В.И. Аджалов

ОБОБЩЕННЫЙ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ИМПУЛЬСНЫЙ ОТКЛИК И МОДОВО-ЧАСТОТНАЯ ПЕРЕДАТОЧНАЯ МАТРИЦА ВОЛОКОННОГО СВЕТОВОДА

Понятие импульсного отклика световода и его Фурье-образа - передаточной характеристики - сформировалось к настоящему времени в рамках прямого переноса теории линейных цепей на процесс преобразования электромагнитных полей в световодах [1, 2]. В настоящей работе излагаются результаты разработки модели световода как линейного детерминированного модово-частотного фильтра, позволяющие ввести понятие обобщенного пространственно-временного импульсного отклика световода. Показана целесообразность и эффективность применения понятия обобщенного отклика для аналитического описания процессов передачи одно- и двумерных сигналов световодами.

Для описания распределения комплексной амплитуды электромагнитных волн на входном торце световода $f(x, y, t)$ используем разложение спектральных составляющих $F(x, y, \omega)$ в ряд Карунена-Лоэва по базису собственных мод $\{\psi_{m,n}(x, y, \omega)\}$ с учетом ортогональности этого базиса:

$$f_A(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n A_n(\omega)\psi_n(x, y, \omega) e^{-i\omega t} d\omega. \qquad (1)$$

При этом для упрощения выкладок предполагаем упорядоченность базиса мод (сведение к индексации по одному параметру) и опускаем зависимость мод от продольной координаты z. Амплитудные коэффициенты возбуждения мод определяются соотношением

$$A_n(\omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(x, y, \omega)\psi_n^*(x, y, \omega) dx dy. \qquad (2)$$

Отметим, что реально вводимый в световод сигнал, переносимый далее собственными модами $f_A(x, y, t)$, отличается от исходного $f(x, y, t)$ ввиду ограниченности используемой части полного базиса, соответствующей направляемым модам.

Таким образом, любой входной сигнал в виде распределения комплексной амплитуды $f(x, y, t)$ в предположении неизменности базиса мод $\{\psi_n\}$ может быть однозначно охарактеризован вектор-функцией коэффициентов возбуждения мод $\vec{A}(\omega)$. Если световод имеет лишь локальные неоднородности либо протяженные продольные неоднородности, сводимые к локальным, не изменяющим состав мод [3], то сигнал на выходе световода $g(x, y, t)$ может быть представлен в виде разложения, аналогичного (1), то есть соотнесен с вектор-функцией $\vec{B}(\omega)$ в том же базисе собственных мод. В этом случае, если материал световода может считаться линейным и изотропным при используемых уровнях мощности, вектор-функции $\vec{A}(\omega)$ и $\vec{B}(\omega)$ оказываются связанными линейной матрицей

$$\vec{B}(\omega) = \vec{H}(\omega)\vec{A}(\omega)$$

или (3)

$$B_m(\omega) = \sum_n H_n^m(\omega) A_n(\omega).$$

Коэффициенты этой матрицы H_n^m для произвольного числа локальных неоднородностей N, расположенных в плоскостях (x^k, y^k), расположенных на удалении z^k друг от друга, определяются как

$$H_n^m = \sum_j T_j^m e^{-[\alpha_j - i\beta_j] z^N} \cdot \Sigma \cdots \sum_p T_p^q e^{-[\alpha_p - i\beta_p] z^2} \cdot \sum_n T_n^p e^{-[\alpha_n - i\beta_n] z^1}, \qquad (4)$$

где

$\alpha_n(\omega)$ и $\beta_n(\omega)$ - коэффициент затухания и постоянная распространения моды с индексом n;

$T_p^q(\omega)$ - интегралы перекрытия мод в каждой конкретной плоскости неоднородности, то есть коэффициенты возбуждения моды q в следующем отрезке световода модой p предыдущего отрезка.

Соответственно, матрица коэффициентов $H_n^m(\omega)$ является передаточной модово-частотной характеристикой световода, однозначно определяющей преобразование произвольного распределения амплитуд поля при его передаче световодом. Определение самих коэффициентов передаточной матрицы $H_n^m(\omega)$ может быть соотнесено с понятием обобщенной δ-функции, равномерно возбуждающей все собственные моды базиса $\{\psi_n(x, y, \omega)\}$ на всех временных частотах. В этом определении возможно введение понятия "обобщенный пространственно-временной отклик световода", понимаемого как реакция световода на возбуждение обобщенной δ-функцией (единичной вектор-функцией $\vec{A}(\omega)$):

$$h(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m,n} H_n^m(\omega)\psi_m(x, y, \omega)e^{-i\omega t}d\omega. \quad (5)$$

Определим с использованием обобщенного импульсного отклика распределение интенсивности поля на выходе световода, возбуждаемого источником излучения, создающим во входной плоскости световода поле $i(x, y, t)$ без модуляции источника и с его пространственной и временной модуляцией.

Распределение комплексной амплитуды поля на выходе световода, возбуждаемого источником $i(x, y, t)$, в соответствии с соотношениями (1)-(5) представим в виде

$$g(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m,n} H_n^m(\omega)I_n(\omega)\psi_m(x, y, \omega)e^{-i\omega t}d\omega,$$

где (6)

$$I_n(\omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y, \omega)\psi_n^*(x, y, \omega)dxdy,$$

$$I(x, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} i(x, y, t)e^{+i\omega t}dt.$$

Измеряемая пространственным фотоприемником (например, регистрируемая фотоэмульсией) интенсивность $g_I(x, y, t)$ определится как

$$g_I(x, y, t) = \langle g(x, y, t)\cdot g^*(x, y, t)\rangle, \quad (7)$$

где знаком <> обозначено усреднение во времени (считаем фотоприемник линейным, пространственно инвариантным и имеющим оптическую передаточную функцию, равную единице в интересующем диапазоне пространственных частот). Спектры распределения мгновенной интенсивности и амплитуды связаны (в соответствии с теоремой о свертке) как

$$G_I(x, y, \omega) = \left[\sum_{m,n} H_n^m(\omega)I_n(\omega)\psi_m(x, y, \omega)\right] \circledast \left[\sum_{i,j} H_j^i(-\omega)I_j(-\omega)\psi_i(x, y, \omega)\right] =$$

$$= \left[\sum_{m,n} H_n^m(\omega)I_n(\omega)\psi_m(x, y, \omega)\right] * \left[\sum_{i,j} H_j^i(\omega)I_j(\omega)\psi_i(x, y, \omega)\right], \quad (8)$$

где знаками ⊛ и * обозначены интегральные операции свертки и корреляции по переменной ω.

Соответственно, соотношение (7) приводится к виду

$$g_I(x, y, t) = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{m,n} H_n^m(\omega)I_n(\omega)\psi_m(x, y, \omega)\right] * \left[\sum_{i,j} H_j^i(\omega)I_j(\omega)\psi_i(x, y, \omega)\right] e^{-i\omega t}d\omega \right\rangle. \quad (9)$$

Таким образом, при наличии временной и пространственной когерентности поля, создаваемого источником, то есть наличии корреляции коэффициентов $I_k(\omega)$, определяемых интегральными соотношениями (6), выражение (9) описывает структуру спекл-поля, формируемого на выходе световода. В частности, для близкого к монохроматическому источника с поперечной корреляционной функцией $\Gamma(x, y, x_1, y_1)$ и световода со слабой связью мод ($H_p^q(\omega) = 0$ при $p \neq q$) составляющая суммы в выражении (9) с индексами n, j определится из (6) через изменение корреляционной функции

$$G_I(x, y, \omega_0)_{n,j} = \frac{1}{\Gamma_\Sigma}\iiiint\limits_{-\infty}^{\infty} H_n^n(\omega_0)\psi_n^*(x, y, \omega_0)\Gamma(x, y, x_1, y_1)\psi_j(x, y, \omega_0)H_j^{j*}(\omega_0)\,dxdydx_1dy_1, \quad (10)$$

где Γ_Σ - полная мощность источника, суть нормировка соотношения (10).

В случае некогерентного источника, возбуждающего равномерно моды световода со слабой связью мод или возбуждающего световод с сильной связью мод, выражение (9) сводится к суммированию интенсивностей, формируемых различными модами, без их интерференции в силу обращения в ноль членов $G_I(x, y, \omega_0)_{n,j}$ при $n \neq j$. Вследствие этого формируемое поле не имеет тонкой структуры и описывается тривиальным, так называемым равновесным, распределением интенсивности мод.

Дополнительная пространственная модуляция поля источника транспарантом с амплитудным пропусканием $s(x, y)$ не вносит существенных изменений в полученные выражения для распределения интенсивности, требуя соответствующей замены в соотношении (6) и выведенных с его использованием (9), (10) спектральной функции $I(x, y, \omega)$ на произведение $s(x, y)\cdot I(x, y, \omega)$.

Конкретный практический интерес представляет использование предложенного описания передаточных характеристик световода для случая временной модуляции источника, создающего поле $i(x, y, t)$ сигналом $s(t)$, и регистрации поля на выходе световода фотоприемником, интегрирующим по пространству.

Сохраняя ранее введенные обозначения, определим распределение комплексной амплитуды поля на выходе световода:

$$g(x, y, t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \sum_{m,n} H_n^m(\omega) I_n^s(\omega)\psi_m(x, y, \omega)e^{-i\omega t}d\omega, \quad (11)$$

где

$$I_n^s(\omega) = \iiint\limits_{-\infty}^{\infty} I(x, y, \omega-\xi)\, S(\xi)d\xi\psi_n^*(x, y, \omega)dxdy; \quad (12)$$

$S(\omega)$ - спектр сигнала.

С учетом полученного выше выражения для интенсивности поля, регистрируемого пространственным фотоприемником (9), реакция системы излучатель-световод-фотоприемник в пренебрежении зависимостью квантового выхода от ω и неравномерностью чувствительности по полю принимает вид

$$g_I(x,y,t) = \left\langle \iiint\limits_{-\infty}^{\infty} \Big[\sum_{m,n} H_n^m(\omega) I_n^s(\omega)\psi_m(x,y,\omega)\Big] * \Big[\sum_{i,j} H_j^i(\omega) I_j^s(\omega)\psi_i(x,y,\omega)\Big] \times e^{-i\omega t}\, d\omega dxdy \right\rangle . \quad (13)$$

Проводя интегрирование по (x, y) с учетом ортогональности базиса модовых функций $\{\psi_n(x, y, \omega)\}$

$$\iint\limits_{-\infty}^{\infty} \psi_n(x, y, \omega)\psi_m^*(x, y, \omega)dxdy = \begin{cases} 1 & m=n \\ 0 & m\neq n \end{cases}, \quad (14)$$

получаем

$$g_I(t) = \left\langle \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Big[\sum_{m,n} H_n^m(\omega)\, I_n^s(\omega)\Big] * \Big[\sum_{m,n} H_n^m(\omega) I_n^s(\omega)\Big] e^{-i\omega t} d\omega \right\rangle . \quad (15)$$

Поскольку модулирующие частоты много меньше частот источника, выражение (15) приводится к виду

$$g_I(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} s^2(t-\tau)\cdot \left\langle \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Big[\sum_{m,n} H_n^m(\omega)\, I_n(\omega)\Big] * \Big[\sum_{m,n} H_n^m(\omega) I_n(\omega)\Big]\cdot H_\phi(\omega)\, e^{-i\omega\tau} d\omega d\tau \right\rangle , \quad (16)$$

где

$H_\phi(\omega)$ - передаточная функция фотоприемника;

$I_n(\omega)$ определяется соотношением (6).

Таким образом, уравнение, описывающее регистрируемую интенсивность, принимает вид интеграла свертки сигнала по интенсивности $s^2(t)$ с импульсным откликом по интенсивности $h_I(t)$ системы излучатель-световод-фотоприемник, однозначно определяемым через обобщенную передаточную модово-частотную матрицу

$$h_I(t) = \langle\int_{-\infty}^{\infty}[\sum_{m,n} H_n^m(\omega)I_n(\omega)]*[\sum_{m,n} H_n^m(\omega)I_n(\omega)]H_\phi(\omega)e^{-i\omega t}d\omega\rangle. \quad (17)$$

В заключение определим конкретный вид импульсного отклика, описываемого соотношением (17) для известного частного случая световода без связи мод и затухания, возбуждаемого некогерентным источником с малым диапазоном излучаемых частот. Если время когерентности источника существенно меньше времени усреднения, импульсный отклик принимает вид

$$h_I(t) = \frac{1}{\Gamma_\Sigma}\iint_{-\infty}^{\infty}\sum_n I^2(\omega')p_n\exp\{-i[\omega t-(\beta_n(\omega'-\omega)+\beta_n(\omega'))z]\}d\omega' d\omega, \quad (18)$$

где

$I^2(\omega)$ - спектральная плотность мощности источника, являющаяся Фурье-образом функции корреляции;

p_n - приведенный коэффициент возбуждения моды (часть общей энергии, переносимой модой n).

Разложение постоянных распространения $\beta_n(\omega)$ в ряд Тейлора в окрестностях ω_0 и последующее интегрирование позволяют получить упрощенное выражение

$$h_I(t) = \sum_n \frac{p_n}{\Gamma_\Sigma\pi\left|\left.\frac{\partial^2\beta_n(\omega)}{\partial\omega^2}\right|_{\omega=\omega_0} z\right|} \cdot I^2\left(\omega_0 + \frac{t-z\left.\frac{\partial\beta_n(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_0}}{2\pi z\left.\frac{\partial^2\beta_n(\omega)}{\partial\omega^2}\right|_{\omega=\omega_0}}\right), \quad (19)$$

совпадающее с ранее полученными теоретическими и экспериментальными оценками [1, 4].

Как показывает проведенный анализ, предложенное описание световода при помощи детерминированной модово-частотной передаточной матрицы и обобщенного импульсного отклика позволяет сформировать удобное и адекватное аналитическое представление распределений интенсивности излучения на выходе световода, возбуждаемого модулируемым и немодулируемым источником, и, следовательно, может быть с успехом использовано при решении задач оптимизации передаточных характеристик световодных систем и апостериорной обработки сигналов на выходе световодов как до, так и после фоторегистрации.

Литература

1. Оптика и связь: Оптическая передача и обработка информации. А. Козанне и др. М.: Мир, 1984.

2. Волоконная оптика и приборостроение / Под общ. ред. М.М. Бутусова. Л.: Машиностроение, 1987.

3. Кривошлыков С.Г., Сисакян И.Н. Коэффициенты связи между модами продольно-неоднородных многомодовых градиентных волноводов. Письма ЖТФ, 1979, т. 5, с. 1069-1073.

4. Vassallo Ch. IEEE Trans. on Micr. Theor. 1977, v. MTT-25, p. 572.