

*А.А. Азаров, И.Д. Багбая, А.Е. Березный,
И.Н. Сисакян, В.А. Сойфер*

ФАЗОВЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ЗАДАННОЙ ДИАГРАММОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

Введение

Управление диаграммой направленности (ДН) искусственных фазовых оптических элементов важно во многих практических задачах, возникающих сейчас в голографии, интегральной оптике, оптической обработке информа-

ции, фокусировке когерентного излучения, оптической томографии и других областях современной оптики. Значительный прогресс в решении задач такого типа достигнут в настоящее время в теории антенн [1].

В оптических задачах вопрос об управлении диаграммой направленности не менее важен, а круг задач, в которых он возникает, даже шире [2]. В чистом виде оптический элемент с заданной диаграммой направленности – это, например, фазовая дифракционная решетка с заданным распределением энергии по дифракционным порядкам. Применяя такой элемент в комбинации с другими искусственными и традиционными фазовыми оптическими элементами можно получить ряд интересных устройств: расщепители пучка, многофокусные линзы и мультиплексоры изображений, многоканальные системы фильтрации, киноформы, фокусаторы и т.п.

Настоящая работа посвящена одномерным фазовым элементам ИК-диапазона, кроме того, приводится ряд результатов, касающихся элементов СВЧ-диапазона и киноформ как одномерных, так и двумерных.

Показана разрешимость обратной задачи по построению элементов с заданной ДН при минимальном числе используемых свободных параметров и исследована точность получаемых решений.

Основным фактическим материалом послужило большое число (несколько сот) модельных исследований-расчетов на ЭВМ. В качестве экспериментального объекта были выбраны фазовые дифракционные решетки, т.к. на них можно наиболее просто и точно измерить диаграмму направленности без использования сложной специализированной аппаратуры.

Основные уравнения расчета

Предположим, что плоский волновой фронт когерентного монохроматического излучения падает нормально на поверхность фазового оптического элемента. Обозначим: α – угол дифракции, $u = \sin(\alpha)/\lambda$ – спектральная координата, λ – длина волны света. Тогда интенсивность света, дифрагированного в направлении u , есть:

$$I(u) = |F(u)|^2 |\sin(\pi N_0 u d) / \sin(\pi u d)|^2, \quad (1)$$

где: N_0 – число повторений (периодов);

d – величина одного периода;

Здесь $F(u)$ обозначает (с точностью до постоянного множителя) преобразование Фурье от фазовой функции периода $p(x)$ [3]:

$$F(u) = \int_0^d \exp(ip(x) - 2\pi i ux) dx. \quad (2)$$

Поскольку рассчитываемые элементы, как правило, изготавлялись в виде элементов плоской оптики [4], самым естественным типом профиля является кусочно-постоянный (растровый) (см. рис. 1), при котором период делится на N элементов размера $b: \delta N = d$. Для такого профиля (2) сводится к дискретному преобразованию Фурье:

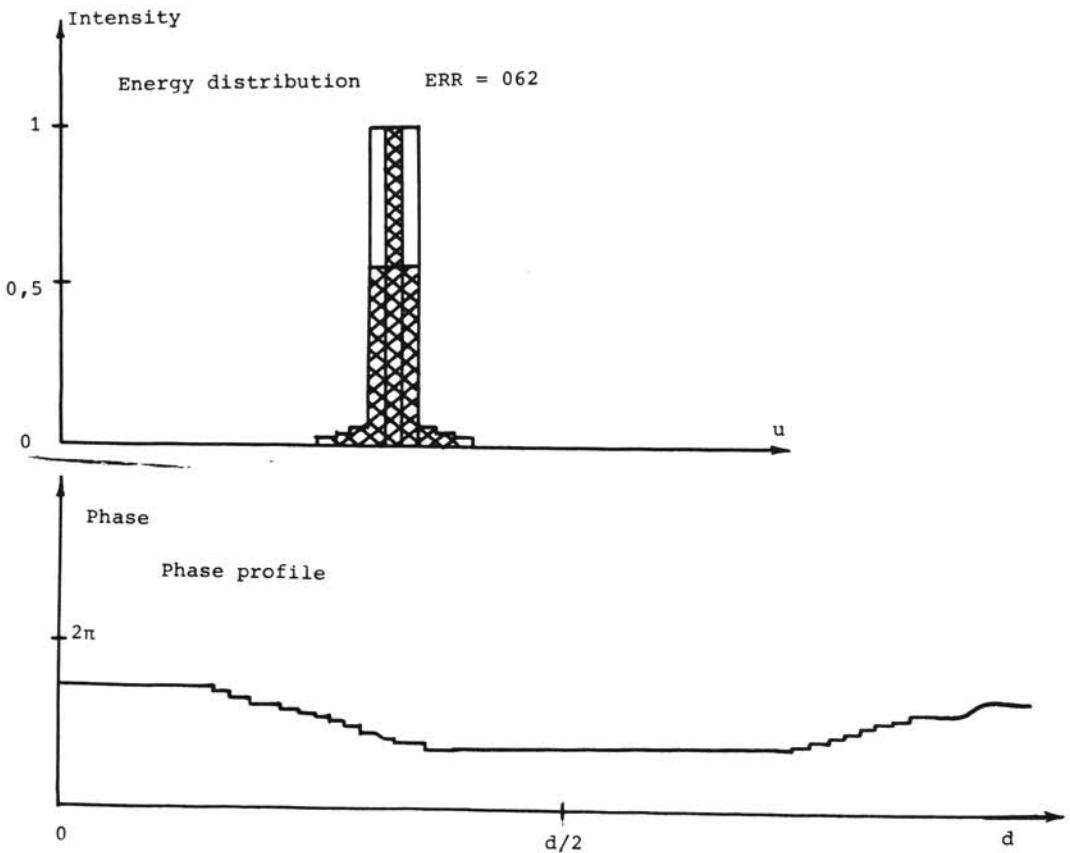


Рис. 1. ДН с максимумом энергии в трех порядках

$$F(u) = \text{const} \times \text{sinc}(u\delta) \sum_{k=0}^{N-1} \exp(ip_k - 2\pi iku), \quad (3)$$

$$F_n = F(u_n) = \text{const} \times \text{sinc}(n/N) \sum_{k=0}^{N-1} \exp(ip_k - 2\pi ikn/N).$$

Здесь $u_n = n/d$ - главные направления (максимумы) решетки, $|u_n| < 1/\lambda$.

Уравнения (3) позволяют рассчитывать поле в главных максимумах решетки прямо через БПФ (быстрое преобразование Фурье), что является основой для простоты и эффективности моделирования и решения этой задачи на ЭВМ.

Уравнения (1, 3) определяют поле во всей области изменения u . Задача, таким образом, сводится к определению фаз p_k , которые дают наилучшее приближение $|F(u)|$, т.е. ДН к заданной. Достаточно рассматривать только F_n , т.к. $F(u)$ восстанавливается по F_n очевидным образом (теорема отсчетов).

Алгоритм расчета

В качестве критерия близости диаграммы направленности к заданной выберем

$$\epsilon = \|\tilde{a} - \langle \tilde{a} | \tilde{b} \rangle \tilde{b}\|^2, \quad (4)$$

где:

$\tilde{a} = a / \|a\|$, $\tilde{b} = b / \|b\|$ – нормированные соответственно вектора

$$a = \{a_n\}, \quad b = \{b_n\};$$

a_n – заданные величины $F_n = |F(u_n)|$;

b_n – рассчитанные величины.

$$\text{Здесь } \|a\|^2 = \sum_n a_n^2, \quad \langle a | b \rangle = \sum_n a_n b_n.$$

Таким образом, ϵ имеет физический смысл энергии компенсирующего поля, которое необходимо добавить к рассчитанному, чтобы получить в точности заданную диаграмму направленности (в относительных единицах – энергия заданного поля полагается равной 1).

В качестве основного алгоритма расчета диаграммы направленности был выбран итерационный алгоритм типа алгоритма Герчберга-Сакстона [5] с различными ограничениями как в пространственной, так и в частотной (спектральной) области: коррекция амплитуд, квантование фаз, коррекция дифракции на растре.

Алгоритм базировался на стандартном методе вычисления БПФ. Все необходимые программы были написаны на языке Фортран и предназначены для работы в диалоговом режиме (т.к. время расчета очень невелико – весь комплекс расчетов по одному элементу занимает несколько минут дисплейного времени на мини-ЭВМ). В программах предусмотрены возможности расчета и коррекции различных aberrаций получаемых оптических элементов (как фазовых, так и амплитудных), средства ввода-вывода для построения фотошаблонов, по которым изготавливались элементы, графические средства для более наглядного представления результатов расчета.

Выравнивание диаграммы направленности в заданном угле

Выравнивание ДН в заданном угле – одна из наиболее интересных задач. Получив ДН типа изображенной на рис. 2 жирной линией, можно, например, построить фазовую дифракционную решетку, расщепляющую плоский волновой фронт (параллельный пучок) на веер одинаковых плоских фронтов (пучков), построить многофокусную линзу с линейной или прямоугольной матрицей фокусов (с одинаковым распределением энергии в каждом из фокусов), элементы, фокусирующие когерентное излучение в отрезок или прямоугольник.

Впервые возможность решения задачи такого типа была продемонстрирована в [6].

Для расчета фазовой функции с нужной ДН можно задать:

$$|F_n|=1 \quad |n| \leq L$$

$$|F_n|=0 \quad |n| > L.$$

Величина L задает угол, в котором выравнивается ДН. При расчете элемента с N элементами растра должно быть $L \leq N/2$. Наличие растра проявляется в появлении боковых лепестков:

$$F(n/d) = \text{sinc}(n/N) \sum_{k=0}^{N-1} \exp(ip_k - 2\pi i kn/N).$$

Периодическая функция под знаком суммы модулируется умножением на $\text{sinc}(n/N)$ (на рис. 2 боковые лепестки заштрихованы). Фактически рассчитывается N амплитуд F_n ; физически их число около $2d/\lambda$, поэтому рассчитывается только центральная часть (половина ширины) главного лепестка (т.е. зоны $|n| \leq N/2$). Для подавления ДН вне заданного угла лучше использовать $L \leq N/4$, тогда всплески энергии могут появиться только в боковых лепестках. Поскольку $N \approx d$, то число боковых лепестков определяется отношением δ, λ . При $\delta < \lambda/2$ боковых лепестков (в указанном смысле) нет. В этом случае возможно рассчитать чисто прямоугольную ДН.

Существуют, однако, еще два фактора, искажающие реальную ДН, которую нужно сделать прямоугольной.

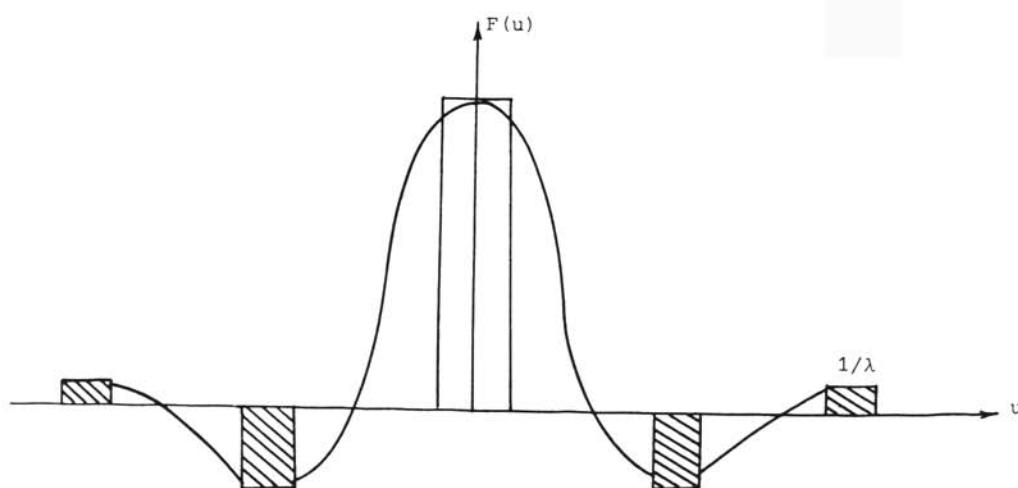


Рис. 2. Идеальная прямоугольная ДН (жирная линия) и боковые лепестки реальной ДН (заштрихованы)

Первый фактор аналогичен эффекту Гиббса и выражается в том, что если задавать ДН как чисто прямоугольную (т.е. круто срезанную на краях), то внутри рабочей зоны и сразу за ее краем появляются неустойчивые осцилляции амплитуды, величину которых нельзя редуцировать расчетным путем (рис. 3). Этот эффект можно в значительной степени подавить, если сра-

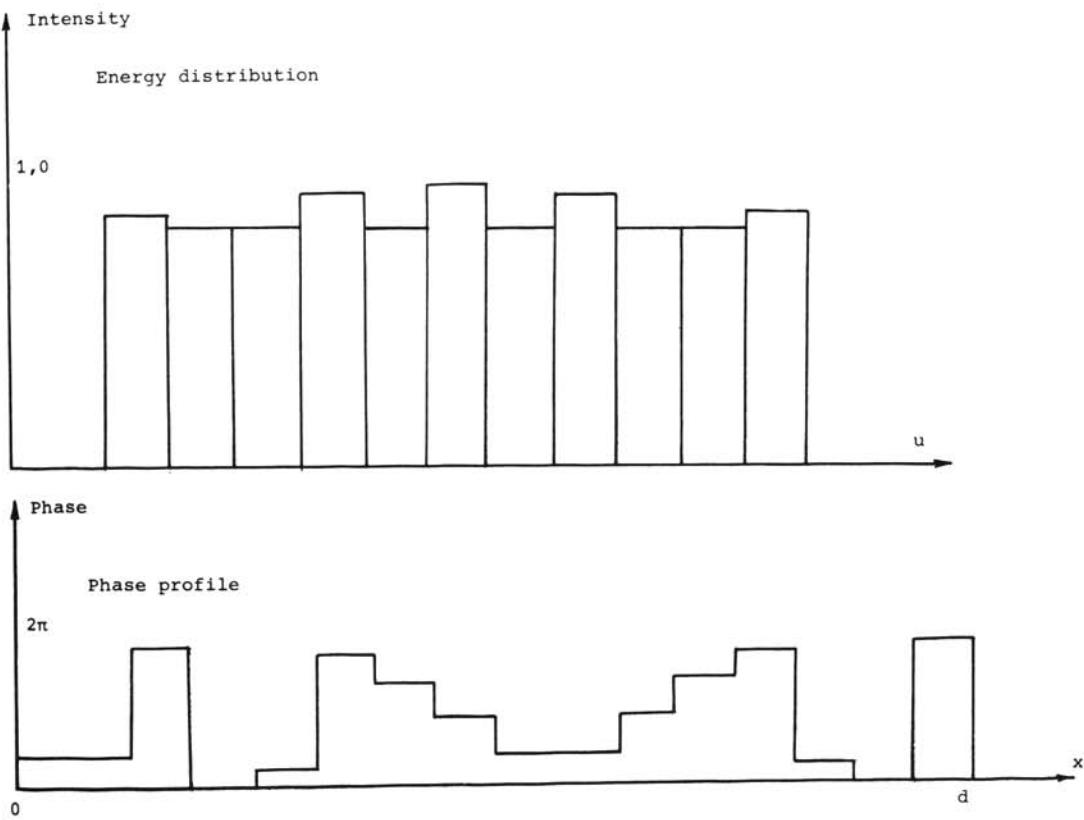


Рис. 3. Осцилляции амплитуды внутри прямоугольной ДН

зу задать искомую ДН не как прямоугольную, а как, например, трапециевидную, т.е. плавно срезанную на краях. Получающаяся при этом ДН в среднеквадратичном больше отклоняется от прямоугольной, чем имеющая осцилляции, однако если ограничиться той частью, где амплитуда ДН задана все же постоянной, то здесь точность значительно выше. В итоге оказывается, что за хорошее (до 1-2%) выравнивание в рабочей зоне ДН надо "заплатить" некоторой потерей энергии (обычно небольшой - до 5%).

Второй фактор - падение дифракционной эффективности с пространственной частотой, обусловленное ДН одного элемента растра. В случае точно ступенчатой формы профиля (см. рис. 1) этот эффект учитывается множителем $\text{sinc}(n/N)$, однако для реальных элементов форма профиля растра никогда не получается строго прямоугольной, и фактическое падение дифракционной эффективности несколько больше (см. рис. 4).

Этот эффект можно полностью компенсировать в пределах рабочей зоны ДН, если задать при расчете амплитуды, скорректированные с учетом знания экспериментальной кривой (см. рис. 4). Разумеется, коррекция возможна лишь с той точностью, с которой можно измерить отклонение реальной кривой от sinc -фактора. Этот вывод справедлив для расчета ДН любой формы (не только прямоугольной). Данный эффект имеет и полезную сторо-

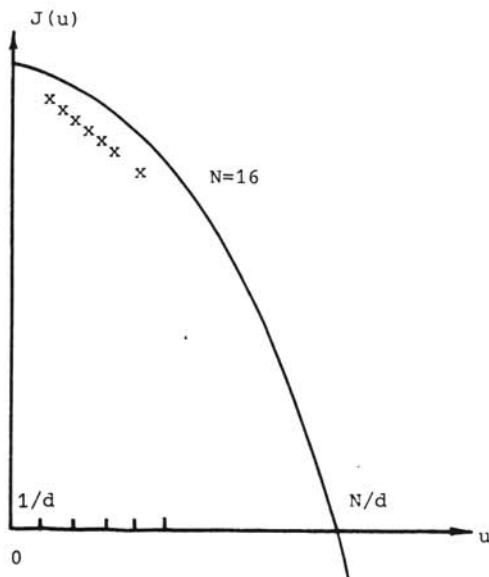


Рис. 4. Влияние формы раstra на реальную ДН

ну - за счет изменения формы профиля рельефа на элементе раstra так, чтобы обеспечить более крутое падение экспериментальной кривой (см. рис. 4) можно эффективно подавить боковые лепестки, сохраняя при этом программную коррекцию формы ДН в центральной зоне (главный лепесток).

Элементы с асимметричной и сложной диаграммой направленности

Почти для любого распределения F_n (т.е. ДН) можно найти фазы p_k , создающие его с приемлемой точностью. Показатель этой точности трудно предугадать заранее, можно только сказать, что она, как правило, улучшается при увеличении числа ненулевых F_n .

Приведем только два примера из многих рассчитанных: пример с неравномерным шагом между рабочими порядками и пример со сложной асимметричной ДН.

Первый пример показан на рис. 5, где четыре рабочих (т.е. ненулевых) порядка: +5, +3, -3, -5 при $N=16$. Точность решения очень хорошая: $\epsilon < 0.0001$.

Второй пример показан на рис. 6, где шесть рабочих порядков с различной энергией при $N=32$, точность $\epsilon = 0.05$.

Двумерные элементы

Для случая факторизующейся ДН $F(u, v) = F_1(u)F_2(v)$, где u, v - спектральные координаты, соответствующие x, y , можно осуществлять поиск фа-

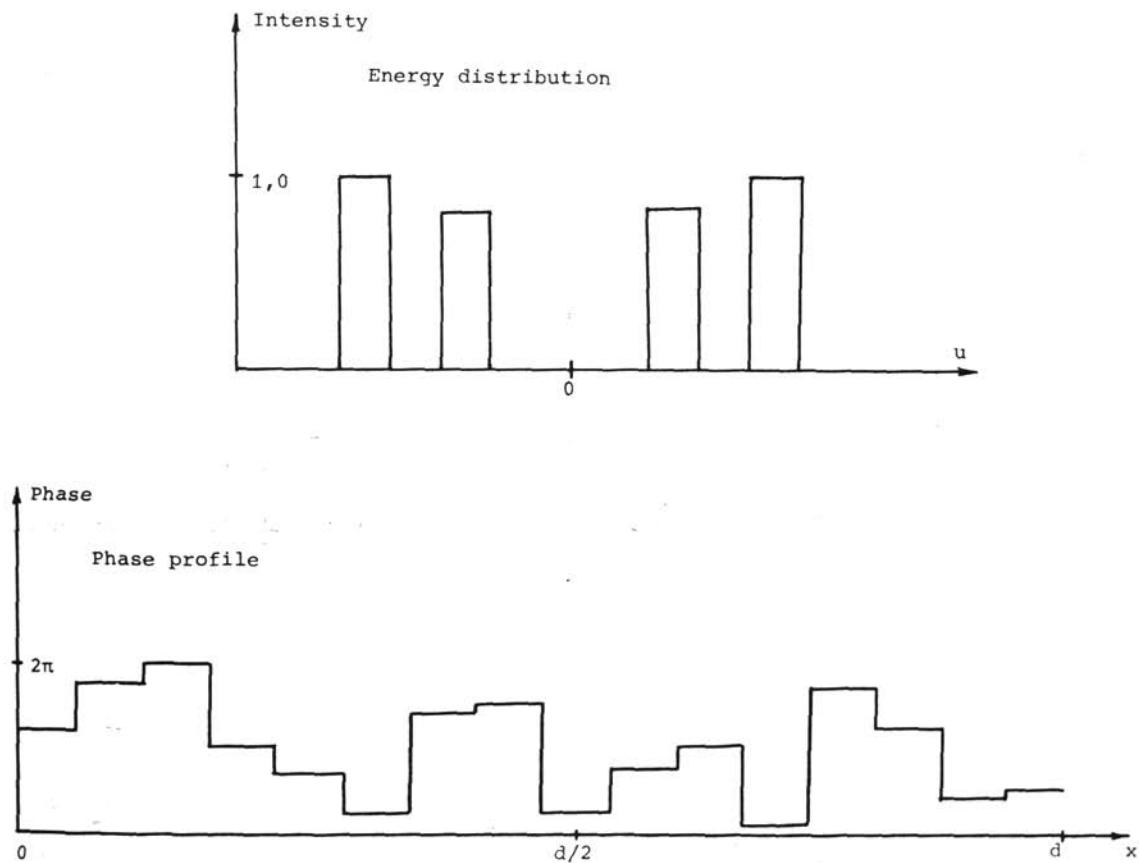


Рис. 5. ДН с неравномерным шагом между рабочими порядками

зовых функций, дающих нужную ДН, независимо по x и по y . Найденные фазовые функции складываются, что и дает искомую двумерную фазовую функцию.

Как показали эксперименты и моделирование на ЭВМ, двумерный случай даже в этом простейшем варианте предъявляет более высокие требования как к точности получаемых решений, так и к точности изготовления элементов. Основной причиной этого является перекрестная когерентная интерференция дополнительных дифрагирующих волновых фронтов, образующихся из-за неточностей расчетов и технологии не только по каждой из координат, но и между ними.

Для ИК диапазона (10,6 мкм) были изготовлены элементы с квадратной, сетчатой и квазилинейной (в виде отрезка) ДН. Геометрические размеры ДН при этом удавалось выдерживать достаточно точно, но внутри ДН по указанным причинам наблюдались заметные колебания интенсивности.

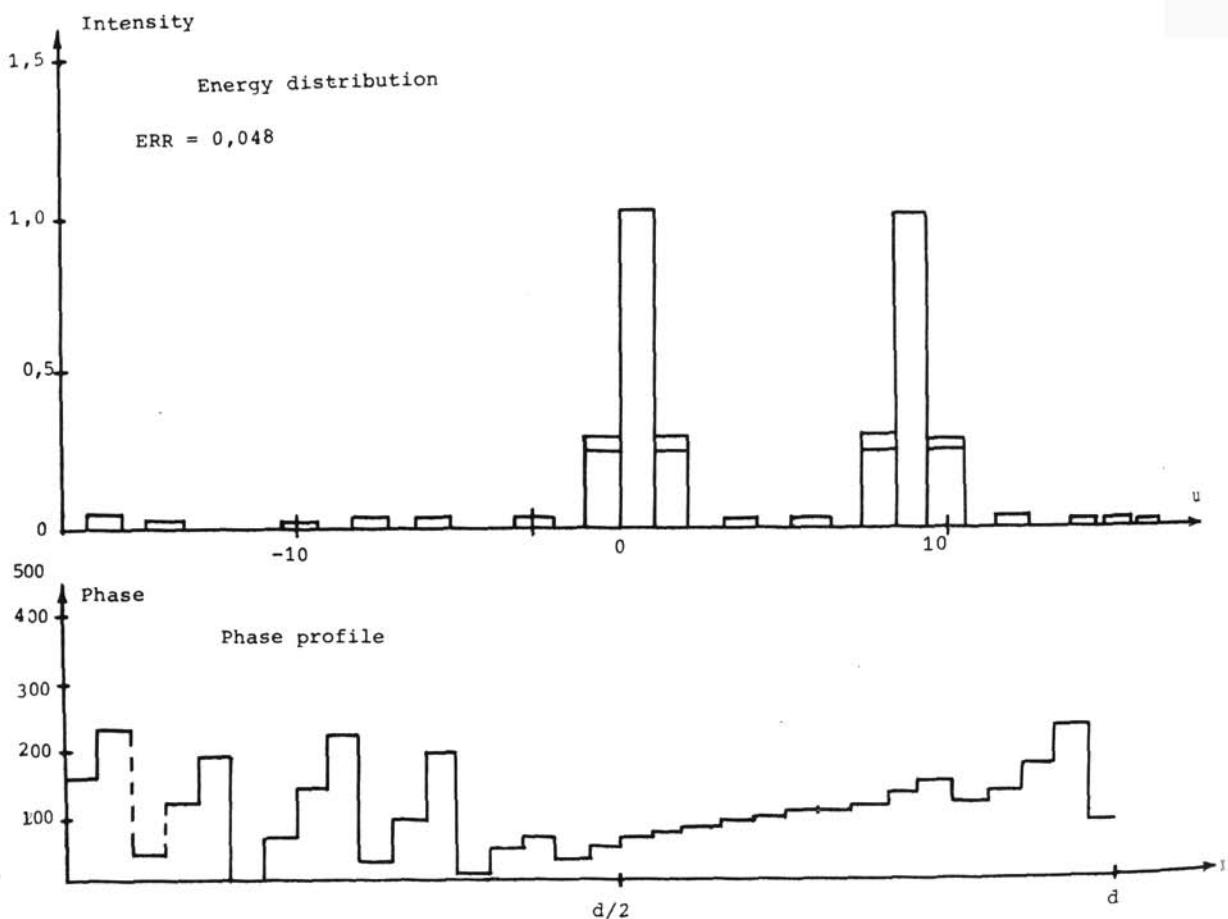


Рис. 6. Асимметричная ДН сложной формы

Влияние погрешностей в задании фазы на ДН

На вид ДН фазового оптического элемента наиболее сильно влияют технологические погрешности, вызванные несовершенством методов изготовления элементов. Наиболее общие методические погрешности, свойственные всем технологиям, - это клиппирование (умножение на фактор, близкий к единице) фазы и нелинейность ее регистрации. Пусть f -фаза, $0 \leq f \leq 1$

$f \rightarrow (1+c)f$ - клиппирование ($|c| \ll 1$),

$f \rightarrow t(f)$ - нелинейность передачи фазы,

где:

$t(f)$ - монотонная функция;

$t(0)=0, t(1)=1$.

Обе эти погрешности можно объединить в одну

$f \rightarrow (1+c)t(f)=r(f)$.

Для функции пропускания элемента тогда имеем

$$\exp(ir(f)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(inf), \quad \sum_n |c_n|^2 = 1.$$

Когда передача фазы идеальна (совершенная технология), $c_1=1$ и $c_n=0$ для остальных n . В реальной ситуации $|c_n|^2$ - энергия дополнительно возникающих волновых фронтов с кратной фазой. Для элементов с несущей (голограмм) это энергия, идущая не в рабочий порядок дифракции, а для элементов с линзой это энергия, идущая в дополнительные (вещественные и мнимые) фокусы, равные F/n (F - фокусное расстояние добавляемой линзы). Во втором случае можно непосредственно измерить эти энергии и по ним определить реальную функцию передачи фазы $r(f)$, что позволяет производить соответствующую коррекцию при расчете. Если же этого не удается сделать, что в качестве модели для нелинейности можно выбрать

$$t(f)=f(1-a-b)+af^2+bf^2; |a| \ll 1, |b| \ll 1$$

и просчитать таблицу величин $|c_n|^2$ для малых a, b .

Клиппирование лучше изучать на конкретных примерах.

Ниже приведен расчет для элемента с ДН, показанной на рис. 5. Для элемента, собственная погрешность ДН которого мала, погрешность, обусловленная клиппированием, изменяется следующим образом:

1+c	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	1,00	1,01	1,05	1,1
ϵ	0,23	0,11	0,03	0,008	0,001	0,000	0,000	0,01	0,3

Эксперименты с элементами ИК диапазона

Для экспериментального исследования ДН фазовых оптических элементов растрового типа была выбрана технология формирования рельефа на желатине с последующим напылением в вакууме тонких слоев алюминия и меди [4]. Фотошаблоны (многоградационные маски для задублирования желатина) - на растровом сканирующем устройстве вывода на фотопленку (Р-1700). Были экспериментально исследованы элементы. Элементы помещались в пучок многомодового 10,6 мкм когерентного излучения. Поскольку при расчете к фазовой функции элемента добавлялась фазовая функция линзы (с фокусным расстоянием $F=400$ мм), то в фокальной плоскости этой линзы наблюдалась картина дифракции Фраунгофера в виде набора точек (главных максимумов) для решетки или в виде прямоугольника, отрезка и т.п. для апериодического элемента (киноформа).

Энергия в главных максимумах измерялась при помощи калориметра. Кроме того, наблюдалось визуально тепловое воздействие излучения на бумагу, плексиглас и другие материалы. Точность измерений калориметром оценивалась в 8-10% по уровню измеряемых величин.

Замерялась общая энергия падающего излучения и энергия в главных максимумах решетки, а также в дополнительных (кратных) фокальных плос-

костях, возникающих за счет нелинейности регистрации фазы. Как правило, за счет диффузного рассеяния, наличия боковых лепестков и более всего из-за значительной нелинейности регистрации фазы в основной фокальной плоскости суммарная энергия (т.е. величина $|c_1|^2$) составляла 40-50% энергии пучка. Величина $|c_2|^2$ была около 15%, $|c_0|^2$ - около 10%, то есть нелинейность была значительной. Точность измерений была недостаточной для приемлемого по точности восстановления функции $r(f)$, которая была к тому же весьма нестабильной в силу нестабильности свойств использованных фотоматериалов и процессов обработки. По измерениям на интерференционном микроскопе оценка величины клиппирования (неточность контроля глубины рельефа) около 10%, но она довольно неоднородна по площади элементов.

В то же время форма ДН в главной фокальной плоскости по данным калориметрических измерений практически совпадала с заданной, т.к. здесь на нее влияло в основном только клиппирование, которое, по оценкам, давало искажение формы ДН $\epsilon=0,03$, т.е. не различимое визуально и с помощью калориметра.

Для измерения кривой уменьшения дифракционной эффективности ($\Delta\varphi$) с пространственной частотой (см. рис. 4) на реальном растре была изготовлена решетка с $N=32$ элементами растра и заданы $a_n=1$ при $|n|<6$. Обычная коррекция величин $\{a_n\}$ для учета этого уменьшения $\Delta\varphi$ не производилась. Полученные данные, представленные ниже, подтвердили предположение о заметном влиянии технологического сглаживания профиля растра на скорость уменьшения $\Delta\varphi$ с пространственной частотой и величину боковых лепестков:

	0	1	2	3	4	5	6
Теор. (a_n^2)	1	0,99	0,95	0,89	0,81	0,71	0,61
Экспер. (b_n^2)	1	0,96	0,87	0,77	0,66	0,62	0,57

Эксперименты с элементами СВЧ диапазона

Для изготовления фазовых элементов в диапазоне длин волн 3-5 мм из плексигласа были использованы станки с ЧПУ. При этом линзы и дифракционные решетки изготавливались отдельно (в связи с требованиями технологии резания) из плексигласа с показателем преломления $n=1,6$ толщиной около 15 мм. Размер элементов составлял примерно 500×500 мм, фокусное расстояние линз - порядка 1000 мм. Были изготовлены три фазовые дифракционные решетки: одна с подавлением нулевого порядка, одна с выравниванием ДН в заданном угле и одна для спектроскопии в интервале длин волн 3-5 мм. Результаты их работы контролировались с помощью радиовизора.

В этом интервале решетка дифрагировала в нулевой порядок не более 20% энергии (на краях интервала), а остальное в пределах главного лепестка поровну в +1 и -1 порядки. Это позволяет вести двойной контроль для измерения длины волны как по геометрическому отклонению первого порядка от нулевого, так и по их сравнительной интенсивности.

Точность выполнения глубины рельефа на ЧПУ в 0,1 мм соответствовала точности задания фазы в $\lambda/60$, что определяет высокое оптическое качество изготовленных элементов и возможность их использования в схемах радиовизуализации. Размеры фокальных пятен и линий были практически дифракционными.

Заключение

Разработанный метод дает возможность быстро и с очень небольшими вычислительными ресурсами управлять диаграммой направленности растровых фазовых оптических элементов. Этот метод позволяет применить его к задачам реального времени, например, с использованием реверсивных голограммических сред.

Получаемые решения, как правило, не единствены и могут быть оптимизированы с помощью более сложных (и значительно более громоздких) вычислительных средств.

Практическое изучение с этого метода на широком круге задач дает перспективу его применения с соответствующими модификациями также в интегрально-оптических задачах по управлению свойствами распределенных обратных связей, структурой когерентного поля в гофрированных волноводах и т.п. Наконец, некоторые примеры из области биологии (дифракционные диэлектрические структуры, создающие узоры на крыльях некоторых видов бабочек, дифракционные маскирующие структуры чешуек некоторых рыб, позволяют считать, что в рамках управления диаграммой направленности (особенно в широком спектральном диапазоне) можно решать очень сложные и разнообразные задачи.

Л и т е р а т у р а

1. Зелкин Г.Е., Соколов В.Г. Методы синтеза антенн. - М.: Сов. Радио, 1980.
2. Бerezный А.Е., Комаров С.В., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Соффер В.А. Фазовые дифракционные решетки с заданными параметрами. - Доклады АН СССР, 1986, т. 287, № 4.
3. Сивухин Д.В. Оптика. - М.: Наука, 1980.
4. Сисакян И.Н., Соффер В.А. XI Всесоюзная конференция по когерентной и нелинейной оптике. Тезисы докладов. - Ереван, 1982.

5. Компьютеры в оптических исследованиях/Под ред. Б. Фри-
дена. - М.: Мир, 1983.

6. D a m m a n n H., G o r t l e r K. High efficiency
in-line mutiple imaging by means of multiple phase holo-
grams. - Optical Communications, 1971, vol. 3/5, p. 312.
