Н.И. Петров, И.Н. Сисакян, В.С. Сисоев

ЭЛЕМЕНТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОПТИКИ В ДИАГНОСТИКЕ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ

Дисперсные системы или аэрозоли представляют собой взвеси жидких или твердых частиц в газе. Интерес к исследованию аэрозолей обусловлен их применением во многих отраслях народного хозяйства (аэрозольные баллоны, аэрозольные покрытия и др.), а также изучением процессов, происходящих в аэрозолях естественного происхождения (туманы, облака, пыль).

Для исследования аэрозолей широко используются оптические методы, основанные на решении обратной задачи рассеяния по измеренной индикатрисе рассеяния. Однако традиционные оптические методы определения характеристик частиц оказываются сложными как в экспериментальном плане (измеряется вся индикатриса рассеяния), так и при теоретическом анализе результатов измерения (решается некорректная обратная задача).

В настоящей работе для решения задачи рассеяния света частицами аэрозольных сред предлагается подход, основанный на использовании свойств симметрии задачи. Ключевым моментом такого подхода является выбор базиса (полного набора функций), удовлетворяющего волновому уравнению, по которому разлагается в ряд рассеянное поле. Разложение в ряд по базису, выбранному с учетом симметрии задачи, сильно сокращает число эффективно входящих базисных функций, т.е. обеспечивается хорошая сходимость ряда. Кроме того, коэффициенты разложения оказываются связанными непосредственно с величинами геометрических параметров исследуемых частиц. Так, характерной чертой жидких аэрозолей является осевая симметрия их частиц. Базисными решениями волнового уравнения, описывающего рассеянное излучение в этом случае, являются функции Бесселя. Ниже будет показано, что существуют два вида разложения по функциям Бесселя, соответствующие двум операциям над световыми полями. Отметим, что с появлением новой элементной базы в оптике, синтезируемой на ЭВМ [1], становится возможной практическая реализация этих преобразований.

Рассмотрим задачу рессеяния оптического излучения ансамблем частиц сферической формы. В приближении Кирхгофа поле, рассеянное ансамблем частиц, во Фраунгоферовой зоне имеет вид [2]:

$$E_p(\varkappa) = \frac{(1-m)}{2\pi\varkappa} e^{-i\sqrt{k^2-\varkappa^2}\cdot z} \sum_{i=1}^{N} A_o(r_i)\cdot a_i e^{i\varkappa r_i} J_1(\varkappa a_i), \quad \varkappa = k\sin\theta, \tag{1}$$

где k - волновое число излучения, θ - угол рассеяния света, m - коэффициент пропускания отдельной частицы, $A_o(r_i)$ - амплитуда поля падающего излучения, a_i - радиус i-й частицы, $J_1(x)$ - функция Бесселя первого порядка.

Известно, что функции Бесселя образуют полную ортогональную систему, т.е. для них справедливо соотношение (см. например, [3]):

$$\int \beta J_1(\rho_i\beta) J_1(\rho_F\beta)d\beta = \begin{cases} 0, & \rho_i \neq \rho_F; \\ \frac{1}{2}\left[J_1'(\rho_F)\right]^2, & \rho_i = \rho_F. \end{cases} \tag{2}$$

Поэтому рассеянное поле E_p можно разложить в ряд по такому полному набору функций:

$$E_p = \sum_{i=1}^{\infty} f_i J_1(\varkappa a_i). \tag{3}$$

Сравнивая выражения (1) и (3), видим, что коэффициенты разложения f_i непосредственно связаны с геометрическими размерами частиц a_i. Поэтому определение коэффициентов f_i практически эквивалентно нахождению функции распределения частиц по размерам. Непосредственное измерение коэффициентов f_i можно осуществить с помощью синтезированных на ЭВМ пространственных фильтров [1] с пропусканием, пропорциональным суперпозиции ортогональных функций $J_1(\varkappa a_i)$.

Выясним теперь физический смысл коэффициентов разложения рассеянного поля E_p в ряд по функциям Бесселя порядка k:

$$E_p = \sum_k f_k J_k(x). \tag{4}$$

Используя "теорему умножения" [3] для функции $J_1(\lambda t)$:

$$J_1(\lambda\cdot t) = \lambda \sum_{k=o}^{\infty} \frac{1}{k!} J_{1+k}(t) \left(\frac{1-\lambda^2}{2}\right)^k t^k, \tag{5}$$

перепишем выражение (1) в виде:

$$E_p = \frac{(1-m)}{2\pi\tilde{\varkappa}} e^{-i\sqrt{k^2-\varkappa^2}z} \sum_{i=1}^{N} A_o(r_i) a_i e^{i\varkappa r_i} a_i \sum_{k=o}^{\infty} \frac{1}{k!} J_{1+k}(\tilde{\varkappa}) \left(\frac{1-\tilde{a}_i^2}{2}\right)^k \tilde{\varkappa}^k. \tag{6}$$

Выполнив усреднение по ансамблю частиц, получаем:

$$\langle E_p \rangle = \frac{(1-m)}{2\pi\tilde{\varkappa}} e^{-i\sqrt{k^2-\varkappa^2}z} \sum_{k=o}^{\infty} \frac{1}{k!} J_{1+k}(\tilde{\varkappa}) \tilde{\varkappa}^k \int a^2 F(a) \left(\frac{1-\tilde{a}^2}{2}\right)^k da, \tag{7}$$

где $F(a)$ - функция распределения частиц по размерам. Отсюда видно, что коэффициенты f_k непосредственно связаны с моментами функции распределения $M_k = \int a^k F(a)da$:

$$\langle E_p \rangle = C\{M_2 J_1(\tilde{\varkappa}) + \frac{(M_2-M_4)}{2} \tilde{\varkappa} J_2(\tilde{\varkappa}) + \frac{(M_2-2M_4+M_6)}{4} \tilde{\varkappa}^2 J_3(\tilde{\varkappa}) + \ldots\}, \tag{8}$$

где $C = \frac{(1-m)}{2\pi\tilde{\varkappa}} e^{-i\sqrt{k^2-\varkappa^2}z}$, $\tilde{\varkappa} = \sin\theta$, $\tilde{a} = ka$.

Полученное выражение может быть полезным также при решении обратной задачи рассеяния. Оно позволяет по известным моментам функции распределения частиц восстанавливать рассеянное поле. Отсюда же следует, что изменяя функцию распределения частиц можно управлять диаграммой рассеянного излучения. Заметим, что разложение (8) содержит лишь четные моменты. Коэффициенты разложения f_k, соответствующие нечетным моментам, в малоугловом приближении отсутствуют. Нечетные моменты появляются, если учесть члены следующего порядка в выражении для полного поля, рассеянного на шаре (см. например, |4|). Однако их доля в рассматриваемом случае больших частиц мала.

Таким образом, коэффициенты разложения рассеянного поля в ряд по функциям Фурье-Бесселя задают относительную концентрацию частиц или функцию распределения частиц по размерам, а коэффициенты разложения в ряд по функциям Бесселя разного порядка - моменты функции распределения, причем использование пространственных фильтров, осуществляющих эти преобразования, позволяет непосредственно определять параметры частиц.

Полученные результаты могут быть использованы при анализе рассеяния света межзвездными частицами, метеорными частицами, частицами морского планктона, кристалликами льда в облаках. Рассматриваемый подход позволяет также исследовать некоторые задачи рассеяния радиоволн на ионосферных неоднородностях и на шероховатости планет, задачи статистической теории антенн, связанных с дифракцией на отверстии со случайными границами или возбуждаемых случайными токами.

Литература

1. Березный А.Е., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Сойфер В.А. // ДАН СССР. Т. 274, № 4, 1984. С. 802-805.
2. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.
3. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1974.
4. Ваганов Р.Б., Каценеленбаум Б.З. Основы теории дифракции. М.: Наука, 1982.