

РАСЧЕТ ПОЛЯ, ФОРМИРУЕМОГО ГЕОМЕТРООПТИЧЕСКИМИ ФОКУСАТОРАМИ

П.Г. Серафимович, С.И. Харитонов
Институт систем обработки изображений РАН

Дифракция на одномерных ДОЭ, имеющих зонную структуру

В последнее время широкое распространение получили дифракционные оптические элементы, фокусирующие когерентное излучение в заданную область с заданным распределением интенсивности [1,2]. Появился широкий спектр работ посвященный, как вычислению светового поля, создаваемого подобными оптическими элементами, так и решению обратных задач дифракции. Однако во многих работах при решении задач дифракции используется приближение геометрической оптики. Приближение геометрической оптики справедливо в случае, если ширина зоны или размер одного пиксела (при решении задач итерационными методами) на оптическом

элементе составляет несколько десятков длин волн. Это условие часто не выполняется в случае короткофокусных дифракционных оптических элементов, для расчета которых необходимо использовать более точное электромагнитное приближение. В настоящее время в электромагнитном приближении решены задачи дифракции света на простейших структурах: дифракционных решетках [1-4], шаре [4], цилиндре, круглом отверстии в металлическом экране. Это в первую очередь связано с тем, что расчет поля от более сложных пространственных структур требует больших вычислительных затрат. В связи с этим большую роль в теории дифракции играют асимптотические методы. В данной работе предлагается асимптотический метод оценки поля при дифракции на бинарной квазипериодической струк-

туре, представляющей совокупность дифракционных решеток с различным периодом. Получены удобные представления для волновых полей. Данный подход может быть эффективен при расчете поля от дифракционных оптических элементов.

Асимптотическая оценка поля при дифракции на одномерной бинарной квазипериодической структуре

Рассмотрим одномерную структуру, представляющую совокупность дифракционных решеток. Введем условные обозначения. Пусть X_M границы локальных решеток, N_M - число периодов M -ной дифракционной решетки. Если $N_M \rightarrow \infty$ то квазипериодическая структура превращается в строго периодическую дифракционную решетку. Если $N_M = 1$ все периоды квазипериодической структуры имеют различный период. Обозначим x_m - границы периода локальной решетки (для границ периодов используется сплошная нумерация, независимо от того какой решетке принадлежит данный период), $d_m = x_{m+1} - x_m$. Не ограничивая общности подхода, рассмотрим дифракционную решетку с одним пикселом на периоде [1] (см рис.1), c_m - ширина пиксела, h - его глубина. Пусть плоская волна $\exp(ik(\alpha_0 x - \beta_0 z))$ падает на описанную выше квазипериодическую структуру.

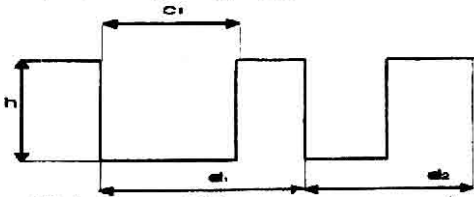


Рис. 1 Вид двух зон ДОЭ, которые имеют по одному периоду разных дифракционных решеток

$$\bar{W}(x) = \exp(ik\alpha_0 x) \sum_m \sum_n R_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{\lambda_m} (x - x_m)) \text{rect}(x, x_m, x_{m+1}) \quad (4)$$

$$\text{rect}(x, a, b) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in [a, b] \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

Данное представление поля на поверхности удобно тем, что по форме совпадает с представлением отраженного поля в случае дифракции на строго периодической структуре. Нахождение поля на поверхности сводится к определению дифракционных коэффициентов R_n^m . Далее будет показано, что в асимптотике выражения для дифракционных коэффициентов в квазипериодическом случае совпадают с коэффициентами, вычисленными для строго периодической решетки с параметрами d_m, c_m . Этот результат является основным для асимптотической оценки поля при дифракции на квазипериодической структуре.

Суммарное поле и его нормальная производная при $z < 0$ представляется в виде

Рассмотрим две области:

1 - область $z > 0$, 2 - область $z < 0$.

Поле в первой области представляет собой совокупность плоских волн

$$W(x, z) = \exp(ik(\alpha_0 x - \beta_0 z)) + \bar{W}(x, z) \quad (1)$$

$$\bar{W}(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\alpha) \exp(ik(\alpha x + \beta z)) d\alpha$$

где $\beta = \sqrt{1 - \alpha^2}$.

Нормальная производная поля

$$\frac{\partial W(x, z)}{\partial z} = -ik\beta_0 \exp(ik(\alpha_0 x - \beta_0 z)) + \int_{-\infty}^{\infty} ik\beta(\alpha) A(\alpha) \exp(ik(\alpha x + \beta z)) d\alpha \quad (2)$$

где $A(\alpha)$ - спектр пространственных частот волн, отраженных от структуры, $|\alpha| < 1$ соответствует однородным плоским волнам, $|\alpha| > 1$ соответствует неоднородным плоским волнам, амплитуда которых убывает при удалении от поверхности квазипериодической структуры. Спектральная функция выражается через отраженное поле на поверхности следующим образом

$$A(\alpha) = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{W}(x, 0) \exp(-ik\alpha x) dx \quad (3)$$

Пусть отраженное поле на поверхности структуры представляется в виде

$$W = \sum_k \sum_{\mu} a_{\mu}^k \sin\left(\frac{\pi\mu(x-x_k)}{c_k}\right) \sin(\Gamma_{\mu}^k(z+h)) S^k(x) \quad (6)$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \sum_k \sum_{\mu} a_{\mu}^k \Gamma_{\mu}^k \sin\left(\frac{\pi\mu(x-x_k)}{c_k}\right) \cos(\Gamma_{\mu}^k(z+h)) S^k(x) \quad (7)$$

$$\Gamma_{\mu}^k = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi\mu}{c_k}\right)^2} \quad (8)$$

$$S^k(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in [x_k, x_k + c_k] \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (9)$$

По аналогии с [1] запишем условия непрерывности поля и его нормальной производной на границе раздела между поверхностью дифракционной решетки и свободным полупространством.

$$\begin{aligned} & \exp(ik\alpha_0 x) \left(1 + \sum_n \sum_m R_n^m \Phi_n^m(x) \right) = \\ & = \sum_k \sum_\mu a_\mu^k \sin\left(\frac{\pi\mu(x-x_k)}{bd_k}\right) \sin(\Gamma_\mu^k h) S^k(x), \end{aligned}$$

$$\sum_s ik \exp(ik\alpha_0 x) \left(-\beta(\alpha_0) + \sum_n \sum_m R_n^m F_n^m(x) \right) S^s(x) = \sum_k \left(\sum_\mu a_\mu^k \sin\left(\frac{\pi\mu(x-x_k)}{bd_k}\right) \Gamma_\mu^k \cos(\Gamma_\mu^k h) \right) S^k(x), \quad (10)$$

где

$$\Phi_n^m = \exp\left(\frac{ik\lambda n}{d_m}(x-x_m)\right) \text{rect}(x, x_m, x_{m+1}), \quad (11)$$

$$F_n^m(x) = \hat{F}_n^m(x) + \tilde{F}_n^m(x) \quad \hat{F}_n^m(x) = \beta(\alpha_n^m) \Phi_n^m(x) \quad (12)$$

$$\tilde{F}_n^m(x) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\beta(\alpha) - \beta(\alpha_n^m)) \frac{\exp(ik(\alpha - \alpha_0)(x - x_{m+1})) - \exp(ik(\alpha - \alpha_0)(x - x_m))}{(\alpha - \alpha_0) - \frac{\lambda n}{d_m}} d\alpha, \quad (13)$$

$$\alpha_n^m = \alpha_0 + \frac{\lambda n}{d_m}.$$

Систему функциональных уравнений (3.10) можно привести к системе линейных уравнений

$$M^{k_{pn}} R^k_n = D^k_p, \quad (14)$$

$$M^{k_{pn}} = iA^{k_{pn}} + kd_k \delta_{pn},$$

$$D^k_p = iA^{k_{p0}} - kd_k \delta_{p0} - B^k_p,$$

$$A^{k_{pn}} = \sum \frac{tg(\Gamma_\mu^k h)}{N^k_\mu \Gamma^k_\mu} \beta(\alpha^k_n) D^k_{n\mu} \bar{D}^k_{p\mu} \quad D^k_{n\mu} = \int_{x_k}^{x_k+c_k} \exp(ik(\alpha_0 x + \lambda n/d_k(x-x_k))) \sin\left(\frac{\pi\mu(x-x_k)}{c_k}\right) dx, \quad (15)$$

$$B^k_p = \sum \frac{tg(\Gamma_\mu^k h)}{N^k_\mu \Gamma^k_\mu} \beta(\alpha^k_n) \Delta^k_\mu \bar{D}^k_{p\mu},$$

$$\Delta^k_\mu = ik \int_{x_k}^{x_k+c_k} \sum_n \exp(ik\alpha_0 x) \tilde{F}_n^m(x) \sin\left(\frac{\pi\mu(x-x_k)}{c_k}\right) dx$$

$$\tilde{F}_n^m(x) = \sum_m R_n^m \tilde{F}_n^m(x).$$

Полученная система содержит бесконечное число линейных уравнений. Для нахождения дифракционных коэффициентов необходимо оставить конечное число линейных уравнений. Пусть $N = \max(k)$ - максимальное число периодов, $P = \max(n)$ - максимальное число порядков. В этом случае размерность системы уравнений равна $N \times P$.

Найдем коротковолновую асимптотику. Последнее уравнение в (15) описывает влияние различных периодов квазипериодической структуры. Анализируя систему уравнений (14) отметим, что если $\tilde{F}_n^m(x) = \sum_m R_n^m \tilde{F}_n^m(x) \rightarrow 0$, то система (14) распа-

дается на N независимых систем уравнений, каждая

$$\tilde{F}_n^m(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\beta(\alpha) - \beta(\alpha_n^{m+1})}{\alpha - \alpha_n^{m+1}} R_n^{m+1} - \frac{\beta(\alpha) - \beta(\alpha_n^m)}{\alpha - \alpha_n^m} R_n^m \right] \exp(ik(\alpha - \alpha_0)(x - x_{m+1})) d\alpha. \quad (16)$$

Рассмотрим предельные случаи, когда влиянием соседних периодов можно пренебречь т.е.

$$\tilde{F}_n^m(x) \rightarrow \hat{v}.$$

из которых имеет размерность P . Каждая из этих подсистем уравнений совпадает с системой уравнений, полученной в случае решения задачи дифракции на решетке с параметрами $d_m = x_{m+1} - x_m$, c_m, h_m . Это позволяет уменьшить вычислительную ошибку при решении системы уравнений и в дальнейшем получить удобные выражения для асимптотической оценки поля.

Для дальнейших рассуждений введем несколько вспомогательных непрерывных функций $\varphi(x), R_n(x), \alpha_n(x)$. Функция $\varphi(x)$ определяет границы зон квазипериодической решетки $\varphi(x_m) = m\Lambda$, где Λ - параметр квазипериодической структуры (при $\Lambda \rightarrow 0$ границы зон стремятся друг к другу)

$$R_n(x_m) = R_n^m, \quad \alpha_n(x_m) = \alpha_n^m$$

Перепишем $\tilde{F}_n^m(x)$ в следующем виде

1. Периодическая структура $\alpha_n^m = \alpha_n^{m-1}$
 $R_n^m = R_n^{m+1}$. В этом случае из формулы (16) следует, что $\tilde{F}_n(x)$ тождественно равна нулю.

2. Длина волны освещающего пучка стремится к

нулю $\lambda \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$), Λ остается конечной. В этом случае мы имеем Фурье преобразование (по

Можно показать, что

$$\sum_m \left[\frac{\beta(\alpha) - \beta(\alpha_n^{m+1})}{\alpha - \alpha_n^{m+1}} R_n^{m+1} - \frac{\beta(\alpha) - \beta(\alpha_n^m)}{\alpha - \alpha_n^m} R_n^m \right] \exp(ik(\alpha - \alpha_0)(x - x_{m+1})) \rightarrow 0. \quad (17)$$

Доказательство утверждения (17) сводится к доказательству предельной формулы

$$\sum_m \left[R\left(\frac{x_{m+2} - x_{m+1}}{\Lambda}\right) - R\left(\frac{x_{m+1} - x_m}{\Lambda}\right) \right] \exp\left(\frac{2\pi i p x_{m+1}}{\Lambda}\right) \rightarrow 0 \text{ при } \Lambda \rightarrow 0,$$

где $\varphi(x_m) = \Lambda m$, $R(x)$ - произвольная функция.

Строгое доказательство можно провести только в случае равноотстоящих зон, однако численный анализ показывает справедливость данного утверждения для широкого класса последовательностей x_m и функций $R(x)$

Рассмотрим случай малых Λ и получим в этом случае удобное выражение для амплитуды вблизи поверхности квазипериодической структуры. Если функция $\varphi(x)$ монотонна и дифференцируема, то в пределах отрезка $[x_m, x_{m+1}]$ справедлива линейная аппроксимация $\varphi(x) = m\Lambda + \frac{\Lambda(x - x_m)}{d_m}$, где

$d_m = x_{m+1} - x_m$, тогда подставляя эту аппроксимацию в (4), получим представление:

$$\bar{W}(x) = \exp(ik\alpha_0 x) \sum_n \sum_m R_n^m \times \exp\left(ik \frac{\lambda n}{\Lambda} \varphi(x)\right) \text{rect}(x, x_m, x_{m+1}).$$

Нетрудно заметить, что знак суммы можно убрать и поле на поверхности квазипериодической структуры представляется в виде.

$$\bar{W}_0(x) = \exp(ik\alpha_0 x) \sum_n R_n(x) \exp\left(ik \frac{\lambda n}{\Lambda} \varphi(x)\right). \quad (18)$$

Поле в полупространстве имеет вид

$$W(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x - \bar{x}, z) W_0(\bar{x}) d\bar{x},$$

$$G(x, z) = \frac{1}{2i} \frac{\partial H_0^1(k\sqrt{x^2 + z^2})}{\partial z}. \quad (19)$$

Подставляя (18) в (19) получим окончательное выражение для поля везде при $z > 0$

$$\bar{W}(x, z) = \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} R_n(\bar{x}) G(x - \bar{x}, z) \times$$

переменной α) от низкочастотной функции. При $k(x - x_{m+1}) \rightarrow \infty$ значение Фурье-образа стремиться к нулю.

3. $\Lambda \rightarrow 0, k \rightarrow \infty$, но $k\Lambda$ остается конечной величиной.

$$\times \exp\left(ik\alpha_0 \bar{x} + ik \frac{\lambda n}{\Lambda} \varphi(\bar{x})\right) d\bar{x}. \quad (20)$$

С формальной точки зрения данный подход аналогичен методу нелинейного предсказания, изложенного в работе [5]. Отличие состоит в том, что в этой работе дифракционные коэффициенты были найдены, исходя из геометрооптической аппроксимации поля внутри штрихов дифракционной решетки, которая справедлива, если период решетки составляет несколько десятков длин волн. В свете нового подхода дифракционные коэффициенты могут быть найдены из строгой теории дифракции. В электромагнитном приближении значения коэффициентов будут зависеть от типа поляризации и относительной ориентации векторов поляризации и направления штрихов в решетке. Существенное отличие выражения (20) от формул, полученных с помощью метода нелинейного предсказания состоит в наличии зависимости дифракционных коэффициентов от координат.

В качестве примера рассмотрим вычисление поля от бинарной квазипериодической структуры, границы зон которой определяются формулой $\varphi(x_m) = m\Lambda$, где $\varphi(x)$ имеет вид

$$\varphi(x) = x \sin \omega + \sqrt{(x - f \sin \mu)^2 + f^2 \cos^2 \mu}. \quad (21)$$

Для того, чтобы использовать (20) для нахождения поля в полупространстве необходимо определить функцию $R_n(x)$. Для ее определения необходимо использовать значения дифракционных коэффициентов $R_n^m = Q_n(\lambda/d_m)$, которые находятся из системы (14).

$$R_n(x) = Q_n(\lambda/d_m), \quad (22)$$

$$\text{где } \frac{\Lambda}{d_m} = \frac{(x - f \sin \mu)}{\sqrt{(x - f \sin \mu)^2 + f^2 \cos^2 \mu}} + \sin \omega \quad (23)$$

График функции $\bar{Q}(\lambda/d_m) = \frac{\sqrt{1 - (\alpha_0 - \lambda_0/d_m)^2}}{\sqrt{1 - \alpha_0^2}} Q_{-1}(\lambda/d_m)$ $0.8 < \lambda/d_m < 1.8\alpha_0 = \sin \omega$, $\omega = 45^\circ$

для ТМ-поляризации приведен в работе [6]. Из результатов, приведенных в работе, также видно, что $Q_n = 0$ если $n \neq -1, 0$. Функцию Q_0 можно найти из закона сохранения энергии $Q_{-1}^2 + Q_0^2 = 1$.

Результаты вычисления поля приведены на рис. 2. Анализируя полученные результаты можно заметить, что при коротких фокусных расстояниях (т.е. сравнимых с размером оптического элемента) наблюдается асимметрия формы фокального пятна и смещение относительно точки предполагаемого гео-

метрического фокуса. Это смещение связано с тем, что фаза дифракционных коэффициентов на апертуре хотя и слабо, но все таки изменяется. Это и приводит к изменению направления лучей (правда в этом случае надо определить понятие луча).

Более сложным примером оптического излучения является фокусатор в отрезок. На рисунке 3 приведены примеры фокусировки в отрезок при различных параметрах.

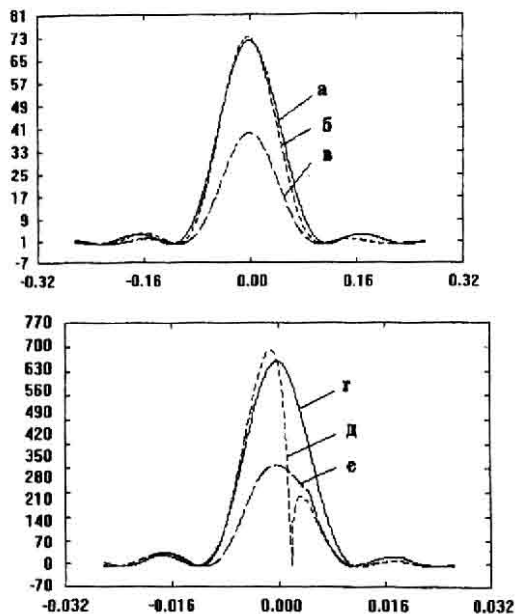


Рис. 2

- а) $\omega = 45$, $\mu = -25$, $f=100\text{мм}$, $D=10\text{мм}$
- б) $\omega = 45$, $\mu = -15$, $f=100\text{мм}$, $D=10\text{мм}$
- в) $\omega = 45$, $\mu = 0$, $f=100\text{мм}$, $D=10\text{мм}$
- г) $\omega = 45$, $\mu = -25$, $f=20\text{мм}$, $D=10\text{мм}$
- д) $\omega = 45$, $\mu = -15$, $f=20\text{мм}$, $D=10\text{мм}$
- е) $\omega = 45$, $\mu = 0$, $f=20\text{мм}$, $D=10\text{мм}$

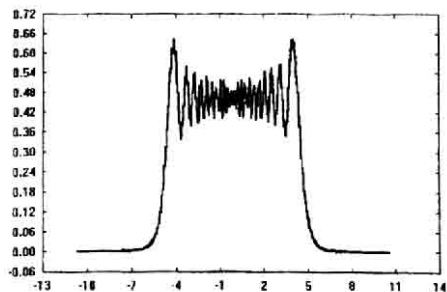


Рис. 3а

$\omega = 45$, $\mu = -25$, $f=100\text{мм}$, $D=10\text{мм}$, размер отрезка $L=10\text{мм}$

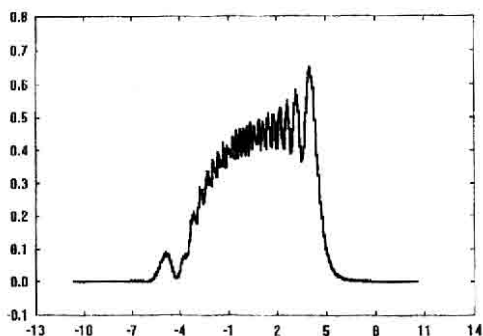


Рис. 3б

$\omega = 45$, $\mu = -15$, $f=100\text{мм}$, $D=10\text{мм}$, $L=10\text{мм}$

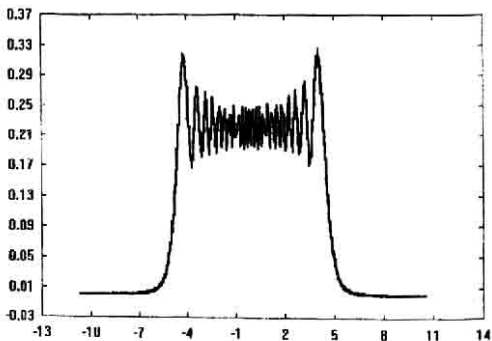


Рис. 3в

$\omega = 45$, $\mu = 0$, $f=100\text{мм}$, $D=10\text{мм}$, $L=10\text{мм}$

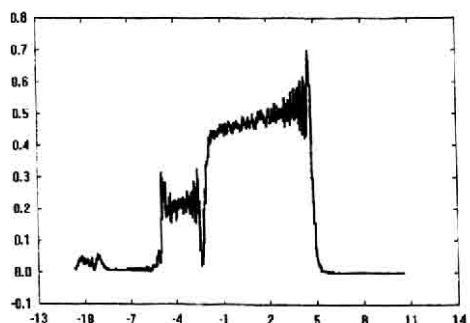


Рис. 3г

$\omega = 45$, $\mu = -25$, $f=10\text{мм}$, $D=10\text{мм}$, $L=10\text{мм}$

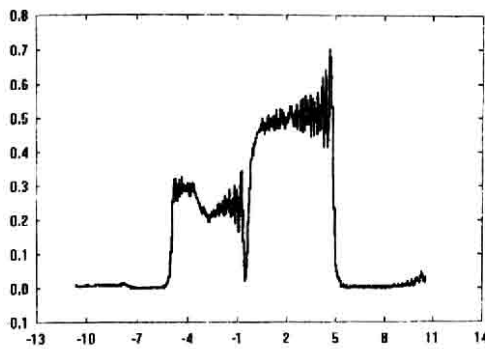


Рис. 3д

$\omega = 45, \mu = -15, f=10\text{мм}, D=10\text{мм}, L=10\text{мм}$

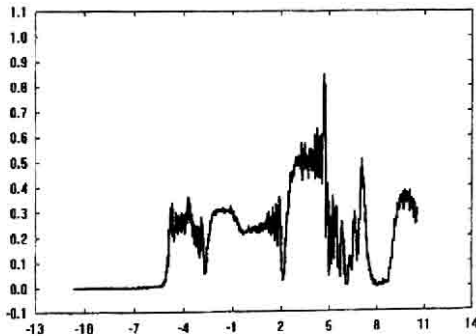


Рис. 3е

$\omega = 45, \mu = 0, f=10\text{мм}, D=10\text{мм}, L=10\text{мм}$

Дифракция на квазипериодических одномерных структурах в электромагнитном приближении

Рассмотрим отражение плоской электромагнитной волны от идеально проводящей квазипериодической структуры. Пусть плоская волна $\exp(ik(\alpha_0 x_v - \beta_0 x_N + \gamma x_r))$ падает на одномерный оптический элемент (см рис 4), границы зон x_m , которого определяются из уравнения

$$\varphi(x_m) = m\lambda \quad m = 1, 2, \dots$$

Чтобы упростить рассуждения рассмотрим одномерный случай. Введем систему координат x_n, x_N, x_r . И вектора

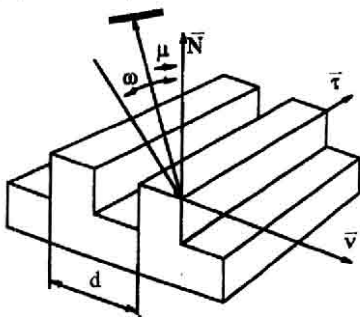


Рис. 4 Падение света под углом на бинарную отражательную квазипериодическую структуру

\vec{s} - определяет направление распространения

\vec{N} - вектор нормали к решетке (к плоскости)
 \vec{v} - вектор нормали к линиям решетки
 $\vec{\tau}$ - вектор касательный к линиям решетки
 $\vec{\tau} = [\vec{v} \times \vec{N}]$
 $\vec{v} = \frac{\nabla \varphi(\vec{u})}{|\nabla \varphi(\vec{u})|}$ - вектор перпендикулярный к ли-

ниям решетки и лежащий в плоскости оптического элемента.

Введем также вектор \vec{l} лежащий в плоскости падения волны (т.е в плоскости проходящей через вектор нормали к плоскости оптического элемента и вектор падающей волны) и вектор \vec{i} перпендикулярный плоскости падения.

$$\vec{i} = \frac{[\vec{s} \times \vec{N}]}{|\vec{s} \times \vec{N}|}, \quad \vec{l} = \frac{[\vec{s} \times \vec{i}]}{|\vec{s} \times \vec{i}|},$$

В падающей волне

$$\vec{E} = \vec{E}_t + \vec{E}_i \quad (24)$$

Рассмотрим случай, когда электрический вектор лежит в плоскости оптического элемента

$$\vec{E} = \exp[ik(s_x x + s_y y + s_z z)] \vec{i}, \quad (25)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{ik} [\text{grad} \exp[ik(\vec{s}\vec{x})] \times \vec{i}] \quad (26)$$

$$\vec{H} = \exp[ik(\vec{s}\vec{x})] [\vec{s} \times \vec{i}] = \exp[ik(\vec{s}\vec{x})] \vec{l} \quad (27)$$

Составляющая электрического поля вдоль штрихов в падающей волне

$$E_r^0 = (\vec{i} \cdot \vec{\tau}). \quad (28)$$

Составляющая магнитного поля вдоль штрихов в падающей волне

$$H_r^0 = (\vec{l} \cdot \vec{\tau}). \quad (29)$$

Если вектор магнитного поля параллелен плоскости оптического элемента

$$E_r^0 = -(\vec{l} \cdot \vec{\tau}), \quad (30)$$

$$H_r^0 = (\vec{l} \cdot \vec{\tau}). \quad (31)$$

Компоненты электромагнитного поля можно найти используя следующие выражения

$$\vec{E} = E_v \vec{v} + E_N \vec{N} + E_r \vec{\tau}, \quad \vec{H} = H_v \vec{v} + H_N \vec{N} + H_r \vec{\tau}, \quad (32)$$

$$\begin{aligned} E_v &= \frac{i}{k(1-\gamma^2)} (\partial_N H_r - \gamma \partial_v E_r) \\ E_N &= -\frac{i}{k(1-\gamma^2)} (\partial_v H_r + \gamma \partial_N E_r) \\ H_v &= -\frac{i}{k(1-\gamma^2)} (\partial_N E_r - \gamma \partial_v H_r) \\ H_N &= \frac{i}{k(1-\gamma^2)} (\partial_v E_r + \gamma \partial_N H_r) \end{aligned} \quad (33)$$

Рассмотрим зону с номером m , расположенную в интервале $[x_m, x_{m+1}]$. Будем полагать, что поле в этой зоне при $z=0$ совпадает с полем дифракционной решетки, у которой микрорельеф на периоде совпадает с микрорельефом в данной зоне и структура микрорельефа во всех зонах подобна с точностью до масштаба. В этом случае все характерис-

тики выходного поля (коэффициенты дифракции) зависят только от соотношения $\frac{\lambda}{d}$.

Используя формулы (33) получим выражения для отраженного от решетки поля

$$E_z(\bar{x}) = \left| E_\tau^0 \right| \exp(ik\alpha_0 x_v + ik\gamma x_\tau) \sum_m \sum_n E_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{d_m} (x_v - x_m) + ik\beta_n x_N) \text{rect}(x_m, x_{m+1}), \quad (34)$$

$$H_\tau(\bar{x}) = \left| H_\tau^0 \right| \exp(ik\alpha_0 x_v + ik\gamma x_\tau) \sum_m \sum_n H_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{d_m} (x_v - x_m) + ik\beta_n x_N) \text{rect}(x_m, x_{m+1}), \quad (35)$$

$$E_v(\bar{x}) = -\frac{1}{1-\gamma^2} \left\{ H_\tau^0 \exp(ik\alpha_0 x_v + ik\gamma x_\tau) \sum_m \sum_n \beta_n H_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{d_m} (x_v - x_m) + ik\beta_n x_N) \text{rect}(x_m, x_{m+1}) + \right. \\ \left. + \gamma E_\tau^0 \exp(ik\alpha_0 x_v + ik\gamma x_\tau) \sum_m \sum_n \alpha_n E_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{d_m} (x_v - x_m) + ik\beta_n x_N) \text{rect}(x_m, x_{m+1}) \right\}, \quad (36)$$

$$H_v(\bar{x}) = \frac{1}{1-\gamma^2} \left\{ E_\tau^0 \exp(ik\alpha_0 x_v + ik\gamma x_\tau) \sum_m \sum_n \beta_n E_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{d_m} (x_v - x_m) + ik\beta_n x_N) \text{rect}(x_m, x_{m+1}) - \right. \\ \left. - \gamma H_\tau^0 \exp(ik\alpha_0 x_v + ik\gamma x_\tau) \sum_m \sum_n \alpha_n H_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{d_m} (x_v - x_m) + ik\beta_n x_N) \text{rect}(x_m, x_{m+1}) \right\}, \quad (37)$$

$$E_N(\bar{x}) = \frac{1}{1-\gamma^2} \left\{ H_\tau^0 \exp(ik\alpha_0 x_v + ik\gamma x_\tau) \sum_m \sum_n \alpha_n H_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{d_m} (x_v - x_m) + ik\beta_n x_N) \text{rect}(x_m, x_{m+1}) - \right. \\ \left. - \gamma E_\tau^0 \exp(ik\alpha_0 x_v + ik\gamma x_\tau) \sum_m \sum_n \beta_n E_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{d_m} (x_v - x_m) + ik\beta_n x_N) \text{rect}(x_m, x_{m+1}) \right\}, \quad (38)$$

$$H_N(\bar{x}) = -\frac{1}{1-\gamma^2} \left\{ E_\tau^0 \exp(ik\alpha_0 x_v + ik\gamma x_\tau) \sum_m \sum_n \alpha_n E_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{d_m} (x_v - x_m) + ik\beta_n x_N) \text{rect}(x_m, x_{m+1}) + \right. \\ \left. + \gamma H_\tau^0 \exp(ik\alpha_0 x_v + ik\gamma x_\tau) \sum_m \sum_n \beta_n H_n^m \exp(ik \frac{\lambda n}{d_m} (x_v - x_m) + ik\beta_n x_N) \text{rect}(x_m, x_{m+1}) \right\}, \quad (39)$$

где

$$\gamma(\bar{u}) = (\bar{s} \cdot \bar{\tau}(\bar{u})), \quad \alpha_0(\bar{u}) = (\bar{s} \cdot \bar{v}(\bar{u})), \quad \alpha_n(\bar{u}) = \alpha_0(\bar{u}) + \frac{\lambda n}{d}, \\ \beta_n(\bar{u}) = \sqrt{1-\gamma^2(\bar{u}) - \alpha_n^2(\bar{u})}, \quad \lambda/d = |\nabla\varphi(\bar{u})|.$$

Учитывая

$$\nabla\bar{\varphi} = \lambda/d_m, \quad \bar{\varphi}(x) = m\lambda + \nabla\bar{\varphi}(x - x_m), \quad (40)$$

получаем выражение для поля формируемого оптически в плоскости $x_N = 0$

$$E_v(\bar{x}) = -\frac{1}{(1-\gamma^2)} \sum_n \left\{ H_\tau^0(\bar{u}) H_n(\bar{u}) \beta_n(\bar{u}) + \gamma(\bar{u}) E_\tau^0(\bar{u}) E_n(\bar{u}) \alpha_n(\bar{u}) \right\} \exp(ik\eta\varphi(\bar{u})) \exp(i\bar{k}\bar{u}), \quad (41)$$

$$H_v(\bar{x}) = \frac{1}{(1-\gamma^2)} \sum_n \left\{ E_\tau^0(\bar{u}) E_n(\bar{u}) \beta_n(\bar{u}) - \gamma(\bar{u}) H_\tau^0(\bar{u}) H_n(\bar{u}) \alpha_n(\bar{u}) \right\} \exp(ik\eta\varphi(\bar{u})) \exp(i\bar{k}\bar{u}), \quad (42)$$

$$E_N(\bar{x}) = \frac{1}{(1-\gamma^2)} \sum_n \left\{ H_\tau^0(\bar{u}) H_n(\bar{u}) \alpha_n(\bar{u}) - \gamma(\bar{u}) E_\tau^0(\bar{u}) E_n(\bar{u}) \beta_n(\bar{u}) \right\} \exp(ik\eta\varphi(\bar{u})) \exp(i\bar{k}\bar{u}),$$

$$H_N(\bar{x}) = -\frac{1}{(1-\gamma^2)} \sum_n \left\{ E_\tau^0(\bar{u}) E_n(\bar{u}) \alpha_n(\bar{u}) - \gamma(\bar{u}) H_\tau^0(\bar{u}) H_n(\bar{u}) \beta_n(\bar{u}) \right\} \exp(ik\eta\varphi(\bar{u})) \exp(i\bar{k}\bar{u}), \quad (43)$$

$$E_\tau(\bar{x}) = \sum_n E_\tau^0(\bar{u}) E_n(\bar{u}) \exp(ik\eta\varphi(\bar{u})) \exp(i\bar{k}\bar{u}), \quad (44)$$

$$H_\tau(\bar{x}) = \sum_n H_\tau^0(\bar{u}) H_n(\bar{u}) \exp(ik\eta\varphi(\bar{u})) \exp(i\bar{k}\bar{u}). \quad (45)$$

Полученные формулы получены для дифракции на одномерном дифракционном оптическом

элементе, но их вид как нетрудно заметить остается

неизменным и в случае двумерного дифракционного оптического элемента.

Для нахождения электромагнитного поля во всем пространстве необходимо воспользоваться представлением поля в форме Кирхгофа-Котлера. Вычисление интеграла Кирхгофа-Котлера представляет собой сложную вычислительную задачу, так как в общем случае нельзя воспользоваться алгоритмами БПФ. Авторами для вычисления данного интеграла был использован метод Гопкинса. Этот метод рекомендуется использовать в случае когда функция $\varphi(x, y)$ является дифференцируемой. Кроме того для уменьшения времени расчета был использован модифицированный метод. Модификация метода состояла в том, что при расчете методом Гопкинса отбрасывались члены в интегральной сумме, если аргумент в функции $\sin c(x)$ превышал 10. В этом случае в этих точках отпадала необходимость расчета дифракционных коэффициентов и произведений векторов, вычисление которых занимает большую часть времени.

В заключение вычислим поле от "линзы".

Рассмотрим оптический элемент, границы зон которого описываются функцией.

$$\varphi(\vec{x}) = x \sin \omega + \sqrt{(x - f \sin \mu)^2 + y^2 + f^2 \cos^2 \mu} \quad (46)$$

Внутри зоны микрорельеф имеет вид бинарной дифракционной решетки с одним штрихом.

Нетрудно заметить, что данный элемент фокусирует излучение в точку с координатами

$$(f \sin \mu, 0, f \cos \mu). \quad (47)$$

Результаты вычисления поля приведены на рис. 5.

Результаты были получены для случая когда вектор магнитного поля лежит в плоскости оптического элемента.

Анализируя полученные результаты можно видеть, что при коротких фокусных расстояниях наблюдается асимметрия формы фокального пятна.

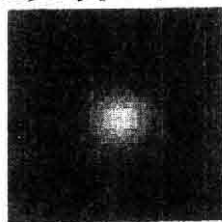


Рис. 5а

$$\omega = 45, \mu = -25, f = 100 \text{ мм}, D = 10 \times 10 \text{ мм}$$

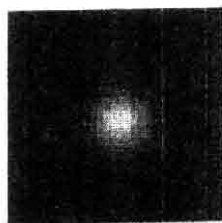


Рис. 5б

$$\omega = 45, \mu = -15, f = 100 \text{ мм}, D = 10 \times 10 \text{ мм}$$

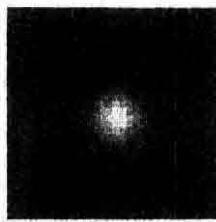


Рис. 5в

$$\omega = 45, \mu = 0, f = 100 \text{ мм}, D = 10 \times 10 \text{ мм}$$

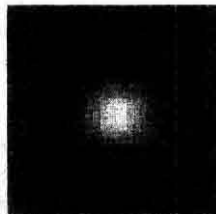


Рис. 5г

$$\omega = 45, \mu = -25, f = 20 \text{ мм}, D = 10 \times 10 \text{ мм}$$



Рис. 5д

$$\omega = 45, \mu = -15, f = 20 \text{ мм}, D = 10 \times 10 \text{ мм}$$

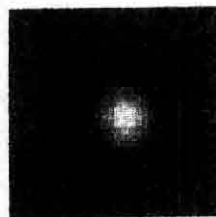


Рис. 5е

$$\omega = 45, \mu = 0, f = 20 \text{ мм}, D = 10 \times 10 \text{ мм}$$

Благодарность

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-15-96026)

Литература

1. Kok Y.L., Galagher Neal V. Relative phases of electromagnetic waves diffracted by a perfectly conducting rectangular-grooved grating // Journal of the Optical Society of America A. - 1988. - Vol.5, №1. - P. 65-73.
2. Applied optics v 34, N 14 1995.
3. JOSA v 12 N 5 1995.
4. Борн М., Вольф Е. "Основы оптики", М. Наука, 1987, 720 с.
5. Досколович Л.Л., Казанский Н.Л., Соيفер В.А., Харитонов С.И. "Дифракционный подход к синтезу многофункциональных фазовых элементов" // Оптика и спектроскопия, 1992, т.73, вып.1, с.191-195.

6. Veldkamp W.B., Swanson G.C., Shaver D.C. High efficiency binary lenses // *Optics Communications*. - 1984. - Vol.5, № 6. - P.353-358.
7. М.В.Федорюк, "Асимптотики: интегралы и ряды", М., Наука, 1987, 544 с.
8. Golub M.A., Sisakian I.N., Soifer V.A. Infra-red radiation focusators // *Optics and Lasers in Engineering*. - 1991. - Vol.15, № 5. - P.297-309.
9. Soifer V.A., Golub M.A. Diffractive micro-optical elements with non-point response // *Proceedings SPIE*. - 1992. - Vol.1751. - P.140-154.

Calculation of the field formed by geometric-optical focusators

P.G. Serafimovich, S.I. Kharitonov
Image Processing Systems Institute of RAS

Abstract

Diffraction optical elements that focus coherent radiation into a target area with a target intensity distribution have become widespread recently [1,2]. A wide range of works has appeared that are devoted to both the calculation of the light field created by such optical elements and to the solution of inverse diffraction problems. However, many works use the ray optics approximation when solving diffraction problems. The ray optics approximation is valid if the width of the area or the size of one pixel (when solving problems by iterative methods) on the optical element is several tens of wavelengths.

Citation: Serafimovich PG, Kharitonov SI. Calculation of the field formed by geometric-optical focusators. *Computer Optics* 1998; 18: 96-103.

References

- [1] Kok YL, Gallagher NV. Relative phases of electromagnetic waves diffracted by a perfectly conducting rectangular-grooved grating. *J Opt Soc Am A* 1988; 5(1): 65-73.
- [2] *Applied optics* v 34, N 14 1995.
- [3] *JOSA*, v.2, N5, 1995.
- [4] Born M, Wolf E. *Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. 6th ed. Pergamon Press; 1980.
- [5] Golub MA, Doskolovich LL, Kazanskiy NL, Soifer VA, Kharitonov SI. Diffraction approach to the synthesis of multifunctional phase elements [In Russian]. *Optika i Spektroskopiya* 1992; 73(1): 191-195.
- [6] Veldkamp WB, Swanson GC, Shaver DC. High efficiency binary lenses. *Opt Commun* 1984; 5(6): 353-358.
- [7] Fedoryuk MV. *Asymptotics: Integrals and series* [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher; 1987.
- [8] Golub MA, Sisakian IN, Soifer VA. Infra-red radiation focusators. *Opt Lasers Eng* 1991; 15(5): 297-309.
- [9] Soifer VA, Golub MA. Diffraction micro-optical elements with non-point response. *Proc SPIE* 1992; 1751: 140-154.