

И.Н. Сисакян, А.М. Смолевич

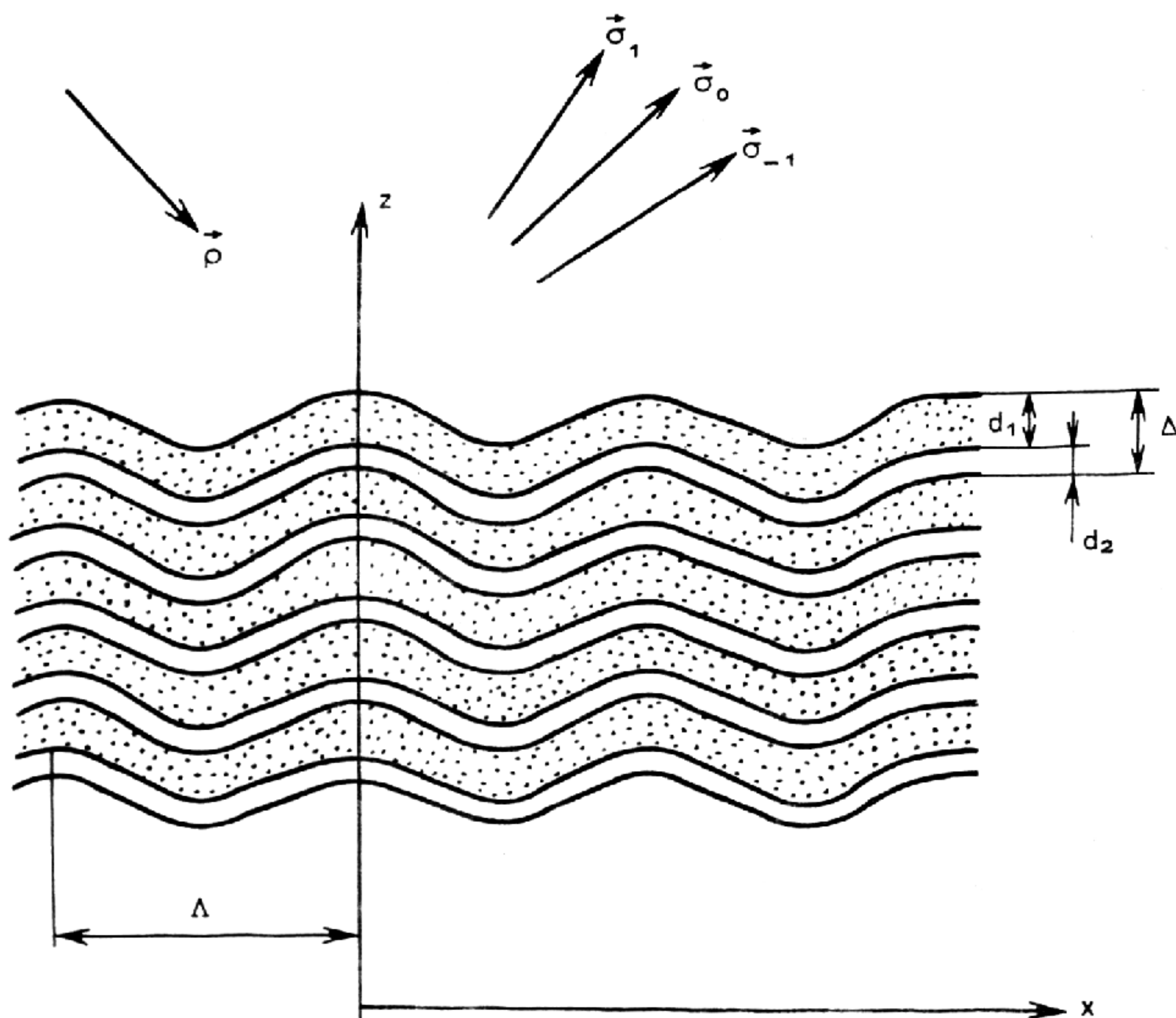
ДИФРАКЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ НА СИНУСОИДАЛЬНО МОДУЛИРОВАННОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЕ

В [1,2] сообщалось о наблюдении дифракции рентгеновского излучения на многослойной структуре, модулированной поверхностной акустической волной. Для теоретического описания процесса в [2] предложена "кинематическая" модель, для которой характерно пренебрежение ослаблением падающей волны и вторичным рассеянием дифрагированных волн.

Отметим, что подобные структуры представляют интерес и для более длинноволновых диапазонов излучения - оптического, инфракрасного, субмиллиметрового. Получение таких структур для указанных диапазонов вместо использования акустического возбуждения требует разработки иных технологий. Например, можно сначала методами компьютерной оптики [3] или голографическим способом получить рельефную решетку, а затем методом напыления наносить на нее нужное число слоев.

Наиболее интересными с точки зрения приложений являются такие случаи дифракции излучения на модулированных многослойных структурах, когда амплитуды дифрагированных волн нельзя считать малыми по сравнению с падающей и "кинематическая" теория неприменима. В данной работе задача решается в "динамическом" приближении.

Рассматривается синусоидально модулированная многослойная структура (см. рисунок), расположенная перпендикулярно оси и содержащая большое количество чередующихся слоев из двух различных материалов, имеющих комплексные диэлектрические проницаемости $\epsilon^{(1)}$ и $\epsilon^{(2)}$ ($|\epsilon^{(1)} - \epsilon^{(2)}| \ll 1$) и толщины d_1 и d_2 соответственно. Период структуры в направлении оси z : $\Delta = d_1 + d_2$. Границы слоев периодически промодулированы по закону $\psi(x) = h \cos(\frac{2\pi}{\Lambda} x)$. В [1,2] эта модуляция вызвана акустическим возбуждением. На структуру падает плоская, линейно поляризованная волна, волновой вектор $\vec{\rho}$ которой лежит в плоскости xz , а электрический вектор нормален xz .



Запишем локальную диэлектрическую проницаемость многослойной структуры как функцию координат $\epsilon = \epsilon(x, z)$. При $h = 0$ ϵ не зависит от x и имеет вид комплексной ступенчатой функции $\epsilon(z)$, принимающей два значения: $\epsilon^{(1)}$ и $\epsilon^{(2)}$. Периодическую модуляцию структуры будем описывать как зависящий от x сдвиг аргумента в функции $\epsilon(z)$:

$$\epsilon(x, z) = \epsilon(z - \psi(x)). \quad (1)$$

Используя подход работ [4,5], будем разлагать (1) в ряд Фурье, ограничиваясь членами 0-го и ± 1 -го порядков:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_0 + \frac{\epsilon_1}{2} \left[e^{iQ(z-\psi(x))} + e^{-iQ(z-\psi(x))} \right] = \\ &= \epsilon_0 + \frac{\epsilon_1}{2} \left[e^{iQz} e^{-iQh \cos(Kx)} + e^{-iQz} e^{iQh \cos(Kx)} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$Q = \frac{2\pi}{\Delta};$$

$$K = \frac{2\pi}{\Lambda};$$

ϵ_0 - средняя комплексная диэлектрическая проницаемость.

Используем известное разложение

$$e^{ia \cos(b)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(a) e^{imb}, \quad (3)$$

где $J_m(a)$ - функция Бесселя m -го порядка.

Имеем

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{\epsilon_1}{2} e^{iQz} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(-Qh) e^{imKx} + \frac{\epsilon_1}{2} e^{-iQz} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(Qh) e^{imKx}. \quad (4)$$

Используем далее свойства функций Бесселя:

$$J_m(-y) = (-1)^m J_m(y),$$

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_0 + \frac{\epsilon_1}{2} e^{iQz} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m J_m(Qh) e^{imKx} + \\ &+ \frac{\epsilon_1}{2} e^{-iQz} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(Qh) e^{imKx}. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставим (5) в скалярное уравнение Гельмгольца для амплитуды E электрического поля и аналогично работе [6] будем искать решение в виде:

$$E = R(z) e^{-i\vec{\rho}\vec{r}} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} s_m(z) e^{-i\vec{\sigma}_m\vec{r}}, \quad (6)$$

где

\vec{r} - радиус-вектор;

$\vec{\rho}$ - волновой вектор падающей волны;

$$\vec{\sigma}_m = \vec{\rho} + Q\vec{e}_z + mK\vec{e}_x;$$

\vec{e}_x и \vec{e}_z - единичные векторы в направлении осей x и z .

Медленно меняющиеся амплитуды $R(z)$, $s_0(z)$, $s_m(z)$ относятся соответственно к падающей волне, зеркально отраженной волне, волне m -го порядка дифракции рельефной решетки. В соответствии с подходом [6], члены с экспонентами, не содержащимися в (6), отбрасываем как соответствующие "сильно небрэгговским" волнам; коэффициенты при оставшихся экспонентах приравниваем, и членами со вторыми про-

изводными от медленно меняющихся амплитуд пренебрегаем.

В результате получим систему уравнений связанных волн:

$$c_R \frac{\partial R}{\partial z} + \alpha R = \frac{\epsilon_1 \beta}{4\epsilon'_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^{m+1} J_m(Qh) s_m, \quad (7)$$

$$c_m \frac{\partial s_m}{\partial z} + (\alpha + i\Gamma_m) s_m = -i^{m+1} \frac{\epsilon_1 \beta}{4\epsilon'_0} J_m(Qh) R, \quad (8)$$

где

$$c_R = \frac{\rho_z}{\beta}, \quad c_m = \frac{\sigma_{mz}}{\beta}, \quad \Gamma_m = \frac{1}{2\beta} (\beta^2 - \sigma_m^2), \quad \beta^2 = \epsilon'_0 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2;$$

ϵ'_0 - действительная часть ϵ_0 ;

ω - частота излучения;

c - скорость света;

α - коэффициент поглощения:

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_0 = \beta^2 - 2i\alpha\beta.$$

Условия на границах аналогичны условиям для случая отражательных голограмм в [6]: $R(0) = 1$, $s_m(T) = 0$, где T - толщина структуры. Френелевское отражение на границах структуры не учитывается.

Характерной особенностью системы (7)-(8) является то, что энергообмен между s_m осуществляется только через волну R , а члены, связанные с непосредственным энергообменом между s_m , отсутствуют. Физической причиной этого, по-видимому, служит отсутствие в первом приближении прошедших порядков дифракции для синусоидальной модуляционной решетки, поскольку волнообразно изогнутые равнотолщинные слои будут давать фазовую модуляцию для отраженной, но не для прошедшей волны.

Из "кинематической" модели [2] следует, что если угол между векторами $\vec{\sigma}_0$ и $\vec{\sigma}_1$ существенно превышает ширину угловой селективности многослойного зеркала и угол падения выбран так, что условие синхронизма выполняется для одной из волн s_m , то амплитуды остальных дифрагированных волн будут малы. При отбрасывании этих волн из (7)-(8) остается система двух связанных уравнений, которая в случае синхронизма волны s_0 будет аналогична уравнениям связанных волн Когельника [6], а при синхронизме s_1 или s_{-1} будет лишь незначительно отличаться от нее. Решение системы проводится так же, как в [6] для случая отражательных голограмм.

Выпишем ответ для наиболее важного случая, когда условие синхронизма выполняется для волны s_1 :

$$s_1(0) = \frac{\epsilon_1 \beta}{4\epsilon'_0} J_1(Qh) \left[\alpha + i\Gamma_1 + \frac{c_1 (\gamma_1 e^{\gamma_2 T} - \gamma_2 e^{\gamma_1 T})}{e^{\gamma_2 T} - e^{\gamma_1 T}} \right]^{-1} \quad (9)$$

где

$$\gamma_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{c_R} + \frac{\alpha}{c_1} + i\frac{\Gamma_1}{c_1} \right) \pm \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\alpha}{c_R} - \frac{\alpha}{c_1} - i\frac{\Gamma_1}{c_1} \right)^2 - \frac{\epsilon_1^2 \beta^2 J_1^2(Qh)}{4\epsilon'_0 c_R c_1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

В заключение отметим, что перспективы использования модулированных многослойных структур в различных волновых диапазонах обусловлены их высокой спектральной и угловой селективностью, а также тем, что они способны направлять все излучение в заданный порядок дифракции. Представляет интерес отсутствие дифракционных порядков в прошедшем сквозь структуру излучении, что не имеет места у решеток других типов [7].

Авторы благодарят А.И. Ерко за полезные обсуждения, а М.А. Зуева - за сделанные замечания.

Л и т е р а т у р а

1. Аристов В.В., Верещагин Г.В., Ерко А.И., Матвеева Л.А., Рощупкин Д.В. Письма в ЖТФ, 1987, т. 13, 6(21), с. 1288.
 2. Ерко А.И., Roшчупкин D.V., Snigirev A.A., Smolovich A.M., Nikulin A.Yu. X-Ray Diffraction on Multilayer Structure, Modulated by Surface Acoustic Waves. - Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 1989, v. A282, NN 2, 3, p. 634.
 3. Березный А.Е., Комаров С.В., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Сойфер В.А. ДАН СССР, 1986, т. 287, № 3, с. 623.
 4. Виноградов А.В., Зельдович В.Я. Appl. Opt., 1977, v. 16, N. 1, p. 89.
 5. Виноградов А.В., Зельдович Б.Я. Оптика и спектроскопия, 1977, т. 42, 6(4), с. 709.
 6. Когелник Н. Bell Syst. Techn. Journ., 1969, v. 48, N. 9, p. 2909.
 7. Серов О.Б., Смолевич А.М., Соболев Г.А. Письма в ЖТФ, 1978, т. 4, 6(4), с. 231.
-