичные оценки для вычисления коэффициентов разложения комплексной амплитуды спирального пучка по базису мод Лагерра-Гаусса, преобразовав для этого выражение (4) к дискретному виду:

$$c_n = \sqrt{\frac{2^{n-1} \pi}{n! \rho^{2n-2}}} \sum_{k=0}^{N-1} \zeta_k^{-n} \exp\left(-\frac{\zeta_k \bar{\zeta}_k}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \sum_{j=1}^k \left[\frac{\bar{\zeta}_j(\zeta_{j+1} - \zeta_{j-1}) - \zeta_j(\bar{\zeta}_{j+1} - \bar{\zeta}_{j-1})}{2} \right] \right) |\zeta_{k+1} - \zeta_k|. \quad (7)$$

Вновь воспользовавшись процедурой подсчета действовавших операций, получим, что для вычисления одного коэффициента разложения спирального пучка света требуется произвести порядка N взятий экспонент и $7N$ умножений. Однако поскольку в предыдущем параграфе нам удалось сузить область определения со всей комплексной плоскости \mathbb{C} на сетку D , то сейчас достаточно лишь конечного набора комплексных коэффициентов для восстановления на ней спирального пучка. Для прежней кривой с количеством точек $N=2000$ вычисление 500 коэффициентов разложения приводит к 1 миллиону взятий экспонент и 7 миллионам умножений в комплексной арифметике, что в пересчете на время работы центрального процессора из примера выше составляет 0,375 секунд и требует для хранения лишь 7,8 Кб памяти.

4. Результаты численного эксперимента

После произведенной дискретизации модели произведем расчеты, взяв для начала достаточно простой объект на плоскости: эпициклоиду, заданную в виде набора пикселей на изображении. Следует отметить, что теперь имеется два способа описания контура объекта интереса в терминах спиральных пучков света: это непрерывные интегро-дифференциальные выражения и дискретные выражения в виде конечных сумм и разностей. К достоинствам первого способа следует отнести наличие аналитического обоснования работоспособности предложенного метода анализа контуров, к недостаткам – отсутствие возможности в явном виде производить расчеты на средствах вычислительной техники, поскольку взятие интегралов и производных сопровождается процедурой предельного перехода, недостижимой на ЭВМ. Именно дискретизация полученных выражений привела ко второму способу описания в виде конечных сумм и разностей, которые уже могут быть реализованы на вычислительных средствах, что ликвидирует подчеркнутый выше недостаток. Теперь не обязательно иметь аналитическое выражение для кривой $\zeta(t)$ в комплексно-параметрическом виде (1), поскольку явных координат точек на комплексной сетке достаточно в виде (5). Восстановление же комплексной амплитуды спирального пучка следует производить по формуле (6) – дискретному аналогу формулы (3), но не содержащей процедур дифференцирования и интегрирования, расчет коэффициентов разложения также ведется по формуле (7) вместо (4).

На распределении фазы кольцами отмечены области расположения нулей комплексной амплитуды – дислокаций волнового фронта, содержащиеся под порождающей кривой, крестами – содержащиеся снаружи от порождающей кривой, и дающие световому полю топологический заряд. Из рис. 4 видно, что нулей, которые заключены под порождающей кривой, недостаточно для формирования визуально схожего с ней спирального пучка. Тем не менее, при увеличе-

нии количества коэффициентов на распределении фазы появляются также и внешние по отношению к кривой нули, что позволяет успешно сформировать искомое распределение светового поля.

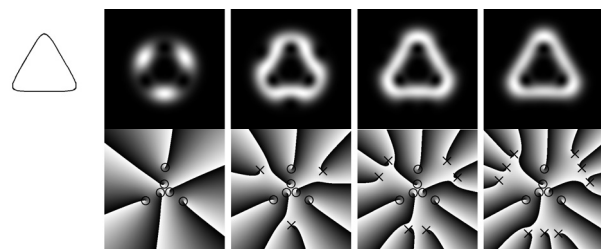


Рис. 4. Восстановление спирального пучка для кривой в форме эпициклоиды, верхний ряд – интенсивности, нижний – фазы. Количество нулей под порождающей кривой фиксировано и равно 6. Слева направо: количество коэффициентов равно 6, 9, 12, 15

Вполне понятно, что пятнадцать комплексных чисел может оказаться достаточно для описания такого простого объекта, как эпициклоида, но увеличение их количества позволяет задавать и более сложные контуры. Так, на рис. 5 демонстрируется процесс восстановления спирального пучка в форме границы самолета.

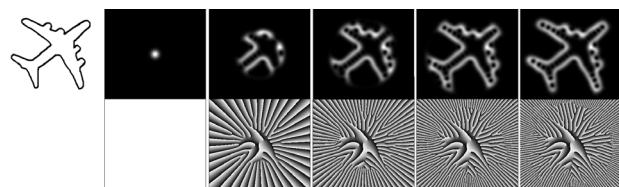


Рис. 5. Восстановление спирального пучка для кривой в форме самолета, верхний ряд – интенсивности, нижний – фазы. Количество нулей под порождающей кривой фиксировано и равно 40. Слева направо: количество коэффициентов равно 1, 40, 80, 120, 160

Приведенные иллюстрации для рис. 4 и 5 были рассчитаны посредством СВТ. Подход к восстановлению светового поля через его коэффициенты разложения по базисной системе не является новым для ЭВМ, однако в параграфе 2 было строго доказано, что в этом случае спиральный пучок ведет себя устойчиво и предсказуемо на вполне определенном фрагменте комплексной сетки, а в окончании параграфа 3 показано, что требуемые расчеты занимают разумное количество как процессорного времени, так и оперативной памяти. Этот факт позволяет в дальнейшем ставить задачу анализа не одного контура на изображении, но сотен контуров в видеопотоке реального времени.

Заключение

В статье в кратком виде была изложена математическая модель распознавания контуров объектов интереса на растровом изображении посредством аппарата оптики спиральных пучков. Произведена дискретизация указанной модели, а именно, показано, как определенное на всей комплексной плоскости световое поле может быть рассмотрено лишь на ко-

нечной сетке заранее известных размеров. Приведены расчеты количества операций, которые требуется совершить ЭВМ для построения интересующих объектов. Продемонстрированы результаты численных экспериментов, показывающие соответствие расчетов предсказаниям теории и дающие возможность ставить в дальнейшем более сложную задачу анализа одновременно многих контуров в видеопотоке.

References

- [1] Gallego G, et al. Event-based vision: A survey. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell 2022; 44(1): 154-180. DOI: 10.1109/TPAMI.2020.3008413.
- [2] Kong Y, Fu Y. Human action recognition and prediction: A survey. Int J Comput Vis 2022; 130: 1366-1401. DOI: 10.1007/s11263-022-01594-9.
- [3] Stable Diffusion Public Release. 2022. Source: <<https://stability.ai/blog/stable-diffusion-public-release>>.
- [4] Zhang D, Tan Z. A review of optical neural networks. Appl Sci 2022; 12: 5338. DOI: 10.3390/app12115338.
- [5] Mohan R, et al. Neural architecture search for dense prediction tasks in computer vision. Int J Comput Vis 2023; 131: 1784-1807. DOI: 10.1007/s11263-023-01785-y.
- [6] Viering T, Loog M. The shape of learning curves: A review. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell 2023; 45(6): 7799-7819. DOI: 10.1109/TPAMI.2022.3220744.
- [7] Volostnikov VG, Kishkin SA, Kotova SP. Contour analysis and modern optics of Gaussian beams. Computer Optics 2014; 38(3): 476-481. DOI: 10.18287/0134-2452-2014-38-3-476-481.
- [8] Volostnikov VG, Kishkin SA, Kotova SP. Analysis of contour images using optics of spiral beams. Quantum Electron 2018; 48(3): 268-274. DOI: 10.1070/QEL16553.
- [9] Volyar AV, Abramochkin EG, Akimova YE, Bretsko MV. Reconstruction of stable states of spiral vortex beams. Computer Optics 2022; 46(1): 5-15. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1032.
- [10] Volyar AV, Akimova YaE. Transformations of structurally stable states of spiral beams subjected to sector perturbations. Computer Optics 2021; 45(6): 789-799. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1009.
- [11] Volyar AV, Abramochkin EG, Razueva EV, Akimova YaE, Bretsko MV. Structural stability of spiral beams and fine structure of an energy flow. Computer Optics 2021; 45(4): 482-489. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-885.
- [12] Abramochkin EG, Volostnikov VG. Modern optics of Gaussian beams [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2010. ISBN: 978-5-9221-1216-1.
- [13] IEEE 754-2019. IEEE Standard for floating-point arithmetic. (Revision of IEEE 754-2008). DOI: 10.1109/IEEESTD.2019.8766229.

Сведения об авторах

Кишкин Сергей Александрович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры практической и прикладной информатики института информационных технологий МИРЭА – Российского технологического университета. Область научных интересов: математическое моделирование физических процессов, низкоуровневое вычислительное программирование. E-mail: kishkin_s@mirea.ru

Котова Светлана Павловна, кандидат физико-математических наук, с.н.с., ведущий научный сотрудник и и.о. заместителя директора по науке Самарского филиала Физического института им. П.Н. Лебедева РАН. Область научных интересов: когерентная оптика и оптоэлектроника (модуляция оптического излучения, оптические измерения, оптическая обработка информации). E-mail: kotova@fian.smr.ru

ГРНТИ: 28.23.15

Поступила в редакцию 01 июня 2023 г. Окончательный вариант – 10 августа 2023 г.

Discretization of a mathematical model for image analysis based on the optics of spiral beams

S.A. Kishkin¹, S.P. Kotova²

¹ MIREA – Russian Technological University, 119454, Moscow, Russia, Vernadskogo 78-1;

² Samara Branch of the Physical Institute RAS, 443011, Samara, Russia, Novo-Sadovaya 221

Abstract

The article briefly outlines a mathematical model for recognizing contours of the objects of interest in a raster image. The process of its discretization is discussed in more detail as part of the development of numerical methods that allow the proposed model to be implemented using modern computer technology, while achieving real-time performance. Explicit mathematical procedures suitable for writing application software codes are given, an estimate of computational complexity is obtained, and the possibility of achieving real-time performance is confirmed. Results of a numerical experiment on the reconstruction of spiral light beams are presented.

Keywords: computer optics, machine vision, image recognition, spiral light beams.

Citation: Kishkin SA, Kotova SP. Discretization of a mathematical model for image analysis based on the optics of spiral beams. *Computer Optics* 2024; 48(2): 204-209. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1365.

Authors' information

Sergey Aleksandrovich Kishkin, Candidate in Physics and Mathematics, Associate Professor of Practical and Applied Informatics department of the Institute of Information Technologies MIREA – Russian Technological University. Research interests: mathematical modeling of physical processes, low-level computational programming.

E-mail: kishkin_s@mirea.ru

Svetlana Pavlovna Kotova, Candidate in Physics and Mathematics, Senior Researcher, Leading Researcher and Acting Deputy Director for Science of the Samara Branch of the Physical Institute RAS. Research interests: coherent optics and optoelectronics (modulation of optical radiation, optical measurements, optical information processing).

E-mail: kotova@fian.smr.ru

Received June 01, 2023. The final version – August 10, 2023.
