

ФОРМИРОВАНИЕ МОД ГАУССА-ЭРМИТА С ПОМОЩЬЮ БИНАРНЫХ ДОЭ

I. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТ

С.Н. Хонина, В.В. Котляр, В.А. Сойфер
Институт систем обработки изображений РАН
М. Хонканен, Я. Турунен
Университет Йюенсуу, Финляндия

1. Введение

В [1,2] показано теоретически, что для эффективного формирования одномерных мод Гаусса-Эрмита (ГЭ) можно использовать фазовые бинарные ДОЭ, которые получаются с помощью знаковой функции от соответствующего многочлена Эрмита. При освещении такого ДОЭ плоским пучком света с оптимально подобранной апертурой в дальней зоне дифракции формируется с эффективностью более 80% требуемая мода.

В [3] для формирования лазерной моды ГЭ (1,0) был изготовлен и исследован экспериментально фазовый 16-ти уровневый ДОЭ. Он был изготовлен по технологии электронной литографии с помощью травления полиметилметакрилата, нанесенного на подложку из кварцевого стекла. Этот элемент был рассчитан с помощью итеративной процедуры, предложенной в [4]. Размерность массива была равна 2048×2048 отсчетов. Теоретическая эффективность равнялась 45.5%, а экспериментально измеренная - 37.7%.

В данной работе приведены результаты по безитерационному расчету и исследованию двухуровневых (бинарных) ДОО, формирующих моды ГЭ с номерами (1,0), (1,1) и (1,2) с теоретической эффективностью около 70%. Кроме того, результаты работ [1,2] обобщаются на двумерный случай формирования мод ГЭ.

С помощью технологии электронной литографии получены несколько фазовых бинарных ДОО, согласованных с модами ГЭ и проведена экспериментальная апробация их работоспособности.

2. Расчетные формулы

Для эффективного формирования отдельных мод ГЭ предлагается использовать фазовый элемент с функцией пропускания:

$$\tau_{mn}(x, y) = \operatorname{sgn} H_m(x) \times \operatorname{sgn} H_n(y) \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{a}\right), \quad (1)$$

где $H_m(x), H_n(y)$ - многочлены Эрмита m -го и n -го

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}, \quad \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}.$$

В [1] на основе разложения в ряд одномерной знаковой функции из уравнения (1)

$$\operatorname{sgn} H_n(x) = \sum_{p=0}^{\infty} C_p^{(n)} H_p(x), \quad (2)$$

где

$$C_p^{(n)} = \frac{1}{2^n n! \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}[H_n(x)] \times \exp(-x^2) H_p(x) dx \quad (3)$$

получены выражения в виде конечных сумм для коэффициентов $C_p^{(n)}$, например, при $p=2s$:

$$C_{2s}^{(2l)} = \frac{1}{2^{2s-1} (2s)! \sqrt{\pi}} (-1)^l \times \sum_{k=1}^l (-1)^k \exp(-x_k^2) H_{2s-1}(x_k) \quad (4)$$

где x_k - нули многочлена: $H_{2l+1}(x_k) = 0$.

С помощью уравнения (4) можно получить конкретные значения коэффициентов для разложения в ряд (2) для каждой моды ГЭ.

Например, для моды ГЭ (1,1)

$$\operatorname{sgn} H_{11}(x, y) = \operatorname{sgn}(x) \cdot \operatorname{sgn}(y)$$

используя представление:

$$\operatorname{sgn}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n} (2n+1)n!} H_{2n+1}(x) \quad (5)$$

можно записать:

$$\operatorname{sgn} H_{11}(x, y) = \frac{1}{\pi} \times \left(H_1(x) - \frac{1}{12} H_3(x) + \frac{1}{160} H_5(x) - \dots \right) \times \left(H_1(y) - \frac{1}{12} H_3(y) + \frac{1}{160} H_5(y) - \dots \right) \quad (6)$$

Из уравнения (5) получается, что с эффективностью около 86% бинарный ДОО с пропусканием $\operatorname{sgn} H_1(x)$ сформирует моду ГЭ, пропорциональную многочлену $H_1(x)$.

Для двумерных ДОО с пропусканием (1) эффективность, очевидно, можно оценить как произведение одномерных эффективностей: $0.86 \times 0.86 \times 100\% = 73.96\%$. Эта оценка подтверждается на основании результатов моделирования.

В Таблице 1 приведены значения среднеквадратичного отклонения δ и эффективности η , рассчитанных по следующим формулам:

$$\delta = \frac{\int_{-b}^b \int_{-b}^b \left\{ |\Im[\tau(x, y)]|^2 - |\Psi_{mn}(x, y)|^2 \right\} dx dy}{\int_{-b}^b \int_{-b}^b \left\{ |\Psi_{mn}(x, y)|^2 \right\} dx dy}, \quad (7)$$

$$\eta = \frac{\left| \int_{-b}^b \int_{-b}^b \Im[\tau(x, y)] \Psi_{mn}^*(x, y) dx dy \right|^2}{\int_{-b}^b \int_{-b}^b |\Im[\tau(x, y)]|^2 dx dy \int_{-b}^b \int_{-b}^b |\Psi_{mn}(x, y)|^2 dx dy}, \quad (8)$$

где

$$\Psi_{mn}(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right) H_m(x) H_n(y). \quad (9)$$

Таблица 1.

Рассчитанные средние ошибки и эффективность при формировании мод ГЭ с помощью бинарных знаковых ДОО с квадратной апертурой оптимального размера

ТЕМ(m,n)	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(7,0)
δ , %	28.8	14.4	30.6	62.4
η , %	63.8	72.3	68.5	33.5

Область интегрирования $[-b, b] \times [-b, b]$ в уравнениях (7) и (8) выбиралась из условия, что $|\Psi_{mn}(x, y)|^2 \leq 10^{-4}$. В уравнениях (7) и (8) использовано обозначение преобразования Фурье от функции пропускания ДОО:

$$\Im[\tau(x, y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tau(x, y) \times \exp\left[-\frac{ik}{f}(ux + vy)\right] dx dy \quad (10)$$

Однако, на практике часто используют не квадратную, а круглую диафрагму, в этом случае мы получим результат немного лучше или хуже, но примерно такой же (см. Таблицу 2)

Таблица 2. Рассчитанные средние ошибки и эффективность при формировании мод ГЭ с помощью бинарных знаковых ДОЭ с круглой апертурой оптимального размера

ТЕМ(<i>m,n</i>)	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(7,0)
$\delta, \%$	26.9	15.6	31.8	66.9
$\eta, \%$	70.1	69.5	65.4	40.7

3. Изготовление ДОЭ

Бинарные фазовые ДОЭ, функция пропускания которых удовлетворяет уравнению (1), были изготовлены с помощью низковольтного электронного генератора изображений Leica LION LV1 в Университете Йосенсуу (Финляндия). Предельное разрешение этого электронного литографа около 0.04 микрона.

Амплитудная бинарная маска была рассчитана с размерами 1 мм × 1 мм (1000 × 1000 отсчетов) с дискретностью 1 микрон. Высота бинарного рельефа формировалась для длины волны $\lambda = 0.633$ микрона.

Этапы изготовления бинарного профиля показаны на рис.1. С помощью электронного луча в слое полиметилметакрилата (ПММА), толщиной 0.18 микрон, который был осажден на подложке из расплавленного оксида кремния SiO₂, рисовалось изображение в соответствии с рассчитанной маской (этап 1 на рис.1). После проявления слой хрома толщиной 0.05 микрон осаждался в вакууме на поверхность структуры с бинарным изображением. Затем использовались процедуры вымывания для удаления оставшегося резиста ПММА вместе со слоем хрома из областей не подвергшихся экспонированию (этап 2 на рис. 1). И наконец с помощью реактивного ионного травления, при котором слой хрома выступал в качестве защитной маски, в расплавленном оксиде кремния создавался требуемый бинарный профиль (этап 3 на рис. 1). Так как показатель преломления SiO₂ равен 1.46, то высота ступеньки бинарного профиля формировалась равной 0.675 микрон.

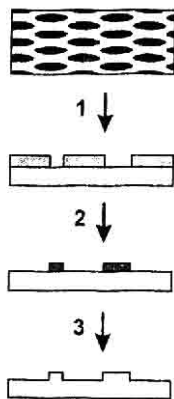


Рис.1. Этапы изготовления бинарного рельефа ДОЭ:
 1) экспонирование резиста электронным пучком;
 2) осаждение хрома и вымывание резиста;
 3) реактивное ионное травление

На рис. 2 показан увеличенный под микроскопом участок получившегося фазового бинарного ДОЭ.

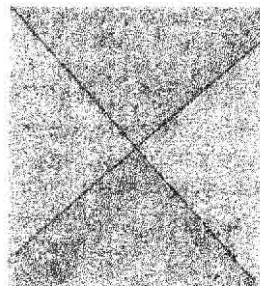


Рис. 2. Вид участка фазового бинарного ДОЭ под микроскопом.

4. Эксперимент

Изготовленные по литографической технологии бинарные фазовые ДОЭ исследовались на установке, оптическая схема которой показана на рис. 3. Луч света от He-Ne лазера малой мощности расширялся микрообъективом и фильтровался с помощью малой круглой диафрагмы. После коллимирования расходящегося пучка он ограничивался другой круглой диафрагмой радиусом примерно 1.1-1.2 мм. Ограниченный по радиусу плоский пучок попадал затем на бинарный ДОЭ. Дифракция света на ДОЭ в ближней зоне Френеля исследовалась с помощью регистрации распределения интенсивности света ПЗС-камерой. Приемное окно камеры имело размеры 6.6 мм × 4.78 мм, число фотоячеек равно 768 × 567. Зарегистрированные картины дифракции запоминались в компьютере. Для исследования дифракции Фраунгофера на ДОЭ в пространство за элементом вводилась линза с фокусным расстоянием 500 мм.

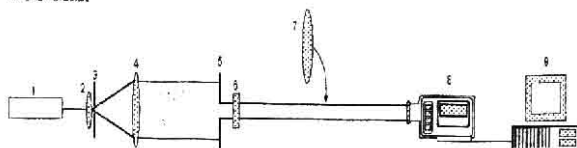


Рис. 3. Экспериментальная установка: He-Ne лазер (1), микрообъектив (2), фильтрующая диафрагма (3), коллимирующая линза (4), ограничивающая диафрагма (5), бинарный ДОЭ (6), добавочная линза для выполнения Фурье-преобразования (7), ПЗС-камера (8), компьютер (9)

На рис. 4-7 показаны результаты исследования для мод ГЭ с номерами (1,0), (1,1), (1,2) и (7,0), соответственно. На рис. 4а-7а показаны амплитудные бинарные фотошаблоны ДОЭ, ограниченные круглыми апертурами освещающего пучка с диаметром 1.2 мм. Фотошаблоны рассчитывались в соответствии с формулой (1). Однако, апертура была круглой и немного больше оптимального размера, что ухудшило результаты (в основном эффективность), которые могли быть получены в оптимальном случае (см. Таблицу 3).

На рис. 4б-7б показаны рассчитанные по формуле (9) картины дифракции Фраунгофера на соответствующих фазовых бинарных ДОЭ.

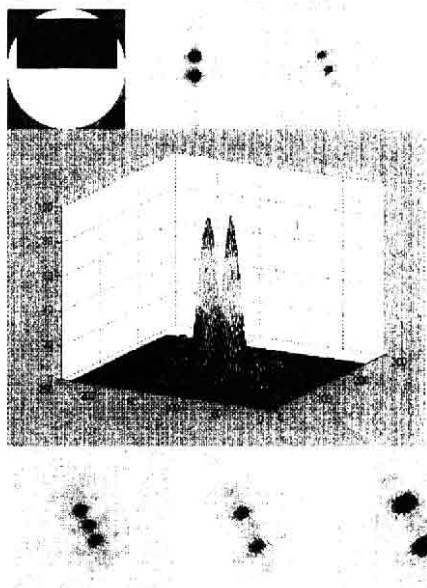


Рис. 4. Результаты моделирования и эксперимента для моды ГЭ (1,0): фотомаска, ограниченная круглой апертурой освещающего пучка (а); рассчитанная картина дифракции в дальней зоне (б); экспериментальная картина дифракции в дальней зоне (в) и ее трехмерное представление (з); экспериментальные распределения интенсивности на расстояниях 370 мм (д), 480 мм (е) и 620 мм (ж) от ДОЭ

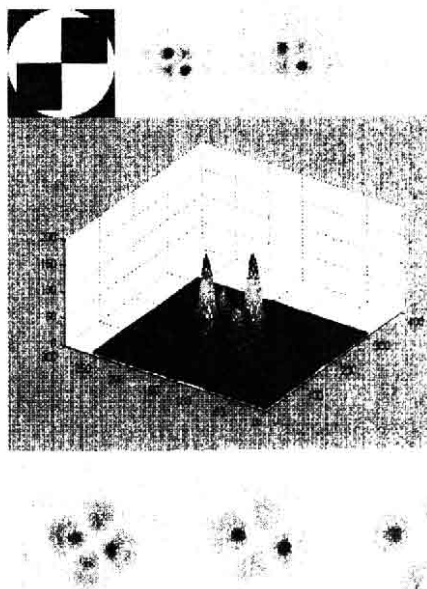


Рис. 5. Результаты моделирования и эксперимента для моды ГЭ (1,1): фотомаска, ограниченная круглой апертурой освещающего пучка (а); рассчитанная картина дифракции в дальней зоне (б); экспериментальная картина дифракции в дальней зоне (в) и ее трехмерное представление (з); экспериментальные распределения интенсивности на расстояниях 340 мм (д), 455 мм (е) и 640 мм (ж) от ДОЭ

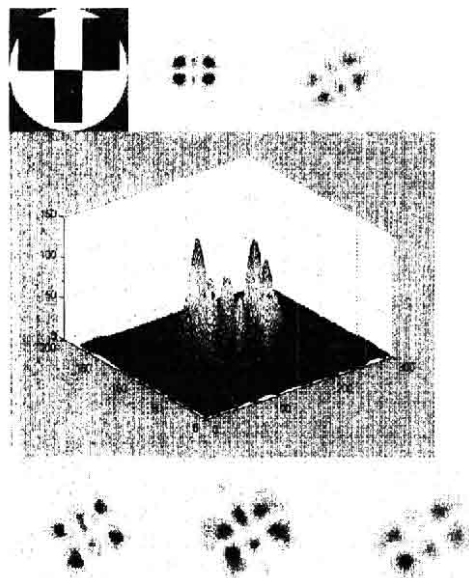


Рис. 6. Результаты моделирования и эксперимента для моды ГЭ (1,2): фотомаска, ограниченная круглой апертурой освещающего пучка (а); рассчитанная картина дифракции в дальней зоне (б); экспериментальная картина дифракции в дальней зоне (в) и ее трехмерное представление (з); экспериментальные распределения интенсивности на расстояниях 260 мм (д), 400 мм (е) и 580 мм (ж) от ДОЭ

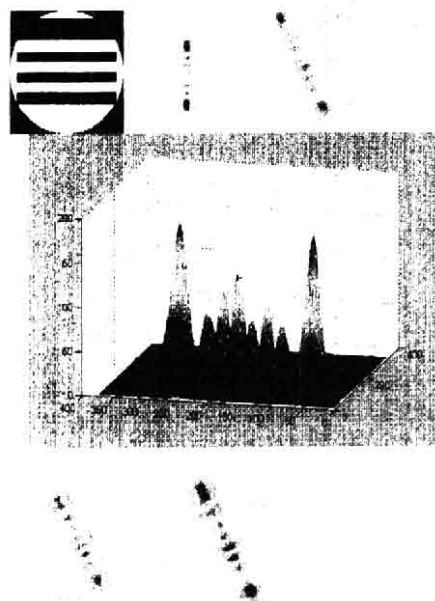


Рис. 7. Результаты моделирования и эксперимента для моды ГЭ (7,0): фотомаска, ограниченная круглой апертурой освещающего пучка (а); рассчитанная картина дифракции в дальней зоне (б); экспериментальная картина дифракции в дальней зоне (в) и ее трехмерное представление (з); экспериментальные распределения интенсивности на расстояниях 360 мм (д) и 470 мм (ж) от ДОЭ.

На рис. 4в-7в показаны экспериментальные картины дифракции Фраунгофера (дальняя зона), которые были зарегистрированы в задней фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием 500

мм, дополнительно введенной в оптическую схему (рис. 3, позиция 3). На рис. 4г-7г показаны трехмерные представления экспериментальных картин дифракции Фраунгофера (рис. 4в-7в). Сравнивая рис. 4б-7б и рис. 4в-7в, можно убедиться, что имеет место хорошее согласование теории и эксперимента.

На рис. 4д,е,ж-7д,е,ж показаны экспериментальные картины дифракции Френеля (ближняя зона) на разных расстояниях от ДОО. Из этих рисунков видно, что при распространении лазерный пучок проявляет модовые свойства - сохраняет свою структуру.

Таблица 3.

Рассчитанные средние ошибки и эффективность при формировании мод ГЭ с помощью бинарных знаковых ДОО с круглой апертурой немного больше оптимального размера

ТЕМ(<i>m,n</i>)	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(7,0)
$\delta, \%$	24.7	42.7	31.5	64.2
$\eta, \%$	55.6	62.2	59.4	31.7

5. Заключение

В работе получены следующие результаты:

- по технологии электронной литографии получены на кварцевом стекле бинарные ДОО для эффективного формирования отдельных мод Гаусса-Эрмита (1,0), (1,1), (1,2) и (7,0); функция пропускания таких ДОО равна знаковой функции от многочленов Эрмита;

- численное моделирование показало, что бинарные знаковые ДОО формируют первые моды ГЭ с эффективностью 64-72%;
- натурные эксперименты демонстрируют удовлетворительную работоспособность таких ДОО и согласие с теорией.

Благодарность

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№№ 96-15-96026, 98-01-00894).

Литература

1. Kotlyar V.V., Khonina S.N., Soifer V.A. "Generalized Hermite beams in free space", *Optik*, 1998, v.108, No.1, p.20-26.
2. Котляр В.В., Сойфер В.А., Хонина С.Н., "Обобщенные эрмитовые световые пучки в свободном пространстве", *Компьютерная оптика, СГАУ, Самара*, 1997, вып.17, с.31-36.
3. Duparre M., Pavelyev V., Luedge B., Kley B., Kowarschik R., Soifer V. "Forming of selected unimodal complex amplitude distributions by means of novel DOEs of MODAN-type", *Proceedings of SPIE*, 1997, v.3134, p.357-368.
4. Голуб М.А., Павельев В.С., Сойфер В.А. "Построение итеративного алгоритма расчета фазовых ДОО, формирующих заданное одномодовое распределение на основе метода обобщенных проекций", *Компьютерная оптика, М., МЦНТИ*, 1995, вып.14-15, часть 2, с.85-Формирование мод Гаусса-Эрмита с помощью бинарных ДОО.

Formation of Gaussian-Hermite modes using binary DOEs. I. Simulation and experiment

S.N. Khonina¹, V.V. Kotlyar¹, V.A. Soifer¹, M. Honkanen², J.Turunen²

¹Image Processing Systems Institute of RAS

²University of Joensuu, Finland

Abstract

In [1, 2], it was shown theoretically that one-dimensional Gaussian-Hermite modes (GH) can be formed efficiently by using phase binary DOEs obtained using the sign function of the corresponding Hermite polynomial. When such DOE is illuminated by a plane light beam with an optimal aperture, the required mode is formed with an efficiency of more than 80% in the far diffraction zone.

In [3], a 16-level phase DOE was produced and tested to form a GH laser mode (1,0). It was produced using the electron-beam lithography technology by etching polymethyl methacrylate coated on a quartz glass substrate. This element was designed using the iterative procedure proposed in [4]. The array dimension was 2048x2048 samples. The theoretical efficiency was 45.5%, and the efficiency measured experimentally was 37.7%.

Citation: Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Honkanen M, Turunen J. Formation of Gaussian-Hermite modes using binary DOEs. I. Simulation and experiment. *Computer Optics* 1998; 18: 24-28.

References

- [1] Kotlyar VV, Khonina SN, Soifer VA. Generalized Hermite beams in free space. *Optik* 1998; 108(1): 20-26.
- [2] Kotlyar VV, Khonina SN, Soifer VA. Generalized Hermite beams in free space. *Computer Optics* 1997; 17: 31-36.
- [3] Duparre M, Pavelyev V, Luedge B, Kley B, Kowarschik R, Soifer V. Forming of selected unimodal complex amplitude distributions by means of novel DOEs of MODAN-type. *Proc SPIE* 1997; 3134: 357-368.
- [4] Golub MA, Pavelyev VS, Soifer VA. Development of an iterative algorithm for calculating phase diffractive elements forming a single-mode distribution specified on the basis of application of the generalized projections method [In Russian]. *Computer Optics* 1995; 14-15(2): 85-93.