

*И. В. Минин, О. В. Минин*

## **ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТОВ ДИФРАКЦИОННОЙ КВАЗИОПТИКИ**

### **Введение**

Развитие элементов интегральной оптики, средств ввода-вывода оптической информации, обработки изображений, создание основ элементной базы оптических ЭВМ стимулируют разработку новых элементов дифракционной квазиоптики (ЭДК). Основные достоинства ЭДК заключаются в возможности применения планарной технологии изготовления, высокой разрешающей способности, мало отличающейся от дифракционного предела, наличии частотных свойств и т.п. Изучение свойств ЭДК и разработку их новых типов удобно проводить в СВЧ диапазоне, где соблюдается масштабный эффект. Кроме того, ЭДК СВЧ диапазона представляют собой и значительный самостоятельный интерес.

Исследованиям фокусирующих и частотных свойств простейшего дифракционного квазиоптического объектива (зонной пластины (ЗП)) посвящено достаточно много работ. Так, в работе [1] показано, что в миллиметровом диапазоне длин волн фазоинверсная ЗП по своим фокусирующим свойствам эквивалентна плосковыпуклой СВЧ линзе с гиперболической поверхностью, но из-за значительно меньшей толщины обладает гораздо меньшими потерями СВЧ мощности на поглощение в материале объектива. В работе [2] в приближении дифракции Френеля показано, что ЗП обладает разрешением, как и идеальный безабберационный объектив. Подробно частотные и фокусирующие свойства ЗП, предназначенной для преобразования расходящегося сферического волнового фронта в сходящийся сферический при осевом точечном источнике излучения, представлены в работе [3]. Показано, что светосильный объектив на основе ЗП сохраняет свои фокусирующие и частотные свойства в широком спектральном диапазоне длин волн, отличных от номинальной (то есть от той, на которую рассчитывалась ЗП). При этом ЗП с относительным отверстием  $1/2$  и апертурой  $D/\lambda \sim 200$  обеспечивает поле зрения порядка  $30$  градусов при числе элементов изображения в кадре не более  $50 \times 50$  [4].

В ряде работ индийских ученых [5-7] рассматриваются дифракционные объективы на поверхностях вращения второго порядка (сфере [5], параболе [7]). В этих работах получены соотношения для радиусов зон Френеля на соответствующих поверхностях; в приближении геометрической оптики проанализировано влияние точности установки излучателя в фокусе на величину смещения его изображения вдоль оптической оси. На основе аналитических расчетов, проведенных в приближении Френеля, показано, что у объектива со сферической поверхностью полуширина распределения интенсивности поля вдоль оптической оси в области фокуса несколько уже, чем для ЗП, однако уровень боковых лепестков рассеяния выше [5].

Что касается дифракционного объектива, выполненного на параболической поверхности, то из результатов работ [6, 7] следует, что по сравнению с ЗП и сферическим объективом "параболический" обеспечивает наиболее узкое распределение интенсивности поля вдоль оптической оси в области фокуса. Кроме того, в работе [7] показано, что при изменении частоты излучения примерно в 1,35 раза его фокусное расстояние изменяется в 2 раза.

Изучение информативных свойств (частотных и фокусирующих) светосильных одно- и двухкомпонентных дифракционных объективов на параболической поверхности проведено в работе [8]. Показано, что при относительном отверстии 1/2 и апертуре  $D/\lambda \sim 40$  такие фокусирующие системы обеспечивают поле зрения не менее 20-30 градусов соответственно при разрешении, мало отличающемся от дифракционного предела, и при сохранении фокусирующих свойств в диапазоне длин волн, отличных от номинальной до  $\pm 20\%$ . Отмечено также, что дифракционная квазиоптика на неплоских поверхностях обладает свойством невзаимности, заключающимся в том, что при расчете объектива следует учитывать ориентацию источника и приемника излучения относительно вершины его поверхности.

В то же время известные работы носят частный характер, не позволяют установить взаимосвязь информативных свойств плоских и неплоских ЭДК.

Целью настоящей работы является установление инвариантных свойств элементов дифракционной квазиоптики, выполненных на произвольной поверхности вращения второго порядка.

### Частотные свойства

Не снижая общности задачи, рассмотрим для наглядности ЭДК, преобразующий плоский падающий волновой фронт в сходящийся сферический. Записывая выражения для эйконалов дифрагированной и опорной волн, легко показать, что дискретная фазовая функция пропускания дифракционного объектива (радиусы зон Френеля) определяется из условия (для произвольной формы поверхности):

$$\sqrt{(B-x_n)^2 + y_n^2} = B - x_n + n \frac{\lambda_0}{2}, \quad (1)$$

где

$B$  - расстояние от вершины объектива до области фокусировки;  $\lambda_0$  - номинальная длина волны;  $(x_n, y_n)$  - декартовы координаты границы  $n$ -й зоны Френеля (рис. 1).

Для случая падения электромагнитной волны на вогнутую поверхность дифракционного объектива следует поменять знак при  $x_n$ .

Для определения частотных свойств объективов на неплоских поверхностях из выражения (1) необходимо выразить величину  $B$ :



$$V_n(\lambda) = \frac{y_n^2 - (n \frac{\lambda}{2})^2}{n\lambda} + x_n. \quad (2)$$

Подставляя в (2) значения координат зон Френеля рассматриваемого объектива, получаем искомые зависимости.

Полученное выражение (2) позволяет сделать важный вывод о частотных свойствах дифракционных объективов, выполненных на произвольной поверхности вращения. В самом деле, найдем асимптотики границ рабочего спектрального диапазона длин волн объектива на произвольной поверхности. Минимальная длина волны находится из (2), если знаменатель приравнять нулю:

$$\lambda_{\min} \rightarrow 0. \quad (3)$$

Максимально возможная длина волны определяется из условия равенства числителя выражения (2) нулю:

$$\lambda_{\max} \rightarrow \frac{2}{n} (x_n + \tilde{R}_n), \quad (4)$$

где  $\tilde{R}_n = (x_n^2 + y_n^2)^{1/2}$ ,

что при  $y_n \gg x_n$  дает

$$\lambda_{\max} \rightarrow \frac{2}{n} (x_n + y_n).$$

Сравнивая полученные оценки для рабочего спектрального диапазона элементов дифракционной квазиоптики на произвольной поверхности вращения (3)–(4), можно сделать следующие выводы:

- максимально возможная длина волны объектива не зависит от направления падения излучения относительно вершины поверхности объектива и определяется стрелкой прогиба данной поверхности;
- при падении электромагнитного излучения со стороны вершины объектива его рабочий спектральный диапазон шире, чем в противном случае;
- скорость изменения фокусного расстояния от относительной расстройки длины волны при падении излучения со стороны вершины поверхности меньше, чем в противоположном случае.

Приведенные аналитические зависимости наглядно показывают, что частотные свойства рассматриваемой дифракционной квазиоптики существенно отличаются от аналогичных свойств ЗП (плоской квазиоптики), у которой стрелка прогиба поверхности равна нулю.

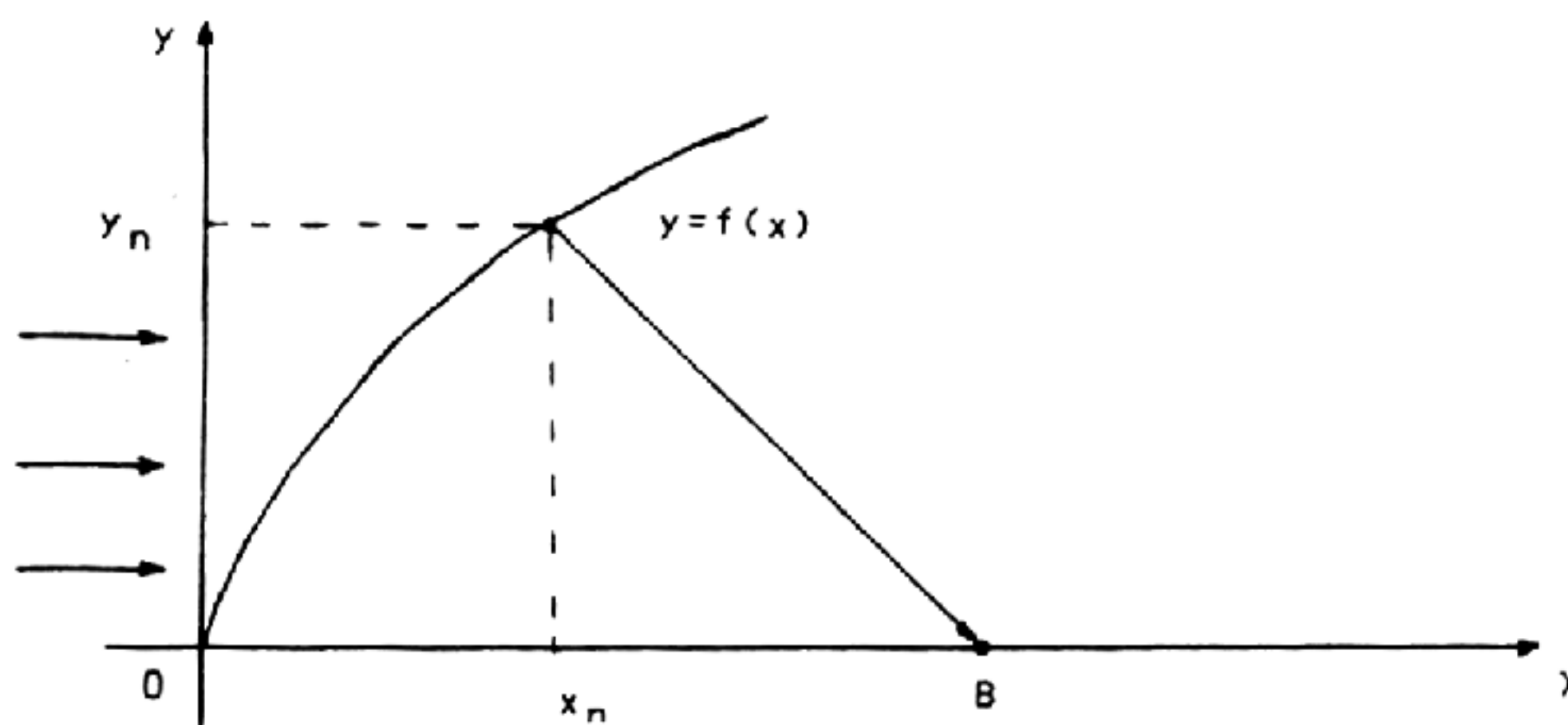


Рис. 1. Схема расчета элемента дифракционной квазиоптики на поверхности вращения второго порядка

Указанные особенности частотных свойств дифракционной оптики на неплоской поверхности свидетельствуют о том, что выбором формы поверхности объектива и ее ориентацией в пространстве возможно управлять его частотными свойствами - как усиливать их, так и ослаблять.

### Продольное разрешение

Рассмотрим продольное разрешение (глубину резкости) "неплоских" объективов. Следуя работе [3], из условия синфазности излучения в точке В и противофазности его в некоторой точке В+Δ<sub>z</sub> легко получить следующее выражение для продольного разрешения Δ<sub>z</sub>:

$$\Delta_z^{(\pm)} = - \frac{(\frac{\lambda}{2})^2 \pm \lambda[(B \mp x_n)^2 + y_n^2]^{1/2}}{2[(B \mp x_n)^2 + y_n^2]^{1/2} - (B \mp x_n) \pm \frac{\lambda}{2}}, \quad (5)$$

где знак (±) при x<sub>n</sub> относится к выпуклому (+) и вогнутому (-) объективам соответственно. Знак (±) при λ относится к положению первого минимума распределения интенсивности поля вдоль оптической оси дальше точки В (+) и ближе ее (-).

Из (5), в частности, следует, что выбором стрелки прогиба поверхности объектива x<sub>n</sub> возможно регулирование его продольного разрешения и глубины резкости. Так, при y<sub>n</sub> >> (B-x<sub>n</sub>) и y<sub>n</sub> >> λ из (5) для вогнутого объектива получаем, что

$$\Delta_z^{(\pm)} \rightarrow \mp \lambda/2.$$

Для выпуклого объектива при y<sub>n</sub> << (B+x<sub>n</sub>) и (B+x<sub>n</sub>) >> λ соответственно имеем

$$\Delta_z^{(\pm)} \rightarrow \mp \lambda \left( \frac{B+x_n}{y_n} \right)^2.$$

Указанные особенности поведения глубины резкости дифракционного объектива на неплоской поверхности позволяют, в частности, создать системы, обладающие значительно большим коэффициентом усиления, чем известные квазиоптические дифракционные объективы.

### Дифракционный интеграл Френеля-Кирхгофа

Теоретические исследования фокусирующих и частотных свойств дифракционной квазиоптики на поверхностях вращения второго порядка проводились в форме вычислительного эксперимента с использованием скалярной теории дифракции.

Рассмотрим вычисление дифракционного интеграла Френеля-Кирхгофа в трехмерном случае (рис. 2). Пусть образующая поверхности элемента ЭДК описывается уравнением вида:

$$r=f(z).$$

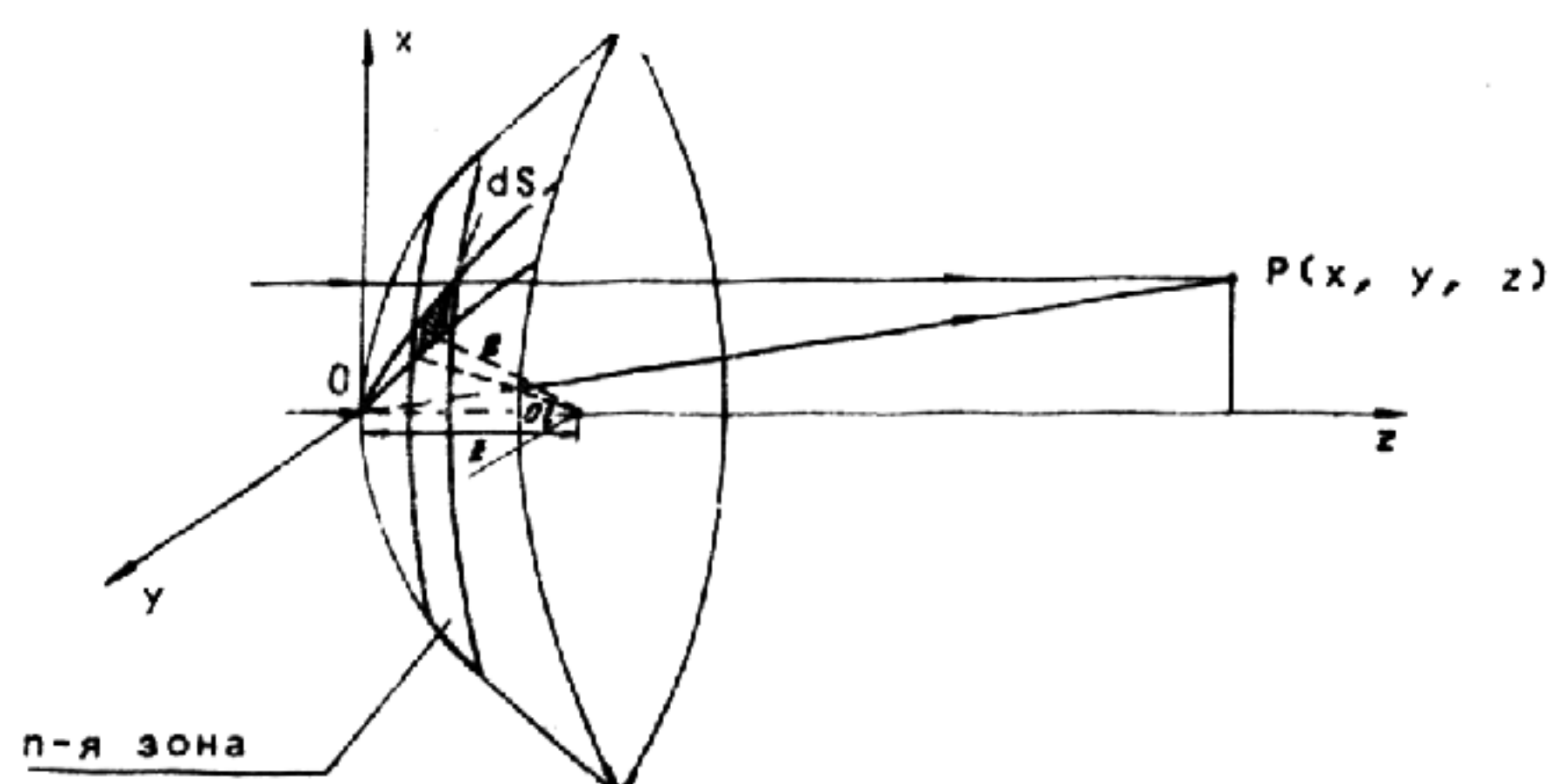


Рис. 2. Расчет дифракционного интеграла



Тогда элемент площади можно записать в виде

$$dS = r \left[ 1 + \left( \frac{dr}{dz} \right)^2 \right]^{1/2} dz d\theta. \quad (6)$$

Для точки наблюдения P с координатами  $(x_1, y_1, z_1)$  в случае падения на дифракционный объектив плоского волнового фронта дифракционный интеграл записывается как

$$U_n = \int_{z_{n-1}}^{z_n} \int_0^{2\pi} \frac{\chi(Q)}{Q} \exp(-i \frac{2\pi}{\lambda} Q) dS, \quad (7)$$

где

$$Q = [(B-z)^2 + (r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta - x_n)^2]^{1/2},$$

$\chi(Q)$  - коэффициент наклона, равный в данном случае

$$\chi(Q) = 1 + (B-z)/Q.$$

Примем, что образующая поверхности дифракционного элемента описывается корнем квадратным из квадратного трехчлена:

$$r = [\alpha z^2 + \beta z + c]^{1/2}. \quad (8)$$

Эта форма представления удобна потому, что уравнение (8) описывает:

- эллипс при  $\alpha c - \beta^2/4 < 0, \alpha < 0$ ;
- конус при  $\beta = c = 0, \alpha > 0$ ;
- гиперболу при  $\alpha c - \beta^2/4 < 0, \alpha > 0$ ;
- параболу при  $\alpha = c = 0, \beta \neq 0$ .

Вычисляя элемент площади по (6), с учетом (8) имеем:

$$dS = 0,5 [(2r)^2 + (2\alpha z + \beta)^2]^{1/2} d\theta dz.$$

Подставляя полученное выражение в (7), получаем окончательное выражение для интеграла Френеля-Кирхгофа, описывающего дифракцию скалярной волны на дифракционном квазиоптическом объективе, выполненном на поверхности вращения второго порядка. Для сокращения времени счета вычисление (7) проводилось по алгоритму, предложенному в работе [3], на разработанной интерактивной системе проектирования компьютерной оптики [9].

Экспериментальные исследования проводились в четырехмиллиметровом диапазоне длин волн; в качестве источника излучения использовались стандартные генераторы типа Г4-142, приемником служил кремниевый диод типа Д-407, нагруженный на открытый конец четырехмиллиметрового волновода.

Измерения проводились на оптической скамье, где были приняты меры по устранению переотражения излучения от металлических частей экспериментальной установки. Ее схема и методика проведения экспериментальных исследований подробно описаны в работе [9]; погрешность эксперимента составляла ~7%.

Дифракционный объектив был выполнен на конической поверхности и изготовлен на станках с числовым программным управлением из оптического полистирола, имеющего следующие оптические константы: показатель преломления  $n=1.59$ , показатель поглощения  $k \sim 10^{-3}$ . Фазовый профиль наносился на внутреннюю поверхность полого конуса с углом раствора  $\alpha=70$  градусов, высота фазовой ступеньки определялась по выражению:

$$h = \frac{\lambda}{2(n-1)} \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{n^2}}.$$

Радиусы зон Френеля определялись в соответствии с выражением

$$y_n = -\frac{n\lambda_0}{2 \operatorname{tg} \alpha} + \left[ \frac{n\lambda_0}{4} \left( \frac{n\lambda_0}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + 4B + n\lambda \right) \right]^{1/2}, \quad x_n = \frac{y_n}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Номинальная длина волны составляла  $\lambda_0 = 4.6$  мм, апертура  $D/\lambda_0 = 44$ , задний отрезок  $B=D$ . Максимальная стрелка прогиба поверхности ЭДК составляла  $\langle x \rangle / \lambda_0 = 32$ . Внешний вид дифракционного объектива приведен на рис. 3.

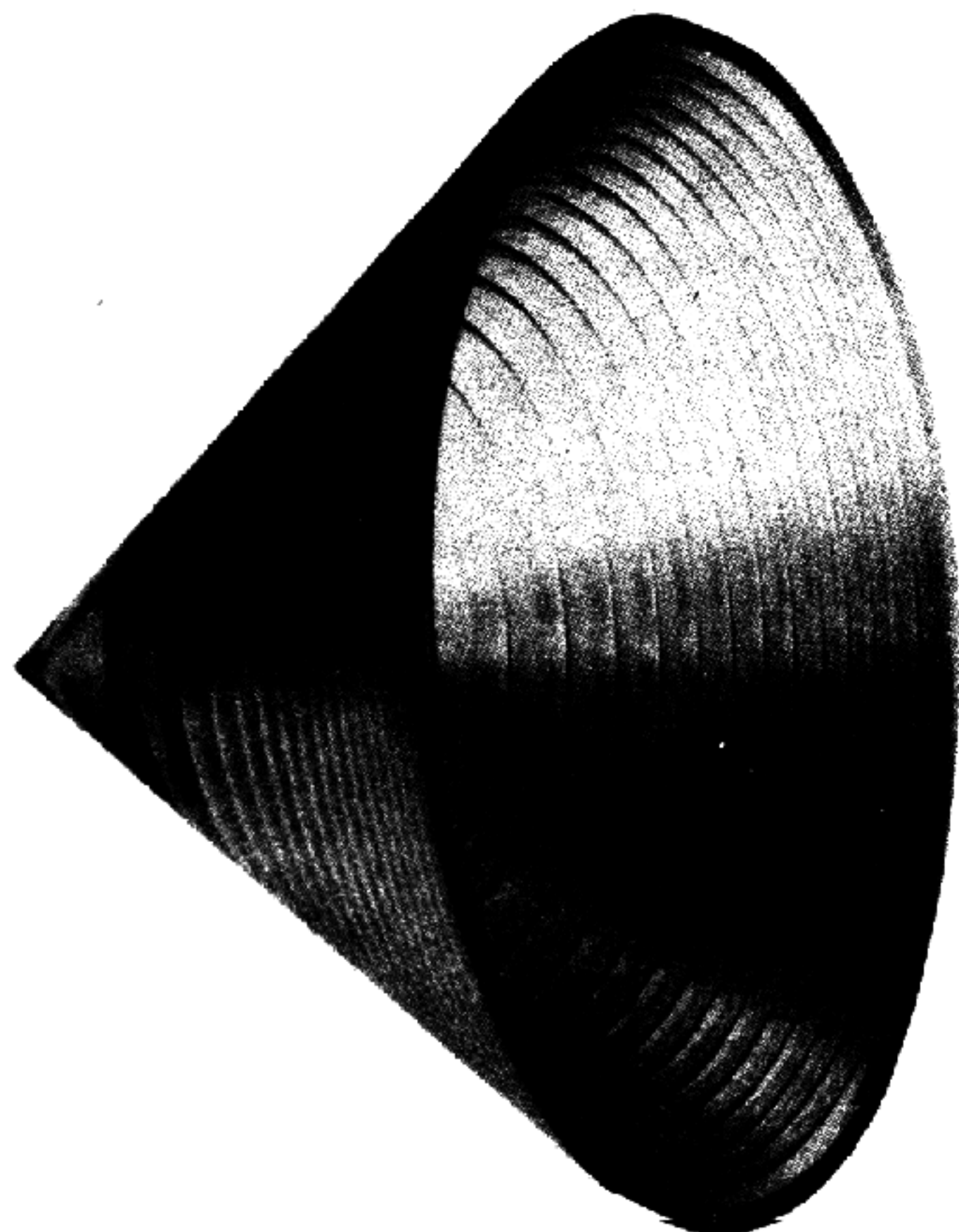


Рис. 3. Внешний вид ЭДК на конической поверхности

### Результаты исследований

Распределение интенсивности поля вдоль оптической оси в области фокуса рассматриваемого элемента ЭДК для различных длин волн СВЧ излучения приведено на рис. 4. По оси абсцисс отложено относительное расстояние вдоль оптической оси в единицах продольного разрешения для эквивалентной зонной пластины.

Анализ приведенных результатов показывает следующее:

- полуширина распределения интенсивности поля вдоль оптической оси (на полувысоте) для конической ЭДК с приведенными выше параметрами в 2 раза уже, чем для эквивалентной зонной пластины (при падении излучения со стороны вершины ЭДК);

- при падении излучения со стороны основания ЭДК ширина распределения интенсивности поля вдоль оптической оси примерно в 2,5 раза больше, чем для эквивалентной ЗП;

- форма рассматриваемого распределения, представленная в относительных величинах, изменяется мало (~2%) в диапазоне длин волн, отличных от расчетной не менее чем на ±13%;

- при уменьшении длины волны СВЧ излучения от расчетной возрастает интенсивность первого бокового максимума, расположенного дальше от ЗП относительно максимума распределения. При этом величина возрастания его относительной интенсивности примерно совпадает с величиной расстройки длины волны излучения.

При падении на элемент ЭДК плоской электромагнитной волны оценку продольного разрешения (5) можно записать как

$$\Delta_z^{(\pm)} = \Delta_{3П}^{(\pm)} \pm \langle x_n \rangle,$$

(9)



где

$\Delta_{\text{ЗП}}^{(\pm)}$  - продольное разрешение эквивалентной ЗП;

$\langle x_n \rangle$  - средняя величина стрелки прогиба поверхности ЭДК.

Таким образом, основной вывод заключается в том, что выбором стрелки прогиба поверхности ЭДК и ее ориентацией в пространстве можно регулировать продольное разрешение дифракционного объектива; при этом имеет место инвариант продольного разрешения (9).

Рассмотрим следующую характеристику элемента ЭДК - его частотные свойства. На рис. 5 приведены зависимости величины заднего отрезка от относительной расстройки длины волны СВЧ излучения, падающего на его вершину. По оси ординат отложена относительная расстройка длины волны излучения, по оси абсцисс - относительное смещение области фокусировки вдоль оптической оси (сплошная линия - теоретическая кривая, кружочки - экспериментальные данные, штриховая линия - зависимость для эквивалентной зонной пластины, штрихпунктирная - для ЗП с измененной величиной заднего отрезка  $B' = B - \langle x \rangle / 2$ , где  $\langle x \rangle$  - стрелка прогиба поверхности конического элемента ЭДК).

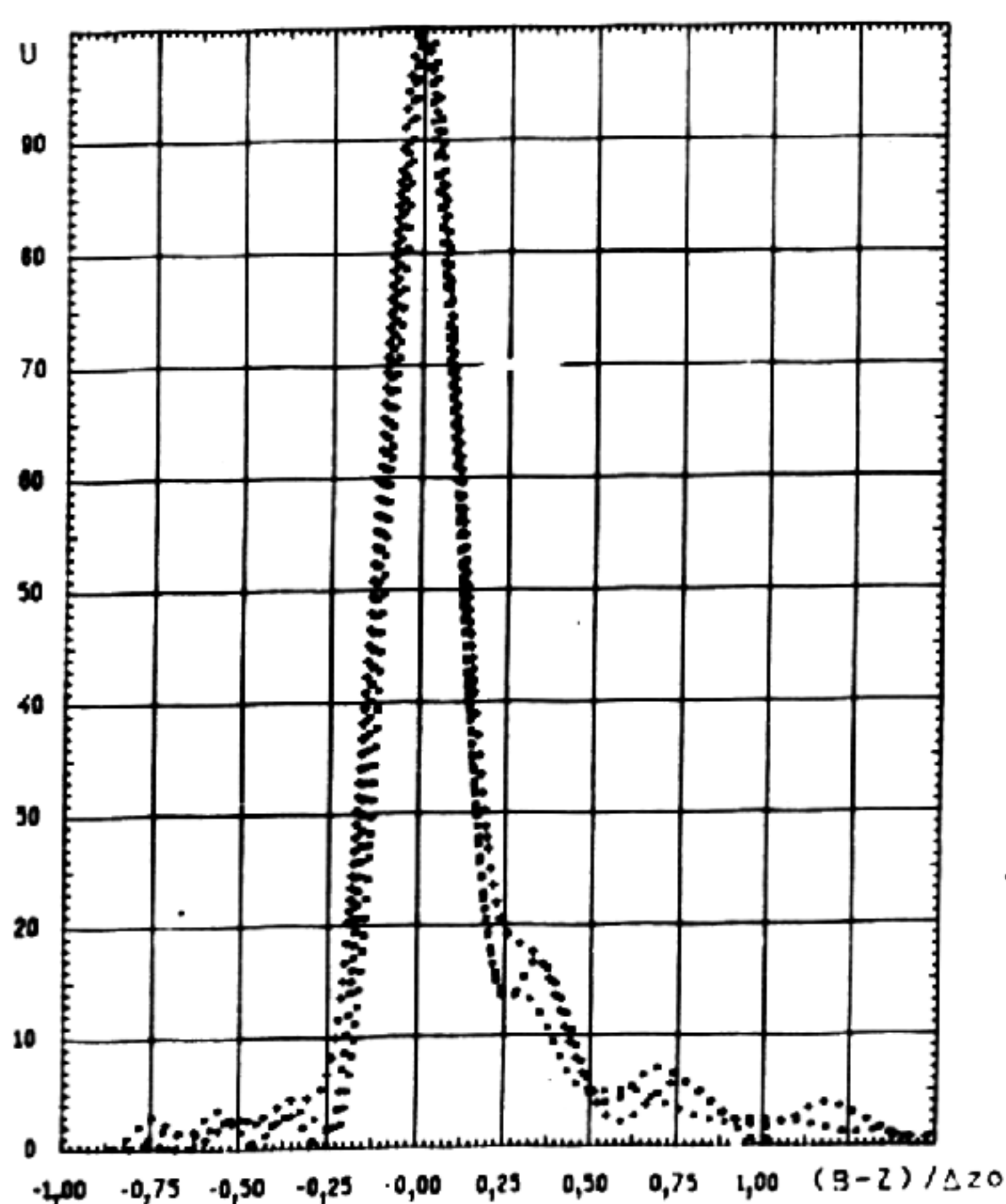


Рис. 4. Распределение интенсивности поля вдоль оптической оси в области фокуса ЭДК при падении излучения со стороны его вершины

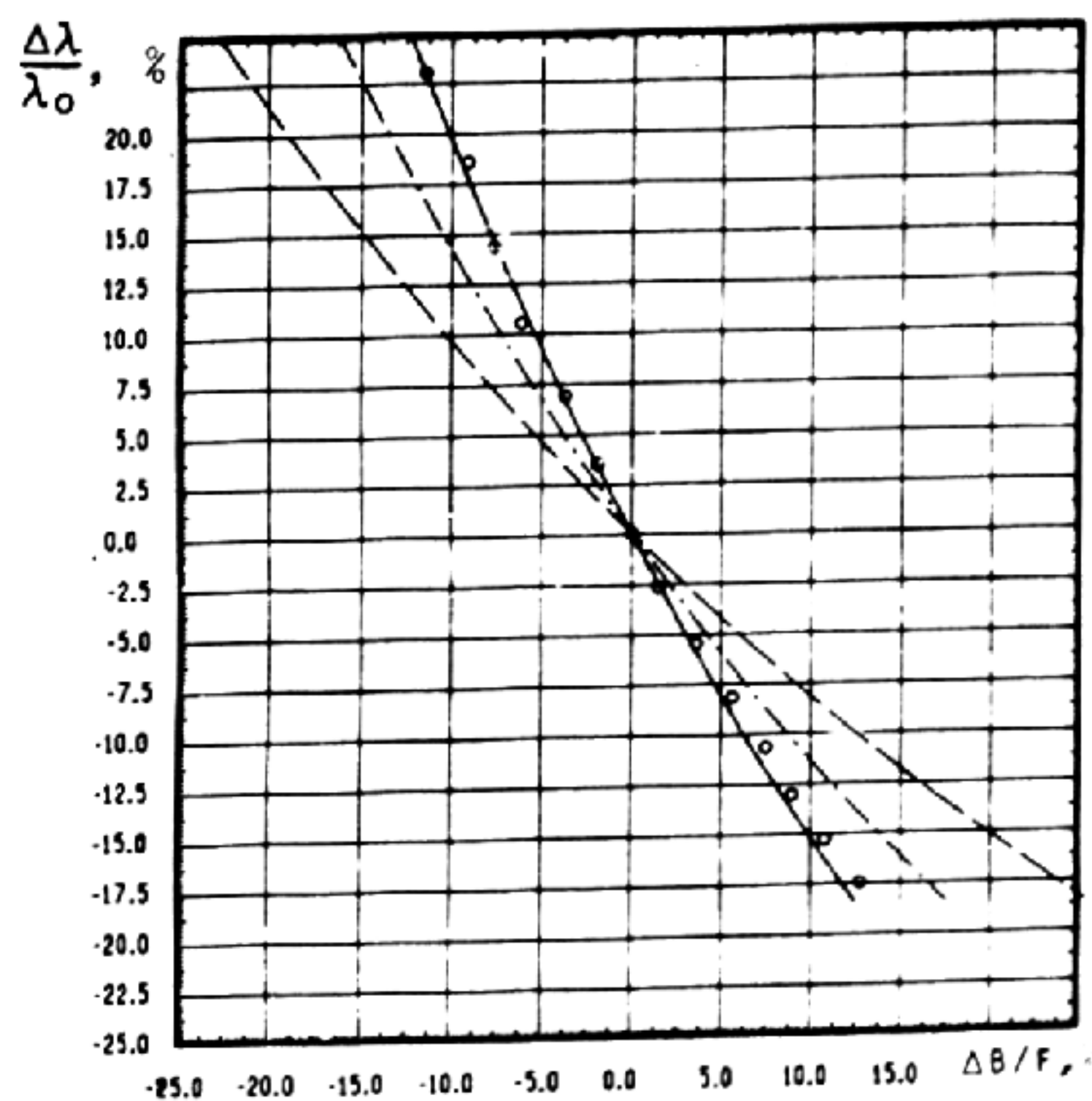


Рис. 5. Зависимость изменения фокусного расстояния от относительной расстройки длины волны:

—	теория
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	эксперимент
- - - - -	ЗП
- · - · - · - · - · - ·	ЗП с $B' = B - \langle x \rangle / 2$

Анализ приведенных частотных зависимостей конического ЭДК и зонных пластин показывает следующее:

- скорость перестройки положения области фокусировки вдоль оптической оси для конического объектива в 1.5-1.6 раза больше, чем для эквивалентной зонной пластины;

- частотные свойства конического ЭДК совпадают с таковыми для зонной пластины, имеющей величину заднего отрезка конического объектива, уменьшенной на зна-

чение стрелки прогиба его поверхности. (Последнее также может быть использовано для целей моделирования частотных свойств конической ЭДК.)

Последнее утверждение следует из частотного инварианта рассматриваемого ЭДК, который с учетом (2) и  $x_n \ll u_n$  можно записать как

$$\bar{V}(\lambda) \approx 0,5(V^{(+)}(\lambda) + V^{(-)}(\lambda)),$$

где

$V^{(+)}$ ,  $V^{(-)}$  - частотные свойства ЭДК при падении излучения со стороны основания и вершины его поверхности соответственно;

$\bar{V}(\lambda)$  - частотные свойства эквивалентной ЗП.

Исследования поперечного разрешения рассматриваемого ЭДК показали, что во всем рабочем спектральном диапазоне он обеспечивает разрешение не хуже дифракционного предела.

Таким образом, в настоящей работе впервые установлены инварианты частотных свойств и продольного разрешения элементов дифракционной квазиоптики, выполненных на произвольной поверхности вращения второго порядка. Показано, что выбором формы поверхности таких элементов и ее ориентацией в пространстве относительно положения области фокусировки возможно управлять их фокусирующими и частотными свойствами. Это позволяет существенно расширить функциональные возможности дифракционной квазиоптики и тем самым значительно увеличить область ее возможного применения.

#### Л и т е р а т у р а

1. S o b e l F., W e n t w o r t h F.L., W i l t s e J.C. Quasi-Optical Surface Waveguide and Other Components for the 100 to 300 Gs Region // IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 1961, MMT. 9, N 6, p. 512.

2. Щ у к и н И.И. О возможности применения зонных пластинок в антенной технике микроволнового диапазона // Вопросы построения систем оптимальной обработки информации. Ярославль: Изд-во Ярославского гос. ун-та, 1976, с. 111.

3. Б а й б у л а т о в Ф.Х., М и н и н И.В., М и н и н О.В. Исследование фокусирующих свойств зонной пластины Френеля // Радиотехника и электроника, 1985, т. 30, № 9, с. 1681.

4. М и н и н И.В., М и н и н О.В. Дифракционные радиооптические системы СВЧ диапазона // Тез. докл. 6-й Всесоюз. конф. по методам и средствам измерений электромагнитных характеристик материалов на ВЧ и СВЧ. Новосибирск, 1987, с. 169.

5. D e y K.K., K h a s t g i r P. Comparative Focusing Properties Spherical and Plane Microwave Zone Plate Antennas // Int. J. Electronics, 1973, v. 35, N 4, p. 497.

6. K h a s t g i r P., C h a k r a v o r t y J.M., D e y K.K. Microwave Paraboloidal, Spherical and Plane Zone Antennas: a Comparative Study // Indian J. of Radio and Space Phys., 1973, v. 2, N 3, p. 47.

7. D e y K.K., K r i s h a n S. Design and Focusing Characteristics of a Microwave Paraboloidal Zone Plate // Indian J. of Radio and Space Phys., 1977, v. 6, N 2, p. 202.



8. М и н и н И.В., М и н и н О.В. Параболические дифракционные объективы // Современные проблемы физики и ее приложений: Тез. докл. Всесоюз. конф. М., 1987, т. 2, с. 10.

9. М и н и н И.В., М и н и н О.В. Интерактивная система проектирования компьютерной оптики // Тез. докл. 4-й Всесоюз. конф. по проблемам машинной графики. Серпухов, 1987, с. 160.

---